ЖЭТФ, 2001, том 120, вып. 6 (12), стр. 1468–1477 

# УШИРЕНИЕ ПИКА МЕЖПОДЗОННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ ИЗ-ЗА НЕЭКРАНИРУЕМОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ УРОВНЕЙ

**Ф. Т. Васько***

*Институт физики полупроводников Национальной академии наук Украины 03650, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 30 января 2001 г.

Форма пика межподзонного поглощения в квантовых ямах с неровными гетерограницами изучена теоретически. Хотя крупномасштабные изменения основного уровня экранированы в сильнолегированных структурах, энергия межподзонных переходов остается неоднородной в $2D$-плоскости из-за неэкранированных изменений энергии возбужденного уровня. Уравнения для межподзонной поляризации выведены с учетом пропорциональных $e^2$ кулоновских вкладов, приводящих к деполяризационному сдвигу и обменной перенормировке спектра. Форма пика межподзонного поглощения анализируется как в локальном приближении, так и с учетом нелокальности отклика в $2D$-плоскости. При монослойных неровностях гетерограниц рассмотренный механизм вносит основной вклад в уширение пика межподзонного поглощения для дальнего и среднего ИК диапазонов.

PACS: 73.50.Bk, 78.66.Fd

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Хотя резонансные межподзонные переходы активно изучались в последнее десятилетие [1–3], форма пика поглощения не была сколько-нибудь детально исследована, так что относительный вклад различных механизмов уширения сейчас неясен. Это связано как с тем, что спектральные исследования в ИК и субмиллиметровом спектральных диапазонах достаточно сложны, так и с тем, что уширение обычно определяется конкуренцией нескольких механизмов [4–7]. Кроме того, заметное влияние на межподзонные переходы оказывает электрон-электронное взаимодействие, которое приводит к деполяризационному сдвигу резонанса и к обменной перенормировке спектра (см. ссылки в [8, 9]). Существенное влияние кулоновских эффектов на форму пика поглощения в неидеальных квантовых ямах (КЯ) связано также с тем, что крупномасштабные вариации энергии межподзонного перехода, обусловленные изменениями ширины неидеальной КЯ, не экранируются даже в сильнолегированных структурах [10]. При изучении явлений переноса $2D$-электронов, заполняющих основное состояние планарно-неоднородных КЯ, вариации энергии этого состояния полностью экранируются (рассматриваем случай, когда такие вариации меньше энергии Ферми), так что крупномасштабные неоднородности гетерограниц оказываются несущественными. Однако при рассмотрении межподзонных переходов неоднородности приводят к существенному уширению пика поглощения, поскольку вариации энергии возбужденного уровня (изменения которого больше, чем изменения основного состояния, см. схему на рис. 1) остаются неэкранируемыми. Для простой модели КЯ с шириной $d_{\mathbf{x}} = d + \delta d_{\mathbf{x}}$ и высокими барьерами межуровневая энергия $\varepsilon_{2\mathbf{x}} - \varepsilon_{1\mathbf{x}} = \varepsilon_{21} + \delta\varepsilon_{\mathbf{x}}$ определяется соотношениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_{s\mathbf{x}} &\approx \frac{(s\pi\hbar/d_{\mathbf{x}})^2}{2m} \approx \varepsilon_s\left(1 - 2\frac{\delta d_{\mathbf{x}}}{d}\right), \\ \delta\varepsilon_{\mathbf{x}} &\approx 6\varepsilon_1\frac{\delta d_{\mathbf{x}}}{d}. \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь $\varepsilon_{21}$ — энергия межзонного перехода в идеальной КЯ, $\delta\varepsilon_{\mathbf{x}}$ — вариация энергии перехода ($\mathbf{x}$ — координата на $2D$-плоскости), $m$ — эффективная масса, $d$ — средняя ширина КЯ, а $\delta d_{\mathbf{x}}$ описывает ее вариации за счет неровностей гетерограниц.

В данной работе рассмотрено влияние неэкра-

*E-mail: ftv@hotmail.com

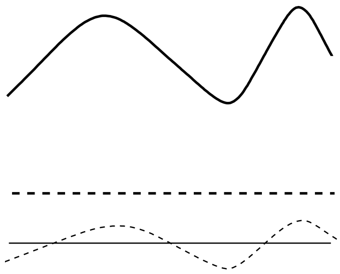


**Рис. 1.** Вариации энергии $\varepsilon_{21}(\mathbf{x})$ межподзонного перехода вдоль $2D$-плоскости сильнолегированной КЯ

нируемых неоднородностей КЯ на форму пика межподзонного поглощения. Получены уравнения для линейных добавок к недиагональным по номеру зон компонентам матрицы плотности, $\delta f_{12}(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ и $\delta f_{21}(\mathbf{p}, \mathbf{x})$, учитывающие пропорциональные $e^2$ кулоновские вклады. Такие вклады описывают как высокочастотную добавку к самосогласованному полю, так и влияние обменных эффектов на межподзонные переходы. Неоднородность задачи в $2D$-плоскости учитывается в квазиклассическом приближении, так что уравнения для $\delta f_{21}(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ и $\delta f_{12}(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ содержат частоту межподзонных переходов $(\varepsilon_{21} + \delta\varepsilon_{\mathbf{x}})/\hbar$ и обычные дрейфовые вклады, пропорциональные $\nabla \delta f_{ss'}(\mathbf{p}, \mathbf{x})$, а кулоновские вклады даются интегралами по $\mathbf{p}$-плоскости (разд. 2). Суммирование такой системы по $2D$-импульсам дает цепочку уравнений баланса для моментов отклика (разд. 3). Для случая предельно длинноволновых неоднородностей (локальный режим отклика, когда можно пренебречь дрейфовыми вкладами и рассматривать лишь уравнение для межподзонной поляризации) получается простое выражение, описывающее неоднородное уширение пика поглощения (разд. 4). Учет нелокальности отклика проведен с использованием степенных аппроксимаций для ядер интегральных слагаемых, описывающих обменные вклады, что позволило выразить межподзонную поляризацию через одночастичную гриновскую функцию. Эта функция задается как континуальный интеграл и после усреднения по неоднородностям описывает трансформацию от гауссовского пика поглощения к лоренцевской форме линии с уменьшением характерного масштаба неоднородностей (разд. 5). Обсуждение приближений и заключительные замечания даны в последнем разделе.

## 2. САМОСОГЛАСОВАННОЕ ОПИСАНИЕ ОТКЛИКА

Линейный отклик неоднородной в $\mathbf{x}$-плоскости КЯ, возбуждаемый поперечным (поляризованным вдоль оси $z$; ниже $\mathbf{r} = (\mathbf{x}, z)$) электрическим полем $E_\perp \exp(-i\omega t)$, определяется плотностью тока $J_{\omega\mathbf{x}} \exp(-i\omega t)$:

$$J_{\omega\mathbf{x}} = \frac{2e}{L^2} \sum_{\mathbf{p}} v_\perp \left[\delta f_{12}(\mathbf{p}, \mathbf{x}) - \delta f_{21}(\mathbf{p}, \mathbf{x})\right]. \quad (2)$$

Здесь $v_\perp = \langle 2|\hat{v}_z|1\rangle$ — матричный элемент скорости, вычисленный между состояниями $|s\rangle$, описываемыми орбиталями $\varphi_{sz}$ (здесь и ниже учитывается лишь пара уровней, $s = 1$ и $s = 2$, между которыми идут переходы), $L^2$ — нормировочная площадь, а множитель 2 возникает от суммирования по спину. Недиагональная по номеру зон линеаризованная матрица плотности записана здесь с использованием вигнеровского представления по переменным, описывающим движение вдоль $2D$-плоскости:

$$\delta f_{ss'}(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \langle s|\widehat{\delta\rho}|s'\rangle_{\mathbf{p},\mathbf{x}}.$$

Здесь $\widehat{\delta\rho}$ — добавка к матрице плотности, пропорциональная $\exp(-i\omega t)$ и удовлетворяющая операторному уравнению (см., например, [11]):

$$-i\omega\widehat{\delta\rho} + \frac{i}{\hbar}\left[\widetilde{h}, \widehat{\delta\rho}\right] + \frac{i}{\hbar}\left[\widehat{\delta h}, \hat{\rho}\right] = J(\widehat{\delta\rho}), \quad (3)$$

где $\hat{\rho}$ — равновесная матрица плотности, $J(\widehat{\delta\rho})$ — линеаризованный интеграл столкновений. Входящий в (3) стационарный гамильтониан $\widetilde{h}$ включает как одноэлектронный гамильтониан $\hat{h}$ неидеальной КЯ, так и пропорциональные $e^2$ кулоновские добавки (самосогласованное поле и обменный вклад):

$$\widetilde{h} = \hat{h} + \sum_{\mathbf{Q}} v_Q \left[e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}} \operatorname{Sp}(e^{i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}}\hat{\rho}) - e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}}\hat{\rho} e^{i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}}\right]. \quad (4)$$

Здесь суммирование проводится по трехмерному волновому вектору $\mathbf{Q} = (\mathbf{q}, q_\perp)$, $v_Q = 4\pi e^2/(\epsilon Q^2 L^3)$ — кулоновский матричный элемент с однородной поперек слоя диэлектрической проницаемостью $\epsilon$, а след включает также суммирование по уровням $s = 1, 2$. Пропорциональный $\exp(-i\omega t)$ вклад в оператор возмущения $\widehat{\delta h}$ в уравнении (3) записывается как

$$\widehat{\delta h} = \frac{ie}{\omega} E_\perp \hat{v}_\perp + \sum_{\mathbf{Q}} v_Q \left[\delta n_{\mathbf{Q}} e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}} - e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}} \widehat{\delta\rho} e^{i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}}\right], \quad (5)$$

причем вклад от самосогласованного поля выражен через индуцированную плотность $\delta n_{\mathbf{Q}} = \mathrm{Sp}[\exp(i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r})\widehat{\delta\rho}]$.

Аппроксимируя интеграл столкновений частотой релаксации $\nu$, получаем для $\delta f_{ss'}$ систему уравнений

$$\begin{aligned}&[\omega + i\nu + \omega_{21}(\mathbf{x},p) + i\mathbf{v}\cdot\nabla_x]\,\delta f_{12}(\mathbf{p},\mathbf{x}) + \\ &+ \delta h_{12}(\mathbf{p},\mathbf{x}) f_{Fp}/\hbar = 0, \\ &[\omega + i\nu - \omega_{21}(\mathbf{x},p) + i\mathbf{v}\cdot\nabla_x]\,\delta f_{21}(\mathbf{p},\mathbf{x}) + \\ &+ \delta h_{21}(\mathbf{p},\mathbf{x}) f_{Fp}/\hbar = 0,\end{aligned} \tag{6}$$

в которой $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m$ — скорость $2D$-электронов, $f_{Fp}$ — пространственно-однородное фермиевское распределение на основном уровне $s = 1$ (рассматривается случай незаполненного возбужденного уровня), а частота межподзонных переходов $\omega_{21}(\mathbf{x},p) = \varepsilon_{21}(\mathbf{x},p)/\hbar$ учитывает как описываемую соотношениями (1) случайную добавку к межуровневой энергии, так и обменные вклады:

$$\begin{aligned}&\hbar\omega_{21}(\mathbf{x},p) = \varepsilon_{21} + \delta\varepsilon_{\mathbf{x}} - \\ &-\sum_{\mathbf{Q}} v_Q \left[\langle 2|e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}}\hat{\rho}e^{i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}}|2\rangle - \langle 1|e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}}\hat{\rho}e^{i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}}|1\rangle\right].\end{aligned} \tag{7}$$

Матричные элементы возмущения (5) записываются в вигнеровском представлении как

$$\begin{aligned}&\delta h_{ss'}(\mathbf{p},\mathbf{x}) - \frac{ie}{\omega}E_\perp \begin{bmatrix} v_\perp, (ss') = (21) \\ -v_\perp, (ss') = (12) \end{bmatrix} = \\ &= \int \frac{d\mathbf{p}_1}{2\pi m}\sum_{ab}\delta f_{ab}(\mathbf{p}_1,\mathbf{x}) \times \\ &\times \left[2M_{ss'ba}(0) - M_{sabs'}\left(\frac{|\mathbf{p}-\mathbf{p}_1|}{\hbar}\right)\right],\end{aligned} \tag{8}$$

где кулоновские вклады выражены через множитель

$$\begin{aligned}M_{abcd}(q) &= \frac{e^2 m}{\pi\epsilon\hbar^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dq_\perp \frac{\langle a|e^{-iq_\perp z}|b\rangle\,\langle c|e^{iq_\perp z}|d\rangle}{q_\perp^2 + q^2} = \\ &= \frac{1}{a_B q}\int dz\varphi_{az}\varphi_{bz}\int dz'\varphi_{cz'}\varphi_{dz'}e^{-q|z-z'|}.\end{aligned} \tag{9}$$

Здесь в правом равенстве проведено интегрирование по $q_\perp$. С использованием такого обозначения введенная в (7) частота межподзонных переходов переписывается в виде

$$\begin{aligned}&\omega_{21}(\mathbf{x},p) = \omega_{21}(\mathbf{x}) - \int \frac{d\mathbf{p}_1}{2\pi\hbar m} \times \\ &\times f_{Fp_1}\left[M_{2112}\left(\frac{|\mathbf{p}-\mathbf{p}_1|}{\hbar}\right) - M_{1111}\left(\frac{|\mathbf{p}-\mathbf{p}_1|}{\hbar}\right)\right],\end{aligned} \tag{10}$$

причем $\omega_{21}(\mathbf{x}) = (\varepsilon_{21} + \delta\varepsilon_{\mathbf{x}})/\hbar = \omega_{21} + \delta\omega_{\mathbf{x}}$ учитывает неоднородность задачи в $2D$-плоскости. Последнее слагаемое в (10) описывает зависящую от импульса $p$ обменную перенормировку частоты межподзонных переходов.

Дальнейшие упрощения возможны в двумерном предельном случае, когда $p_F \ll \hbar/d$ и ядра $M_{abcd}(q)$ рассматриваемой системы уравнений можно записать как

$$\begin{aligned}M_{abcd}(q) &\approx \frac{\delta_{ab}\delta_{cd}}{a_B q} - \frac{L_{abcd}}{a_B}, \\ L_{abcd} &= \int dz \int dz' \varphi_{az}\varphi_{bz}\varphi_{cz'}\varphi_{dz'}|z - z'|,\end{aligned} \tag{11}$$

где $a_B$ — боровский радиус и введена характерная длина $L_{abcd}$. Удобно вместо $\delta f_{ss'}$ ввести новые неизвестные функции $\psi^{\pm}_{\mathbf{p},\mathbf{x}}$, определяемые выражением

$$\delta f_{12}(\mathbf{p},\mathbf{x}) \pm \delta f_{21}(\mathbf{p},\mathbf{x}) = \frac{2ie}{\hbar\omega}E_\perp v_\perp f_{Fp}\psi^{\pm}_{\mathbf{p},\mathbf{x}}. \tag{12}$$

В результате система уравнений (6) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}&[\omega + i\nu + i\mathbf{v}\cdot\nabla_x]\,\psi^{+}_{\mathbf{p},\mathbf{x}} + \\ &\quad + \omega_{21}(\mathbf{x})\psi^{-}_{\mathbf{p},\mathbf{x}} + \Omega(\psi^-|\mathbf{p},\mathbf{x}) = 1, \\ &[\omega + i\nu + i\mathbf{v}\cdot\nabla_x]\,\psi^{-}_{\mathbf{p},\mathbf{x}} + \\ &\quad + \omega_{21}(\mathbf{x})\psi^{+}_{\mathbf{p},\mathbf{x}} + \Omega(\psi^+|\mathbf{p},\mathbf{x}) = 0,\end{aligned} \tag{13}$$

причем эту систему надо рассматривать в области $|\mathbf{p}| < p_F$. Кулоновские вклады в (13), $\Omega(\psi^{\pm}|\mathbf{p},\mathbf{x})$, даются интегралами:

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} \Omega(\psi^+|\mathbf{p},\mathbf{x}) \\ \Omega(\psi^-|\mathbf{p},\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \int\limits_{|\mathbf{p}|<p_F} \frac{d\mathbf{p}_1}{2\pi\hbar m}(\psi^{\pm}_{\mathbf{p},\mathbf{x}} - \psi^{\pm}_{\mathbf{p}_1,\mathbf{x}}) \times \\ &\times \left(\frac{\hbar}{a_B|\mathbf{p}-\mathbf{p}_1|} + \frac{L_{1212}}{a_B}\right) - \int\limits_{|\mathbf{p}|<p_F} \frac{d\mathbf{p}_1}{2\pi\hbar m} \times \\ &\times \left(\psi^{\pm}_{\mathbf{p},\mathbf{x}}\frac{L_{1111}}{a_B} - \psi^{\pm}_{\mathbf{p}_1,\mathbf{x}}\begin{bmatrix} (L_{1122} - 2L_{1212})/a_B \\ L_{1122}/a_B \end{bmatrix}\right),\end{aligned} \tag{14}$$

так что (13) является системой дифференциальных (в частных производных первого порядка) по $\mathbf{x}$ и интегральных по $\mathbf{p}$ уравнений.

## 3. УРАВНЕНИЯ БАЛАНСА

Согласно (2) и (12), индуцированная плотность тока записывается через $\psi^{-}_{\mathbf{p},\mathbf{x}}$ как

$$J_{\omega\mathbf{x}} = i\frac{(2e)^2|v_\perp|^2}{\hbar\omega L^2}E_\perp {\sum_{\mathbf{p}}}' \psi^{-}_{\mathbf{p},\mathbf{x}} = \sigma_{\omega\mathbf{x}}E_\perp, \tag{15}$$

где сумма со штрихом соответствует суммированию внутри ферми-круга $|\mathbf{p}| < p_F$. Локальная проводимость $\sigma_{\omega\mathbf{x}}$ в (15) содержит множитель $\delta n_{\mathbf{x}}^- = (2/L^2)\sum_{\mathbf{p}}' \psi_{\mathbf{p},\mathbf{x}}^-$, размерность которого равна концентрации, деленной на частоту. Относительное поглощение двумерного слоя, $\xi(\omega)$ (определяемое как отношение поглощаемого в КЯ и проходящего через $2D$-слой потоков энергии, см. [2]), вводится соотношением

$$\xi(\omega) = \frac{4\pi}{c\sqrt{\epsilon}} \operatorname{Re}\langle\sigma_{\omega\mathbf{x}}\rangle = \frac{e^2}{\hbar c}\frac{8\pi|v_\perp|^2}{\sqrt{\epsilon}\,\omega} \operatorname{Im}\left\langle\delta n_{\mathbf{x}}^-\right\rangle, \tag{16}$$

причем $\langle\ldots\rangle$ обозначает усреднение по неоднородностям толщины КЯ. Суммируя уравнения (13) по $\mathbf{p}$-плоскости, получаем для $\delta n_{\mathbf{x}}^\pm$ систему уравнений баланса,

$$\begin{gathered}(\omega+i\nu)\delta n_{\mathbf{x}}^+ + i\nabla_x\cdot\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^+ + \omega_{21}(\mathbf{x})\delta n_{\mathbf{x}}^- + \\ + \frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'\Omega(\psi^-|\mathbf{p},\mathbf{x}) = \frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'1, \\ (\omega+i\nu)\delta n_{\mathbf{x}}^- + i\nabla_x\cdot\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^- + \omega_{21}(\mathbf{x})\delta n_{\mathbf{x}}^+ + \\ + \frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'\Omega(\psi^+|\mathbf{p},\mathbf{x}) = 0,\end{gathered} \tag{17}$$

в которой $\sum_{\mathbf{p}}{}'1$ обозначает суммирование по заполненным состояниям и возникают потоковые вклады

$$\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^\pm = \frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'\mathbf{v}\psi_{\mathbf{p},\mathbf{x}}^\pm.$$

Система уравнений для $\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^\pm$ получается при суммировании (13) с весом $\mathbf{v}$:

$$\begin{gathered}(\omega+i\nu)\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^+ + \frac{i}{2}\nabla_x w_{\mathbf{x}}^+ + \omega_{21}(\mathbf{x})\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^- + \\ + \frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'\mathbf{v}\Omega(\psi^-|\mathbf{p},\mathbf{x}) = 0, \\ (\omega+i\nu)\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^- + \frac{i}{2}\nabla_x w_{\mathbf{x}}^- + \omega_{21}(\mathbf{x})\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^+ + \\ + \frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'\mathbf{v}\Omega(\psi^+|\mathbf{p},\mathbf{x}) = 0,\end{gathered} \tag{18}$$

и в ней возникают следующие моменты:

$$\frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}' v_\alpha v_\beta \psi_{\mathbf{p},\mathbf{x}}^\pm \approx \frac{\delta_{\alpha\beta} w_{\mathbf{x}}^\pm}{2}.$$

Здесь мы воспользовались малостью анизотропии $\psi_{\mathbf{p},\mathbf{x}}^\pm$ в случае плавных неоднородностей и оставили лишь диагональный по $\alpha,\beta$ вклад при записи следующего среднего $w_{\mathbf{x}}^\pm$. Для такого вклада после суммирования системы (13) по $\mathbf{p}$-плоскости с весом $v^2$ получаются уравнения

$$\begin{gathered}(\omega+i\nu)w_{\mathbf{x}}^+ + \omega_{21}(\mathbf{x})w_{\mathbf{x}}^- + \\ + \frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}' v^2\Omega(\psi^-|\mathbf{p},\mathbf{x}) = \frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}' v^2, \\ (\omega+i\nu)w_{\mathbf{x}}^- + \omega_{21}(\mathbf{x})w_{\mathbf{x}}^+ + \\ + \frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}' v^2\Omega(\psi^+|\mathbf{p},\mathbf{x}) = 0,\end{gathered} \tag{19}$$

в которых мы пренебрегли градиентами от следующих моментов, $(2/L^2)\sum_{\mathbf{p}}' v^2\mathbf{v}\psi_{\mathbf{p},\mathbf{x}}^\pm$.

Рассмотрим теперь кулоновские вклады в написанную цепочку уравнений (17)–(19). При суммировании по $\mathbf{p}$ интегрального слагаемого в (14) пропорциональный $|\mathbf{p}-\mathbf{p}_1|^{-1}$ вклад выпадает и мы получаем простое соотношение

$$\frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'\Omega(\psi^\pm|\mathbf{p},\mathbf{x}) = \delta\omega_\pm\delta n_{\mathbf{x}}^\pm,$$

где кулоновские поправки к частотам имеют вид

$$\delta\omega_\pm = \frac{\varepsilon_F}{\hbar a_B}\times \\ \times\left\{\begin{matrix} L_{1122}-L_{1111}-2L_{1212} \\ L_{1122}-L_{1111}\end{matrix}\right. = \frac{\varepsilon_F}{\hbar}\frac{d}{a_B}A_\pm. \tag{20}$$

Последнее равенство здесь написано после вычисления $L_{abcd}$ по формуле (11) для модели КЯ шириной $d$ с высокими барьерами, когда $L_{1111} \approx 0.2d$, $L_{1122} \approx 0.27d$ и $L_{1212} \approx -0.11d$, так что коэффициенты $A_\pm$ равны $A_+ \approx 0.29$ и $A_- \approx 0.063$. В системе уравнений (18) возникают кулоновские вклады

$$\frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'\mathbf{v}\Omega(\psi^\pm|\mathbf{p},\mathbf{x}) = \frac{\varepsilon_F}{\hbar}\left[\frac{L_{1212}-L_{1111}}{a_B}\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^\pm + \right. \\ \left. + \frac{\hbar}{a_B p_F}\frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'\psi_{\mathbf{p},\mathbf{x}}^\pm v_F\frac{\mathbf{p}}{p}S\left(\frac{p}{p_F}\right)\right], \tag{21}$$

а система (19) содержит вклады

$$\frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}' v^2\Omega(\psi^\pm|\mathbf{p},\mathbf{x}) = \\ = \frac{\varepsilon_F}{\hbar}\left[\frac{\hbar}{a_B p_F}\frac{2}{L^2}\sum_{\mathbf{p}}{}'\psi_{\mathbf{p},\mathbf{x}}^\pm v_F^2 R\left(\frac{p}{p_F}\right) + \right. \\ + \frac{L_{1212}-L_{1111}}{a_B}w_{\mathbf{x}}^\pm - \\ \left. - \left\{\begin{matrix} 3L_{1212}-L_{1122} \\ L_{1212}-L_{1122}\end{matrix}\right\}\delta n_{\mathbf{x}}^\pm\frac{v_F^2}{2a_B}\right]. \tag{22}$$

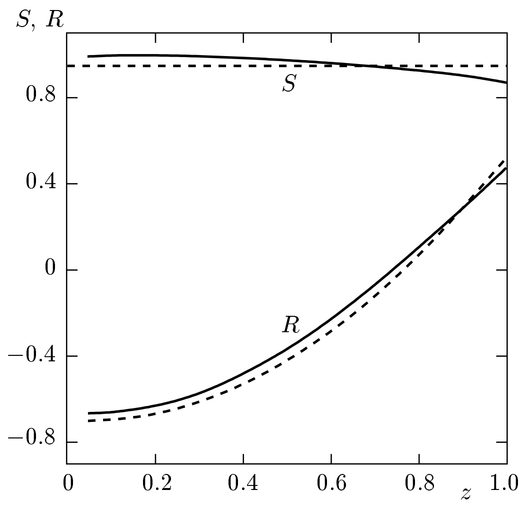


**Рис. 2.** Определяемые выражениями (23) функции $S(z)$ и $R(z)$; штрихи соответствуют аппроксимациям, использованным при замыкании уравнений баланса

В написанных выражениях пропорциональные $|\mathbf{p}-\mathbf{p}_1|^{-1}$ интегралы не выпадают, а выражаются через безразмерные функции $S(p/p_F)$ и $R(p/p_F)$.

Функции $S(z)$ и $R(z)$ в (21) и (22) даются интегралами

$$\begin{aligned} S(z) &= \int\limits_{x<1} \frac{d\mathbf{x}}{\pi z^2} \frac{z^2 - \mathbf{x}\cdot\mathbf{z}}{|\mathbf{z}-\mathbf{x}|} \approx S, \\ R(z) &= \int\limits_{x<1} \frac{d\mathbf{x}}{\pi} \frac{z^2 - x^2}{|\mathbf{z}-\mathbf{x}|} \approx -R + rz^2 \end{aligned} \tag{23}$$

и оказываются достаточно плавными (см. результаты численного расчета, представленные на рис. 2). Эти зависимости можно аппроксимировать константой и параболой, написанными в правых равенствах (23). С точностью около 5% можно выбрать следующие численные значения этих параметров: $S \approx 0.95$, $R \approx 0.7$ и $r \approx 1.35$. При использовании такой аппроксимации интегральный вклад в правой части (21) выражается через $\delta n_{\mathbf{x}}^{\pm}$ и $\mathbf{i}_{\mathbf{x}}^{\pm}$, а в правой части (22) возникнут $\delta n_{\mathbf{x}}^{\pm}$ и $w_{\mathbf{x}}^{\pm}$. Таким образом, уравнения (17)–(19) образуют приближенную замкнутую систему, состоящую из дифференциальных уравнений (17), (18) и алгебраических уравнений (19). Эти уравнения содержат случайную добавку к частоте перехода $\delta\omega_{\mathbf{x}}$, которая и приводит к уширению пика поглощения.

## 4. ЛОКАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Рассмотрим вначале случай предельно плавных неоднородностей, когда потоковыми вкладами $\nabla_x \cdot \mathbf{i}_{\mathbf{x}}^{\pm}$ в уравнениях (17) можно пренебречь и для $\delta n_{\mathbf{x}}^{\pm}$ получается простая алгебраическая система

$$\left| \begin{array}{ll} \omega + i\nu & \widetilde{\omega}_{21} + \delta\omega_{\mathbf{x}} \\ \overline{\omega}_{21} + \delta\omega_{\mathbf{x}} & \omega + i\nu \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \delta n_{\mathbf{x}}^{+} \\ \delta n_{\mathbf{x}}^{-} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} n_{2D} \\ 0 \end{array} \right|, \tag{24}$$

где $n_{2D}$ — концентрация $2D$-электронов и введены частоты $\widetilde{\omega}_{21} = \omega_{21} + \delta\omega_{-}$ и $\overline{\omega}_{21} = \omega_{21} + \delta\omega_{+}$. Решение системы (24) легко записывается, и остается лишь вычислить среднее $\langle \delta n_{\mathbf{x}}^{-} \rangle$. Однако в общем случае такое усреднение весьма громоздко, и здесь мы ограничимся рассмотрением формы линии вблизи резонанса. В таком приближении удобно вначале диагонализовать неэрмитову матрицу

$$\left| \begin{array}{ll} 0 & \widetilde{\omega}_{21} \\ \overline{\omega}_{21} & 0 \end{array} \right|,$$

используя неунитарное преобразование

$$\hat{\Lambda} = \left| \begin{array}{ll} \overline{\eta} & -\widetilde{\eta} \\ \overline{\eta} & \widetilde{\eta} \end{array} \right|, \quad \hat{\Lambda}^{-1} = \frac{1}{2} \left| \begin{array}{ll} 1/\overline{\eta} & 1/\overline{\eta} \\ -\widetilde{\eta} & \widetilde{\eta} \end{array} \right|, \tag{25}$$

в котором введены параметры

$$\overline{\eta} = \sqrt{\overline{\omega}_{21}/(\widetilde{\omega}_{21} + \overline{\omega}_{21})}$$

и

$$\widetilde{\eta} = \sqrt{\widetilde{\omega}_{21}/(\widetilde{\omega}_{21} + \overline{\omega}_{21})}.$$

Результат диагонализации имеет вид

$$\hat{\Lambda} \left| \begin{array}{ll} 0 & \widetilde{\omega}_{21} \\ \overline{\omega}_{21} & 0 \end{array} \right| \hat{\Lambda}^{-1} = \left| \begin{array}{ll} -\Omega_{21} & 0 \\ 0 & \Omega_{21} \end{array} \right|, \tag{26}$$

где $\Omega_{21} = \sqrt{\overline{\omega}_{21}\widetilde{\omega}_{21}}$ — частота резонансного перехода. При малом сдвиге пика

$$\Omega_{21} \approx \omega_{21} + A\frac{\varepsilon_F}{\hbar}\frac{d}{a_B}$$

с коэффициентом $A \approx 0.18$, вычисленным для модели КЯ с высокими барьерами, использовавшейся при записи (20). Далее проводим такое же преобразование матрицы

$$\left| \begin{array}{ll} 0 & \delta\omega_{\mathbf{x}} \\ \delta\omega_{\mathbf{x}} & 0 \end{array} \right|$$

и неоднородной части (24), записывая систему уравнений для

$$\hat{\Lambda} \left| \begin{array}{l} \delta n_{\mathbf{x}}^{+} \\ \delta n_{\mathbf{x}}^{-} \end{array} \right|.$$

Для частот, близких к $\Omega_{21}$, в таком столбце велика лишь резонансная компонента $P_{\mathbf{x}}$, удовлетворяющая уравнению

$$[\delta\varepsilon + i\gamma - u_{\mathbf{x}}]P_{\mathbf{x}} = n_{2D}\overline{\eta}, \qquad (27)$$

причем здесь введены расстройка энергии $\delta\varepsilon = \hbar(\omega - \Omega_{21})$ и энергия однородного уширения $\gamma = \hbar\nu$, а также случайный потенциал $u_{\mathbf{x}} = K\hbar\delta\omega_{\mathbf{x}}$ (параметр $K = (\sqrt{\widetilde{\omega}_{21}/\overline{\omega}_{21}} + \sqrt{\overline{\omega}_{21}/\widetilde{\omega}_{21}})/2$ близок к единице при малой кулоновской перенормировке энергии межподзонного перехода, $\delta\omega_{\pm} \ll \omega_{21}$). Входящая в (16) функция $\delta n^{-}_{\mathbf{x}}$ выражается через $P_{\mathbf{x}}$ по соотношению $\delta n^{-}_{\mathbf{x}} \approx -\hbar P_{\mathbf{x}}/2\widetilde{\eta}$.

Подстановка решения уравнения (27) в соотношение (16) дает относительное поглощение

$$\xi(\delta\varepsilon) = -\frac{e^2}{\hbar c}\,\frac{4\pi|v_{\perp}|^2\hbar n_{2D}}{\sqrt{\epsilon}\,\omega} \times \sqrt{\frac{\overline{\omega}_{21}}{\widetilde{\omega}_{21}}}\,\mathrm{Im}\left\langle [\delta\varepsilon + i\gamma - u_{\mathbf{x}}]^{-1}\right\rangle. \qquad (28)$$

Для усреднения этого выражения по случайному потенциалу $u_{\mathbf{x}}$ удобно использовать

$$(A + i\gamma)^{-1} = -i\int_{-\infty}^{0} d\tau \exp\left[(-iA + \gamma)\tau\right],$$

при этом $u_{\mathbf{x}}$ окажется в показателе экспоненты, так что среднее по вариациям толщины КЯ получается с использованием соотношения

$$\langle \exp(-iu_{\mathbf{x}}\tau)\rangle = \exp[-(K\overline{\delta\varepsilon}\,\tau)^2/2],$$

где $\overline{\delta\varepsilon}$ — среднеквадратичная вариация межуровневой энергии (1). В результате относительное поглощение дается выражением (которое также можно записать через интеграл вероятности от комплексного аргумента)

$$\xi(\delta\varepsilon) = \frac{e^2}{\hbar c}\,\frac{4\pi|v_{\perp}|^2 n_{2D}}{\sqrt{\epsilon}\,\omega}\sqrt{\frac{\overline{\omega}_{21}}{\widetilde{\omega}_{21}}} \times \mathrm{Re}\int_{-\infty}^{0} dt \exp\left[\frac{(\gamma - i\delta\varepsilon)t}{\hbar}\right]\exp\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\Gamma t}{\hbar}\right)^2\right] = \frac{e^2}{\hbar c}\,\frac{4\pi|v_{\perp}|^2\hbar n_{2D}}{\sqrt{\epsilon}\,\omega}\sqrt{\frac{\overline{\omega}_{21}}{\widetilde{\omega}_{21}}} \times \left\{\begin{array}{ll} 2\gamma/[(\delta\varepsilon)^2 + \gamma^2], & \gamma \gg \Gamma, \\ \sqrt{2\pi}\Gamma\exp[-(\delta\varepsilon/\Gamma)^2/2], & \gamma \ll \Gamma, \end{array}\right. \qquad (29)$$

где введена характерная энергия неоднородного уширения $\Gamma = 6K\varepsilon_1\overline{\delta d}/d$, соответствующая среднеквадратичной вариации ширины КЯ, равной $\overline{\delta d}$.

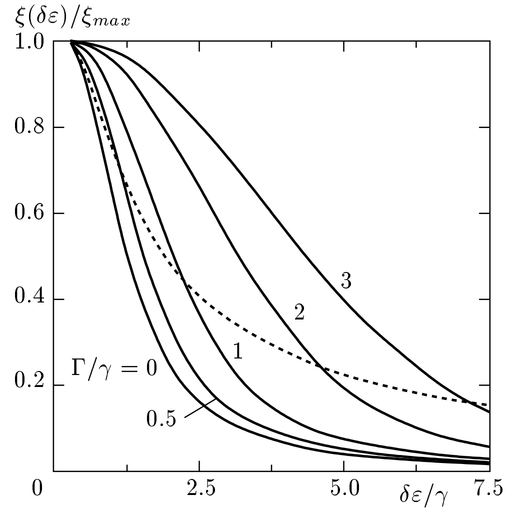


**Рис. 3.** Трансформация формы пика поглощения с ростом вклада неоднородного уширения (значения $\Gamma/\gamma$ приведены у кривых); функция $G(z)$ из (30), описывающая уменьшение высоты пика с ростом его ширины, показана штрихами

Последнее равенство дает асимптотики для доминирующего столкновительного или неоднородного механизмов уширений, когда реализуется лоренцевский или гауссовский пик. Рисунок 3 иллюстрирует трансформацию формы линии между этими предельными случаями с ростом отношения $\Gamma/\gamma$. Здесь также введено максимальное значение относительного поглощения $\xi_{max} \equiv \xi(\delta\varepsilon = 0)$:

$$\xi_{max} = \frac{e^2}{\hbar c}\,\frac{(2\pi)^{3/2}|v_{\perp}|^2\hbar n_{2D}}{\sqrt{\epsilon}\,\Omega_{21}\Gamma}\sqrt{\frac{\overline{\omega}_{21}}{\widetilde{\omega}_{21}}}G\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2}\,\Gamma}\right), \quad G(z) = e^{z^2/2}[1 + \Phi(z)], \qquad (30)$$

где функция $G(z)$, описывающая уменьшение высоты пика с ростом его ширины, выражена через интеграл вероятности $\Phi(z)$.

Численная оценка $\Gamma$ для параметров GaAs-КЯ, соответствующих спектральной области 10 мкм при монослойных вариациях гетерограниц ($\overline{\delta d} \approx 2.5$ Å) дает ширину линии около 10 мэВ, что согласуется с рядом измерений (см. [2, гл. 8] и [12]). Недавние измерения [5, 7] меньших ширин пиков (порядка нескольких миллиэлектронвольт), видимо, обусловлены более высоким качеством гетерограниц (когда $\overline{\delta d} \approx 1$ Å). Эти измерения также демонстрируют заметное уменьшение $\Gamma$ с ростом толщины КЯ, что согласуется с проведенным здесь рассмотрением. Такая же оценка для InAs-КЯ с параметрами, соответствующими спектральной области 5 мкм, дает значение $\Gamma$ порядка 30 мэВ, что соответствует результатам работы [6]. Измерения эмиссии в субмиллиметровой спектральной области [13–15] дают ширины линий порядка нескольких миллиэлектронвольт, что также согласуется с приведенным здесь выражением для $\Gamma$ (при этих численных оценках учитывалось, что энергия $3\varepsilon_1$ близка к энергии межуровневого перехода). Хотя подробное исследование формы пика требует дополнительных самосогласованных расчетов и специальных измерений, неплохое совпадение простого выражения для $\Gamma$ с экспериментальными данными демонстрирует существенную роль неоднородного уширения в экспериментах [5–7] и [12–15].

## 5. НЕЛОКАЛЬНЫЙ РЕЖИМ УШИРЕНИЯ

Перейдем теперь к случаю конечных значений корреляционной длины $l_c$, когда необходимо учитывать потоковые вклады в формирование пика межподзонного поглощения и рассматривать уравнения для $\delta n^{\pm}_{\mathbf{x}}$, $\mathbf{i}^{\pm}_{\mathbf{x}}$ и $w^{\pm}_{\mathbf{x}}$. Подставляя аппроксимации (23) в правые части (21) и (22), перепишем уравнения (18) и (19) в виде

$$\left| \begin{array}{cc} \omega + i\nu & \widetilde{\omega} + \delta\omega_{\mathbf{x}} \\ \widetilde{\omega} + \delta\omega_{\mathbf{x}} & \omega + i\nu \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \mathbf{i}^{+}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{i}^{-}_{\mathbf{x}} \end{array} \right| = -\frac{i}{2} \left| \begin{array}{c} \nabla_x w^{+}_{\mathbf{x}} \\ \nabla_x w^{-}_{\mathbf{x}} \end{array} \right|, \qquad (31)$$

$$\left| \begin{array}{cc} \omega + i\nu & \overline{\omega} + \delta\omega_{\mathbf{x}} \\ \overline{\omega} + \delta\omega_{\mathbf{x}} & \omega + i\nu \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} w^{+}_{\mathbf{x}} \\ w^{-}_{\mathbf{x}} \end{array} \right| = \frac{\varepsilon_F}{\hbar} \left| \begin{array}{c} (\varepsilon_F/\hbar)/\pi + \alpha v_F^2 \delta n^{-}_{\mathbf{x}} \\ \beta v_F^2 \delta n^{+}_{\mathbf{x}} \end{array} \right|, \qquad (32)$$

где введены параметры

$$\alpha = \frac{3L_{1212} - L_{1122}}{2a_B} + \frac{R\hbar}{a_B p_F},$$

$$\beta = \frac{L_{1212} - L_{1122}}{2a_B} + \frac{R\hbar}{a_B p_F},$$

а также перенормированные частоты

$$\widetilde{\omega} = \omega_{21} + \Delta\omega + R\frac{\varepsilon_F}{a_B p_F}, \quad \overline{\omega} = \omega_{21} + \Delta\omega + r\frac{\varepsilon_F}{a_B p_F} \qquad (33)$$

и $\hbar\Delta\omega = \varepsilon_F(L_{1212} - L_{1111})/2a_B$. Подстановка решения (32) в уравнение (31) и дальнейшая подстановка решения (31) в (17) дают для $\delta n^{\pm}_{\mathbf{x}}$ замкнутую систему уравнений.

Ограничиваясь резонансным приближением, пренебрегаем далее малыми случайными добавками в нерезонансных вкладах при записи решений (31), (32) и считаем $\omega$ близким к $\Omega_{21}$. В результате для определяющих межподзонную поляризацию функций $\delta n^{\pm}_{\mathbf{x}}$ получается система уравнений

$$\left\{ \hat{\mathcal{K}}\nabla_x^2 + \left| \begin{array}{cc} \omega + i\nu & \widetilde{\omega}_{21} + \delta\omega_{\mathbf{x}} \\ \overline{\omega}_{21} + \delta\omega_{\mathbf{x}} & \omega + i\nu \end{array} \right| \right\} \times \left| \begin{array}{c} \delta n^{+}_{\mathbf{x}} \\ \delta n^{-}_{\mathbf{x}} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} n_{2D} \\ 0 \end{array} \right|, \qquad (34)$$

которая отличается от (24) лишь появлением нелокального (пропорционального $\nabla_x^2$) вклада, определяемого тензором

$$\hat{\mathcal{K}} \approx \frac{\varepsilon_F v_F^2/2\hbar}{(\Omega_{21}^2 - \widetilde{\omega}^2)(\Omega_{21}^2 - \overline{\omega}^2)} \times \left| \begin{array}{cc} -\alpha\Omega_{21}(\widetilde{\omega} + \overline{\omega}) & \beta(\Omega_{21}^2 + \widetilde{\omega}\overline{\omega}) \\ \alpha(\Omega_{21}^2 + \widetilde{\omega}\overline{\omega}) & -\beta\Omega_{21}(\widetilde{\omega} + \overline{\omega}) \end{array} \right|. \qquad (35)$$

Выполняем далее преобразование (25) и выделяем резонансную компоненту системы (34), что приводит к уравнению

$$\left[\frac{\hbar^2}{2M}\nabla_x^2 - u_{\mathbf{x}} + \delta\varepsilon + i\gamma\right] P_{\mathbf{x}} = n_{2D}\overline{\eta}, \qquad (36)$$

которое обобщает уравнение (27), учитывая нелокальный вклад с эффективной массой (здесь $M = \hbar/2\mathcal{K}_{11}$)

$$M = -m\frac{\hbar^2(\Omega_{21} - \overline{\omega})(\Omega_{21} - \widetilde{\omega})}{(\alpha + \beta)\varepsilon_F^2} \qquad (37)$$

наряду со случайным потенциалом $u_{\mathbf{x}} \propto \delta\omega_{\mathbf{x}}$.

Решение (36) удобно записать, вводя гриновскую функцию этого уравнения согласно ($\hat{\mathbf{p}} \equiv -i\hbar\nabla_x$)

$$\left[\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} + u_{\mathbf{x}} - \delta\varepsilon + i\gamma\right] g_{\delta\varepsilon}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \qquad (38)$$

Подставляя затем $\delta n^{-}_{\mathbf{x}} = -\hbar P_{\mathbf{x}}/2\widetilde{\eta}$ в соотношение (16), получаем для относительного поглощения

$$\xi(\delta\varepsilon) = \frac{e^2}{\hbar c}\frac{4\pi|v_\perp|^2 n_{2D}\hbar}{\sqrt{\epsilon}\,\Omega_{21}} \operatorname{Im}\left\langle \int d\mathbf{x}' g_{\delta\varepsilon}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \right\rangle. \qquad (39)$$

Введенная в (38) гриновская функция стандартным образом записывается через континуальный интеграл. Далее выполним в этом интеграле усреднение по случайному потенциалу и выделим прямолинейную траекторию вдоль интервала $(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ (см. [16]). В результате $\xi(\delta\varepsilon)$ выражается через контурный континуальный интеграл:

$$\xi(\delta\varepsilon) = \frac{e^2}{\hbar c}\frac{4\pi|v_\perp|^2 n_{2D}\hbar}{\sqrt{\epsilon}\,\Omega_{21}}\,\mathrm{Im}\,\frac{i}{\hbar}\int d\mathbf{u}\,\times$$
$$\times\int\limits_{-\infty}^{0} dt\exp\left[\frac{i(\delta\varepsilon - i\gamma)t}{\hbar}\right]\exp\left(\frac{iMu^2}{2\hbar t}\right)\times$$
$$\times\oint\mathcal{D}\{\mathbf{x}_t\}\exp\left[\frac{iM}{2\hbar}\int\limits_0^t d\tau\dot{x}_\tau^2 - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\hbar^2}\int\limits_0^t d\tau\int\limits_0^i d\tau' W\left(\left|\mathbf{u}\frac{\tau-\tau'}{t} + \mathbf{x}_\tau - \mathbf{x}_{\tau'}\right|\right)\right], \quad (40)$$

который не зависит от $\mathbf{x}$. Здесь $\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ и используется гауссовская корреляционная функция

$$W(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|) = \langle\delta\varepsilon_{\mathbf{x}}\delta\varepsilon_{\mathbf{x}'}\rangle = (\overline{\delta\varepsilon})^2\exp\left[-|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|^2/l_c^2\right]$$

с корреляционной длиной $l_c$ и характерной энергией $\overline{\delta\varepsilon} = \Gamma/K$ (уширение $\Gamma$ вводилось в (29); ниже $K$ заменяется единицей).

Для того чтобы оценить вклады отклонений от прямолинейной траектории в континуальный интеграл (40), используем метод оптимальной траектории. Согласно [16], такая траектория соответствует минимальной вариации действия в показателе экспоненты в (40) и находится из уравнения Эйлера–Лагранжа

$$M\ddot{\mathbf{x}}_\tau - \frac{2i}{\hbar l_c^2}\int\limits_0^t d\tau'\left(\mathbf{u}\frac{\tau-\tau'}{t} + \mathbf{x}_\tau - \mathbf{x}_{\tau'}\right)\times$$
$$\times w\left(\left|\mathbf{u}\frac{\tau-\tau'}{t} + \mathbf{x}_\tau - \mathbf{x}_{\tau'}\right|\right) = 0. \quad (41)$$

Это уравнение должно решаться с начальными условиями $\mathbf{x}_{\tau=0,t} = 0$. Правую часть уравнения (41) можно оценить, используя неравенство $|\mathbf{x}W(x)| \le l_c\overline{\delta\varepsilon}^2$, что дает простую оценку сверху для $\mathbf{x}_\tau$ (см. аналогичные вычисления в Приложении B работы [17]). Максимальное отклонение оптимальной траектории от прямолинейной, $\mathbf{x}_\tau^{max}$, имеет место при $\tau = t/2$. Таким образом, можно пренебречь отклонениями от прямолинейной траектории при записи корреляционной функции в уравнении (40), если выполнено неравенство

$$|\mathbf{u}|\frac{\overline{\delta\varepsilon}t^2}{2M\hbar l_c} \ll l_c. \quad (42)$$

После подстановки в (40) континуального интеграла для свободного движения получается выражение для относительного поглощения, записанное через многократный интеграл:

$$\xi(\delta\varepsilon) = \frac{e^2}{\hbar c}\frac{4\pi|v_\perp|^2 n_{2D}\hbar}{\sqrt{\epsilon}\,\Omega_{21}}\times$$
$$\times\,\mathrm{Im}\int d\mathbf{u}\int\limits_{-\infty}^{0}\frac{dtM}{2\pi\hbar t}\exp\left[\frac{i(\delta\varepsilon - i\gamma)t}{\hbar}\right]\times$$
$$\times\exp\left[i\frac{Mu^2}{2\hbar t} - \frac{t^2}{2\hbar^2}\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^1 dx' W(|\mathbf{u}|(x-x'))\right]. \quad (43)$$

Отметим, что при вычислении (43) существенны временные интервалы порядка $\hbar/\gamma_{eff}$; здесь $\gamma_{eff}$ определяет результирующее уширение пика.

Для случая крупномасштабных изменений ширины КЯ, когда

$$\varepsilon_c \equiv \frac{2}{M}\left(\frac{\hbar}{l_c}\right)^2 \ll \gamma_{eff},$$

описывающий неоднородное уширение член в (43) принимает вид $\exp[-(\overline{\delta\varepsilon}t/\hbar)^2/2]$; здесь энергия $\varepsilon_c$ введена для оценки дрейфовых вкладов в уширение пика. После элементарного интегрирования по $\mathbf{u}$ относительное поглощение дается простым интегралом по времени (29). Таким образом, неравенство $\varepsilon_c \ll \gamma_{eff}$ определяет пределы применимости локального приближения, обсуждавшегося в разд. 4. Такая зависимость также справедлива на хвостах пика поглощения при выполнении условия $\varepsilon_c \le |\delta\varepsilon|$, так что лоренцевский спектр всегда реализуется при больших энергиях расстройки.

В противоположном предельном случае мелкомасштабных неоднородностей, $\varepsilon_c \gg \gamma_{eff}$, необходимо более детальное рассмотрение формы центральной части пика, где $|\delta\varepsilon| \le \varepsilon_c$. Поскольку лишь малые значения $|x - x'|$ дают вклад в пропорциональный $t^2$ член в (40), относительное поглощение преобразуется к виду

$$\xi(\delta\varepsilon) \approx \frac{e^2}{\hbar c}\frac{4|v_\perp|^2 n_{2D}}{\sqrt{\epsilon}\,\Omega_{21}}\times$$
$$\times\,\mathrm{Im}\int\limits_0^\infty dt\exp\left[\frac{i(\delta\varepsilon + i\gamma)t}{\hbar}\right]\int d\mathbf{s}\exp(iv^2)\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{\sqrt{\pi}\,\overline{\delta\varepsilon}^2(t/\hbar)^{3/2}}{2v\sqrt{\varepsilon_c}}\right], \quad (44)$$

где изменено направление временной оси и вместо смещения $\mathbf{u}$ введена безразмерная переменная $\mathbf{s}$.

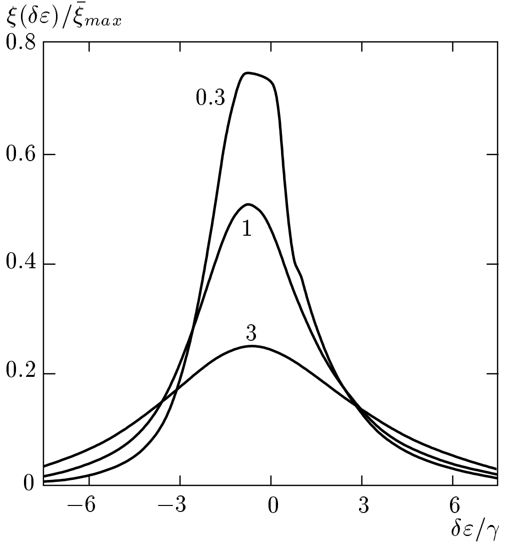


**Рис. 4.** Относительное поглощение (в единицах $\bar{\xi}_{max} = (e^2/\hbar c)(4\pi v_\perp n_{2D}/\sqrt{\epsilon}\Omega_{21})(\hbar/\gamma))$ для различных значений $\gamma/\Gamma_{sr}$, указанных у кривых

Пропорциональный $\overline{\delta\varepsilon}$ член в показателе экспоненты можно заменить единицей при выполнении условия

$$\Gamma_{sr}^{3/2} \ll \gamma_{eff}^{3/2}, \quad \Gamma_{sr} \equiv \sqrt[3]{\frac{\pi}{4}} \frac{\overline{\delta\varepsilon}^{4/3}}{\varepsilon_c^{1/3}} = \sqrt[3]{\pi} \frac{\Gamma^{4/3}}{\varepsilon_c^{1/3}}, \qquad (45)$$

$\Gamma_{sr}$ — характерная энергия уширения в случае мелкомасштабных неоднородностей. В предельном случае (45) пик поглощения оказывается лоренцевским с однородным столкновительным уширением $\gamma$. Если же реализуется противоположное (45) неравенство, то интегрирования в (44) надо выполнять численно.

На рис. 4 приведены зависимости относительного поглощения от $\delta\varepsilon/\gamma$ для различных значений отношения $\gamma/\Gamma_{sr}$. При больших значениях этого параметра реализуется обычный лоренцевский пик с полушириной $\gamma$. С уменьшением $\gamma/\Gamma_{sr}$ пик становится слегка асимметричным, а его полуширина оказывается порядка $\Gamma_{sr}$; величина $\xi(\delta\varepsilon)$ также медленнее изменяется вблизи максимума. Такая форма пика лучше аппроксимируется суммой двух лоренцевских вкладов с заметно различающимися полуширинами, чем лоренцевской или гауссовской кривой с какими-либо параметрами. Более сложную аппроксимацию для определяемого формулой (44) пика поглощения можно получить, записав $\int d\mathbf{s}$ как сумму асимптотик при $t \to 0$ и при больших временах (в этой области интеграл берется методом перевала). В результате $\xi(\delta\varepsilon)$ дается суммой лоренцевского пика полушириной $\gamma$ и добавки полушириной порядка $\gamma + \Gamma_{sr}$, убывающей как $|\delta\varepsilon|^{-3/2}$.

Характерная энергия $\varepsilon_c$, определяющая условия применимости приближения мелкомасштабных неоднородностей и энергию $\Gamma_{sr}$, выражается через введенную в (37) массу. Для GaAs-КЯ шириной 100 Å и с концентрацией электронов $5.6 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$ получаем $M \approx 1.7m$, так что при значениях $l_c$ около 200 Å (когда еще выполнены условия $l_c > d, a_B$) имеем $\varepsilon_c \approx 3$ мэВ. Используя неоднородное уширение $\Gamma = 3$ мэВ, соответствующее $\overline{\delta d}$, из (45) получаем $\Gamma_{sr} \approx 4.4$ мэВ. При таких параметрах $\varepsilon_c$ лишь сравнивается с $\gamma_{eff}$, т. е. условия применимости коротковолнового предельного случая хорошо выполняются при уменьшении $\overline{\delta d}$ и $l_c$. В работах [5, 12] наблюдались слабо зависящие от температуры пики, форма которых была близка к лоренцевской, так что уширение обусловлено неровностями гетероструктуры. Поскольку подвижность изучаемых в [5, 12] образцов не коррелировала с шириной линии, то вклад неровностей в однородное уширение (существенный при $l_c \le \hbar/p_F$) можно считать малым, так что реализуется описанный выше механизм уширения (соответствующий условию $l_c \ge \hbar/p_F$).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные здесь результаты демонстрируют существенный вклад крупномасштабных неэкранируемых вариаций энергии межподзонного перехода в уширение пика поглощения. Такой механизм уширения может оказаться доминирующим не только в дальнем, но и в среднем ИК диапазоне. С уменьшением корреляционной длины неоднородностей реализуется режим нелокального отклика и гауссовская форма линии трансформируется в лоренцевскую.

Кратко обсудим использованные в работе приближения. При оценках межуровневой энергии и ее вариаций за счет неровностей гетерограниц использовалась простейшая модель КЯ с высокими барьерами, а уширение перехода за счет столкновений описывается феноменологической частотой релаксации $\nu$. Поскольку неидеальность гетероструктуры мало изменяет приповерхностную диэлектрическую проницаемость, возбуждающее поле $E_\perp$ предполагается однородным в $2D$-плоскости. Эти приближения общеприняты, а центральным приближением этого расчета является простая аппроксимация функций (23), которая позволяет замкнуть цепочку уравнений баланса и провести описание формы пика, учитывая нелокальные эффекты с помощью стандартного усреднения континуального интеграла. Применимость такого приближения основана на хорошем совпадении приведенных на рис. 2 результатов численного расчета и аппроксимации функций (23). Предполагается также плавность неоднородностей КЯ: корреляционная длина $l_c$ считается заметно большей $a_B$, так что имеет место полная экранировка вариаций энергии основного состояния. Вариации межподзонной энергии считаются малыми по сравнению с энергией Ферми, что позволяет ограничиться вкладом прямолинейных траекторий при вычислении (40). Численное рассмотрение противоположного предельного случая локализации электронов в слаболегированной КЯ проведено в недавней работе [18]. Изучение перехода между случаями малых и больших неоднородностей требует специального рассмотрения (аналогичная задача возникает при описании формы пика экситонного поглощения в неидеальной КЯ [19]).

Несмотря на использованные упрощения, приведенные в разд. 4 и 5 результаты описывают переход между режимами неоднородного и однородного уширений пика межзонного поглощения и дают ширину линии в зависимости от параметров КЯ и от характера неоднородности гетерограниц. Численные оценки демонстрируют существенный вклад рассмотренного механизма в уширение пика поглощения. Такой механизм уширения необходимо учитывать не только при описании спектральных характеристик различных устройств (детекторов, модуляторов) далекого и среднего ИК диапазона, но также и при рассмотрении резонансного усиления монополярных лазеров. Этот механизм уширения должен также проявляться в процессах неупругого рассеяния света с участием межподзонных переходов [20].

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Intersubband Transitions in Quantum Wells: Physics and Devices*, ed. by S. S. Li and Y.-K. Su, Kluwer Acad. Publ., Boston (1998).
2. F. T. Vasko and A. Kuznetsov, *Electronic States and Optical Transitions in Semiconductor Heterostructures*, Springer, Berlin (1998).
3. M. Helm, in *Intersubband Transitions in Quantum Wells: Physics and Device Applications*, Semiconductors and Semimetals **62**, 1 (2000).
4. B. Gelmont, V. Gorfinkel, and S. Luryi, Appl. Phys. Lett. **68**, 2171 (1996).
5. K. L. Campman, H. Schmidt, A. Imamoglu, and A. C. Gossard, Appl. Phys. Lett. **69**, 2554 (1996).
6. G. Beadie, W. S. Rabinovich, D. S. Katzer, and M. Goldenberg, Phys. Rev. B **55**, 9731 (1997).
7. S. Tsujino, M. Rufenacht, H. Nakajima, T. Noda, C. Metzner, and H. Sakaki, Phys. Rev. B **62**, 1560 (2000).
8. D. E. Nikonov, A. Imamoglu, and M. O. Scully, Phys. Rev. B **59**, 12212 (1999).
9. O. E. Raichev and F. T. Vasko, Phys. Rev. B **60**, 7776 (1999).
10. F. T. Vasko, J. P. Sun, G. I. Haddad, and V. V. Mitin, J. Appl. Phys. **87**, 3582 (2000).
11. Ф. Т. Васько, В. М. Розенбаум, ФТТ **21**, 648 (1979).
12. R. J. Warburton, K. Weilhammer, C. Jabs, J. P. Kotthaus, M. Thomas, and H. Kroemer, Physica E **7**, 191 (2000).
13. M. Helm, P. England, E. Colas, F. DeRosa, and S. J. Allen, Phys. Rev. Lett. **63**, 74 (1989).
14. M. Rochat, J. Faist, M. Beck, U. Oesterle, and M. Ilegems, Appl. Phys. Lett. **73**, 3724 (1998).
15. J. Ulrich, R. Zobl, K. Unterrainer, G. Strasser, E. Gornic, K. D. Maranowski, and A. C. Gossard, Appl. Phys. Lett. **74**, 3158 (1999).
16. В. Л. Бонч-Бруевич, И. П. Звягин, Р. Кайпер и др., *Электронная теория неупорядоченных полупроводников*, Москва, Наука (1981).
17. F. T. Vasko, O. G. Balev, and N. Studart, Phys. Rev. B **62**, 12940 (2000).
18. C. Metzner and G. H. Dohler, Phys. Rev. B **60**, 11005 (1999).
19. Ж. С. Геворкян, Ю. Е. Лозовик, ФТТ **27**, 1800 (1985).
20. A. Pinczuk, S. Schmitt-Rink, G. Danan, J. P. Valladares, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **63**, 1633 (1989); S. Ernst, A. R. Goni, K. Syassen, and K. Eberl, Phys. Rev. Lett. **72**, 4029 (1994).