

## НЕЛИНЕЙНЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ МАНДЕЛЬШТАМА–БРИЛЛЮЭНА В ПЛАЗМЕ

*К. Ю. Вагин<sup>a\*</sup>, И. В. Кузора<sup>a</sup>, К. Н. Овчинников<sup>a</sup>, В. П. Силин<sup>a</sup>,  
С. А. Урюпин<sup>a</sup>, К. Дж. МакКинстри<sup>c</sup>, М. В. Козлов<sup>b</sup>*

<sup>a</sup> *Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
117991, Москва, Россия*

<sup>b</sup> *Рочестерский университет  
Рочестер, США*

<sup>c</sup> *Люсент Текнолоджис, Холмдел, США*

Поступила в редакцию 9 июля 2001 г.

Установлены новые явления, при которых вынужденное рассеяние Манделъштама–Бриллюэна в плазме при нелинейном возрастании интенсивности поля накачки изменяет число частотных сдвигов и их величину, а также оказывается запрещенным, а затем (при последующем росте интенсивности накачки) снова разрешенным.

PACS: 42.65.Es, 52.35.Dm, 52.35.Fp, 52.35.Mw, 52.35.Qz, 52.38.Bv

Вынужденное рассеяние Манделъштама–Бриллюэна (ВРМБ) в том случае, когда оно происходит с участием низкочастотных сильнозатухающих возбуждений, может сопровождаться достаточно сильным нелинейным эффектом изменения спектра рассеянного излучения. Это отвечает требованию, чтобы поле рассеиваемого излучения (поля накачки) было достаточно сильным для преодоления диссипации, которая определяет сильное затухание низкочастотных возбуждений. В этом смысле само явление ВРМБ оказывается достаточно сильным нелинейным эффектом. Поскольку затухание интересующих нас низкочастотных возбуждений сравнимо с частотой, то уже на пороге ВРМБ-неустойчивости спектр участвующих в рассеянии возбуждений изменяется по сравнению со спектром таких сильнозатухающих возбуждений в отсутствие поля накачки. В надпороговой области такой эффект проявляется в зависимости спектра ВРМБ от интенсивности поля накачки. Ниже возможность обсуждаемого явления демонстрируется на примере плазмы с двумя сор-

тами ионов, когда наблюдаются своеобразные нелинейные свойства спектра рассеянного излучения.

Свойства коллективных возбуждений бесстолкновительных плазм с двумя сортами ионов давно привлекают внимание исследователей [1–6]. Такие коллективные возбуждения могут своеобразно проявляться в ВРМБ [7–10]. В последнем случае коллективные плазменные возбуждения обычно связывают с ионно-звуковыми волнами. Свойства таких волн под действием рассеивающегося поля накачки определенным образом изменяются. Это позволяет говорить о распаде волны накачки на рассеянную волну и звуковую ВРМБ-квазимоду. В простейшей ситуации слабого затухания обычных ионно-звуковых волн в плазме главное отличие звуковых квазимод ВРМБ от обычных волн заключается только в том, что квазимоды при превышении порога параметрической неустойчивости не затухают. Однако положение существенно меняется тогда, когда затухание обычных ионно-звуковых волн не мало и когда их декремент затухания не очень мал по сравнению с их частотой. Действительно, на пороге ВРМБ затухание ионно-звуковых волн должно быть

\*E-mail: silin@sci.lebedev.ru

подавлено полем накачки. При этом для сильнозатухающих ионно-звуковых волн поле накачки оказывается настолько сильным, что оно приводит к весьма существенному отличию частоты пороговых квазимод ВРМБ от частоты обычных ионно-звуковых волн. Поскольку спектр ВРМБ-квазимод является акустическим,  $\omega = kV$ , то, как показано ниже, имеет место существенное отличие скорости квазимод  $V$  от обычных скоростей звука быстрых и медленных ионно-звуковых волн, могущих иметь место в плазме с двумя сортами ионов в отсутствие электромагнитного поля накачки [1–6].

В работе [10] на примере водородной плазмы с тяжелой примесью были установлены своеобразные зависимости скорости пороговых ВРМБ-квазимод от концентрации примесей и степени неизотермичности плазмы, т. е. от отношения температур электронов и ионов. В частности, в работе [10] было показано, что при данной неизотермичности возможно возбуждение трех различных ВРМБ-квазимод с различными порогами. В работе [10] установлена своеобразная возможность возбуждения при одном и том же пороге двух различных квазимод с различающимися частотами, что отвечает ВРМБ сразу с двумя различными сдвигами частоты. Здесь необходимо подчеркнуть, что такое нелинейное изменение скорости ионного звука под влиянием поля накачки возникает при не очень сильном поле накачки. Это имеет место тогда, когда отношение энергии осцилляций электрона в поле накачки к его тепловой энергии по порядку величины равно малому отношению частоты электрон-ионных столкновений к частоте поля накачки. Это существенно отличает обсуждаемое нами нелинейное явление изменения спектра ВРМБ-квазимод от явления изменения скорости ионного звука под действием сильного поля накачки в условиях, когда энергия осцилляций электрона превышает его тепловую энергию [11].

В настоящем сообщении рассмотрены некоторые нелинейные свойства ВРМБ-квазимод в условиях, когда порог параметрической неустойчивости превышен. Установлено нелинейное изменение скорости звука ВРМБ-квазимод с ростом интенсивности накачки в надпороговой области. Показано, как с ростом интенсивности накачки могут исчезать ВРМБ-квазимоды и ВРМБ может оказаться запрещенным, а при последующем росте поля накачки снова разрешенным.

Будем считать, что поле накачки линейно поляризовано:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{E}_0}{2} \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - i\omega_0 t) + c.c., \quad (1)$$

где  $\omega_0^2 = \omega_{Le}^2 + k_0^2 c^2$ ,  $\omega_{Le}^2 = 4\pi e^2 N_e / m_e$ . Для амплитуды скорости осцилляций электрона в поле накачки имеем  $\mathbf{v}_E = e\mathbf{E}_0 / m_e \omega_0$ . Электромагнитное поле рассеянной волны имеет частоту  $\omega_s = \omega_0 - \omega$  и волновой вектор  $\mathbf{k}_s = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}$ , где  $\omega$  и  $\mathbf{k}$  — соответственно частота и волновой вектор квазимод. Следуя работам [12, 13], для описания ВРМБ используем дисперсионное уравнение

$$\frac{1}{\delta\varepsilon_e(\omega, k)} + \frac{1}{\delta\varepsilon_i(\omega, k)} = \frac{k^2 |(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \times \mathbf{v}_E|^2}{4(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)^2 D_-}, \quad (2)$$

где

$$D_- = -(\omega - i\gamma_{ei} - \omega_0)^2 + c^2(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)^2 + \omega_{Le}^2 \quad (3)$$

— дисперсионная функция рассеянного поля, а  $\gamma_{ei} = -\omega_{Le}^2 \nu_{ei} / 2\omega_0^2$ ,  $\nu_{ei}$  — частота столкновений электронов с ионами. В уравнении (2)

$$\delta\varepsilon_i(\omega, k) = \sum_{\alpha} \delta\varepsilon_{\alpha}(\omega, k),$$

где суммирование ведется по всем сортам ионов. В (2) принято  $|\delta\varepsilon_i| \gg 1$ , а также  $v_E^2 \ll \omega\omega_0 r_{De}^2$ , что отвечает ионно-звуковому спектру ВРМБ-квазимод.

Рассматривая развитие ВРМБ во времени, примем в (2)  $\omega \rightarrow \omega + i\gamma$ , где  $\gamma \ll \omega$ . Считая далее выполненным условие  $c^2(2\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_0 - k^2) = 2\omega\omega_0 - \omega^2$ , получаем  $D_- = 2i\omega_0(\gamma - \gamma_{ei})$ . Тогда из (2) получаем следующие два уравнения:

$$a(\omega, k) = \gamma \frac{\partial}{\partial \omega} b(\omega, k), \quad (4)$$

$$0 = b(\omega, k) + \gamma \frac{\partial}{\partial \omega} a(\omega, k) + \frac{k^2 |(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \times \mathbf{v}_E|^2}{8\omega_0(\gamma - \gamma_{ei})k_0^2}, \quad (5)$$

где

$$a(\omega, k) = \text{Re} \left\{ \frac{1}{\delta\varepsilon_e(\omega, k)} + \frac{1}{\delta\varepsilon_i(\omega, k)} \right\}$$

$$b(\omega, k) = \text{Im} \left\{ \frac{1}{\delta\varepsilon_e(\omega, k)} + \frac{1}{\delta\varepsilon_i(\omega, k)} \right\}.$$

Эти уравнения определяют инкремент нарастания ВРМБ-возмущений и спектр квазимод. В предположении максвелловских распределений частиц плазмы при наличии двух сортов ионов будем считать температуры ионов одинаковыми,  $T_1 = T_2 = T_i$ , а для отношения температур электронов и ионов используем обозначение  $X = T_e / T_i$ . Звуковую скорость квазимод будем считать малой по сравнению с тепловой скоростью электронов  $v_{Te} = \sqrt{\kappa T_e / m_e}$ . Для тепловых скоростей различных сортов ионов

примем  $\sqrt{\kappa T_i/m_1} = v_{T1} > v_{T2} = \sqrt{\kappa T_i/m_2}$ , а также используем обозначение  $z = V/v_{T1}$ . Тогда уравнения (4), (5) принимают вид

$$X + \Phi_1(z) = -\frac{\gamma}{kv_{T1}} X \frac{\partial \Psi(X, z)}{\partial z}, \quad (6)$$

$$I \frac{\gamma_{ei}}{\gamma_{ei} - \gamma} + \frac{\gamma}{kv_{T1}} \frac{1}{X} \frac{d\Phi_1(z)}{dz} = \Psi(X, z). \quad (7)$$

При этом использованы следующие обозначения:

$$I = \frac{\omega_0}{\nu_{ei}} \frac{|(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \times \mathbf{v}_E|^2}{4k_0^2 v_{Te}^2}, \quad (8)$$

$$\Psi(X, z) = \sqrt{\frac{\pi}{2X}} \frac{m_e}{m_1} z + \frac{\Phi_2(z)}{X}.$$

$$\Phi_1(z) = F_1(z)[F_1^2(z) + F_2^2(z)]^{-1},$$

$$\Phi_2(z) = F_2(z)[F_1^2(z) + F_2^2(z)]^{-1},$$

$$F_1(z) = \xi_1 \left[ 1 - \sqrt{2} z F \left( \frac{z}{\sqrt{2}} \right) \right] + \xi_2 \left[ 1 - \sqrt{2} z u F \left( \frac{z u}{\sqrt{2}} \right) \right],$$

$$F_2(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} z \left\{ \xi_1 \exp \left( -\frac{z^2}{2} \right) + \xi_2 u \exp \left( -\frac{u^2 z^2}{2} \right) \right\},$$

$$\xi_1 = Z_1 \left( 1 + \frac{Z_2 N_2}{Z_1 N_1} \right)^{-1}, \quad \xi_2 = Z_2 \left( 1 + \frac{Z_1 N_1}{Z_2 N_2} \right)^{-1}.$$

Здесь  $Z_\alpha$  — кратность ионизации,  $N_\alpha$  — плотность числа ионов сорта  $\alpha$ ,  $u = \sqrt{m_2/m_1}$  и, наконец,

$$F(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$$

— интеграл Доусона [14].

Своеобразные следствия уравнений (6) и (7), описывающих нелинейную зависимость спектра ВРМБ-квазимод от интенсивности накачки, продемонстрируем на примере  $\text{Xe}_y^{+40} \text{H}_{1-y}^+$ -плазмы (см. ниже рис. 1–7). При этом будем интересоваться ситуацией, в которой ионы ксенона являются примесью ( $y \equiv N_2/(N_1 + N_2) \ll 1$ ).

На рис. 1 приведены кривые, характеризующие в зависимости от степени неизотермичности  $X$  скорость звуковых ВРМБ-квазимод на пороге неустойчивости  $z_{th}(X)$  и порог возбуждения таких квазимод  $I_{th}(X) \equiv \Psi(X, z_{th}(X))$ . Принимая во внимание определение (8) величины  $I$  и плотности потока излучения  $q = cE_0^2/8\pi$ , можно видеть, что пороговому значению  $I_{th}(X)$  соответствует сравнительно небольшая величина плотности потока. В частности, в случае ВРМБ назад, когда  $\mathbf{k} = 2\mathbf{k}_0$ , имеем

$$q_{th} \equiv \frac{c}{8\pi} (E_0^2)_{th} = \frac{c}{8\pi} \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} \frac{m_e^2 \omega_0^2 v_{Te}^2}{e^2} I_{th}(X) = I_{th}(X) \cdot 2.7 \cdot 10^{15} \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} \right] \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} \frac{T_e [\text{кэВ}]}{\lambda^2 [\text{мкм}]},$$

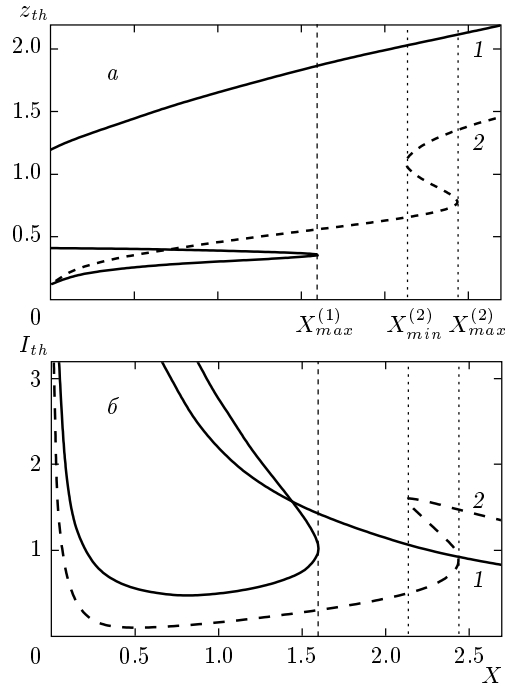


Рис. 1. Зависимости от степени неизотермичности  $X$ : а) скорости звуковых ВРМБ-квазимод  $z_{th}(X)$  на пороге неустойчивости и б) порога возбуждения таких квазимод  $I_{th}(X)$  в  $\text{Xe}_y^{+40} \text{H}_{1-y}^+$ -плазме для следующих значений концентрации ксенона  $y = 0.01$  (кривые 1),  $y = 0.06$  (кривые 2)

Здесь  $T_e$  — температура электронов в килоэлектрон-вольтах,  $\lambda$  — длина волны поля накачки в микрометрах. Сплошные кривые отвечают концентрации ксенона  $y = 0.01$ , а штриховые отвечают большей концентрации  $y = 0.06$ . Для обоих случаев концентраций характерно наличие трех ветвей ВРМБ-квазимод при  $X_{min}(y) < X < X_{max}(y)$ . При  $y = 0.01$  имеем  $X_{max}^{(1)} \approx 1.60$ , а при  $y = 0.06$  имеем  $X_{min}^{(2)} \approx 2.14$  и  $X_{max}^{(2)} \approx 2.44$ . Для случая  $y = 0.01$  область трех ветвей квазимод не ограничена снизу, т. е.  $X_{min}^{(1)} = 0$ . Еще более важное свойство случая малой концентрации заключается в наличии точки самопересечения пороговой кривой рис. 1б. Такого нет в случае большей концентрации.

Обсудим сначала случай меньшей концентрации,  $y = 0.01$ , описываемый на рис. 1 сплошными кривыми. В этом случае верхняя сплошная кривая на рис. 1а отвечает нелинейному продолжению в область небольших неизотермичностей скорости быстрой квазимоды, которой при  $X \gg 1$  отвечает скорость обычного быстрого звука  $V = r_{De} \sqrt{\omega_{L1}^2 + \omega_{L2}^2}$ . Две нижние сплошные кривые заметно отделены от

кривой быстрой волны. Их можно рассматривать как результат расщепления спектра медленной ионно-звуковой волны.

Самую нижнюю, сплошную кривую на рис. 1а соотнесем со скоростью  $z_s$ , которую будем называть скоростью медленной волны, а чуть выше расположенную сплошную кривую соотнесем со скоростью  $z_i$ , называемой промежуточной. При  $X = X_{max}^{(1)}$  две нижние ветви ВРМБ-квазимод сходятся. Качественные свойства этих двух сравнительно медленных квазимод, значительно отделенных по величине скорости в рассматриваемом случае от быстрой волны, можно понять на основе упомянутого представления о нелинейном расщеплении обычной моды медленного ионного звука. Усмотрим это с помощью аналитического следствия, получаемого из уравнения (6) в предположении, что скорости ВРМБ-квазимод оказываются, с одной стороны, малыми по сравнению с  $v_{T1}$  и, с другой стороны, большими по сравнению с  $v_{T2}$ . Последнее отвечает условиям реализации медленных ионно-звуковых волн в отсутствие поля накачки. В наших условиях из уравнения (6) имеем

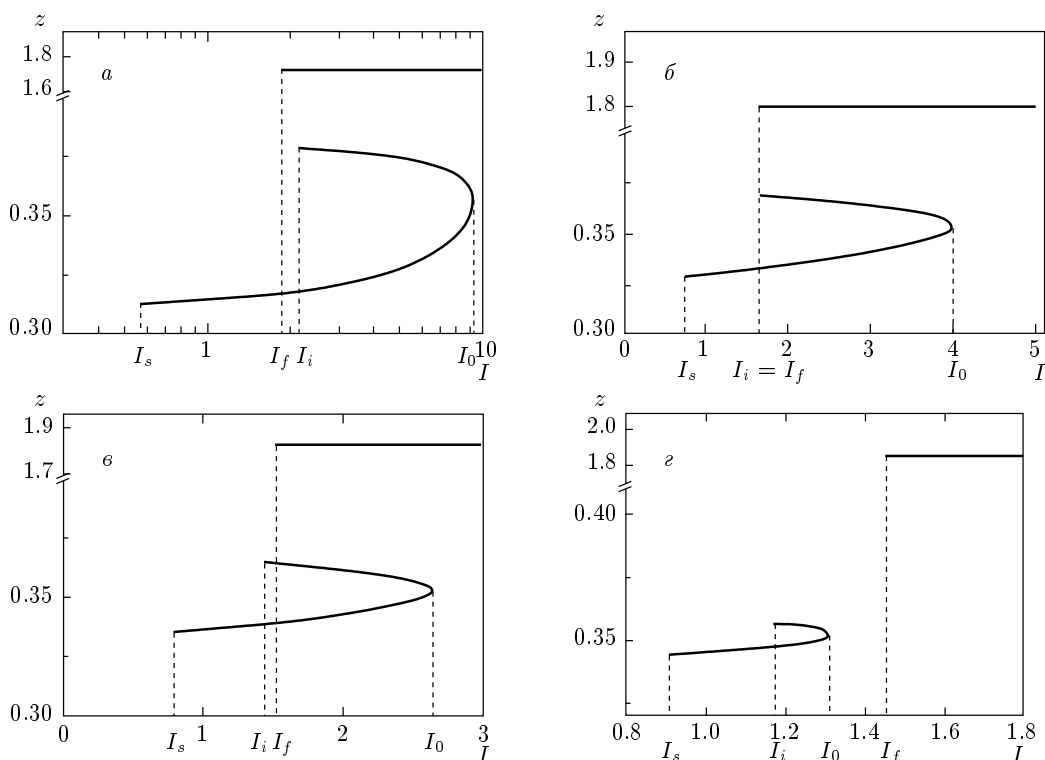
$$z^2 = \frac{\xi_2}{u^2} \left[ \xi_1 + \frac{1}{2X \left[ 1 + \frac{\gamma}{kv_{T1}} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right]} \pm \sqrt{\frac{1}{\left\{ 2X \left[ 1 + \frac{\gamma}{kv_{T1}} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right] \right\}^2 - F_2^2(z)}} \right]^{-1}. \quad (9)$$

Знак плюс в этой формуле отвечает меньшему значению скорости, т. е. нижней ветви нелинейной зависимости  $z_s(I)$  от безразмерной интенсивности накачки  $I$ , а также меньшему значению порога неустойчивости  $I_s$ . Знак минус отвечает большему значению звуковой скорости ВРМБ-квазимоды  $z_i(I)$ , а также большему значению порога неустойчивости  $I_i$ . При этом после достижения порога возбуждения квазимоды со скоростью  $z_i(I)$  при дальнейшем росте интенсивности накачки две ветви сближаются. Соответственно значение интенсивности  $I_0$ , определяющееся согласно (9) условием

$$1 = \left[ 2X \left( 1 + \frac{\gamma}{kv_{T1}} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) \right]^2 F_2^2(z),$$

отвечает нелинейному слиянию двух ветвей  $z_s(I)$  и  $z_i(I)$ . Таким образом, нижняя ветвь  $z_s(I)$  оказывается расположена между точками  $I_s \leq I \leq I_0$ , а верхняя ветвь  $z_i(I)$  расположена между точками  $I_i \leq I \leq I_0$ .

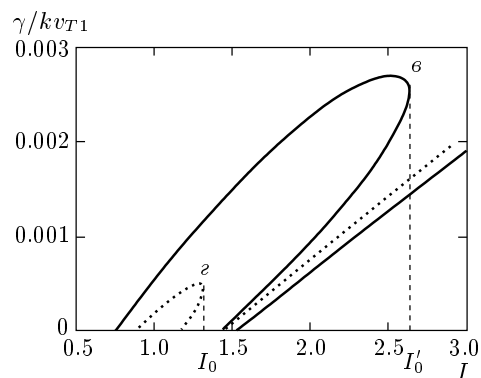
Соотнесем качественные следствия формулы (9) с нелинейными закономерностями рис. 2, отвечающими решениям уравнений (6) и (7) при различных значениях  $X$ . Быстрая ионно-звуковая ВРМБ-квазимода  $z_f$  возбуждается при пороге  $I_f$ . Такой квазимоде соответствует  $z > z_i$ . Здесь возможны различные картины развития ВРМБ-неустойчивости. Рисунок 2а иллюстрирует ситуацию, когда  $I_s < I_f < I_i$ . Этому случаю при  $I_s < I < I_f$  отвечает спектр ВРМБ с одной частотой, отвечающей медленной квазимоды. При  $I_f < I < I_i$  имеет место спектр ВРМБ с двумя смещениями частоты, отвечающими одной медленной квазимоды и одной быстрой. Далее с ростом интенсивности накачки возбуждается квазимода  $z_i$  и имеет место спектр ВРМБ с тремя смещенными частотами. При дальнейшем росте интенсивности накачки при  $I = I_0$  снова возникает случай двух смещений частоты рассеянного излучения, поскольку при этом ветви  $z_s$  и  $z_i$  совпадают. Из результатов, приведенных на рис. 2а, ясно, что вблизи  $I = I_0$  звуковая скорость двух более медленных квазимод сильно нелинейно зависит от интенсивности накачки, что, впрочем, следует и из формулы (9). Далее при  $I > I_0$ , согласно рис. 2а, возникает ВРМБ-неустойчивость с обычным смещением спектра рассеянного излучения на одну частоту быстрой квазимоды. Рисунок 2б иллюстрирует такую ситуацию, когда быстрая квазимода возбуждается при том же пороге, когда возбуждается промежуточная квазимода  $z_i$ . Это имеет место при  $X \approx 1.43$ . При большом превышении порогового значения в интервале  $I_i = I_f < I < I_0$  спектр ВРМБ поля рассеянной волны характеризуется тремя смещениями частоты. Наконец, при  $I > I_0$  возникает обычная ситуация одного смещения частоты рассеянного поля. Случай, отвечающий концентрации ксенона  $y = 0.01$  и иллюстрируемый рис. 2в, соответствует  $X = 1.5$ , когда после возбуждения при сравнительно низком пороге медленной квазимоды на интервале  $I_s \leq I < I_i$  имеет место лишь одно смещение частоты рассеянного излучения на частоту медленной волны. Затем при  $I = I_i$  возбуждается промежуточная волна и на интервале  $I_i \leq I < I_f$  в спектре ВРМБ соответственно возможны два смещения частоты. Далее, при  $I = I_f$ , возбуждается быстрая квазимода, что приводит к трем частотным смещениям в спектре ВРМБ. Наконец, при  $I > I_0$  имеет место лишь одно частотное смещение спектра рассеянного излучения. Рисунок 2г иллюстрирует весьма своеобразный нелинейный эффект ВРМБ, когда с ростом интенсивности накачки сначала



**Рис. 2.** Зависимости скорости  $z(I)$  возбуждаемых в  $\text{Xe}_y^{+40}\text{H}_{1-y}^+$ -плазме ВРМБ-квазимод от интенсивности накачки  $I$  при  $y = 0.01$  для следующих значений неизотермичности:  $a - X = 1.20$ ;  $б - X \approx 1.43$ ;  $в - X = 1.50$ ;  $г - X = 1.58$

возбуждается ветвь  $z_s$ , т.е. реализуется ВРМБ с одним смещением частоты. Далее возбуждается ветвь  $z_i$ , а быстрая ветвь  $z_f$  еще не находится в режиме превышения порогового значения. Это отвечает ВРМБ с двумя смещениями частоты. Далее, согласно рис. 2г, две медленные ветви  $z_s$  и  $z_i$  благодаря их сильному нелинейному взаимодействию сливаются при  $I = I_0$ . Однако при этом оказывается, что порог возбуждения быстрой квазимоды все еще не достигнут. Поэтому превышение порогового значения, когда  $I_0 < I < I_f$ , приводит к возникновению нелинейного запрета ВРМБ, который снимается при  $I > I_f$ . Иными словами, на рис. 2г виден эффект нелинейного запрета с последующим нелинейным разрешением ВРМБ. Этот эффект является сильно нелинейным подобно тому, как сильно нелинейной оказывается зависимость от накачки звуковой скорости медленных квазимод вблизи  $I = I_0$ , см. рис. 2а, б, в.

На рис. 3 приведены кривые, характеризующие временной инкремент ВРМБ-неустойчивости, для тех случаев, которые отвечают рис. 2в (сплошная кривая) и рис. 2г (пунктир). Прямые линии на рис. 3 соответствуют быстрой волне со скоростью



**Рис. 3.** Зависимости временного инкремента ВРМБ-неустойчивости  $\gamma(I)$  от интенсивности накачки  $I$  для тех же параметров плазмы, что и на рис. 2в и г

$v_f$  рис. 2в и г, на которых показано, что такая скорость практически не зависит от интенсивности накачки, т.е. отвечает в представленной на рисунках области интенсивностей накачки картине, подобной возникающей в линейной теории спектров возбуждений. В свою очередь, прямые линии на рис. 3

характеризуют линейную функциональную зависимость от интенсивности накачки тех инкрементов ВРМБ-неустойчивости, которые отвечают быстрой ВРМБ-квазимод. Такая функциональная зависимость характерна для обычной линейной теории вынужденного рассеяния. Расположенные в левой части рис. 3 нелинейные кривые описывают зависимость инкремента параметрической неустойчивости, которая связана с возбуждением расщепленной медленной ВРМБ-квазимоды, что отвечает зависящим нелинейно от интенсивности накачки скоростям  $v_s(I)$  и  $v_i(I)$  на рис. 2в, г. Эти расположенные в левой части рис. 3 кривые, характеризующие инкременты медленных квазимод, качественно отличаются от линейной зависимости инкремента быстрых квазимод от интенсивности накачки. Мы видим своеобразную зависимость, о которой естественно говорить как о нелинейной зависимости инкремента от интенсивности накачки. Вертикальные штриховые прямые на рис. 3 отвечают максимальным значениям интенсивности накачки, при которых существует (точнее, прекращается) расщепление медленных волн. Надо подчеркнуть, что максимальное значение инкремента расщепленной ВРМБ-квазимоды достигается ранее точки слияния и реализуется для медленной волны.

Обратимся теперь к демонстрации нелинейных спектральных свойств ВРМБ, наблюдающихся тогда, когда  $X$  близко к  $X_{min}(y) \neq 0$ . Этому случаю отвечают кривые 2 на рис. 1а и б, полученные при  $y = 0.06$ . При этом на кривой 2 рис. 1б, отвечающей порогу ВРМБ, отсутствует точка самопересечения. На рис. 4 представлены отвечающие решению системы (6), (7) зависимости скорости квазимод  $z(I)$  и временного инкремента ВРМБ-неустойчивости  $\gamma(I)/kv_{T1}$  от интенсивности поля накачки  $I$  для значения неизотермичности  $X = X_{min}^{(2)}$ . При  $I = I_s$  возбуждается медленная квазимода со скоростью  $z_s(I)$ , слабо зависящей от величины поля накачки, и на интервале  $I_s \leq I < I_i = I_f$  существует лишь одно отвечающее этой квазимоды смещение частот рассеянного излучения (см. рис. 4а). Этой квазимоды соответствует линейно нарастающий в рассматриваемом диапазоне относительно небольших значений  $I$  временной инкремент (см. рис. 4б). При  $I = I_i = I_f$  возникает второе смещение частоты в спектре рассеянного излучения, отвечающее возбуждению промежуточной и быстрой квазимод с совпадающими частотами  $z_i(I_i = I_f) = z_f(I_i = I_f)$ , значительно превышающими звуковую скорость медленной квазимоды  $z_s$ . Именно вблизи  $I_i = I_f$  наиболее сильно проявляется нелинейный эффект влияния накачки на бы-

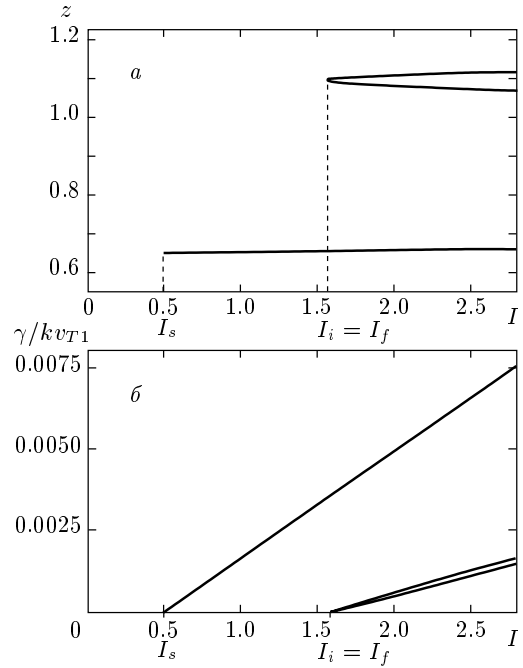
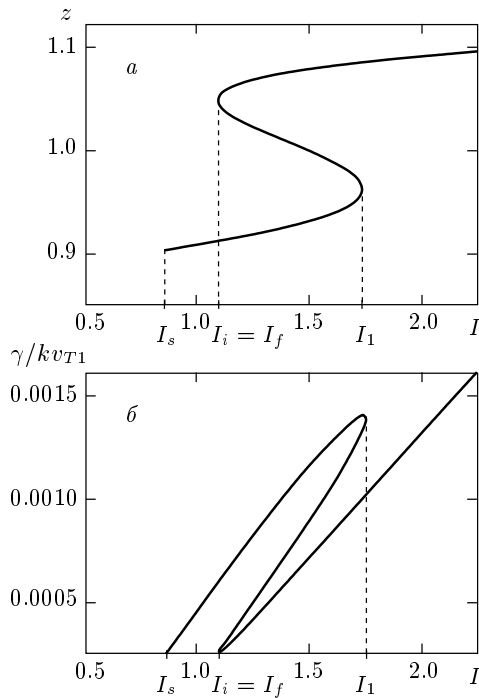


Рис. 4. Зависимости скорости  $z(I)$  и временного инкремента  $\gamma(I)$  возбуждаемых ВРМБ-квазимод от интенсивности накачки  $I$  для концентрации  $y = 0.06$  и неизотермичности  $X \equiv X_{min}^{(2)} \approx 2.14$

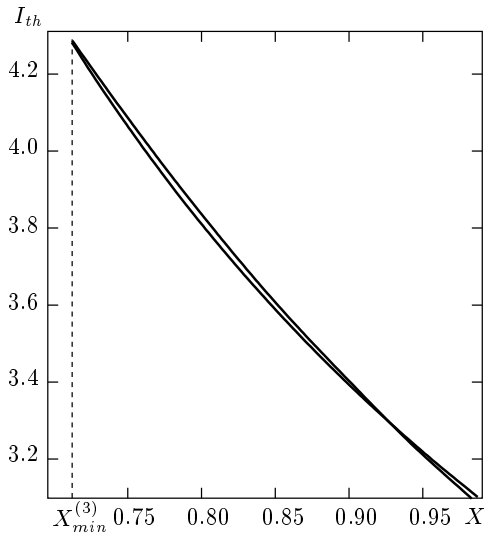
стрые квазимоды. С дальнейшим ростом интенсивности накачки происходит нелинейное расщепление относительно сильно затухающей при рассматриваемой неизотермичности  $X$  обычной быстрой моды ионного звука на две квазимоды с близкими скоростями: быструю с наибольшей звуковой скоростью  $z_f(I)$  и промежуточную с меньшим значением скорости  $z_i(I)$ . При этом нелинейное влияние накачки на скорость расщепленных волн мало, хотя именно нелинейное влияние поля накачки является причиной расщепления быстрых квазимод. Это поведение скоростей  $z_i$  и  $z_f$  в чем-то подобно случаю нелинейного расщепления медленной волны (рис. 2). Таким образом, при  $I > I_i = I_f$  в спектре рассеянного излучения присутствуют три смещения частот, соответствующие  $z_s(I)$ ,  $z_i(I)$  и  $z_f(I)$ . На рис. 4б видно, что в рассматриваемом диапазоне относительно небольших значений  $I$  двум расщепленным квазимодам отвечают практически совпадающие временные инкременты ВРМБ-неустойчивости, по абсолютному значению уступающие инкременту медленной квазимоды. Как видно на рис. 4б, нелинейное влияние накачки на инкремент квазимод еще меньше, чем на их скорость.



**Рис. 5.** Зависимости скорости  $z(I)$  и временно-го инкремента  $\gamma(I)$  возбуждаемых ВРМБ-квазимод от интенсивности накачки  $I$  для концентрации  $y = 0.075$  и неизотермичности  $X \equiv X_{min} \approx 2.78$

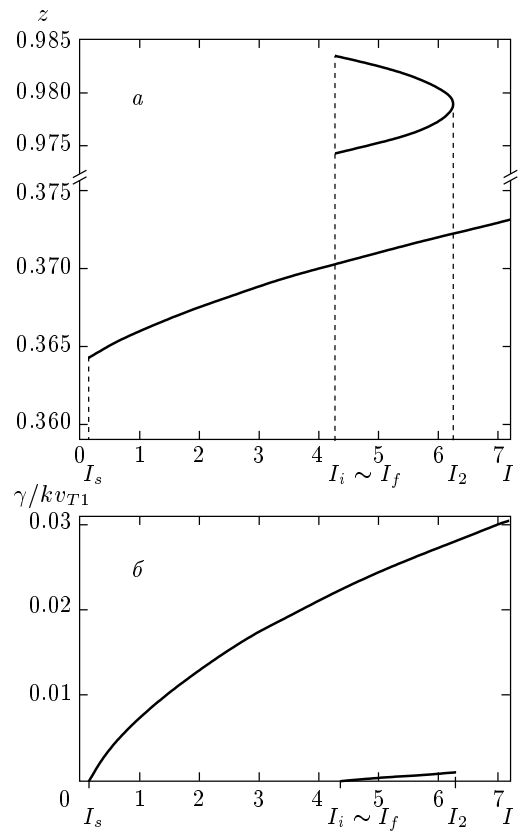
Качественное своеобразие спектра рассеянного излучения для значений неизотермичности плазмы  $X$  близких к  $X_{min}$  состоит, как это было показано при обсуждении рис. 4, в свойстве нелинейного расщепления на две квазимоды именно быстрой моды ионного звука, тогда как для  $X$  близких к  $X_{max}$ , как это видно на рис. 2а-г, нелинейно расщепляется медленная мода ионного звука. Рассмотрим теперь такую ситуацию, когда, в отличие от случаев рис. 2 и 4а, нельзя свести нелинейное поведение скорости квазимод к расщеплению медленной или быстрой волны. Рисунок 5а демонстрирует нелинейную зависимость от  $I$  звуковых скоростей всех трех квазимод ВРМБ, реализующуюся в области небольших значений интенсивности накачки  $I$  для  $\text{Xe}_y^{+40}\text{H}_{1-y}^+$ -плазмы для значений концентрации  $y$  чуть меньших  $y_0 = 0.0765$ . Согласно [10],  $y_0$  отвечает наибольшему значению концентрации ионов тяжелой примеси  $\text{Xe}^{+40}$ , при которой еще существует область трех значений пороговых кривых  $z_{th}(X)$  и  $I_{th}(X)$ . При  $y = 0.075 < y_0$  поведение пороговой скорости  $z_{th}(X)$  и порога ВРМБ  $I_{th}(X)$  качественно подобно иллюстрируемому кривыми 2 на рис. 1а и б, однако граничные значения неизотермичности

$X_{min} \approx 2.78$  и  $X_{max} \approx 2.79$  различаются в этом случае весьма незначительно. Как видно на рис. 5а, при  $I = I_s$  возбуждается медленная квазимода со звуковой скоростью  $z_s(I)$  и на интервале  $I_s \leq I < I_i = I_f$  существует лишь одно отвечающее этой квазимоды смещение частоты рассеянного излучения. При  $I = I_i = I_f$  возбуждаются более быстрая промежуточная и быстрая квазимоды с совпадающими частотами  $z_i = z_f$ . С дальнейшим ростом интенсивности накачки в интервале  $I_i = I_f < I < I_1$  в спектре рассеянного излучения присутствуют все три сдвига частот. На рис. 5б видно, что в интервале интенсивностей накачки  $I_i = I_f < I < I_1$ , где существуют все три квазимоды, их временные инкременты являются величинами одного порядка. При этом наиболее эффективно усиливается медленная квазимода со скоростью  $z_s(I)$ . Промежуточная мода  $z_i(I)$  нарастает менее эффективно, а самым меньшим инкрементом обладает быстрая квазимода  $z_f(I)$ . С дальнейшим ростом поля накачки при  $I > I_1$  рассеянное излучение снова будет характеризоваться лишь одним смещением частоты, обусловленным возбуждением квазимоды  $z_f(I)$ . На рис. 5 видно, при каких интенсивностях накачки наиболее ярко проявляется нелинейное воздействие накачки. Вблизи  $I_i = I_f$  сильное нелинейное влияние накачки испытывают как скорости, так и инкременты, отвечающие расщепленным быстрой и промежуточной квазимодам. Вблизи  $I_1$  поле накачки существенным образом нелинейно влияет на эти же величины, отвечающие расщепленным медленной и промежуточной квазимодам. Вне указанных областей значений  $I$  сохраняется нелинейное влияние накачки на звуковые скорости квазимод: медленной при  $I_s \leq I < I_1$ , промежуточной при  $I_i < I < I_1$  и быстрой при  $I_f < I$ , а инкремент нарастания во времени соответствующих квазимод зависит от интенсивности накачки почти линейным образом. Подчеркнем, что для рассмотренной концентрации  $y = 0.075$ , близкой к граничной  $y_0$ , значения скоростей всех трех квазимод различаются не очень сильно. При этом, однако, описанная выше взаимосвязь медленной, промежуточной и быстрой квазимод характеризуется сильной нелинейной зависимостью от интенсивности накачки  $I$ . Это свойство отличает рассмотренную ситуацию от обсуждавшихся ранее случаев:  $y = 0.01$  и  $X$  вблизи  $X_{max}$  либо  $y = 0.06$  и  $X$  вблизи  $X_{min}$ , когда одна из трех ветвей (быстрая в первом случае и медленная, соответственно, во втором) слабо зависит от интенсивности поля накачки и ее описание можно проводить в рамках линейной теории вынужденного рассеяния.



**Рис. 6.** Участок пороговой кривой  $I_{th}$  для концентрации  $y = 0.035$ , крупно изображающий окрестность точки самопересечения и образующуюся при этом замкнутую петлю

В заключение приведем еще один своеобразный случай нелинейного влияния накачки на спектр ВРМБ, которое проявляется при рассмотрении неизотермичностей близких к  $X_{min}$ . Этот случай не имеет аналогов среди рассмотренных ранее и дополняет собой качественное многообразие проявлений нелинейных спектральных свойств ВРМБ. Как уже отмечалось ранее, кривая 1 рис. 1б, определяющая пороговое значение интенсивности накачки  $I_{th}(X)$  при  $y = 0.01$ , обладает свойством самопересечения, приводящим к тому, что для неизотермичностей меньших неизотермичности, отвечающей точке самопересечения, порог быстрой квазимоды оказывается меньше порога промежуточной квазимоды (см. рис. 2а). Однако при концентрации  $y = 0.01$  область трехзначности пороговых кривых не ограничена снизу по неизотермичности, т.е.  $X_{min}^{(1)} = 0$ . В работе [10] показано, что для  $\text{Xe}_y^{+40}\text{H}_{1-y}^+$ -плазмы в области значений концентрации  $0.024 < y < 0.037$  пороговые кривые  $I_{th}(X)$  обладают свойством самопересечения и нижняя граница области трехзначности  $X_{min}(y)$  отлична от нуля, так что левее точки самопересечения быстрая и промежуточная ветви пороговой кривой  $I_{th}(X)$  образуют замыкающуюся при  $X_{min} \neq 0$  петлю. На рис. 6 для значения концентрации  $y = 0.035$  крупно представлен участок кривой  $I_{th}(X)$ , содержащий точку самопересечения и образующуюся при этом петлю. В этом случае  $X_{min}^{(3)} = 0.714$ . Следует



**Рис. 7.** Зависимости скорости  $z(I)$  и временного инкремента  $\gamma(I)$  возбуждаемых ВРМБ-квазимод от интенсивности накачки  $I$  для концентрации  $y = 0.035$  и неизотермичности  $X = 0.714$

подчеркнуть, что в области петли порог быстрой квазимоды  $I_f$  (нижняя часть петли) оказывается лишь незначительно ниже порога промежуточной квазимоды  $I_i$  (верхняя часть петли). В связи с этим на рис. 7а, где представлена нелинейная картина изменения спектра ВРМБ-квазимод с ростом интенсивности накачки для значения неизотермичности  $X = 0.7142$ , отвечающего слабому превышению  $X_{min}^{(3)}$ , значения интенсивности накачки, отвечающие возбуждению этих двух квазимод, практически совпадают. На рис. 7а видно, что уже при довольно малой величине интенсивности накачки  $I_s$  возбуждается медленная квазимода  $z_s(I)$ . При этом, в отличие от случая, представленного на рис. 4 для концентрации  $y = 0.06$ , когда нелинейное влияние накачки на спектр и инкремент медленной квазимоды мало, на рис. 7 видно, что как скорость медленной квазимоды  $z_s(I)$ , так и весьма большой временной инкремент ее нарастания существенно нелинейным образом возрастают с ростом интен-



сивности накачки  $I$ . Такое нелинейное влияние накачки обусловлено чрезвычайно низким порогом возбуждения  $I_s$  медленной ВРМБ-квазимоды, что даже в рассматриваемом диапазоне относительно небольших значений интенсивности накачки  $I$  может отвечать значительному превышению порога ВРМБ, связанного с возбуждением этой квазимоды. При дальнейшем увеличении интенсивности накачки при  $I = I_f \approx I_i$  последовательно возбуждаются быстрая и промежуточная квазимоды, а с дальнейшим ростом интенсивности накачки при  $I > I_i$  в спектре ВРМБ присутствуют три различных смещения частоты. Отметим, что при  $I > I_i$  близкие значения скоростей  $z_i(I)$  и  $z_f(I)$  значительно превышают  $z_s(I)$ , что вновь отвечает случаю нелинейного расщепления обычной сильнозатухающей быстрой ионно-звуковой волны на две квазимоды: быструю и промежуточную. С дальнейшим ростом интенсивности накачки быстрая и промежуточная ветви сближаются. Вблизи  $I = I_2$  нелинейное влияние накачки на скорости промежуточной и быстрой квазимод проявляется наиболее ярко и приводит к их слиянию, так что при  $I > I_2$  возбуждается лишь одна медленная квазимода. Такое проявление нелинейного влияния накачки на скорости быстрой и промежуточной квазимод, заключающееся в запрете их возбуждения с ростом интенсивности накачки, в чем-то подобно проявлению нелинейного влияния накачки на спектр ВРМБ-квазимод в случае, представленном на рис. 2, когда увеличение интенсивности накачки приводило вначале к нелинейному слиянию, а затем к запрету возбуждения медленной и промежуточной ВРМБ-квазимод. С другой стороны, рассмотренные в этом абзаце нелинейное сближение и последующее исчезновение с ростом интенсивности накачки более быстрых нелинейно расщепленных квазимод при небольшом превышении  $X_{min}$  являются качественно отличными проявлениями нелинейного влияния накачки на спектр и инкремент ВРМБ-квазимод в случае, характеризующемся пороговой кривой  $I_{th}(X)$  с петлей и точкой самопересечения, от рассмотренного выше случая пороговой кривой без самопересечения для  $X$  близких к  $X_{min}$  (см. кривую 2 рис. 1б), когда рост интенсивности накачки приводит к противоположному результату — нелинейному расщеплению указанных квазимод с последующим увеличением различия их скоростей (рис. 4а). Благодаря тому что порог медленной ВРМБ-квазимоды  $I_s$  почти на полтора порядка ниже порогов промежуточной и быстрой квазимод  $I_f \approx I_i$ , временные инкременты последних оказываются значительно меньше

инкремента медленной квазимоды (рис. 7б). Видно также, что инкременты промежуточной и быстрой квазимод практически совпадают, а для значений  $I$  не очень близких к  $I_2$  линейно зависят от интенсивности накачки. Относительная малость временных инкрементов быстрой и промежуточной квазимод по сравнению с инкрементом медленной квазимоды указывает на то, что ВРМБ в основном определяется медленной квазимодой. С другой стороны, значение интенсивности накачки  $I_2$ , при котором прекращается расщепление быстрой звуковой волны, оказывается весьма чувствительным к малым изменениям неизотермичности плазмы. При увеличении  $X$  всего на один процент  $I_2$  возрастает почти в десять раз. При столь малом увеличении неизотермичности при  $I > I_i$  мы приходим к картине, отвечающей существованию одной медленной и двух более быстрых квазимод с близкими скоростями  $z_i$  и  $z_f$ , слабо зависящими от  $I$ .

Подводя итог нашему рассмотрению, стоит отметить, что нелинейность спектра квазимод ВРМБ, обусловленная относительно небольшим полем накачки, наиболее сильно проявляется именно вблизи границ области трехзначности  $X_{min}(y)$  и  $X_{max}(y)$  пороговых кривых рис. 1.

Таким образом, можно заключить, что в данном тексте нашла свое воплощение идея о том, что в случае ВРМБ с участием низкочастотных возбуждений, декремент затухания которых не мал по сравнению с их частотой, возможно нелинейное изменение частоты таких возбуждений под влиянием поля накачки. В почти изотермической полностью ионизованной плазме с двумя сортами ионов наблюдается существенное нелинейное изменение спектров ВРМБ. Показано, что при целом ряде условий, определяющихся свойствами плазмы, может в зависимости от интенсивности накачки проявляться различное число ВРМБ-квазимод, которым соответствует различное число сдвигов частоты рассеянного излучения, а сами эти сдвиги частоты зависят от интенсивности накачки. Также установлено явление нелинейного запрета и последующего разрешения ВРМБ. Оно проявляется в том, что возникающая при превышении некоторого порога параметрическая ВРМБ-неустойчивость плазмы при дальнейшем увеличении интенсивности накачки запрещается. Только при последующем росте интенсивности накачки и преодолении еще одного порога ВРМБ снова становится возможным. Все это указывает, в частности, на богатство нелинейных оптических свойств плазм сложного состава.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке CRDF (грант № RP1-2268), РФФИ (проект 99-02-18075), а также в рамках программы государственной поддержки ведущих научных школ (проект 00-15-96720).

## ЛИТЕРАТУРА

1. I. Alexeff, W. D. Jones, and D. Montgomery, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 422 (1967).
2. A. Hirose, I. Alexeff, and W. D. Jones, *Phys. Fluids* **13**, 1290 (1970).
3. B. D. Fried, R. B. White, and T. K. Samec, *Phys. Fluids* **14**, 2388 (1971).
4. L. L. Pasechnik and V. F. Semenyuk, *Sov. Phys. Tech. Phys.* **18**, 676 (1973).
5. I. M. A. Gledhill and M. A. Hellberg, *J. Plasma Phys.* **36**, 75 (1986).
6. J. C. Fernandez, J. A. Cobble, B. H. Faiber, W. W. Hsing, H. A. Rose, B. H. Wilde, K. S. Bradley, P. L. Gobby, R. Kirkwood, H. N. Kornblum, D. S. Montgomery, and M. D. Wilke, *Phys. Rev. E* **53**, 2747 (1996).
7. H. X. Vu, J. M. Wallace, and B. Bezzerides, *Phys. Plasm.* **1**, 3542 (1994).
8. E. A. Williams, R. L. Berger, R. P. Drake, A. M. Rubenchik, B. S. Baker, D. D. Meyerhofer, A. C. Gaeris, and T. W. Johnston, *Phys. Plasm.* **2**, 129 (1995).
9. H. X. Vu, J. M. Wallace, and B. Bezzerides, *Phys. Plasm.* **2**, 1682 (1995).
10. I. V. Kuzora, M. V. Kozlov, C. J. McKinstrie, K. N. Ovchinnikov, V. P. Silin, S. A. Uryupin, and K. Yu. Vagin, *Phys. Lett. A* **284**, 194 (2001).
11. Ю. М. Алиев, В. П. Силин, *ЖЭТФ* **48**, 901 (1965).
12. Л. М. Горбунов, *ЖЭТФ* **55**, 2298 (1968).
13. В. П. Силин, *Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму*, Наука, Москва (1973), с. 140.
14. *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовица, И. Стиган, Наука, Москва (1979), с. 121.