

# ДИАМАГНИТНЫЕ ДОМЕНЫ И МАГНИТОСТРИКЦИЯ В БЕРИЛЛИИ

*В. С. Егоров\*, Ф. В. Лыков*

*Российский научный центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 3 июля 2001 г.

Впервые магнитострикция исследована в условиях образования диамагнитных доменов (доменов Кондона). На монокристаллическом образце бериллия, имеющего форму пластинки, ориентированной перпендикулярно направлению магнитного поля, измерены осцилляции поперечной магнитострикции в магнитных полях до 7 Тл и при температурах до 1.5 К. Амплитуда осцилляций увеличивается с возрастанием поля почти квадратично и достигает  $10^{-5}$  отн.ед. В области существования диамагнитных доменов сигнал имеет пилообразную форму, которая соответствует чередованию однородного и неоднородного (доменного) состояний. Возникновение доменов сопровождается особенностями в наблюдаемом сигнале, что объясняется аномальным увеличением коэффициента сжимаемости доменного состояния: осцилляции этого коэффициента более чем в 100 раз превышают следующую из стандартной теории величину. Из связи тока намагниченности с деформацией можно заключить, что сжимаемость металла полностью определяется электронами проводимости, и в таком случае магнитострикция в точности компенсирует осцилляции его уровня Ферми, положение которого при изменении магнитного поля, таким образом, остается постоянным. Кроме того, толщина доменной стенки должна увеличиваться с ростом толщины пластинки.

PACS: 62.20.Dc, 71.18.+y, 75.80.+q, 75.60.Ch

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Для объяснения диамагнетизма металла Ландау впервые ввел в рассмотрение квантование орбитального движения свободных электронов в магнитном поле [1]. Образование уровней Ландау играет безусловно ключевую роль во всех аспектах низкотемпературной физики металлов. Там же [1] Ландау предсказал появление в сильных магнитных полях и при достаточно низких температурах периодической зависимости намагниченности от магнитного поля. Это, по существу, явилось предсказанием эффекта де Гааза—ван Альфена, открытого позднее и ставшего первым в ряду большого количества других осцилляционных эффектов в металлах, достаточно полно и подробно описанных Шенбергом [2]. Эффект де Гааза—ван Альфена сыграл в свое время решающую роль в исследованиях и расшифровке формы и размеров поверхностей Ферми большин-

ства металлов. Однако его роль не исчерпывается только возможностью получения информации о поверхности Ферми. Эффект де Гааза—ван Альфена лежит в основе чрезвычайно интересного явления, а именно, фазового перехода металла из состояния с однородной намагниченностью в неоднородное состояние — диамагнитную доменную структуру. Образование такого рода диамагнитных доменов, или доменов Кондона, который впервые указал на этот эффект для пластинки, расположенной перпендикулярно магнитному полю [3], является макроскопическим квантовым эффектом и представляет безусловный самостоятельный интерес. Тем не менее изучению этого явления посвящено за всю историю очень мало работ, что, должно быть, связано с исключительной сложностью создания необходимых условий для образования доменов. Эта доменная структура, разумеется, представляет собой чередование фаз с противоположной намагниченностью, т. е. как диа-, так и парамагнитной относительно внешнего магнитного поля, а использование термина «диамагнит-

\*E-mail: egorov@issph.kiae.ru

ные» традиционно связывается с диамагнитным орбитальным движением электронов и подчеркиванием отличия от спинового магнетизма.

Впервые прямое наблюдение диамагнитных доменов было сделано Кондоном и Вальстедтом [4]. В монокристалле серебра, имеющего форму пластинки, расположенной перпендикулярно магнитному полю, наблюдался сигнал ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Возникновение доменной структуры устанавливалось по сигналу биений, соответствующему расщеплению линии ЯМР. Величина расщепления составляла  $\Delta B = 12$  Э в магнитном поле 9 Тл. Там же сообщалось о попытке, к сожалению, неудачной, наблюдать аналогичный эффект в бериллии при  $H = 1.9$  Тл. Только спустя почти тридцать лет диамагнитные домены в бериллии удалось наблюдать непосредственно по расщеплению резонансного пика свободной прецессии мюонов ( $\mu\text{SR}$ ) [5, 6]. Метод  $\mu\text{SR}$  как способ локального измерения величины магнитного поля в веществе [7] оказался чрезвычайно успешным, и благодаря ему в последнее время удалось наблюдать возникновение диамагнитных доменов еще в ряде металлов, в первую очередь в олове [8]. Следует также отметить, что Божко и Вольский [9] по результатам измерения геликонного резонанса констатировали образование доменов в алюминии.

Настоящая работа посвящена исследованию вопроса о непосредственной взаимосвязи образования доменов с деформацией металла, с его упругими свойствами, что обусловлено эффектом магнитострикции. В 1963 году Чандрасекар [10] впервые обратил внимание на то, что осцилляции намагниченности должны всегда сопровождаться одновременными осцилляциями магнитострикции. За короткий период были выполнены эксперименты по наблюдению осцилляций магнитострикции на образцах Ag, As, Bi, Cd, Cu, Ga, Sb, Sn и Zn [11]. Также были проведены эксперименты и в бериллии на образцах с различной ориентацией [12]. И в этой работе, и, как правило, во всех остальных эксперименты проводились на образцах, размагничивающий фактор которых был много меньше единицы, что естественно в измерениях эффекта де Гааза—ван Альфена. Поэтому диамагнитные домены в этих экспериментах не возникали. Целью нашей работы было исследование магнитострикции в условиях образования диамагнитных доменов [2], т. е., когда, во-первых,

(здесь  $\tilde{\Omega}$  — осциллирующая часть энергии электронного газа,  $B$  — индукция магнитного поля в образце,  $M$  — намагниченность), и, во-вторых, размагничивающий фактор в направлении внешнего магнитного поля близок к единице.

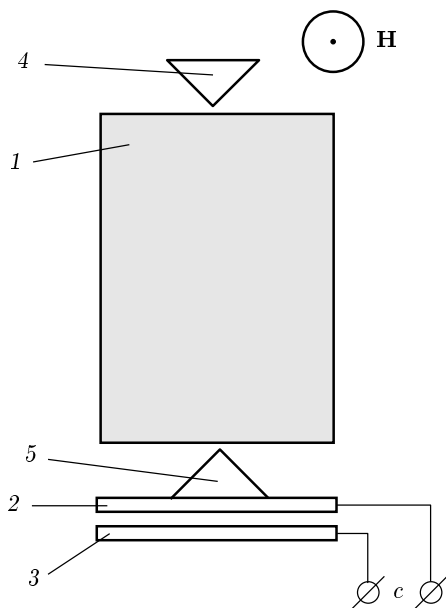
Поскольку период осцилляций  $\delta B$  пропорционален  $B^2$  и поэтому увеличивается быстрее амплитуды  $M(B)$ , условие (1) ограничивает сверху интервал магнитных полей, где образуются домены. С другой стороны, расстояние между уровнями Ландау должно быть существенно больше температуры, т. е.  $\hbar\omega_c \gg kT$ , что требует достаточно низких температур, и, кроме того, магнитное поле должно быть достаточно сильным, чтобы это расстояние было больше ширины уровня Ландау  $\hbar/\tau$ , т. е. должно быть  $\omega_c\tau > 1$ . Здесь  $\omega_c$  — циклотронная частота электронов проводимости в данном поле,  $\tau$  — время свободного пробега электронов в данном образце. Таким образом, нижняя граница указанного интервала полей определяется не только температурой, но и качеством образца. Кроме того, этот интервал ограничен снизу еще и величиной неоднородности магнитного поля соленоида в измеряемом образце, так как она должна быть существенно меньше, чем четверть периода осцилляций. В этом интервале в образце периодически будут возникать домены, в каждом из которых вектор намагниченности ориентирован по направлению внешнего магнитного поля либо против. Абсолютная величина  $M$  во всех доменах одна и та же.

Данные эксперименты были проведены на том же монокристалле бериллия, в котором возникновение доменов наблюдалось ранее. Это, с одной стороны, были упомянутые выше измерения  $\mu\text{SR}$  в области магнитных полей  $H$  до 3 Тл [5, 6]. В этих экспериментах было продемонстрировано периодическое возникновение в исследованном образце диамагнитной доменной структуры вплоть до  $T \leq 3$  К. Так, при температуре  $T \sim 0.8$  К и при величине внешнего поля  $H = 27.38$  кЭ спектр  $\mu\text{SR}$  претерпевал расщепление, величина которого  $\Delta B = 30$  Э оставалась неизменной вплоть до внешнего поля  $H = 27.41$  кЭ. С другой стороны, образование доменной структуры в этом же образце устанавливалось ранее [13] в наших экспериментах по наблюдению магнитопробойных осцилляций термоэдс и сопротивления в условиях, идентичных условиям данного эксперимента. В краткой форме описанные ниже результаты опубликованы ранее [14].

$$-\frac{\partial^2 \tilde{\Omega}}{\partial B^2} = \frac{\partial M}{\partial B} > \frac{1}{4\pi} \quad (1)$$

## 2. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

Бериллиевый монокристалл представлял собой пластину размерами  $11 \times 9 \times 1.8 \text{ мм}^3$ , вырезанную таким образом, что гексагональная кристаллографическая ось направлена вдоль короткой стороны. Отношение удельных сопротивлений при комнатной температуре и при температуре жидкого гелия  $\rho_{300 \text{ К}}/\rho_{4.2 \text{ К}} \approx 300$ . Проводилось измерение магнитоотрицательности  $\varepsilon$ , т. е. осцилляций размера образца  $\delta l = \varepsilon l$  вдоль его длинной стороны ( $l = 1.1 \text{ см}$ ). Для этого образец был помещен в dilatометр (см. рис. 1), действующий по принципу измерения емкости плоского конденсатора. Так как соответствующая грань образца имела малые размеры ( $9 \times 1.8 \text{ мм}^2$ ), то ее было бы затруднительно использовать в качестве подвижной обкладки конденсатора, как это обычно делается, например в [15]. Поэтому подвижная обкладка была выполнена в виде отдельной подпружиненной пластины с выступом, в который в первоначальном варианте измерений упирался своей гранью образец (см. рис. 1). В противоположную грань упирался регулировочный винт, посредством которого можно было немного перемещать образец и тем самым изменять расстояние



**Рис. 1.** Схема dilatометра с образцом: 1 — монокристалл бериллия, 2 — подвижная обкладка конденсатора (пружина не показана), 3 — неподвижная обкладка конденсатора, 4 — регулировочный винт, 5 — выступ подвижной обкладки, с — вход измерительного моста

между обкладками измерительного конденсатора и стартовую емкость. Регулировка могла проводиться только при комнатной температуре. При понижении температуры из-за разницы в коэффициентах расширения образца и держателя емкость увеличивалась и за счет регулировки можно было добиться, чтобы окончательная емкость оказалась чуть меньше 100 пФ, что соответствовало максимальной разрешающей способности моста.

Образец в dilatометре располагался в центре сверхпроводящего соленоида, однородность магнитного поля которого в пределах образца была не хуже  $\pm 0.015\%$ , что при поле 30 кЭ составляло  $\pm 4.5 \text{ Э}$ . Период осцилляций де Гааза—ван Альфена в таком поле составляет примерно 93 Э. Магнитное поле было параллельно гексагональной оси образца и, соответственно, перпендикулярно к плоскости пластинки. Следует повторить, что на данном образце при этих же температурах и в этом же соленоиде ранее [13] наблюдались магнитопробойные осцилляции сопротивления и термоэдс, характер зависимости которых от магнитного поля соответствовал возникновению диаманитных доменов. Это давало основание полагать, что и в настоящих экспериментах, несмотря на отсутствие дополнительного контроля, в том же интервале магнитных полей и температур точно так же возникали диаманитные домены.

Измерения проводились как в жидком гелии (нормальном или сверхтекучем), так и в его парах. При этом результаты значительно различались уровнем и характером шумов. В нормальной жидкости шум был вызван кипением гелия и составлял около  $2 \cdot 10^{-3} \text{ пФ}$ . При значении емкости около 100 пФ и, соответственно, зазора равного примерно  $10^{-3} \text{ см}$  это соответствовало  $\delta\varepsilon \approx 2 \cdot 10^{-8}$ . В сверхтекучей жидкости наблюдалось уменьшение шума, он составлял около  $10^{-3} \text{ пФ}$ , однако время от времени происходили случайные выбросы измеряемого сигнала, что, возможно, связано с эпизодическим попаданием небольших пузырьков газа между обкладками измерительной емкости. Кроме того, при прохождении поверхности жидкого гелия через конденсатор наблюдалось сильное изменение емкости, практически исключавшее возможность проведения измерений. Наиболее благоприятная ситуация наблюдалась в парах гелия: при 1.5 К шум составлял  $\sim 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ пФ}$ , что соответствовало относительной деформации образца  $\varepsilon \approx \delta l/l \approx 5 \cdot 10^{-9}$ .

Контроль температуры осуществлялся по давлению паров. Измерение проводилось с помощью полуавтоматического моста TESLA VM484. Для подключения измеряемой емкости использовались экра-

нированные провода, что позволяло исключить емкость подводящих кабелей. Запись зависимости емкости от магнитного поля осуществлялась на двухкоординатном самописце.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Измерения магнитострикции были проведены в магнитных полях от 10 до 70 кЭ при гелиевых температурах, и результаты приведены на рис. 2. Зависимости магнитострикции от внешнего магнитного поля при  $T = 4.2$  К хорошо согласуются с результатами, полученными ранее [12]. Эти зависимости по виду почти идентичны осцилляциям магнитного момента с характерными для бериллия биениями (рис. 2а). Частота биений примерно в 33 раза меньше, чем частота осцилляций. (Это объясняется наличием у поверхности Ферми бериллия двух

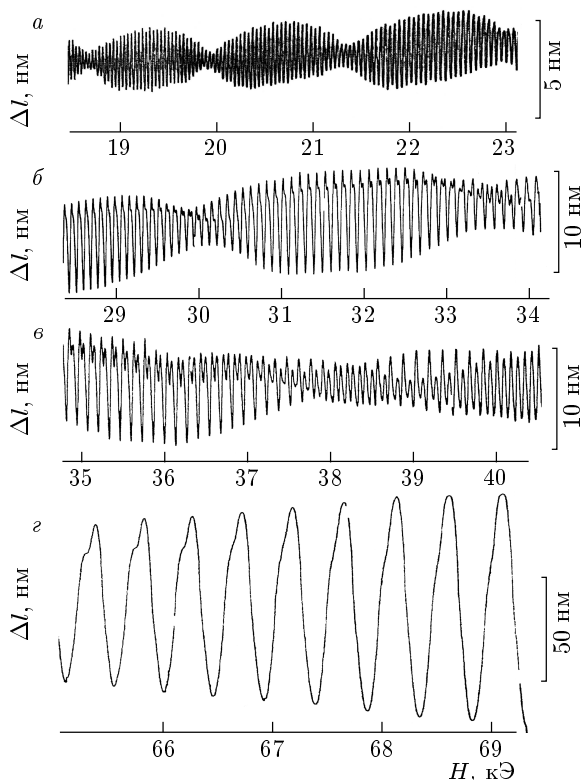


Рис. 2. Изменение формы магнитострикции в широком диапазоне магнитного поля при  $T = 1.5$  К в схеме измерения, соответствующей рис. 1. Справа от каждой записи приведен масштабный отрезок изменения линейного размера. Аномальное поведение, обусловленное возникновением диамагнитных доменов, хорошо видно на записях б и в (см. текст).

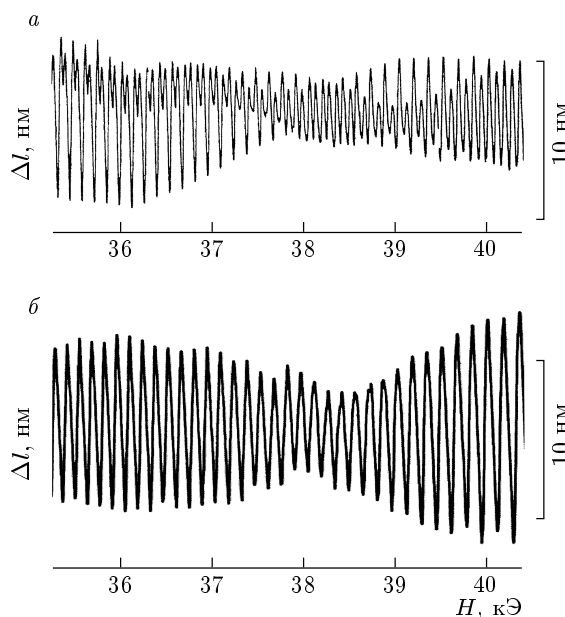
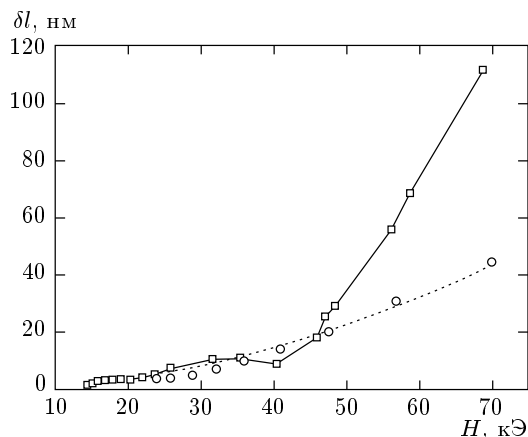


Рис. 3. Сравнение результатов измерений магнитострикции образца с прокладками (б) и без них (а) в одном и том же диапазоне магнитного поля и при одинаковых условиях

близких экстремальных сечений, которым соответствуют частоты  $F_1 = 9.42 \cdot 10^6$  Э,  $F_2 = 9.71 \cdot 10^6$  Э и  $F_2 - F_1 = 0.29 \cdot 10^6$  Э [16]). Вместе с тем, при температуре 1.5 К и в области полей от 2 до 6 Тл, т. е. в тех условиях и в том интервале полей, когда в образце образуются диамагнитные домены, наблюдается гораздо более сложная картина сигнала. А именно, начиная со значения поля примерно 2 Тл, вблизи максимумов размера появляются небольшие провалы в амплитуде (рис. 2б), видны фактически двойные максимумы. По мере роста магнитного поля глубина этих провалов также растет. В диапазоне полей от 39 до 42 кЭ провалы оказываются сравнимыми с амплитудой осцилляций, так что частота осцилляций становится как бы удвоенной (рис. 2в). При дальнейшем росте поля картина разворачивается в обратном порядке и, начиная с полей  $H \sim 6$  Тл и больше, осцилляции приобретают обычную форму осцилляций магнитного момента (рис. 2г).

Конечно, было совершенно естественно приписать причину такого необычного поведения возникновению диамагнитных доменов. Кроме того, было предположено, что образование доменной структуры — своеобразного состояния с одновременным сосуществованием двух фаз, вообще говоря, различной плотности — может сопровождаться заметным уменьшением коэффициента сжимаемости. В



**Рис. 4.** Полевая зависимость амплитуды магнитоупругости (от пика до пика) в эксперименте с прокладками (o) и без них (сплошная линия, □). Точки поставлены при значениях поля, соответствующих пучностям осцилляций. Пунктирная линия соответствует квадратичному закону

результате острия (выступ подвижной обкладки и торец регулировочного винта), упирающиеся в образец, периодически «проваливаются» в этот образец. (Заметим, что бериллий — один из самых жестких металлов после иридия и вольфрама.) Подложенные под медные острия медные же прокладки толщиной ~ 0.5 мм полностью исключили отмеченные аномалии. На рис. 3 приведено сравнение результатов таких измерений с прокладками и без них в том же диапазоне магнитного поля и при тех же условиях. При использовании прокладок имеет место четкий пилообразный сигнал, и его амплитуда заметно больше. Восходящие и нисходящие участки этой пилы соответствуют поочередно однородному состоянию образца с плавно изменяющимися деформацией и намагниченностью и неоднородному состоянию, или доменной структуре, состоящей из противоположно деформированных диа- и парамагнитных доменов.

На рис. 4 приведены результаты измерений во всем диапазоне магнитных полей. Поскольку изменение амплитуды в данном случае сопровождается биениями, зависимости проведены только по точкам, соответствующим пучностям колебаний. Амплитуда измеренного сигнала с использованием прокладок оказалась выше в области формирования доменов; вблизи  $H \sim 4$  Тл амплитуда больше примерно в 2 раза. Пунктирная линия соответствует подгонке этой зависимости с помощью квадратичного закона. Слева и справа от доменной области, т. е. в

малых и больших полях, где состояние кристалла всюду однородно, эта кривая проходит заметно ниже точек, полученных без прокладок. По-видимому, такой результат можно объяснить гораздо большей жесткостью кинематической связи образца с измерительной емкостью посредством острия по сравнению со связью при использовании прокладок.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Из сформулированной выше гипотезы можно получить количественную оценку величины осцилляций модуля упругости. Для этого следует учесть, что кроме обычного сигнала магнитоупругости  $\delta l = \epsilon l$ , который имеет место без нагрузки, должна наблюдаться дополнительная осциллирующая деформация, обусловленная нагрузкой, пусть и очень небольшой, и осцилляциями модуля упругости:

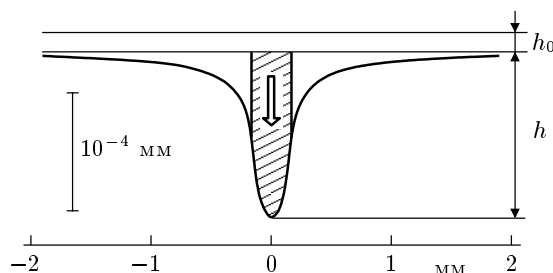
$$\delta l' = \tilde{h}_0 + \tilde{h}. \tag{2}$$

Здесь  $h_0$  — однородная статическая деформация под равномерно распределенной нагрузкой,  $h$  — глубина прогиба участка поверхности кристалла («ямка») под медным острием (см. рис. 5), а  $\tilde{h}_0 + \tilde{h}$  — осциллирующий вклад от этих деформаций, пропорциональный амплитуде осцилляций модуля упругости, т. е.

$$\tilde{h}_0 + \tilde{h} = (h_0 + h)\tilde{E}/E. \tag{3}$$

Найдем сначала  $\tilde{E}/E$  из простого приближения для осцилляционного вклада в энергию

$$\tilde{\Omega} = a \cos \varphi. \tag{4}$$



**Рис. 5.** Расчетный профиль прогиба  $u_z(R)$  (см. формулу (10) в тексте) поверхности образца под острием. Масштабы по горизонтали и вертикали различаются в  $10^4$  раз. Заштрихованная область со стрелкой схематически показывает острие. При  $E = 300$  ГПа,  $\sigma = 0$ ,  $F = 10$  Н,  $R_0 = 0.15$  мм прогиб  $h$  составляет 0.14 мкм. Деформация  $h_0$  под действием той же нагрузки, равномерно распределенной по грани образца, равна 0.022 мкм для образца размером  $11 \times 9 \times 1.8$  мм<sup>3</sup>

Здесь  $a$  — некоторая амплитуда, фаза  $\varphi = 2\pi F/B$ , где  $F$  — магнитная частота, соответствующая сечению поверхности Ферми и  $B$  — величина индукции в образце. Тогда изменение энергии в магнитном поле с учетом упругого вклада можно представить в виде

$$\delta\Omega = a \cos \varphi + \frac{1}{2} E (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2). \quad (5)$$

Для бериллия это хорошее приближение, так как анизотропия коэффициента сжимаемости очень мала ( $\pm 5\%$ ) [17], а его коэффициент Пуассона практически равен нулю, и потому все деформации можно считать взаимно независимыми. Бериллий в этом смысле действительно уникальный металл: для него модуль Юнга  $E = 300$  ГПа, а коэффициент всестороннего сжатия  $K = -(V^{-1})(\partial V/\partial P) = 9.97 \cdot 10^{-12}$  Па $^{-1}$  [18]. Из известного соотношения  $K^{-1} = E/3(1 - 2\sigma)$  получаем коэффициент Пуассона  $\sigma = 5 \cdot 10^{-3} \approx 0$ , что хорошо согласуется с известными табличными данными [18]. В условиях термодинамического равновесия должно быть

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \varepsilon_i} = 0, \quad i = x, y, z, \quad (6)$$

откуда имеем первую производную от осциллирующего вклада (4)

$$\frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial \varepsilon_i} = -a \sin \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} = -a \varphi \sin \varphi \frac{\partial \ln F}{\partial \varepsilon_i} = -\varepsilon_i E \quad (7)$$

и выражение для магнитострикции

$$\varepsilon_i = \frac{a\varphi}{E} \frac{\partial \ln F}{\partial \varepsilon_i} \sin \varphi. \quad (8)$$

Дифференцируя опять только быстро осциллирующий вклад, получим для осциллирующей части модуля Юнга

$$\tilde{E} = \frac{\partial^2 \tilde{\Omega}}{\partial \varepsilon_i^2} \approx a\varphi^2 \left( \frac{\partial \ln F}{\partial \varepsilon_i} \right)^2 \cos \varphi. \quad (9)$$

Обозначив амплитуду осцилляций магнитострикции (от пика до пика)

$$|\varepsilon_i|_{max} = \frac{a\varphi}{E} \frac{\partial \ln F}{\partial \varepsilon_i}, \quad (10)$$

получим ожидаемую в рамках принятого гармонического приближения относительную величину осцилляций модуля Юнга

$$\frac{\tilde{E}}{E} = |\varepsilon_i|_{max} \varphi \frac{\partial \ln F}{\partial \varepsilon_i} \cos \varphi. \quad (11)$$

Эта оценка дает применительно к нашему случаю  $\tilde{E}/E \approx 10^{-3}$ . Здесь использованы следующие величины: сечению «сигары» соответствует  $F = 10^7$  Гс, так что значение фазы в магнитном поле  $H = 4 \cdot 10^4$  Э составляет  $\varphi \approx 1500$ ,  $\partial \ln F/\partial \varepsilon \sim 1$  (см. ниже формулу (22)) и из эксперимента  $|\varepsilon|_{max} \approx 10^{-6}$ .

Найдем также  $h$  и  $h_0$ . Задача о форме прогиба поверхности упругой среды под действием силы, сосредоточенной на некотором участке поверхности, может быть решена с использованием результатов Ландау и Лифшица [19, § 8]. Для этого достаточно проинтегрировать приведенное там выражение с весовой функцией, задающей распределение давления по поверхности среды. Для смещения  $u_z$  точек поверхности вдоль перпендикулярной ей оси  $z$  имеем

$$u_z(R) = \frac{1 - \sigma^2}{\pi E} \int_0^{2\pi} d\varphi \times \int_0^{R_0} r dr \frac{f(r, \varphi)}{\sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos \varphi}}, \quad (12)$$

где  $E$  и  $\sigma$  — соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона среды;  $R$  — расстояние от начала координат (на поверхности) до точки, смещение  $u_z$  которой рассматривается;  $f(r, \varphi)$  — плотность распределения внешней силы по поверхности;  $R_0$  — радиус круга, внутри которого  $f(r, \varphi)$  не равна нулю тождественно. Ограничиваясь наиболее простым распределением, а именно,  $f = F/\pi R_0$  при  $r \leq R_0$  и  $f = 0$  при  $r > R_0$  (здесь  $F$  — сила, приложенная к острию) и выполняя численное интегрирование, получим профиль прогиба, приведенный на рис. 5. При вычислении мы полагали  $E = 300$  ГПа [18],  $\sigma = 0$ , сила  $F = 10$  Н (эксперимент),  $R_0 = 0.15$  мм (медное острие). Последняя величина была определена нами как экспериментально (визуальное исследование под микроскопом), так и из величины предела текучести для меди, что дало с хорошей точностью то же самое. Вычисленная величина прогиба равна  $h = 1.4 \cdot 10^{-5}$  см. При приложении такой же силы (распределенной равномерно по грани образца), что в эксперименте достигалось подкладыванием медной пластинки под острие, рассчитанная деформация составила  $h_0 = 2.2 \cdot 10^{-6}$  см.

Теперь нетрудно оценить ожидаемую величину дополнительной осциллирующей деформации, обусловленной нагрузкой. В соответствии с (2) и (3)  $\delta l' \approx (1.4 \cdot 10^{-5} + 2.2 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^{-3} \approx 1.6 \cdot 10^{-8}$  см. Другими словами, в рамках принятого приближения должно быть  $\delta l' \sim 10^{-2} \delta l$ , и, кроме того, эти

осцилляции должны быть сдвинуты по фазе на  $\pi/2$  относительно сигнала магнитострикции. Очевидно, что в таком случае этот вклад абсолютно ненаблюдаем, несмотря на то, что  $h$  почти на порядок больше  $h_0$ .

Однако в нашем эксперименте с использованием контакта кристалла с медным острием величина осцилляций  $\delta l'$  оказалась (см. рис. 2в и рис. 3) примерно равной  $\delta l$ . Поэтому можно принять, что амплитуда  $\tilde{h}$  равна  $\delta l$ , т.е. примерно  $1.5 \cdot 10^{-6}$  см вместо  $1.6 \cdot 10^{-8}$ , откуда получаем  $\tilde{E}/E \sim 10^{-1}$ , т.е. приблизительно в 100 раз больше, чем вычисленный выше результат гармонического приближения  $\tilde{E}/E \sim 10^{-3}$ . С использованием прокладок мы имеем только равномерно распределенную нагрузку, и в этом случае осцилляции  $\delta l' \sim 10^{-1}\delta l$  и также сдвинуты на  $\pi/2$  относительно  $\varepsilon$ . Этот вклад можно было бы, в принципе, наблюдать, но лишь существенно увеличив нагрузку, а так он практически незаметен.

Таким образом, полученные результаты следует интерпретировать как гигантское увеличение сжимаемости в случае возникновения диаманитных доменов. Поскольку доменная структура по сути представляет собой смесь двух фаз с различной плотностью, то такое увеличение сжимаемости уже не представляется столь удивительным. Диа- и парамагнитные домены деформированы «противоположным» образом, и им соответствует заметная разница в плотности и, соответственно, в плотности носителей заряда (электронов и дырок). Забегая вперед, отметим, что именно градиент плотности носителей заряда в магнитном поле определяет плотность тока намагничивания в доменной стенке [20].

2. Рассмотрим теперь более подробно роль деформации в образовании доменов. Вернемся к выражению (5) с учетом энергии намагничивания. Тогда имеем

$$\delta\Omega = a \cos \varphi + \frac{1}{8\pi}(B - H)^2 + \frac{1}{2}E(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2). \quad (13)$$

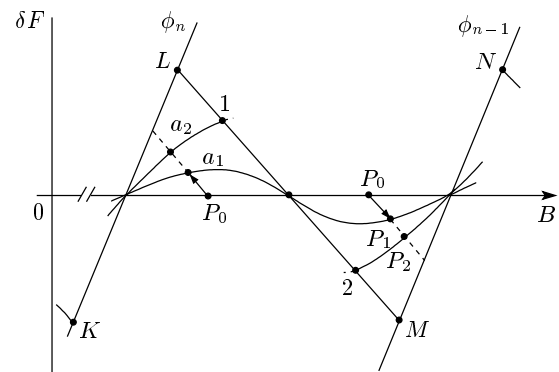
Наряду с полученным выше выражением для магнитострикции (8), дифференцируя  $\tilde{\Omega}$  по  $B$ , можем написать

$$-M = \frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial B} = a\varphi \sin \varphi \frac{1}{B}, \quad (14)$$

откуда, сравнивая с (8), получаем хорошо известное [2] соотношение пропорциональности между магнитострикцией и намагниченностью:

$$\varepsilon_i = -\frac{MH}{E} \frac{\partial \ln F}{\partial \varepsilon_i}. \quad (15)$$

**Рис. 6.** Схематическое изображение изменения энергии  $\delta\Omega$  в зависимости от индукции  $B$  и деформации образца, пропорциональной  $\delta F$ , при заданном внешнем поле  $H$ . Наклонные линии в плоскости  $(B, \delta F)$  соответствуют значениям постоянной фазы  $\varphi$ . Точкой на этой плоскости показано положение проекции абсолютного минимума энергии, смещенное в данном случае чуть влево и вверх относительно вершины параболоида  $(H, 0)$ . При изменении внешнего поля  $H$  эта точка «рисует» фазовую траекторию (подробнее см. рис. 7)



**Рис. 7.** Фазовые траектории состояния металла. Наклонные линии соответствуют значениям постоянной фазы осциллирующего вклада в энергию  $\phi = 2\pi n$  и  $\phi = 2\pi(n-1)$ . Кривые  $a_1$  и  $a_2$  — фазовые траектории при различных амплитудах ( $a_1 < a_2$ ). Траектория  $a_1$  непрерывна, для  $a_2$  переход между точками 1 и 2 происходит скачком. Точки  $P_1$  и  $P_2$  показывают изменение состояния относительно точки  $P_0(H, 0)$ .  $KLMN$  — фазовая траектория двумерного электронного газа

Здесь использовано то обстоятельство, что  $B - H = 4\pi M \ll H$ , и можно считать в такого рода выражениях  $B \sim H$ . (Разницу между  $B$  и  $H$  следует учитывать только при изменении фазы в пределах периода, кроме того, здесь под намагниченностью  $M$  подразумевается магнитный момент образца с нулевым размагничивающим фактором.) Аналогично получаем выражения для магнитострикции и для других направлений. В результате намагниченность кристалла, в данном случае вдоль оси  $z$ , сопровождается суммарной деформацией во всех направлениях, вообще говоря, анизотропной, направленной на необходимое изменение  $\delta F$ . Поскольку все деформации очень малы, можно считать, что все эти величины, в том числе и  $\delta F$ , связаны между собой линейным образом. Это значит, что изменение энергии в магнитном поле (13) можно представить как функцию параметра  $H$  — внешнего магнитного поля — и двух переменных:  $B - H$  (намагниченность) и  $\delta F$  (результат магнитострикции). На рис. 6 схематически показан такой «трехмерный» график, представляющий собой параболоид с вершиной в точке  $(H, 0)$ , на который наложена гофрировка, обусловленная осциллирующим вкладом  $\tilde{\Omega} = a \cos \varphi$  и тем более существенная, чем больше величина  $a$ . (Напомним, что амплитуда  $a$  определяется условиями эксперимента, т. е. температурой, качеством образца — температурой Дингла, однородностью магнитного поля и т. п.).

Ясно, что эта гофрировка приводит к смещению положения проекции минимума на плоскость  $(B, \delta F)$  относительно вершины  $(H, 0)$ , отдельно показанному на рис. 7. Смещение влево и вверх соответствует диамагнитному состоянию с деформацией образца в сторону увеличения объема поверхности Ферми, т. е. большей плотности заряда  $N$  и сечения  $F$ ; смещение вправо и вниз в следующие полупериода соответствует парамагнитному состоянию с меньшей плотностью, т. е. с отрицательным  $\delta F$ . При этом согласно формуле (15) соотношение между этими смещениями, т. е. отношение величины деформации к намагниченности, точнее говоря, к току намагниченности, в пределах периода с большой точностью есть константа. Другими словами, угол наклона фазового смещения пропорционален магнитному полю и обратно пропорционален модулю Юнга, так что при подходящем выборе масштаба это смещение везде будет практически перпендикулярно соответствующим линиям постоянной фазы, которые изображены наклонными линиями на рис. 6 и на рис. 7 для значений фазы  $\varphi = 2\pi$  и  $\varphi = 2\pi(n - 1)$ . Такой «след» положения минимума — фазовая траектория одновременно намагниченного и деформиро-

ванного состояний металла при изменении внешнего магнитного поля  $H$ . Фазовая траектория, разумеется, не изменяется и для образца с произвольной величиной размагничивающего фактора, только угол смещения, соответственно, изменится. Так, для пластинки, где  $B = H$ , это смещение вертикально.

Эта траектория при небольшой величине гофрировки  $a$  остается везде непрерывной (см. кривую  $a_1$  на рис. 7). При этом смещение состояния из точки  $P_0(H, 0)$  в состояние  $P_1$  происходит влево и вверх (диамагнетизм и увеличение плотности) в первой половине периода и, соответственно, вправо и вниз (парамагнетизм и уменьшение плотности) во второй половине. Однако при достаточно большой амплитуде  $a$  (кривая  $a_2$  на рис. 7), что практически совпадает с условием (1), и при положении  $H$  точно в центре периода, когда уровень Ландау заполнен наполовину, значение  $\delta\Omega$  в минимуме 1 становится равным такому в точке 2. Это значит, что если размагничивающий фактор образца примерно равен нулю (тонкий стержень вдоль поля), то весь металл скачком переходит из состояния 1 в состояние 2, изменяя таким образом и деформацию, и намагниченность на противоположные. Если же размагничивающий фактор равен примерно единице, т. е., как в данном эксперименте, пластинка расположена нормально к полю, то в диапазоне  $B_1 \leq H \leq B_2$  эта пластинка разбивается на фазы 1 и 2, различающиеся и деформацией, и намагниченностью. Естественно, внутри каждой из фаз и намагниченность, и деформация, а значит, и плотности электронов  $N_1$  и  $N_2$  постоянны. Но вблизи границы между фазами, или доменами, должен осуществляться плавный переход из состояния 1 в 2, т. е. на протяжении междоменной стенки изменяется деформация и, соответственно, плотность электронов. Разница в плотности электронов слева и справа от доменной стенки создает в магнитном поле ток намагниченности, протекающий в этой стенке и приводящий к разности  $\delta B = 4\pi\delta M$  в соседних доменах. Нет сомнения в том, что и в случае однородного намагничивания, когда нет доменов, механизм образования тока намагничивания точно такой же. Это значит, что магнитострикция в таком случае должна быть однородной во всем образце, за исключением области вблизи границы (где эта деформация обращается в нуль), толщина которой того же порядка, что и междоменная стенка. Действительно, на расстояниях вблизи границы, меньших ларморовского диаметра, замкнутое ларморовское движение электронов невозможно и соответствующий осциллирующий вклад в энергию отсутствует. Ранее [21, 22] для толщины междоменной стенки пред-



лагалась именно такая величина, т. е. диаметр ларморовой орбиты. С этим трудно не согласиться, однако тогда вопрос о деформации не затрагивался. Поэтому следует обсудить эту ситуацию более подробно.

Нет сомнения в том, что в однородной фазе, диаманитной, деформация изотропна в базисной плоскости. При возникновении доменов «новой» фазы, пока этой новой фазы настолько мало, что она состоит, скорее всего, из отдельных включений, деформацию также можно считать изотропной. Однако по мере увеличения объема новой фазы очень быстро должен, вообще говоря, произойти переход в ламинарную структуру как гораздо более выгодную энергетически. Это хорошо видно на примере поведения «доменов» в промежуточном состоянии сверхпроводника первого рода [23], где отдельные нитевидные включения существуют только вблизи перехода в нормальное состояние.

В ламинарной структуре уже нельзя считать, что каждая фаза локально изотропна. Ведь в таком случае разница деформаций в соседних доменах будет «накапливаться» вдоль межфазной границы, что должно приводить к сдвиговым напряжениям и повышению энергии. Конечно, гораздо выгоднее необходимую разницу деформаций, точнее говоря плотностей электронов, реализовать только за счет деформации, нормальной границе. (Такое же точно соображение следует отнести и к приграничному слою образца в обычной ситуации с однородным намагничиванием, когда неоднородная деформация в этом слое должна быть анизотропной по отношению к боковой границе как результат такого своеобразного «поверхностного натяжения».) Поэтому в ламинарной доменной структуре должна осуществляться анизотропная деформация в отдельных доменах, хотя в среднем по всему кристаллу, если нет выделенного направления, ситуация должна, по-видимому, остаться изотропной за счет мозаичности в ориентациях ламинарных участков, как это и наблюдается в аналогичной ситуации в промежуточном состоянии сверхпроводника первого рода [23]. Этот сценарий представляется вполне правдоподобным еще и потому, что позволяет отчасти объяснить такой колоссальный рост коэффициента сжимаемости при образовании доменной структуры. Действительно, локальная аномальная деформация под острием может происходить лишь за счет переориентации и перераспределения близлежащих анизотропных доменов.

В любом случае остается разница деформаций в соседних доменах вдоль магнитного поля. Это об-

стоятельство заставляет сделать вывод, что толщина доменной стенки не может не увеличиваться при увеличении толщины кристалла. Это уже не совпадает с упомянутым выше предположением, что междоменная стенка имеет всегда толщину порядка ларморовского диаметра. Возможно, что эта величина, т. е. ларморовский диаметр, играет роль нижнего предела толщины доменной стенки для тонких образцов.

Представляет интерес проследить на рис. 7 роль магнитоотрицательности в поведении металла в модели двумерного (или квазидвумерного) электронного газа, т. е. имеется в виду металл, поверхность Ферми которого цилиндр. Если для определенности магнитное поле растет, то фазовая траектория представляет собой ломаную линию  $\dots KLMN \dots$  и т. д. На участках  $KL$  и  $MN$  металл, будучи однородным, плавно сжимается, переходя из парамагнитного состояния в диаманитное. При этом соответствующий уровень Ландау всегда полностью заполнен, а следующий абсолютно пуст. Если условие (1) выполнено, то на всем участке  $LM$  имеет место неустойчивость, и переход из точки  $L$  в  $M$  происходит либо скачком, если образец — длинный стерженек, расположенный вдоль магнитного поля, либо с образованием доменов, если это пластинка, ориентированная нормально полю. В этом случае вдоль фазовой траектории происходит чередование участков однородного и неоднородного состояний. Заметим, что с учетом магнитоотрицательности диапазон существования доменов  $B_L - B_M$  оказывается меньше величины периода. Если же (1) не выполнено, что обязательно произойдет в достаточно больших магнитных полях, при которых номер уровня Ландау станет меньше критического, то вдоль всей ломаной происходит плавное изменение объема и намагниченности. Разумеется, если магнитоотрицательность запрещена, т. е. изменение объема невозможно, то картина кардинальным образом изменяется, и при неизменной плотности электронов должен осциллировать уровень Ферми [24]. В результате при определенных условиях должны возникать осцилляции тока намагниченности, который связан уже не с магнитоотрицательностью, а с образованием контактной разности потенциалов. Такой ток оказывается в противофазе с «классическим» эффектом де Гааза—ван Альфена и особенно существен в сверхсильных магнитных полях [25]. В частности, именно этот ток становится причиной квантового эффекта Холла.

3. Нетрудно убедиться, что разница в намагниченности соседних доменов действительно обусловлена деформацией с изменением плотности электро-

нов. Для плотности тока намагничивания в доменной стенке можно воспользоваться [20] формулой

$$\mathbf{j}_m = c \operatorname{rot} \sum_k n_k(\mathbf{r}) \boldsymbol{\mu}_k. \quad (16)$$

Здесь  $n_k(\mathbf{r})$  — число ларморовских орбит, соответствующих магнитному моменту  $\boldsymbol{\mu}_k$  в единице объема. Если применительно к нашему случаю проинтегрировать (16) по толщине доменной стенки от одного домена к другому, учитывая, что орбитальные магнитные моменты всех электронов параллельны внешнему полю, получим ток намагничивания в этой стенке, отнесенный к единице длины этой стенки вдоль поля:

$$J = c \sum_k (N_2 - N_1)_k \mu_k, \quad (17)$$

где  $(N_{1,2})_k$  — объемные плотности зарядов с магнитным моментом  $\mu_k$  в соседних доменах. В силу малости разницы  $\delta N$  все орбиты можно считать расположенными на поверхности Ферми. Для характерных величин имеем следующие оценки: магнитный момент ларморовской орбиты

$$\mu = \frac{J_0 S}{c}, \quad (18)$$

где

$$J_0 = \frac{e\omega_c}{2\pi}, \quad S = \pi R_H^2, \quad R_H = \frac{v_\perp}{\omega_c}. \quad (19)$$

Здесь  $\omega_c$  — циклотронная частота,  $e$  — заряд электрона,  $R_H$  — ларморовский радиус,  $v_\perp$  — скорость электрона на поверхности Ферми перпендикулярно направлению поля. Полный ток  $J$  в доменной стенке, отнесенный к единице длины этой стенки в направлении магнитного поля,

$$J = \frac{\delta N e}{2} \overline{\omega_c R_H^2}, \quad (20)$$

где  $\delta N$  — полная разность числа носителей заряда (электронов и дырок) в соседних доменах, т. е. разность объемов поверхности Ферми в этих доменах, а  $\overline{\omega_c}$ ,  $\overline{R_H^2}$  — соответствующие усредненные по поверхности Ферми величины. Бериллий — компенсированный металл, поэтому объем электронов (2 сигары) и объем дырок (корона) всегда строго равны. Следовательно, для определения  $\delta N$  достаточно вычислить изменение объема лишь для сигары, что значительно проще, поскольку последняя близка по форме к цилиндру. Таким образом, для полной разности объемов поверхности Ферми в соседних доменах можно написать

$$\begin{aligned} \delta N &\approx N_0 \left( \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta L}{L} \right) = \\ &= N_0 \sum_i \left( \frac{\partial \ln F}{\partial \varepsilon_i} + \frac{\partial \ln L}{\partial \varepsilon_i} \right) \varepsilon_i. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь  $N_0$  — полное число (объем поверхности Ферми) носителей заряда в бериллии, а величина в скобках — относительное изменение объема сигары в противоположных доменах в результате полной деформации ( $F$  и  $L$  — площадь сечения и длина сигары). Величины  $\partial \ln F / \partial \varepsilon_i$  и  $\partial \ln L / \partial \varepsilon_i$  можно определить из хорошо известной связи поверхности Ферми бериллия с размерами зоны Бриллюэна [26–29]. Это особенно просто именно для бериллия, поскольку для него коэффициент Пуассона  $\sigma \approx 0$  и можно считать, как отмечено выше, все деформации взаимно независимыми. Такие расчеты хорошо согласуются с экспериментальными результатами [12], и можно считать

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln F}{\partial \varepsilon_{x,y}} &= -1, & \frac{\partial \ln F}{\partial \varepsilon_z} &= 6, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \varepsilon_{x,y}} &= -1, & \frac{\partial \ln L}{\partial \varepsilon_z} &= 1.6 \end{aligned} \quad (22)$$

Подставляя величины деформации  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon$  и  $\varepsilon_z = -6\varepsilon$ , получим  $\delta N \approx -50\varepsilon N_0$ , где под  $\varepsilon$  имеется в виду изменение  $\delta l/l$  от пика до пика. Понятно, что такой большой коэффициент (равный 50) обусловлен тем, что поверхность Ферми бериллия образована вблизи углов и ребер зоны Бриллюэна и составляет весьма малую часть от сферы Харрисона. (В модели свободных электронов этот коэффициент, разумеется, равен 3.) Величины  $\omega_c$  и  $R_H$  в базисной плоскости для сигары хорошо известны:  $\omega_c = eH/m^*c = 4.17 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$  ( $m^* = 0.16m_e$ ,  $H = 4 \cdot 10^4 \text{ Гс}$ ),  $R_H = v_F/\omega_c = 0.24 \cdot 10^{-4} \text{ см}$  ( $v_F \approx 10^8 \text{ см/с}$ ), а полное число носителей заряда  $N_0 = 0.43 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$  можно получить из данных [29], а именно: 0.01573 электрона/атом, 2 атома на элементарную ячейку, объем ячейки составляет 109.0758 (отн. ед)<sup>3</sup>. Заметим, что это составляет примерно 1.6% от объема сферы Харрисона. Можно полагать, что не будет большой ошибкой, если среднюю величину площади орбиты  $\pi R_H^2$  мы оценим как половину площади центральной орбиты сигары. Тогда, собирая эти оценки и подставляя величину  $\varepsilon \approx 1.37 \cdot 10^{-6}$  (рис. 3) в поле  $H = 4 \cdot 10^4 \text{ Гс}$ , получим  $J \approx 29 \text{ А/см}$ . Эта величина более чем удовлетворительно, учитывая грубость использованных оценок, согласуется с наблюдаемой в эксперименте [6] величиной  $\Delta B = 4\pi\Delta M \approx 30 \text{ Гс}$ , хотя условия данных экспериментов не вполне совпадают.

Легко видеть, что выражение для тока (20) можно представить в виде

$$J = \delta N c_1 \varepsilon_F \frac{c}{H}, \quad (23)$$

где коэффициент  $c_1$  учитывает усреднение по поверхности Ферми. Поскольку скачок индукции в соседних доменах  $\Delta B \equiv 4\pi\Delta M = (4\pi/c)J$ , имеем

$$\Delta M H = \delta N c_1 \varepsilon_F, \quad (24)$$

где всегда можно считать  $\delta N = N_0 \varepsilon c_2$  и  $c_2$  — коэффициент, однозначно определяемый из формы поверхности Ферми и в нашем случае равный 50. Сравнивая с выражением для магнитоотрицательности (8) и представляя его в виде  $\varepsilon = (\Delta M H / E) c_3$ , получим выражение для модуля Юнга:

$$E = \varepsilon_F N_0 c_1 c_2 c_3, \quad (25)$$

где все коэффициенты  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  целиком определяются устройством поверхности Ферми. Здесь под  $\varepsilon_F$  имеется в виду кинетическая энергия электрона на поверхности Ферми, т.е.  $\varepsilon_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$ . Например, для бериллия  $k_F \approx 1.03$  (ат. ед.)<sup>-1</sup> и  $N_0 = 0.43 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup> [29]. Отсюда правильное значение модуля Юнга бериллия получается при вполне правдоподобной величине коэффициента  $c_1 \approx 0.6$ . Другими словами, мы приходим к выводу, что поверхность Ферми определяет не только электронные свойства металла, но и его упругие свойства. Заметим, что полученный результат верен с точностью до предположения, что ток намагниченности целиком определяется градиентом плотности зарядов в магнитном поле.

Этот вывод заслуживает более подробного обсуждения. Вопрос о вкладе электронов проводимости в сжимаемость металла представляет безусловный интерес, и по этому поводу высказывались различные точки зрения. Так, например, в работе [30] из приведенных там оценок получалось, что этот электронный вклад в сжимаемость металла составляет примерно от 60 до 80%. С другой стороны, в работе [31] ионным вкладом в сжимаемость полностью пренебрегалось, фактически предполагалось, что упругие свойства металла, в данном случае ниобия, целиком определяются электронами проводимости. Этот вопрос оказался ключевым для объяснения экспериментов по поиску осцилляций уровня Ферми в магнитном поле, которые были предсказаны ранее [24], и чему было посвящено большое количество работ [2]. Впервые в аналогичном и весьма точном эксперименте именно на бериллии [32] бы-

ло обнаружено отсутствие этих осцилляций с точностью не хуже 10% от ожидаемой из теории [24] величины. Для объяснения такого результата там же, в частности, было показано, что если сжимаемость металла целиком определяется электронами проводимости, то осцилляции уровня Ферми в магнитном поле должны в точности компенсироваться вследствие магнитоотрицательности. Вообще говоря, это несколько не противоречит результату [24], так как там магнитоотрицательность не учитывалась, и рассматривалась по сути модель металла с заданной и постоянной объемной плотностью электронов. Таким образом, из полученных в [32] результатов следовало, что электронный вклад в сжимаемость бериллия по крайней мере не меньше 90%. Предположение о том, что в других металлах коэффициент сжимаемости почти целиком определяется электронами проводимости, вообще говоря, подтверждается весьма точными теоретическими расчетами Бровмана и Кагана [33] на примере магния. В результате суммирования всех электронных и ионных вкладов в сжимаемость (см. табл. 3 в [33]) с точностью не хуже примерно 3% остается только вклад от электронов проводимости, который с такой же точностью согласуется с известной табличной величиной модуля Юнга для магния.

Итак, из приведенных выше наших расчетов на примере бериллия следует, что электроны проводимости должны целиком определять величину коэффициента сжимаемости. Тем не менее характер приведенных выше рассуждений заставляет думать, что это общий результат для металлов. Действительно, не вызывает сомнений, что образование диаманитных доменов присуще в принципе всем без исключения металлам, проблема только в исключительной трудности создания необходимых условий для большинства металлов. Как отмечалось выше, они уже наблюдались в серебре, бериллии, олове и алюминии. С другой стороны, в этом и только в этом случае, т.е. если сжимаемость целиком определяется электронным вкладом, при изменении магнитного поля осциллируют только объем и намагниченность, а уровень Ферми остается постоянным. Это означает, что в соседних доменах уровни Ферми оказываются одинаковыми и между доменами нет контактной разности потенциалов, что само по себе было бы и весьма странно и энергетически невыгодно. Другими словами, сам факт возможности существования диаманитных доменов подтверждает ту точку зрения, что электроны проводимости должны целиком определять сжимаемость металла. Хотя, конечно, трудно сказать, насколько этот вывод количественно точен.

Мы выражаем благодарность Л. Максимова, Е. Красноперову и Г. Шолту за обсуждение затронутых здесь вопросов. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 98-02-17142).

### ЛИТЕРАТУРА

1. L. Landau, *Z. Phys.* **64**, 629 (1930).
2. Д. Шенберг, *Магнитные осцилляции в металлах*, Мир, Москва (1986).
3. J. H. Condon, *Phys. Rev.* **145**, 526 (1966).
4. J. H. Condon and R. E. Walstedt, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 612 (1968).
5. G. Solt, C. Baines, V. S. Egorov, D. Herlach, E. Красноперов, and U. Zimmermann, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2575 (1996).
6. G. Solt, C. Baines, V. S. Egorov, D. Herlach, and U. Zimmermann, *Phys. Rev. B* **59**, 6834 (1999).
7. A. Schenck, *Muon Spin Rotation Spectroscopy*, Hilger, Bristol (1986).
8. G. Solt, V. S. Egorov, C. Baines, D. Herlach, and U. Zimmermann, *Phys. Rev. B* **62**, R11933 (2000).
9. В. И. Божко, Е. П. Вольский, *Письма в ЖЭТФ* **26**, 337 (1977).
10. B. S. Chandrasekhar, *Phys. Lett.* **6**, 27 (1963).
11. T. E. Thomson, P. R. Aron, B. S. Chandrasekhar et al., *Phys. Rev. B* **4**, 518 (1971).
12. B. S. Chandrasekhar, E. Fawcett, D. M. Sparlin, and G. K. White, *Proc. of LT10, VINITI, Moscow* **3**, 328 (1967).
13. В. С. Егоров, Е. П. Красноперов, Ф. В. Лыков, Г. Шолт, К. Байнс, Д. Герлах, У. Циммерманн, *ФТТ* **40**, 524 (1998).
14. В. С. Егоров, Ф. В. Лыков, О. А. Решина, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 28 (2000).
15. G. K. White, *Cryogenics* **1**, 151 (1961).
16. В. С. Егоров, *ЖЭТФ* **69**, 2231 (1975).
17. J. F. Smith and C. L. Arbogast, *J. Appl. Phys.* **31**, 99 (1960).
18. *Физические величины*, справочник, Энергоатомиздат, Москва (1991).
19. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1965).
20. Д. А. Франк-Каменецкий, *Лекции по физике плазмы*, Атомиздат, Москва (1968).
21. И. А. Привороцкий, *ЖЭТФ* **52**, 1755 (1967).
22. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
23. T. E. Faber, *Proc. Roy. Soc. A* **248**, 460 (1958).
24. М. И. Каганов, И. М. Лифшиц, К. Д. Синельников, *ЖЭТФ* **32**, 605 (1959).
25. V. S. Egorov, *Phys. B* **301**, 212 (2001).
26. T. L. Loucks and P. H. Cutler, *Phys. Rev.* **133**, A819 (1964).
27. J. H. Terrel, *Phys. Rev.* **149**, 526 (1966).
28. B. R. Watts, *Proc. Roy. Soc. (London) A* **282**, 521 (1964).
29. J. H. Tripp, P. M. Everett, W. L. Gordon, and R. W. Stark, *Phys. Rev.* **180**, 669 (1969).
30. Б. Г. Лазарев, Э. А. Канер, Л. В. Чеботарев, *ФНТ* **3**, 808 (1977).
31. J. Ashkenasi, M. Dacorogna, M. Peter, Y. Talmor, E. Walker, and S. Steinemann, *Phys. Rev. B* **18**, 4120 (1978).
32. Н. Е. Алексеевский, В. И. Нижанковский, *ЖЭТФ* **88**, 1771 (1985).
33. Е. Г. Бровман, Ю. М. Каган, *УФН* **112**, 369 (1974).