

О ВЛИЯНИИ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ НА ГЕНЕРАЦИЮ ГАРМОНИК В ФОТОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

*В. П. Силин**

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
117991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 13 июля 2001 г.

В фотоионизованной плазме, возникающей в режиме подавления барьера ионизации, благодаря сохранению памяти электронов об их внутриатомном состоянии проявляется резкая зависимость от таких состояний эффективности генерации третьей и пятой гармоник поля накачки. Для максимальных значений эффективности генерации такая зависимость прямо пропорциональна десятой степени главного квантового числа возбужденных ns -состояний электронов.

PACS: 42.65.Ky, 52.90.+z

1. Генерация высоких гармоник под действием когерентного излучения на вещество рассматривалась в 1964 году на примере плазмы. Физическая картина такого явления связывалась с когерентным тормозным излучением электронов, осциллирующих в поле накачки и рассеивающихся на ионах плазмы [1]. Затем генерация гармоник в плазме стала связываться с пондеромоторным воздействием излучения на плазму (см., например, [2]). Экспериментальные исследования в этом направлении проводились параллельно исследованиям по управляемому лазерному термоядерному синтезу (см., например, [3]). Позже эксперименты по генерации высоких гармоник лазерного излучения накачки стали весьма интенсивно проводиться на газовых мишенях (см., например, [4]). Результаты таких экспериментов привели к накоплению большого экспериментального материала, а также к развитию новых представлений о проявлении свойств атомных электронов в генерации высоких гармоник. Здесь надо подчеркнуть, что теория подобных представлений связана с компьютерной разработкой физических моделей, что не всегда позволяет достаточно обстоятельно рассмотреть богатую картину физических явлений. Однако и в этом направлении в последнее время имеется определенный прогресс бла-

годаря развитию аналитического описания [5].

Следует подчеркнуть, что причиной генерации гармоник в экспериментах с газовыми мишенями зачастую фактически является тормозное излучение гармоник движущимися в поле накачки электронами, т. е. та же причина, которая была использована первоначально для предсказания генерации высоких гармоник в полностью ионизованной плазме [1]. Плазменная теория является в существенной мере аналитической и сравнительно наглядной. Ее развитие для случая излучения накачки эллиптической поляризации [6] позволило, в частности, усмотреть возможность аномального увеличения эффективности генерации гармоник с ростом степени круговой поляризации излучения в области небольших значений этой степени [7]. Такое явление было ранее обнаружено экспериментально [8].

Эксперименты с газовыми мишенями указывают на то, что под действием лазерного излучения накачки газ ионизуется [9–11]. Поэтому целесообразно понимать, как ведут себя такие плазмы, возникшие в результате фотоионизации, и какими закономерностями характеризуется генерация гармоник в таких плазмах. Особый интерес представляет фотоионизация газа в режиме подавления барьера ионизации, когда выполнено условие Бете [12]

$$E \geq \frac{I_Z^2}{4Z}. \quad (1.1)$$

*E-mail: silin@sci.lebedev.ru

Эта формула записана в атомных единицах. Здесь E — напряженность электрического поля излучения накачки, I_Z — ионизационный потенциал, Z — заряд атомного ядра. Роль возбужденных состояний нетрудно усмотреть, если использовать формулу

$$I_Z = Z^2/2n^2, \quad (1.2)$$

имеющую место для электронов в кулоновском поле и для возбужденных состояний с главным квантовым числом n . Последняя формула после ее подстановки в (1.1) приводит к следующему условию для плотности потока энергии излучения накачки

$$q \geq \frac{Z^6}{256n^8} \rightarrow q \left[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} \right] \geq 1.37 \cdot 10^{14} \frac{Z^6}{n^8}. \quad (1.3)$$

Отсюда, в частности, следует, что при достаточно больших значениях главного квантового числа и при не очень больших значениях Z ионизация в режиме подавления барьера может оказаться определяющей в широкой области сравнительно легко доступных экспериментальных значений плотности потока энергии лазеров.

В кратком сообщении [13] было указано на физические возможности теоретического установления закономерностей генерации высоких гармоник в фотоионизованном газе, когда ионизация происходит в режиме подавления барьера ионизации. В работе [14] было дано обоснование указанных в [13] возможностей и на примерах плазм, возникающих в результате ионизации газа, состоящего из водородоподобных атомов, находящихся в некоторых квантовых состояниях, установлены асимптотические зависимости, характеризующие генерацию высоких гармоник излучения накачки. Следующий шаг, являющийся важным для нашего рассмотрения, был сделан в работе [15], в которой, во-первых, для случая режима подавления барьера ионизации был установлен общий вид функции распределения фотоэлектронов, возникающих в результате их ионизации из ns -состояний водородоподобного атома:

$$f_{ns}(p) = \frac{N_e}{4\pi^2(mV_Z)^3} \times \frac{8n [\sin(2n \arctg(np/mV_Z))]^2}{(p/mV_Z)^2 [1 + (np/mV_Z)^2]^2}. \quad (1.4)$$

Здесь N_e — плотность числа электронов, p — импульс электрона, m — его масса, n — главное квантовое число, $V_Z = Ze^2/\hbar$ — кулоновская единица скорости [16], e — заряд электрона, \hbar — постоянная Планка. Во-вторых, в работе [15] выявлена роль возбужденных состояний атома в генерации высоких

гармоник излучения накачки в фотоионизованной плазме. Было установлено, что наличие в фотоионизирующемся газе атомов в возбужденных состояниях может приводить к увеличению эффективности генерации высоких гармоник на несколько порядков величины.

Важную роль в понимании актуальности настоящего исследования играет работа [17], в которой экспериментально исследовалась генерация третьей гармоники в газе с предварительно возбужденными атомами. В этой работе показано, что эффективность генерации возрастает на порядки величины по сравнению с генерацией из газа без такого предварительного возбуждения атомов. Экспериментальные данные работы [17] не позволили однозначно установить механизм генерации гармоник. С другой стороны, результаты теоретической работы [15] относятся к случаю весьма высоких гармоник, а экспериментальное исследование [17] было проведено для невысокой — третьей гармоники. В этой связи для понимания экспериментов по генерации сравнительно невысоких гармоник стала актуальной разработка теории генерации таких гармоник, которая позволила бы проводить необходимое сравнение с детальными экспериментальными исследованиями и в том числе с исследованиями зависимости эффективности генерации от интенсивности накачки. Это особенно актуально в тех условиях, когда возможно в какой-то мере контролировать возбуждение атомов фотоионизирующегося газа. Поэтому ниже излагается теория генерации третьей и пятой гармоник, результаты которой в существенной мере дополняют результаты асимптотической теории генерации весьма высоких гармоник работы [15], во-первых, для области, которая асимптотической теорией высоких гармоник не описывается, и, во-вторых, для области, экспериментальные исследования в которой более широко доступны. При этом все наше рассмотрение относится к следствиям того механизма генерации высоких гармоник, который получил название механизма когерентного тормозного излучения (см., например, [1, 15]).

2. Для описания когерентной тормозной генерации невысоких гармоник в плазме используем простейшую модель этого явления, основанную на кинетическом уравнении для электронов с интегралом столкновений электронов с ионами в форме Фоккера–Планка–Ландау [18]. В таком подходе, как это показано еще в [1] (см. также, например, [15]), для определяющего поля гармоник возмущения электронного тока $\delta \mathbf{j}$, обусловленного полем накачки, имеет место сравнительно простое соотно-

шение:

$$\frac{\partial \delta \mathbf{j}}{\partial t} = -\frac{4\pi e^2 e_i^2 N_i \Lambda}{m^2} \int d\mathbf{V} \frac{e\mathbf{V}}{V^3} f_e(\mathbf{V} - \mathbf{u}_E(t)). \quad (2.1)$$

Здесь e_i — заряд ионов, N_i — плотность ионов, Λ — кулоновский логарифм, $\mathbf{V} = \mathbf{p}/m$ — скорость электронов, $\mathbf{u}_E(t)$ — скорость осцилляций электронов в поле накачки, $f_e(\mathbf{V})$ — электронная функция распределения. Для рассматриваемого в настоящем сообщении простейшего случая монохроматического поля накачки с линейной поляризацией напряженность электрического поля может быть представлена в виде

$$\mathbf{E} = (E_x(t), 0, 0), \quad E_x(t) = E \cos(\omega t - \phi_x), \quad (2.2)$$

где E — амплитуда электрического поля волны накачки, ω — частота накачки, ϕ_x — не зависящая от времени, но способная быть зависящей от координат фаза. Для теории генерации гармоник в нерелятивистской плазме достаточно дипольного приближения. В таком приближении для скорости осцилляций электрона в поле накачки достаточно следующего приближенного выражения:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_E(t) &= (u_{E_x}(t), 0, 0), \\ u_{E_x}(t) &= -V_E \sin(\omega t - \phi_x), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где

$$V_E = |e|E/m\omega \quad (2.4)$$

— амплитуда скорости осцилляций электрона, зависимость от величины которой в нашей теории играет определяющую роль. Здесь своевременно заметить, что условие Бете (1.3) при использовании (2.4) имеет вид

$$\frac{V_E}{V_Z} \geq \frac{Z^2}{8n^4} \frac{I_H}{\hbar\omega} \approx 1.7 \frac{Z^2}{n^4} \frac{1}{\omega[\text{эВ}]}, \quad (2.5)$$

где I_H — ионизационный потенциал атома водорода, а ω — частота накачки, измеряемая в электронвольтах. Правая часть соотношения (2.5) указывает на то, что условие Бете фотоионизации атомов в режиме подавления барьера для возбужденных состояний может возникать и тогда, когда скорость осцилляций электрона в поле накачки не превышает значительно единицы кулоновской скорости V_Z .

Подстановка соотношений (1.4) и (2.3) в формулу (2.1) позволяет для возмущения электронного тока получить следующее выражение:

$$\delta j_x = \sum_{N=1}^{\infty} \sigma_{xx}^{(2N+1)} E \cos[(2N+1)(\omega t - \phi_x)]. \quad (2.6)$$

Эта формула, описывающая генерацию нечетных гармоник, является общей (см., например, [1]). Нашей задачей является установление явного вида парциальных нелинейных проводимостей, для которых используем обозначение

$$\sigma_{xx}^{(2N+1)} = \frac{e^2 N_e}{m\omega^2} \nu_{xx}^{(2N+1)}(n, E), \quad (2.7)$$

где эффективные нелинейные частоты столкновений определяются формулами

$$\nu_{xx}^{(2N+1)}(n, E) = \nu_Z n^3 A_n^{(2N+1)} \left(\frac{nV_E}{V_Z} \right). \quad (2.8)$$

Здесь

$$\nu_Z = \frac{16e^2 e_i^2 N_i \Lambda}{m^2 V_Z^3} \quad (2.9)$$

— эффективная частота электрон-ионных столкновений для электронов, соотношенная с единицей кулоновской скорости. Функции $A_n^{(2N+1)}$ зависят как от номера генерируемой гармоники, так и от главного квантового числа n . Эти функции могут быть представлены в существенно упрощающем теорию виде, когда зависимости от номера гармоники и от квантового числа разделены. Именно, мы получаем

$$A_n^{(2N+1)}(x) = \frac{1}{x^3} \left[D_n \alpha^{(2N+1)} \left(\frac{b}{x} \right) \right]_{b=1}. \quad (2.10)$$

Здесь после применения оператора D_n следует принять $b = 1$. При этом D_n для различных значений главного квантового числа представляет собой различные дифференциальные операторы, которые, например, для используемых ниже первых пяти значений $n = 1, 2, 3, 4, 5$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} D_1 &= 1 - \frac{d}{db} + \frac{1}{3} \frac{d^2}{db^2}, \\ D_2 &= 1 - \frac{d}{db} + \frac{1}{3} \frac{d^2}{db^2} + \frac{1}{15} \frac{d^4}{db^4}, \\ D_3 &= 1 - \frac{d}{db} + \frac{1}{3} \frac{d^2}{db^2} + \frac{1}{15} \frac{d^4}{db^4} + \\ &\quad + \frac{2}{45} \frac{d^5}{db^5} + \frac{2}{315} \frac{d^6}{db^6}, \\ D_4 &= 1 - \frac{d}{db} + \frac{1}{3} \frac{d^2}{db^2} + \frac{1}{5} \frac{d^4}{db^4} + \frac{2}{15} \frac{d^5}{db^5} + \\ &\quad + \frac{2}{45} \frac{d^6}{db^6} + \frac{2}{315} \frac{d^7}{db^7} + \frac{1}{2835} \frac{d^8}{db^8}, \\ D_5 &= 1 - \frac{d}{db} + \frac{1}{3} \frac{d^2}{db^2} + \frac{4}{15} \frac{d^4}{db^4} + \frac{4}{15} \frac{d^5}{db^5} + \\ &\quad + \frac{44}{315} \frac{d^6}{db^6} + \frac{4}{105} \frac{d^7}{db^7} + \frac{16}{2835} \frac{d^8}{db^8} + \\ &\quad + \frac{2}{4725} \frac{d^9}{db^9} + \frac{2}{155925} \frac{d^{10}}{db^{10}}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Единая для всех атомных состояний и различающаяся для различных гармоник функция $\alpha^{(2N+1)}(Y)$ может быть представлена в виде следующего интеграла:

$$\alpha^{(2N+1)}\left(\frac{b}{x}\right) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{Q_{N+1/2}(\zeta) + Q_{N-1/2}(\zeta)}{\zeta + 1}, \quad (2.12)$$

где $Q_\nu(\zeta)$ — функции Лежандра. При этом под интегралом (2.12) переменные ζ и θ связаны соотношением

$$\zeta = 1 + \frac{2b^2}{x^2 \sin^2 \theta}. \quad (2.13)$$

Прежде чем переходить к установлению вида функций, определяемых интегралом (2.12), заметим, что, как это показано ниже, в области не очень больших значений аргумента недалеко от своих максимальных значений для функций $A_n^{(2N+1)}(x)$ имеется простая масштабная зависимость, пропорциональная n^2 . Это указывает также на продуктивность использования функций

$$\Psi_n^{(2N+1)}\left(\frac{V_E}{V_Z}\right) = \frac{1}{n^2} A_n^{(2N+1)}\left(\frac{nV_E}{V_Z}\right). \quad (2.14)$$

При этом для эффективных нелинейных частот столкновений можно записать

$$\nu_{xx}^{(2N+1)}(n, E) = \nu_Z n^5 \Psi_n^{(2N+1)}\left(\frac{V_E}{V_Z}\right). \quad (2.15)$$

Пятая степень главного квантового числа в формуле (2.15) представляет собой одну из центральных выявляемых ниже новых закономерностей.

3. Посвятим этот раздел теории генерации третьей гармоники. Для этого прежде всего следует обратиться к рассмотрению формулы (2.12), которая в интересующем нас случае и при учете соотношения (2.13) может быть представлена в виде

$$\alpha^{(3)}(Y) = \frac{Y\sqrt{2}}{\pi} \times \int_{1+2Y^2}^{\infty} d\zeta \frac{Q_{3/2}(\zeta) + Q_{1/2}(\zeta)}{(\zeta^2 - 1)\sqrt{\zeta - (1 + 2Y^2)}}. \quad (3.1)$$

Один из возможных путей преобразования этого выражения связан с использованием интегрального представления для функций Лежандра [19, 8.713, с. 1015]:

$$Q_\nu(\zeta) = \frac{1}{2^{\nu+1}} \int_{-1}^{+1} dt \frac{(1-t^2)^\nu}{(\zeta-t)^{\nu+1}}.$$

Такое представление позволяет в удобной для дальнейших вычислений форме записать

$$Q_{3/2}(\zeta) + Q_{1/2}(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-1}^{+1} \frac{dt}{\sqrt{\zeta-t}} \Theta_3(t), \quad (3.2)$$

где

$$\Theta_3(t) = \sqrt{\frac{1+t}{1-t}} (2t-1). \quad (3.3)$$

Эти преобразования позволяют представить формулу (3.1) в виде

$$\alpha^{(3)}(Y) = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} dt \Theta_3(t) I(t), \quad (3.4)$$

где

$$I(t) = \frac{Y}{2} \int_{1+2Y^2}^{\infty} \frac{d\zeta}{(\zeta^2 - 1)(\zeta - t)^{1/2} (\zeta - (1 + 2Y^2))^{1/2}}$$

или

$$I(t) = \frac{1}{2^{3/2}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-t}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-t}}{Y\sqrt{2}} - \frac{Y}{2(1+t^2)^{1/2}(1+Y^2)^{1/2}} \times \ln \frac{2^{1/2}(1+Y^2)^{1/2} + (1+t)^{1/2}}{2^{1/2}(1+Y^2)^{1/2} - (1+t)^{1/2}} \right). \quad (3.5)$$

Формулы (3.3)–(3.5) позволяют записать выражение (3.1) в следующем явном виде:

$$\alpha^{(3)}\left(\frac{b}{x}\right) = \operatorname{Arsh} \left[\frac{x}{b} \right] + \frac{1}{3} \left(\frac{8b}{x} - \frac{8b^2 + 7x^2}{\sqrt{x^2 + b^2}} \right), \quad (3.6)$$

позволяющем, согласно (2.10) и (2.11), представить функции $A_n^{(3)}(x)$ для пяти ns -состояний $n = 1, 2, 3, 4, 5$ в виде

$$A_n^{(3)}(x) = \frac{1}{x^3} \left\{ \operatorname{Arsh}[x] + a_n^{(3)}(x) \right\}, \quad (3.7)$$

где

$$a_1^{(3)}(x) = \frac{-3x - 7x^3 - 3x^5}{3(1+x^2)^{5/2}}, \quad (3.8)$$

$$a_2^{(3)}(x) = \frac{-x(15 + 65x^2 + 44x^4 + 38x^6 + 9x^8)}{15(1+x^2)^{9/2}}, \quad (3.9)$$

$$a_3^{(3)}(x) = \frac{1}{105(1+x^2)^{13/2}} \left\{ -x(105 + 665x^2 - 77x^4 + 2062x^6 + 663x^8 + 327x^{10} + 53x^{12}) \right\}, \quad (3.10)$$

$$a_4^{(3)}(x) = -\frac{1}{63(1+x^2)^{17/2}} \times \\ \times (63x + 525x^3 - 1302x^5 + 7596x^7 - 2830x^9 + \\ + 3314x^{11} + 696x^{13} + 236x^{15} + 29x^{17}), \quad (3.11)$$

$$a_5^{(3)}(x) = -\frac{1}{495(1+x^2)^{21/2}} \times \\ \times (495x + 5115x^3 - 35541x^5 + 268092x^7 - \\ - 426118x^9 + 482664x^{11} - 120750x^{13} + 54400x^{15} + \\ + 8475x^{17} + 2175x^{19} + 215x^{21}). \quad (3.12)$$

На рис. 1 представлены пять функций $A_n^{(3)}$ ($x = nV_E/V_Z$). При этом все они при больших значениях аргумента сближаются друг с другом. Напротив, в области своих максимумов эти функции сильно различаются. При этом с большой точностью оказывается, что это различие дается законом n^2 . В этой связи для описания генерации третьей гармоники с помощью эффективной нелинейной частоты столкновений $\nu_{xx}^{(3)}(n, E)$ на рис. 2 представлены пять функций $\Psi_n^{(3)}(V_E/V_Z)$. При этом видно, что если кривая для 1s-состояния несколько выпадает из общей картины, то остальные кривые, во-первых, не сильно различаются и, во-вторых, с ростом главного квантового числа сближаются. При этом для всех так сблизившихся кривых их максимумы достигаются при $V_E = (1.2 - 1.5)V_Z$, а сами максимальные значения составляют примерно 0.13.

Формула (2.15), с одной стороны, а также практически совпадающие максимумы кривых $\Psi_n^{(3)}$ — с другой, позволяют сделать вывод о том, что реальной скейлинговой зависимостью эффективных частот $\nu_{xx}^{(3)}$ от главного квантового числа является закон примерно n^5 .

4. Обратимся теперь к рассмотрению эффективных нелинейных частот столкновений $\nu_{xx}^{(5)}$, описывающих нелинейную проводимость плазмы, ответственную за генерацию пятой гармоники поля накачки. При этом подобно (3.1) в качестве исходного соотношения имеем

$$\alpha^{(5)}(Y) = \frac{Y\sqrt{2}}{\pi} \times \\ \times \int_{1+2Y^2}^{\infty} d\zeta \frac{Q_{5/2}(\zeta) + Q_{3/2}(\zeta)}{(\zeta^2 - 1)(\zeta - (1 + 2Y^2))^{1/2}}. \quad (4.1)$$

Интегральное представление функций Лежандра позволяет записать соотношение

$$Q_{5/2}(\zeta) + Q_{3/2}(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-1}^{+1} \frac{dt}{\sqrt{\zeta-1}} \Theta_5(t), \quad (4.2)$$

где

$$\theta_5(t) = \sqrt{\frac{1+t}{1-t}} (4t^2 - 2t - 1). \quad (4.3)$$

Соответственно этому формулу (4.1) можно представить в виде

$$\alpha^{(5)}(Y) = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} dt \Theta_5(t) I(t). \quad (4.4)$$

В последнем соотношении интеграл может быть взят в явном виде, так что

$$\alpha^{(5)}\left(\frac{b}{x}\right) = \text{Arcsh}\left[\frac{x}{b}\right] + \frac{24b}{5x} + \frac{64b^3}{15x^3} - \\ - \frac{64b^4 + 104b^2x^2 + 43x^4}{15x\sqrt{x^2 + b^2}}. \quad (4.5)$$

Эта формула является ключевой в нашей теории генерации пятой гармоники. С помощью процедуры (2.10) и формулы (4.5) находим

$$A_n^{(5)}(x) = \frac{1}{x^3} \left\{ \text{Arcsh}[x] + a_n^{(5)}(x) \right\}, \quad (4.6)$$

где

$$a_1^{(5)}(x) = -\frac{15x + 35x^3 + 23x^5}{15(1+x^2)^{5/2}}, \quad (4.7)$$

$$a_2^{(5)}(x) = -\frac{15x + 65x^3 + 108x^5 + 54x^7 + 17x^9}{15(1+x^2)^{9/2}}, \quad (4.8)$$

$$a_3^{(5)}(x) = -\frac{1}{105(1+x^2)^{13/2}} (105x + 665x^3 + \\ + 1771x^5 + 1166x^7 + 1783x^9 + 551x^{11} + 109x^{13}), \quad (4.9)$$

$$a_4^{(5)}(x) = -\frac{1}{315(1+x^2)^{17/2}} (315x + 2625x^3 + \\ + 9618x^5 + 1692x^7 + 37594x^9 + 5818x^{11} + \\ + 9528x^{13} + 2188x^{15} + 313x^{17}), \quad (4.10)$$

$$a_5^{(5)}(x) = -\frac{1}{495(1+x^2)^{21/2}} (495x + 5115x^3 + \\ + 23859x^5 - 32868x^6 + 331562x^9 - 195288x^{11} + \\ + 245154x^{13} + 12160x^{15} + 23259x^{17} + \\ + 4287x^{19} + 479x^{21}). \quad (4.11)$$

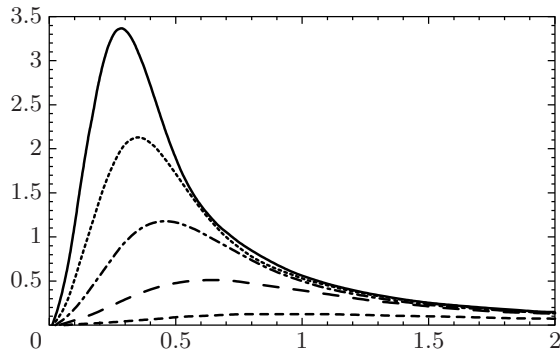


Рис. 1. Графики функций $A_n^{(3)}(x = nV_E/V_Z)$ для пяти ns -состояний, отвечающих $n = 1, 2, 3, 4, 5$. Здесь и на последующих рисунках линия коротких штрихов соответствует $n = 1$, линия длинных штрихов соответствует $2s$ -состоянию, штрих-пунктирная линия соответствует $3s$ -состоянию, пунктирная линия соответствует $4s$ -состоянию, наконец, сплошная линия отвечает $n = 5$

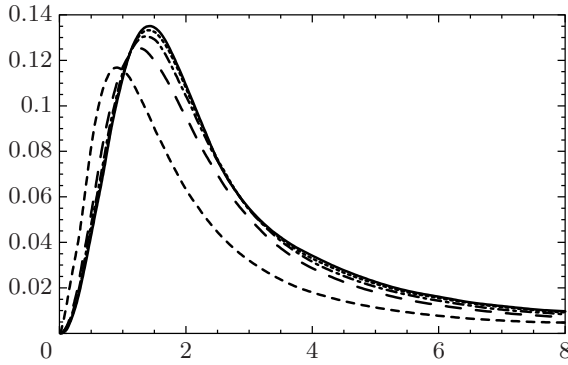


Рис. 2. Графики функций $\Psi_n^{(3)}(V_E/V_Z)$ для пяти первых ns -состояний

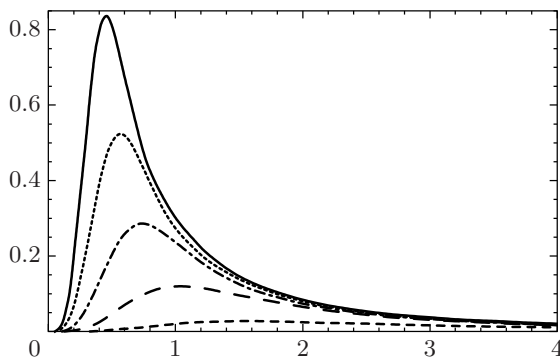


Рис. 3. Графики функций $A_1^{(3)}(x = V_E/V_Z)$, $A_2^{(3)}(x = 2V_E/V_Z)$, $A_3^{(3)}(x = 3V_E/V_Z)$, $A_4^{(3)}(x = 4V_E/V_Z)$, $A_5^{(3)}(x = 5V_E/V_Z)$

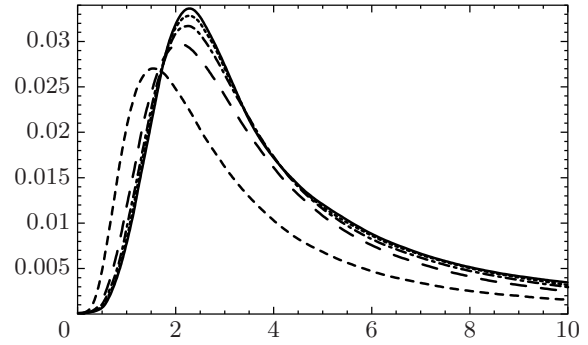


Рис. 4. Графики функций $\Psi_n^{(5)}(V_E/V_Z)$, характеризующих генерацию излучения пятой гармоники

Эти формулы дают исчерпывающий аналитический ответ на вопрос об эффективных нелинейных частотах столкновений, ответственных за генерацию пятой гармоники поля накачки.

Для дальнейшего обсуждения рассмотрим рисунок. На рис. 3 представлены графики пяти функций $A_n^{(5)}(nV_E/V_Z)$, которые при больших значениях аргумента сближаются друг с другом. Это связано с тем, что при больших значениях аргумента формула (4.6) принимает вид

$$A_n^{(5)}(x) = \frac{1}{x^3} \left\{ \ln(2x) + a_n^{(5)}(\infty) \right\}, \quad (4.12)$$

где $a_1^{(5)}(\infty) = -1.533$, $a_2^{(5)}(\infty) = -1.133$, $a_3^{(5)}(\infty) = -1.038$; $a_4^{(5)}(\infty) = -0.978$. В области своих максимумов функции $A_n^{(5)}(x)$ резко отличаются друг от друга. Это отличие с большой точностью характеризуется законом n^2 . Все это подтверждает указанную выше целесообразность для описания генерации гармоник использовать в области не очень больших интенсивностей накачки функции $\Psi_n^{(2N+1)}$.

На рис. 4 представлены пять функций $\Psi_n^{(5)}$. Графики функций этого рисунка качественно схожи с графиками рис. 2. Здесь также несколько выпадает кривая, отвечающая основному $1s$ -состоянию. С ростом главного квантового числа кривые, соответствующие возбужденным состояниям, сближаются друг с другом. Максимальные значения кривых, отвечающих $2s$ -, $3s$ -, $4s$ -, $5s$ -состояниям, примерно в четыре раза меньше тех значений, которые отвечают рис. 2, и они лежат в интервале 0.03–0.033, а значения (V_E/V_Z) , соответствующие таким максимумам, лежат в интервале 2.2–2.5. Рисунок 4 позволяет считать, что зависимость нелинейных эффективных частот столкновений от главного квантового числа дается законом примерно n^5 , что аналогично закону,

установленному выше для третьей гармоники. Сравнивая кривые рис. 4 и рис. 2, можно видеть, что отношение значений (V_E/V_Z) , соответствующих максимумам кривых этих рисунков, приближенно отвечает закону

$$(V_E/V_Z)_{max} \approx 2N + 1.$$

Иными словами, поле накачки, при котором достигается максимальное значение эффективной нелинейной частоты столкновений, растет с ростом номера гармоники.

5. Для того чтобы составить определенное представление о том, какой порядок величины представляют собой обсуждаемые нами эффекты, обратимся к случаю простейшей геометрии поля накачки. Именно, будем считать, что поле накачки описывается бегущей плоской волной вдоль оси z с волновым вектором k . Тогда $\phi_x = kz$, а волновой вектор поля накачки определяется соотношением

$$\omega^2 = 4\pi e^2 N_e / m + k^2 c^2.$$

Согласно формуле (2.6) в этом случае поле гармоник также имеет вид плоских волн с частотами $(2N+1)\omega$ и волновыми векторами $(2N+1)k$. Определяя эффективность генерации гармоники как отношение плотности потока ее энергии к плотности потока энергии поля накачки, имеем (ср., например, [15])

$$\eta^{(2N+1)}(n, E) = \left[\frac{(2N+1)}{4N(N+1)} \frac{\nu_{xx}^{(2N+1)}}{\omega} \right]^2. \quad (5.1)$$

Для рассмотренного нами случая генерации третьей и пятой гармоник в соответствии с формулой (2.15) можно записать следующие выражения:

$$\eta^{(3)}(n) = \frac{9}{64} \left(\frac{\nu_Z}{\omega} \right)^2 n^{10} \left[\Psi_n^{(3)} \left(\frac{V_E}{V_Z} \right) \right]^2, \quad (5.2)$$

$$\eta^{(5)}(n) = \frac{25}{576} \left(\frac{\nu_Z}{\omega} \right)^2 n^{10} \left[\Psi_n^{(5)} \left(\frac{V_E}{V_Z} \right) \right]^2. \quad (5.3)$$

С помощью этих выражений обсудим максимальные значения эффективностей генерации гармоник. Прежде всего заметим, что поскольку максимумы кривых рис. 2 и 4 имеют место при $V_E \sim 2V_Z$, они реализуются при следующей плотности потока энергии поля накачки:

$$q \sim 3 \cdot 10^{14} Z^2 (\omega [\text{эВ}])^2, \quad (5.4)$$

где плотность потока энергии измеряется в единицах $(\text{Вт}/\text{см}^2)$, а частота накачки — в электронвольтах. Далее, в соответствии с результатами

третьего и четвертого разделов для максимальной эффективности генерации третьей и пятой гармоник можно записать следующие оценки:

$$\eta_{max}^{(3)}(n) \approx 0.057 (y/\omega [\text{эВ}])^2 (n/10)^{10}, \quad (5.5)$$

$$\eta_{max}^{(5)}(n) \approx 0.002 (y/\omega [\text{эВ}])^2 (n/10)^{10}, \quad (5.6)$$

где

$$y = \frac{\Lambda Z_i^2}{10 Z^3} \frac{N_i}{10^{17} \text{ см}^{-3}}. \quad (5.7)$$

Десятая степень главного квантового числа представляет собой весьма яркую зависимость максимальной эффективности генерации, описываемой формулами (5.5) и (5.6). Параметр (5.7) для плотных плазм может значительно превышать единицу. Этого мы не будем предполагать в нашей явно невысказанной оценке. Именно, мы примем $\Lambda \sim 10$, $(Z_i^2/Z^3) \geq 0.1$, $N_i \leq 10^{18} \text{ см}^{-3}$, что позволяет считать параметр $y \approx 1$. Также примем, что $\omega [\text{эВ}] \approx 1$. Тогда согласно (5.5) и (5.6) для генерации третьей и пятой гармоник плазмой, возникшей при ионизации атомов, находившихся в 5s-состоянии, получаем

$$\eta_{max}^{(3)}(5) \sim 5.6 \cdot 10^{-5}, \quad \eta_{max}^{(5)}(5) \sim 2 \cdot 10^{-6}.$$

Эти значения в десять миллионов раз превышают эффективность генерации гармоник плазмой, возникающей при ионизации атомов, находившихся в основном 1s-состоянии:

$$\eta_{max}^{(3)}(1) \sim 5.7 \cdot 10^{-12}, \quad \eta_{max}^{(5)}(1) \sim 2 \cdot 10^{-13}.$$

Приведенные здесь оценки позволяют подвести итог. Проведенное теоретическое рассмотрение когерентной тормозной генерации третьей и пятой гармоник излучения накачки в фотоионизированной плазме, образуемой в режиме подавления барьера ионизации, позволило выявить весьма сильную зависимость эффективности генерации гармоник от главного квантового числа электронов атомов газа, из которого образуется плазма. Следовательно, наличие в газе малого процента атомов в возбужденных состояниях может приводить к существенному увеличению генерации третьей и пятой гармоник в фотоионизированной плазме. Именно подобное увеличение эффективности генерации третьей гармоники наблюдалось в работе [17]. В то же время следует подчеркнуть, что, как это показано в [15], при длительности импульса излучения накачки большей времени электрон-электронных столкновений обсуждаемая нами роль возбужденных состояний уменьшается. Такое время дается оценкой

$$t_{ee} \approx \frac{1}{n^3} \left(\frac{10}{\Lambda} \right) \frac{Z^3}{Z_i} \frac{10^{-13} \text{ с}}{N_i/10^{18} \text{ см}^{-3}}.$$

При больших временах, когда распределение электронов по скоростям приближается к максвелловскому, закон n^{10} формул (5.5) и (5.6) меняется, согласно [15], на закон n^6 . Происходит снова весьма существенное усиление генерации гармоник благодаря наличию возбужденных состояний в ионизируемой газе. Влияние возбужденных атомных состояний на генерацию гармоник в плазме прекратится при такой длительности импульса накачки, когда электроны настолько нагреются, что их температура превысит внутриатомную энергию электронов.

В заключение выражаю свою глубокую признательность В. Круеру (США) и П. Мулсеру (ФРГ) за полезное обсуждение изложенного выше материала. Настоящая работа была выполнена при частичной финансовой поддержке Международного научно-технического центра (проект 1253), РФФИ (проект 99-02-18075) и программы Государственной поддержки ведущих научных школ (проект 00-15-96720).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Силин, ЖЭТФ **47**, 2254 (1964).
2. Ю. В. Афанасьев, Н. Г. Басов, О. Н. Крохин и др., *Взаимодействие мощного лазерного излучения с плазмой*, Итоги науки и техники, Радиотехника, т. 17, ВИНТИ, Москва (1979).
3. R. L. Carman, C. K. Rhodes, and R. F. Benjamin, Phys. Rev. A **24**, 2649 (1981).
4. A. L'Huillier and Ph. Balcou, Phys. Rev. Lett. **70**, 774 (1998).
5. В. Т. Платоненко, В. В. Стрелков, КЭ **30**, 236 (2000).
6. В. П. Силин, ЖЭТФ **114**, 864 (1998).
7. К. Н. Овчинников, В. П. Силин, КЭ **29**, 145 (1999).
8. N. H. Burnett, C. Kan, and P. B. Corkum, Phys. Rev. A **51**, R3418 (1995).
9. C.-G. Wahlstroem, J. Larsson, A. Person et al., Phys. Rev. A **48**, 4709 (1993).
10. K. Kondo, T. Tamida, Y. Nabekawa, and S. Watanabe, Phys. Rev. A **49**, 3881 (1994).
11. S. G. Preston, A. Sanpera, M. Zepf et al., Phys. Rev. A **53**, P.R.31 (1996).
12. Н. Бете, *Quantenmechanik der Ein- und Zwei-Electronenprobleme*, Handbuch der Physik, Zweite Auflage **24**, Erste Teil (1933).
13. В. П. Силин, Письма в ЖЭТФ **69**, 486 (1999).
14. В. П. Силин, КЭ **29**, 49 (1999).
15. В. П. Силин, ЖЭТФ **117**, 926 (2000).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Физматгиз, Москва (1963).
17. A. V. Fedotov, A. N. Naumov, V. P. Silin et al., Phys. Lett. A **271**, 407 (2000).
18. В. П. Силин, *Введение в кинетическую теорию газов*, Изд-во ФИАН им. П. Н. Лебедева, Москва (1998).
19. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, издание 4-е, Физматгиз, Москва (1962).