ЖЭТФ, 2002, том 121, вып. 2, стр. 521–527

КОГЕРЕНТНОЕ ПЕРЕЗАСЕЛЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫМИ РЕЗОНАНСНЫМИ ПОЛЯМИ СИСТЕМ СВЕРХТОНКИХ УРОВНЕЙ И ПРОБЛЕМА КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА

*Д. Ф. Зарецкий**, *С. Б. Сазонов*

Российский научный центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 5 июля 2001 г.

Для организации начального состояния квантового компьютера, построенного с использованием в качестве кубитов примесных атомов в твердотельной матрице, имеющих систему сверхтонких уровней, предлагается использовать новый метод поляризации атомов и ядер воздействием бихроматических импульсных резонансных радиочастотных полей. Показано, что этим методом можно добиться глубокой поляризации без использования сверхнизких температур. Задача рассмотрена на примере взаимодействия трех и четырехуровневых систем с бихроматическими и двухфазными полями.

PACS: 32.80.Bx, 71.70.Jp, 42.50.-p

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных проблем, привлекающей сейчас внимание многих исследователей, является проблема создания квантового компьютера [1–3]. Ведется интенсивный поиск физических систем, пригодных в качестве информационной среды для квантовых вычислений. Твердотельная среда, содержащая двухуровневые ядерные спиновые системы, является одним из главных претендентов на роль системы такого рода [4]. Это связано, с одной стороны, с тем, что система из двух квантовых уровней способна нести один бит квантовой информации. С другой стороны, воздействуя на нее импульсами резонансных высокочастотных полей с заданными параметрами и используя различные механизмы взаимодействия этих систем друг с другом, можно реализовать различные алгоритмы квантовых вычислений. Такая двухуровневая система называется кубитом. Доказано, что любой квантовый вычислительный алгоритм можно представить как последовательность преобразований состояния отдельных кубитов и операций над парами взаимодействующих между собой кубитов, когда результат воздействия поля на один из пары кубитов зависит от того, в каком состоянии находится другой кубит (операция *CNOT*) [5].

Квантовая система, кубит, до начала действия поля находится в состоянии $|\Psi(0)\rangle$, являющемся суперпозицией собственных состояний гамильтониана такой системы, взаимодействующей с постоянным магнитным полем. Для двухуровневой системы это состояние обозначают как $|\Psi(0)\rangle = a(0)|0\rangle + b(0)|1\rangle$. После воздействия импульса длительностью t осциллирующего поля, перпендикулярного постоянному и напряженностью много меньшей напряженности постоянного поля, в процессе раби-осцилляций система окажется в состоянии $|\Psi(t)\rangle$, для двухуровневой системы равном $|\Psi(t)\rangle = a(t)|0\rangle + b(t)|1\rangle$. Аналогичные процессы имеют место в явлении ядерного магнитного резонанса и приведенная схема описания эквивалентна формализму, используемому для описания ЯМР [6].

Одной из проблем, стоящих на пути создания квантового компьютера, является задача организации начального состояния, когда кубиты находятся в нижнем по энергии состоянии $|0\rangle$. Для этого предполагается охлаждать твердотельные среды до температур порядка микрокельвина, что является технически сложной задачей.

Ранее нами был рассмотрен процесс перезаселения системы, состоящей из сверхтонких компо-

*E-mail: zaretsky@imp.kiae.ru

нент основного состояния атома и его возбужденного уровня, в результате взаимодействия с лазерными полями [7]. Этот эффект лежит в основе известного в оптике явления когерентного пленения населенностей. Кроме того, была теоретически предложена процедура поляризации зеемановских уровней ядерного спина атома примеси в магнитоупорядоченной кристаллической матрице или сверхтонких уровней примеси в основном состоянии в диэлектриках при взаимодействии с бихроматической радиочастотной волной [8]. Было показано, что этим способом при определенных условиях можно получить существенное перезаселение уровней квантовой системы. Нам представляется, что эти методы могут применяться при решении проблемы построения квантового компьютера на основе использования ядерных спинов примесей в твердотельных матрицах без охлаждения среды до сверхнизких температур. Предлагается использовать в качестве кубита два уровня трехуровневой или четырехуровневой системы неэквидистантных сверхтонких уровней, взаимодействующей с импульсным резонансным когерентным бихроматическим или двухфазным полем. Процесс поляризации такой системы квантовых уровней рассмотрен в предположении, что до начала воздействия поля все уровни заселены, т. е. система находится в состоянии типа $\Psi(0)\rangle$ с отличными от нуля $a(0)$ и $b(0)$.

2. ТРЕХУРОВНЕВАЯ НЕЭКВИДИСТАНТНАЯ СИСТЕМА В БИХРОМАТИЧЕСКОМ РЕЗОНАНСНОМ ВЧ-ПОЛЕ

Гамильтониан системы квантовых уровней в поле имеет вид:

$$H(t) = H_0 + V(t), \tag{1}$$

где H_0 — гамильтониан квантовой системы, взаимодействующей со стационарными в течение импульса полями, а $V(t)$ — оператор взаимодействия этой системы с осциллирующим полем. Полагая, что $H_0 \gg V(t)$, расчет проводим в рамках временной теории возмущений. Будем считать, что энергетические расстояния между уровнями меньше kT, и до включения ВЧ-поля они все заселены в общем случае неодинаково. Предположим, что время взаимодействия системы с полем меньше всех релаксационных времен, а именно, времени продольной релаксации и времени поперечной релаксации. Это условие позволяет провести исследование процесса взаимодействия на языке амплитуд, считая, что система находится в состоянии, описываемом волновой функцией, которая является суперпозицией собственных функций гамильтониана H_0, включающего и слабые стационарные возмущения, приводящие к неэквидистантности сверхтонких уровней:

$$\Psi(t) = \sum b_i(t) F_i. \tag{2}$$

Здесь $b_i(t)$ — амплитуды заселения i-го уровня, удовлетворяющие начальным условиям:

$$b_i(0) = A_i \exp(i\alpha_i), \tag{3}$$

где A_i — амплитуда начальной населенности i-го уровня,

$$A_i^2 = |b_i(0)|^2, \tag{4}$$

а α_i — начальная фаза амплитуды его заселения. Поскольку время взаимодействия предполагается меньшим времени всех релаксаций, в процессе взаимодействия практически отсутствуют стохастические возмущения системы. Кроме того, предположим, что период раби-осцилляций также меньше всех времен релаксаций. Это означает, что взаимодействие данного примесного центра, иона или атома с термостатом гораздо слабее взаимодействия с внешним электромагнитным полем. Поэтому при расчете процесса мы должны сначала найти вероятности перезаселения уровней системы под действием внешнего поля за время импульса, а затем усреднить их по ансамблю примесных центров или атомов. В этом случае амплитуды $b_i(t)$ в любой момент времени пропорциональны постоянным фазовым множителям $\exp(i\alpha_i)$ и могут быть представлены в виде

$$b_i(t) = a_i(t) \exp(i\alpha_i), \tag{5}$$

причем функции $a_i(t)$ не зависят от α_i в любой момент времени и при $t = 0$ равны

$$a_i(0) = A_i. \tag{6}$$

Собственные волновые функции F_i можно переопределить в функции F_i' с помощью соотношения

$$F_i = F_i' \exp(-i\alpha_i). \tag{7}$$

Функции F_i' не зависят от фаз α_i и также являются собственными функциями гамильтониана H_0. В результате выражение (2) примет вид

$$\Psi(t) = \sum \alpha_i(t) F_i'.$$

Отсюда следует, что результат когерентного перезаселения уровней не зависит от начальных фаз ам-

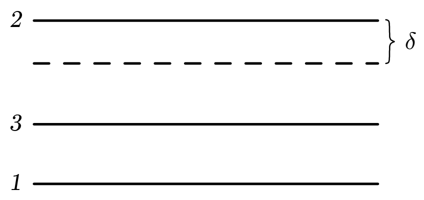

Рис. 1. Система трех неэквидистантных уровней

плитуд заселения, если эти фазы постоянны в процессе взаимодействия. Систему уравнений для амплитуд $a_i(t)$ получим из уравнения Шредингера для волновой функции $\Psi(t)$:

$$i\hbar\frac{d\Psi(t)}{dt} = H(t)\Psi(t). \tag{8}$$

Рассмотрим взаимодействие системы трех неэквидистантных уровней с бихроматическим полем вида

$$H(t) = H_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + H_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2). \tag{9}$$

Компоненты бихроматического поля когерентны друг с другом, их фазы φ_i и их относительная фаза $\Delta_\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ остаются постоянными в процессе взаимодействия. В дальнейшем мы полагаем $\varphi_1 = 0$, а $\varphi_2 = \Delta_\varphi$. Взаимодействующая с полем система уровней показана на рис. 1. Будем считать, что первая компонента, с частотой ω_1, резонансна переходу между уровнями *1* и *3*, а вторая, с частотой ω_2, — переходу между уровнями *2* и *3*. Третий уровень является общим и лежит между уровнями *2* и *3*.

Система уравнений временной теории возмущений для амплитуд $a_i(t)$ для этой системы уровней в резонансном приближении имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= -iV_{13}a_3, \\ \frac{da_2}{dt} &= -iV_{23}a_3, \\ \frac{da_3}{dt} &= -iV_{31}a_1 - iV_{32}a_2, \end{aligned} \tag{10}$$

где V_{ij} — матричные элементы операторов взаимодействия с компонентами поля, резонансными соответствующему переходу. В (10) и далее полагаем $\hbar = 1$.

Решение системы уравнений (10) для случая, когда при $t = 0$ заселены все уровни, в общем случае неодинаково, имеет вид

$$\begin{aligned} &a_1(t) = \frac{V_2A_- + V_1A_+\cos(\Omega t)}{\Omega^2} - \frac{iV_1A_3\sin(\Omega t)}{\Omega}, \\ &a_2(t) = \\ &= \left[\frac{V_2A_+\cos(\Omega t) - V_1A_-}{\Omega^2} - \frac{iV_2A_3\sin(\Omega t)}{\Omega}\right]\times \\ &\times\exp(-i\Delta_\varphi), \\ &a_3(t) = A_3\cos(\Omega t) - \frac{iA_+\sin(\Omega t)}{\Omega}, \\ &A_+ = A_2V_2\exp(i\Delta_\varphi) + A_1V_1, \\ &A_- = A_1V_2 - A_2V_1\exp(i\Delta_\varphi). \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь Ω — частота раби-осцилляций

$$\Omega^2 = V_1^2 + V_2^2,$$

где V_1 и V_2 — действительные части матричных элементов. Они пропорциональны напряженностям соответствующих компонент бихроматического поля H_i:

$$V_{13} = V_1, \quad V_{23} = V_2\exp(-i\Delta_\varphi).$$

Для оценки величины перезаселения перейдем от амплитуд к населенностям

$$\rho_{ii} = |a_i(t)|^2.$$

Для всех $A_i = 1$ и равных V_i имеем

$$\begin{aligned} &\rho_{11} = 1 - \frac{\cos\Delta_\varphi}{2} + \frac{\cos\Delta_\varphi\cos^2(\Omega t)}{2} + \\ &\quad + \frac{\sin(\Omega t)\sin\Delta_\varphi\,[1-\cos(\Omega t)]}{\sqrt{2}}, \\ &\rho_{22} = 1 - \frac{\cos\Delta_\varphi}{2} + \frac{\cos\Delta_\varphi\cos^2(\Omega t)}{2} - \\ &\quad - \frac{\sin(\Omega t)\sin\Delta_\varphi\,[1+\cos(\Omega t)]}{\sqrt{2}}, \\ &\rho_{33} = 1 + \cos\Delta_\varphi\sin^2(\Omega t) + \frac{\sin\Delta_\varphi\sin(2\Omega t)}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \tag{12}$$

На рис. 2 показана картина перезаселения уровней при $\Delta_\varphi = \pi$ под воздействием импульсов различной длительности. Заметим, что при $\Omega t = \pi/2, 3\pi/2$ средний уровень *3* полностью очищается! Таким образом, в подсистеме, состоящей из двух уровней, например из первого и третьего, можно создать ситуацию, когда нижний из этих уровней заселен, а верхний пуст, что соответствует начальному состоянию кубита.

Этого можно добиться иначе, используя импульсы поля длительностью большей периода Раби, но

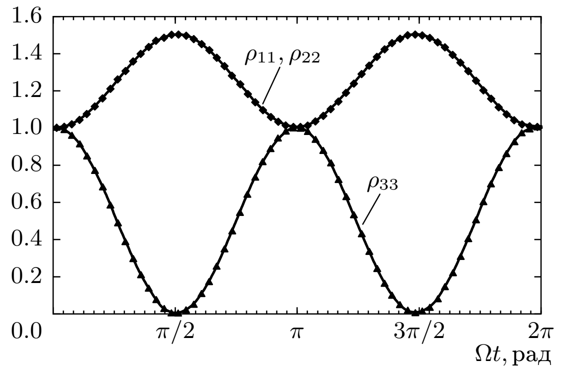

Рис. 2. Населенности трехуровневой системы после взаимодействия с импульсами бихроматического поля различной длительности; $\Delta_\varphi = \pi$

меньшей всех времен релаксаций. Если длительность импульса ВЧ-поля больше периода Раби Ω^{-1}, то для определения населенностей можно провести усреднение по раби-осцилляциям. Для усредненных населенностей после окончания импульса поля получим выражения

$$\begin{aligned}
\overline{\rho_{11}} &= \frac{V_2^2|A_-|^2}{\Omega^4} + \frac{V_1^2|A_+|^2}{2\Omega^4} + \frac{V_1^2 A_3^2}{2\Omega^2},\\
\overline{\rho_{22}} &= \frac{V_1^2|A_-|^2}{\Omega^4} + \frac{V_2^2|A_+|^2}{2\Omega^4} + \frac{V_2^2 A_3^2}{2\Omega^2},\\
\overline{\rho_{33}} &= \frac{A_3^2}{2} + \frac{|A_+|^2}{2\Omega^2}.
\end{aligned} \tag{13}$$

Рассмотрим характерную ситуацию. Пусть выполняется соотношение $|A_+|^2 = 0$. Это может иметь место, например, при $\Delta_\varphi = \pi$ и

$$V_1 = \frac{V_2 A_2}{A_1}. \tag{14}$$

Тогда для величин усредненных населенностей получаем значения

$$\begin{aligned}
\overline{\rho_{11}} &= A_1^2 + \frac{A_2^2 A_3^2}{2(A_1^2 + A_2^2)},\\
\overline{\rho_{22}} &= A_2^2 + \frac{A_1^2 A_3^2}{2(A_1^2 + A_2^2)},\\
\overline{\rho_{33}} &= \frac{A_3^2}{2}.
\end{aligned} \tag{15}$$

Из (15) видно, что после воздействия импульса поля населенность уровня *3* уменьшается в два раза. Если повторять импульсы, предварительно изменяя V_i согласно (14), то после N-го импульса его населенность уменьшится в 2^N раз. Так можно добиться практически полного очищения среднего общего уровня.

Таким образом, уровни *1* и *3* составят двухуровневую подсистему, которую можно использовать в качестве кубита информационной среды, приведенного в начальное состояние. Включая в дальнейшем только компоненту поля, резонансно связывающую уровни *1* и *3*, можно реализовать расчетные алгоритмы квантового компьютера. Необходимо, конечно, чтобы неэквидистантность уровней была достаточно большой, по крайней мере, настолько, что воздействием оставшейся компоненты на переход между уровнями *2* и *3* можно было пренебречь.

3. ТРЕХУРОВНЕВАЯ МАЛОНЕЭКВИДИСТАНТНАЯ СИСТЕМА В ДВУХФАЗНОМ РЕЗОНАНСНОМ ВЧ-ПОЛЕ

Теперь рассмотрим взаимодействие такой же трехуровневой, но малонеэквидистантной системы (см. рис. 1) с двухфазным резонансным полем, которое представляет собой две когерентные волны одной частоты, резонансные переходу между уровнями *1* и *3* и сдвинутые относительно друг друга по фазе:

$$H(t) = H_1 \cos(\omega t) + H_2 \cos(\omega t + \Delta_\varphi). \tag{16}$$

Если величина неэквидистантности уровней δ мала ($\delta \ll \omega$), то надо учитывать влияние обеих компонент поля (16) как на переход между уровнями *1* и *3*, которому резонансны обе компоненты, так и на переход между уровнями *2* и *3*, по отношению к которому обе компоненты отстроены на величину δ.

Система уравнений временной теории возмущений для амплитуд населенностей, аналогичная (10), в этом случае выглядит так:

$$\begin{aligned}
\frac{da_1}{dt} &= -iW^* a_3,\\
\frac{da_2}{dt} &= -iW \exp(i\delta t) a_3,\\
\frac{da_3}{dt} &= -iW a_1 - iW^* \exp(-i\delta t) a_2.
\end{aligned} \tag{17}$$

В (17) величина W — матричный элемент взаимодействия с полем (16), который состоит из двух слагаемых:

$$W = V_1 + V_2 \exp(-i\Delta_\varphi). \tag{18}$$

Представим его в виде:

$$\begin{aligned}
&W = \Omega_0 \exp(i\alpha/2),\\
&\Omega_0 = (V_1^2 + V_2^2 + 2V_1 V_2 \cos\Delta_\varphi)^{1/2},\\
&\alpha = -2\,\mathrm{arctg}\left[V_2 \sin\Delta_\varphi/(V_2 + V_1\cos\Delta_\varphi)\right].
\end{aligned} \tag{19}$$

Переопределим амплитуду $a_2(t)$ согласно соотношению

$$a_2'(t) = a_2(t)\exp(-i\delta t). \tag{20}$$

Подставив (20) в (17), получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= -iW^* a_3, \\ \frac{da_2'}{dt} &= -iWa_3 - i\delta a_2', \\ \frac{da_3}{dt} &= -iWa_1 - iW^* a_2'. \end{aligned} \tag{21}$$

Величина Ω_0 из (19) определяет скорость перезаселения и в случае двухфазного поля зависит не только от напряженностей полей, но и от разности фаз Δ_φ. Из (19) следует, что при

$$\cos\Delta_\varphi = -\frac{V_1^2 + V_2^2}{2V_1V_2} \tag{22}$$

имеем $\Omega_0 = 0$, следовательно, перезаселение происходить не будет. Заметим, что при $V_1 = V_2$ получаем $\alpha = -\Delta_\varphi$.

Системе линейных дифференциальных уравнений (21) соответствует характеристическое уравнение

$$k^3 + i\delta k^2 + 2k\Omega_0^2 + i\delta\Omega_0^2 = 0. \tag{23}$$

Решаем это уравнение приближенно при условии, что неэквидистантность меньше Ω_0. Введем малый параметр $\eta = \delta/\Omega_0$. Для населенностей получаем приближенные выражения в случае равных начальных населенностей для всех уровней ($A_i = 1$):

$$\begin{aligned} &\rho_{11} = [8 - 4\cos\alpha\sin^2 X - 8\sqrt{2}\sin(\alpha/2)\times \\ &\times\sin X\cos Y + 8\sin\alpha\cos X\sin Y + \eta R_{11}]/8, \\ &R_{11} = -\cos(\alpha/2)\,[\cos(2X) + 3] - \\ &-\sqrt{2}\,\sin\alpha\sin(2X) + 4\cos(\alpha/2)\cos X\cos Y - \\ &-2\sqrt{2}\,\cos\alpha\sin X\sin Y + \\ &+\sqrt{2}\,\sin\alpha\sin X\cos Y - 4\sin(\alpha/2)\cos X\sin Y, \\ &\rho_{22} = [8 - 4\cos\alpha\sin^2 X + 8\sqrt{2}\sin(\alpha/2)\times \\ &\times\sin X\cos Y - 8\sin\alpha\cos X\sin Y + \eta R_{22}]/8, \\ &R_{22} = \cos(\alpha/2)\,[5 - \cos(2X)] - \\ &-\sqrt{2}\,\sin\alpha\sin(2X) - 4\cos(\alpha/2)\cos X\cos Y + \\ &+2\sqrt{2}\,\cos\alpha\sin X\sin Y + 3\sqrt{2}\,\sin\alpha\sin X\cos Y - \\ &-4\sin(\alpha/2)\cos X\sin Y, \\ &\rho_{33} = \left[8 + 8\cos\alpha\sin^2 X + \eta R_{33}\right]/8, \\ &R_{33} = 2\cos(\alpha/2)\,[\cos(2X) - 1] + \\ &+2\sqrt{2}\,\sin\alpha\sin(2X) - 4\sqrt{2}\,\sin\alpha\sin X\cos Y + \\ &+8\sin(\alpha/2)\cos X\sin Y. \end{aligned} \tag{24}$$

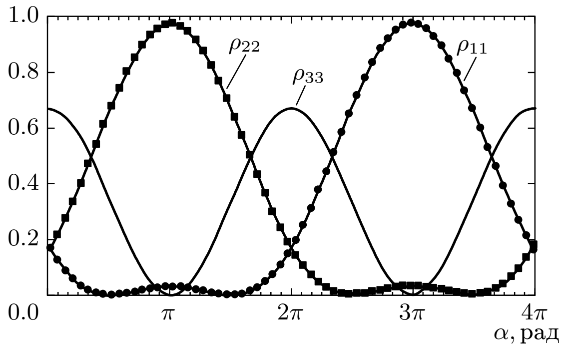

Рис. 3. Населенности малонеэквидистантной трехуровневой системы для различных значений фазы α после действия $\pi/2$-импульса двухфазного поля

Здесь $X = \sqrt{2}\,\Omega_0 t$, $Y = \delta t/4$. На рис. 3 приведены населенности уровней как функции α после воздействия $\pi/2$-импульса ($X = \pi/2$) для $\eta \ll 1$. Видно, что при $\alpha = 3\pi$ с помощью $\pi/2$-импульса можно перевести систему в состояние, при котором заселен только нижний уровень. В то же время тот же импульс при значении α близком к $3\pi/2$ создает инверсную заселенность в подсистеме из двух уровней (*1* и *3*), которую можно использовать в качестве кубита.

4. ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА В ДВУХФАЗНОМ РЕЗОНАНСНОМ ВЧ-ПОЛЕ

Аналогичным образом рассмотрим процесс перезаселения под действием поля вида (16) системы четырех неэквидистантных сверхтонких уровней. В работе [9] показано, что частицы со спином 3/2, имеющие четыре уровня энергии, также могут быть использованы в качестве носителей квантовой информации. При этом показано, что в этом случае операция *CNOT* может быть осуществлена не на двух частицах с помощью межчастичных взаимодействий, а на одной частице с использованием в качестве двух связанных кубитов двух пар уровней этой частицы.

Система уравнений для амплитуд населенности четырехуровневой системы, изображенной на рис. 4, имеет вид

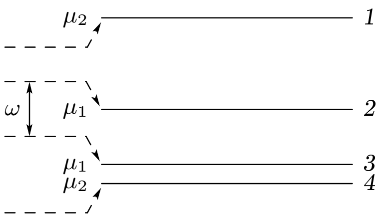

Рис. 4. Система четырех неэквидистантных уровней

$$\begin{aligned}
\frac{da_1}{dt} &= -i\sqrt{3}\,W\exp(i\delta t)a_2,\\
\frac{da_2}{dt} &= -i\sqrt{3}\,W^*\exp(-i\delta t)a_1 - 2iWa_3,\\
\frac{da_3}{dt} &= -2iW^*a_2 - i\sqrt{3}\,W\exp(-i\delta t)a_4,\\
\frac{da_4}{dt} &= -i\sqrt{3}\,W^*\exp(i\delta t)a_3.
\end{aligned} \tag{25}$$

В (25) неэквидистантность или равная ей отстройка поля (16) от резонанса равна $\delta = \mu_1 + \mu_2$ (см. рис. 4). Неэквидистантность системы уровней, изображенной на рис. 4, соответствует неэквидистантности зеемановских уровней ядра со спином $3/2$ атома примеси в твердотельной матрице, возникающей из-за квадрупольного взаимодействия ядра с электрическим кристаллическим полем. Систему уравнений (25) решаем аналогично (17), введя амплитуды

$$a_1' = \exp(-i\delta t)a_1, \quad a_4' = \exp(-i\delta t)a_4.$$

Характеристическое уравнение четвертой степени в рассматриваемом случае распадается на два квадратичных множителя:

$$\begin{aligned}
&\left[k(k+i\delta) + 3\Omega_0^2 + 2i\Omega_0(k+i\delta)\right]\times\\
&\quad\times\left[k(k+i\delta) + 3\Omega_0^2 - 2i\Omega_0(k+i\delta)\right] = 0.
\end{aligned}\tag{26}$$

Как и в случае трех уровней, решаем задачу приближенно для случая $\delta < \Omega_0$. Вводя малый параметр $\eta = \delta/\Omega_0$ для начальных условий $A_i = 1$, получаем

$$\begin{aligned}
\rho_{11} = {}&[8(4-\sqrt{3}\,\cos\alpha) + 2Z_1\sin(6X) -\\
&- 6Z_2\sin(2X) - \sqrt{3}\,\eta\sin\alpha\sin(6X) +\\
&+ 3\sqrt{3}\,\eta\sin\alpha\sin(2X) + \eta Q +\\
&+ Z_6\cos(4X)\cos(2Y) - Z_3\sin(4X)\sin(2Y) -\\
&- Z_7\cos(2X)\sin(2Y) +\\
&+ Z_4\sin(2X)\cos(2Y)]/32,\\
\rho_{22} = {}&[8(4+\sqrt{3}\,\cos\alpha) - 6Z_1\sin(6X) +\\
&+ 2Z_2\sin(2X) + 3\sqrt{3}\,\eta\sin\alpha\sin(6X) -\\
&- \sqrt{3}\,\eta\sin\alpha\sin(2X) - \eta Q -\\
&- Z_6\cos(4X)\cos(2Y) +\\
&+ Z_3\sin(4X)\sin(2Y) - Z_8\cos(2X)\sin(2Y) +\\
&+ Z_5\sin(2X)\cos(2Y)]/32,\\
\rho_{33} = {}&[8(4+\sqrt{3}\,\cos\alpha) +\\
&+ 6Z_1\sin(6X) - 2Z_2\sin(2X) -\\
&- 3\sqrt{3}\,\eta\sin\alpha\sin(6X) +\\
&+ \sqrt{3}\,\eta\sin\alpha\sin(2X) - \eta Q -\\
&- Z_6\cos(4X)\cos(2Y) +\\
&+ Z_3\sin(4X)\sin(2Y) + Z_8\cos(2X)\sin(2Y) -\\
&- Z_5\sin(2X)\cos(2Y)]/32,\\
\rho_{44} = {}&[8(4-\sqrt{3}\,\cos\alpha) - 2Z_1\sin(6X) +\\
&+ 6Z_2\sin(2X) + \sqrt{3}\,\eta\sin\alpha\sin(6X) -\\
&- 3\sqrt{3}\,\eta\sin\alpha\sin(2X) + \eta Q +\\
&+ Z_6\cos(4X)\cos(2Y) - Z_3\sin(4X)\sin(2Y) +\\
&+ Z_7\cos(2X)\sin(2Y) -\\
&- Z_4\sin(2X)\cos(2Y)]/32,
\end{aligned}\tag{27}$$

где

$$\begin{aligned}
&Z_1 = \sin(3\alpha/2) + (2\sqrt{3}-3)\sin(\alpha/2),\\
&Z_2 = 3\sin(3\alpha/2) - (2\sqrt{3}+1)\sin(\alpha/2),\\
&Z_3 = 4(3-2\sqrt{3})\cos(\alpha/2) - 12\cos(3\alpha/2) + 2\sqrt{3}\eta\cos\alpha,\\
&Z_4 = 12\sin(3\alpha/2) + 4(3+2\sqrt{3})\sin(\alpha/2) + 4\sqrt{3}\,\eta\sin\alpha,\\
&Z_5 = 12\sin(3\alpha/2) + 4(3+2\sqrt{3})\sin(\alpha/2) - 4\sqrt{3}\,\eta\sin\alpha,\\
&Z_6 = 8\sqrt{3}\,\cos\alpha - \eta Q,\\
&Z_7 = 16\sqrt{3}\,\sin\alpha + 2\eta\left[3\sin(3\alpha/2) + \sqrt{3}\,\sin(\alpha/2)\right],\\
&Z_8 = 16\sqrt{3}\,\sin\alpha - 2\eta\left(\sqrt{3}+3\right)\sin(\alpha/2),\\
&Q = \left(2\sqrt{3}+3\right)\cos(\alpha/2) - 3\cos(3\alpha/2),\\
&X = \Omega_0 t, \quad Y = \delta t/4.
\end{aligned}$$

На рис. 5 приведены населенности уровней как функции α после действия $\pi/2$-импульса ($X = \pi/2$) для $\eta \ll 1$. Для $\alpha \approx 3\pi/2$ подсистема из уровней *2* и *3* и подсистема из уровней *1* и *4* будут находиться в состоянии, при котором их соответствующие нижние уровни заселены, а верхние нет. При $\alpha \approx 5\pi/2$, наоборот, эти подсистемы уровней будут находиться в инвертированном состоянии.

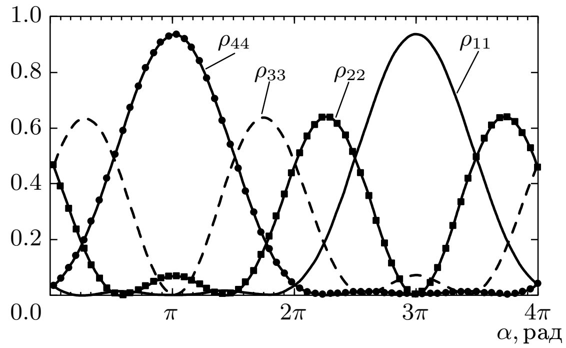

Рис. 5. Населенности малонеэквидистантной четырехуровневой системы для различных значений фазы α после действия $\pi/2$-импульса двухфазного поля

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты показывают, что с помощью коротких импульсов бихроматического или двухфазного поля можно быстро поляризовать системы сверхтонких квантовых уровней, используемые в качестве кубитов информационной твердотельной среды квантового компьютера без ее охлаждения до сверхнизких температур. Еще раз отметим, что все рассмотренные эффекты когерентного перезаселения имеют место, если длительность импульсов меньше времени продольной и поперечной релаксаций, а сила взаимодействия с полем сильнее взаимодействия спиновой системы с термостатом.

Процедуры применения бихроматического или двухфазного поля имеют свои особенности. Так, для поляризации квантовой системы с помощью бихроматического поля можно использовать импульсы длительностью большей периода раби-осцилляций. Но при этом для получения высокой степени поляризации необходимо создавать серию импульсов, меняя определенным образом перед каждым новым импульсом напряженности компонент. Для системы уровней с малой неэквидистантностью этот метод неприменим. При поляризации с помощью двухфазного поля существенный эффект можно получить с помощью одного импульса, но длительность такого импульса должна быть сравнима с периодом Раби. Двухфазное поле можно применять и при малой величине неэквидистантности уровней.

Надо заметить, что при поляризации с помощью коротких импульсов бихроматического или двухфазного поля, длительность которых сравнима с периодом Раби, состояние кубита можно изменять, меняя лишь разность фаз компонент при фиксированной длительности импульса.

Нам представляется, что речь идет о вполне решаемых технических задачах как в вопросе инициализации начального состояния квантового компьютера, так, возможно, и в реализации алгоритмов квантовых вычислений. Подчеркнем еще раз, что предлагаемый механизм поляризации примесных центров в твердотельной матрице открывает прежде всего возможность получить основное состояние системы кубитов, которыми являются сверхтонкие уровни в этих центрах. Если длина волны резонансного поля гораздо больше расстояний между центрами, то основное состояние системы кубитов для квантовых вычислений можно реализовать в макроскопическом объеме. Связь между кубитами в твердотельной матрице осуществляется с помощью диполь-дипольных взаимодействий. Учет этой связи необходим для построения алгоритма квантовых вычислений. Рассмотрение применения предлагаемого метода с учетом магнитных взаимодействий в системе кубитов требует дополнительного анализа.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. P. DiVincenzo, Science **270**, № 5234, 255 (1995).
2. B. W. Schumacher, Phys. Rev. A **51**, 2738 (1995).
3. А. Л. Чуанг, Д. В. Леюнг, С. Ллойд, Квантовый компьютер **1**, 130 (1999).
4. S. Lloyd, Science **261**, № 5128, 1569 (1993).
5. A. Barenco, C. H. Bennett, R. Cleve et al., Phys. Rev. A **52**, 3457 (1995).
6. J. D. Macomber, *The Dynamics of Spectroscopic Transitions*, John Willey and Sons, New York (1976).
7. Д. Ф. Зарецкий, С. Б. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **60**, 682 (1994).
8. Д. Ф. Зарецкий, С. Б. Сазонов, ЖЭТФ **111**, 1236 (1997).
9. А. Р. Кессель, В. Л. Ермаков, ЖЭТФ **117**, 517 (2000).