

# НЕЛИНЕЙНЫЙ РЕЗОНАНС, ИНДУЦИРОВАННЫЙ ВЫСШИМИ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ ГАРМОНИКАМИ КОГЕРЕНТНОСТИ

*С. А. Бабин\*, Е. В. Подivilов, В. В. Потапов, Д. В. Чуржин, Д. А. Шапиро*

*Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 1 октября 2001 г.

Измерен спектр пробного поля в трехуровневой  $\Lambda$ -схеме ArII в присутствии сильной стоячей волны на смежном переходе. Наблюдался известный пик светоиндуцированной прозрачности, который смещался с изменением расстройки сильного поля. Наряду с ним обнаружен новый резонанс в центре линии, положение которого не зависит от частоты сильного поля. Резонанс возникает из-за высших пространственных гармоник когерентности на пробном переходе. Теория возмущений для низкой и численный расчет для высокой интенсивности стоячей волны демонстрируют качественное согласие с экспериментом и подтверждают природу центрального резонанса.

PACS: 42.50.Gy, 42.50.Hz, 42.62.Fi

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования нелинейных спектральных резонансов в поле сильной стоячей волны ведутся начиная с 60-х годов. Первым был рассчитан нелинейный резонанс в спектре спонтанного испускания в поле стоячей волны [1]. Форма спектра в этом случае значительно отличается от простой суммы резонансных структур, индуцированных встречными бегущими волнами, которые образуют стоячую волну. Это отличие обусловлено пространственной неоднородностью поля в стоячей волне, приводящей к появлению высших пространственных гармоник как в населенностях атомных уровней, так и в поляризации среды.

Расчет для двухуровневой системы, взаимодействующей со стоячей волной [2, 3], показал, что контур провала Беннета в распределении разности населенностей уровней по скоростям оказывается промодулированным за счет высших пространственных гармоник. Однако после усреднения по скоростям и вычисления формы провала Лэмба в спектре модуляции пропадает и наблюдается только небольшое изменение глубины провала. Эффект максимален вблизи центра линии, когда поле резонансно взаимодействует с частицами в области нулевых скоростей, наиболее чувствительными к пространствен-

ной неоднородности поля: атомы, находящиеся в пучностях стоячей волны, эффективно взаимодействуют с полем, а в узлах практически не взаимодействуют.

Рассмотрение взаимодействия сильной бегущей волны и относительно слабой встречной волны с двухуровневой системой при отстройке частоты от резонанса  $\Omega$  показало, что в распределении разности населенностей по скоростям возникают беннетовские структуры при

$$kv = \frac{\Omega}{2n+1}, \quad n = 0, 1, \dots,$$

которые интерпретируются как многофотонные переходы с нечетным числом квантов  $N = 2n + 1$  [4]. Многофотонные переходы с четным числом квантов  $N = 2n$  приводят к возникновению беннетовской структуры при нулевых скоростях ( $v = 0$ ).

При переходе от распределения по скоростям к наблюдаемым спектрам пробного поля форма резонансов усложняется из-за влияния когерентных процессов. В эксперименте спектральные проявления многофотонных переходов впервые наблюдались в работе [5]. В  $\text{CO}_2$ -лазере с поглощающей ячейкой прописывались структуры типа обратного провала Лэмба при сканировании частоты внешнего радиочастотного поля: наряду с основным появлялись дополнительные пики сложной формы, которые свя-

\*E-mail: babin@iae.nsk.su

зывались с многофотонными процессами. В работе [6] многофотонные резонансы были зарегистрированы также в спектре пробного поля двухуровневой системы, взаимодействующей с сильной стоячей волной. Аналогично предыдущей работе поглощающая ячейка с молекулярным газом ( $\text{CH}_3\text{F}$ ) помещалась в резонатор  $\text{CO}_2$ -лазера, а источником пробного поля служил дополнительный лазер, перестраиваемый по частоте. Наряду с основными беннетовскими структурами при  $v = \pm\Omega/k$ , где  $\Omega$  — отстройка частоты сильного поля, в спектре пробного поля проявлялись нечетные субгармоники на скоростях  $v = \pm\Omega/3k$  и четный резонанс при нулевых скоростях  $v = 0$ . Однако сравнение теории [7–9] с результатами эксперимента [6] было проведено только на качественном уровне из-за сложной структуры молекулярных спектров в эксперименте, с одной стороны, и невозможности разделения населенностных и когерентных процессов в теории двухуровневой системы, с другой стороны.

Неплохое количественное согласие теории и эксперимента для многофотонных резонансов в двухуровневой системе было достигнуто в работах [10, 11] при исследовании атомной системы ( $\text{Cd}^{113}$ ), взаимодействующей с двумя встречными волнами разной частоты и амплитуды. При сканировании частоты одной из волн в спектре поглощения была зарегистрирована субрадиационная структура, содержащая до 5 пиков, сбегающих к центру линии. При этом структура спектров, особенно их центральная часть, оказалась очень чувствительной к соотношению амплитуд насыщающей и пробной волн.

Новые возможности при исследовании спектральных резонансов, индуцированных сильной стоячей волной, появляются в трехуровневой системе. Численный расчет спектра пробного поля на смежном переходе [12] показал, что эффекты высших пространственных гармоник проявляются не только в распределении населенностей уровней по скоростям, но и в спектре пробного поля. Проведенный анализ продемонстрировал также, что резонанс полевого расщепления в спектре наблюдается как для стоксовой, так и для антистоксовой пробной волны, в отличие от случая сильной бегущей волны. Более того, в трехуровневой системе можно разделить населенностные и когерентные процессы, что упрощает анализ экспериментальных спектров [8, 9] и дает возможность новых постановок эксперимента. В частности, в работе [9] было предложено подавить вклад когерентных процессов за счет дефазированных столкновений (или флуктуаций фазы сильного

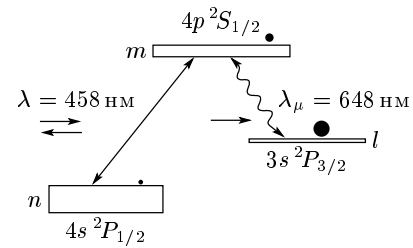


Рис. 1. Схема уровней. Относительная ширина уровней условно изображается высотой прямоугольников, а населенности — диаметром кружков

поля), что позволит наблюдать в чистом виде населенностные резонансы (многофотонные переходы и пик «медленных» атомов), однако такие измерения, насколько нам известно, не проводились.

В последние годы трехуровневая система с сильной стоячей волной, резонансной одному из переходов, исследовалась также с целью повышения эффективности генерации молекулярных лазеров дальнего ИК-диапазона с оптической накачкой. Увеличение выходной мощности в случае стоячей волны накачки по сравнению с бегущей было предсказано теоретически [13] и реализовано экспериментально [14]. Также теоретически исследовался эффект электромагнитно-индуцированной прозрачности в замкнутой трехуровневой системе со стоячей насыщающей волной [15]. При определенных условиях применение стоячей волны для просветления среды оказывается более эффективным, чем бегущей. Кроме того, появляются осцилляции пропускания вблизи центра окна прозрачности.

В данной работе в трехуровневой  $\Lambda$ -схеме иона аргона (рис. 1) мы экспериментально исследовали спектр пробного поля в присутствии сильной стоячей волны на смежном переходе. Выбором параметров резонансной среды  $k_\mu < k$ ,  $N_l \gg N_m$ ,  $N_n$  и  $\Gamma_l \lesssim \Gamma_m \ll \Gamma_n$  (где  $N_n$ ,  $N_m$  и  $N_l$  — населенности, а  $\Gamma_n$ ,  $\Gamma_m$  и  $\Gamma_l$  — константы релаксации уровней  $n$ ,  $m$  и  $l$ , соответственно) были обеспечены условия выделения эффекта полевого расщепления — одного из фундаментальных когерентных эффектов. Кроме того, резонансные структуры в населенности в условиях плазмы газового разряда были дополнительно уширены и подавлены за счет кулоновских столкновений [16]. В эксперименте было обнаружено, что с увеличением интенсивности на фоне обычного расщепленного резонанса в спектре пробного поля в центре линии формируется дополнительный резонанс. Этот резонанс выглядит как «расщепле-

ние полевого расщепления» при настройке стоячей волны на центр линии и трансформируется в единственный пик в центре линии при отстройке стоячей волны от резонанса. Нами была построена аналитическая модель на основе разложения элементов матрицы плотности до второго порядка по интенсивности, которая при малых интенсивностях согласуется с точным выражением в виде цепной дроби. Предложена качественная интерпретация формирования резонанса за счет пространственной модуляции когерентности. С нашей точки зрения данный результат является первым наблюдением эффекта высших пространственных гармоник когерентности.

Работа построена следующим образом: в разд. 2 описываются экспериментальная установка и методика измерений, в разд. 3 приведены основные экспериментальные результаты, в разд. 4 получены формулы теории возмущений, качественно объясняющие экспериментальные данные, а в разд. 5 рассчитана форма резонанса при произвольных интенсивностях. Сравнение эксперимента и теории и обсуждение полученных результатов проводится в разд. 6.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка по исследованию эффектов высших пространственных гармоник в поле стоячей волны представлена на рис. 2. Разрядная трубка аргонового лазера 1 помещалась в резонатор с входным 2 и выходным 3 зеркалами плотными для генерируемого излучения, но прозрачными для пробного излучения. Таким образом, в резонаторе присутствовали две волны: стоячая генерируемая волна линейной поляризации и бегущая пробная волна также линейной поляризации. Эталон 5 обеспечивал селекцию одной продольной моды и плавную перестройку частоты генерации, а с помощью диафрагмы 6 выделялась  $TEM_{00}$ -мода. Зеркалами резонатора селектировалась линия 457 нм, на этой линии потери на пропускание в резонаторе составляли около 0.3%, что обеспечивало высокую интенсивность внутри резонатора. Выходное излучение аргонового лазера направлялось зеркалом на дифракционную решетку 8, от которой один порядок заводился в сканирующий интерферометр Фабри-Перо 9, использовавшийся для контроля за модовым составом излучения и определения отстройки сильного поля от резонанса, а другой порядок отводился на фотодетектор 10, сигнал с которого был опорным для синхронного детектора 11.

Исследования проводились методом пробного поля в схеме уровней, представленной на рис. 1. Па-

Константы релаксации и населенности уровней

$\Gamma_n$	$\Gamma_m$	$\Gamma_l$	$A_{mn}$	$A_{ml}$	ед.
300	15	8	9	1	$10^7 \text{ с}^{-1}$
$N_n$	$N_m$	$N_l$	ед.		
$\approx 1$	$\approx 5$	$\approx 100$	$10^9 \text{ см}^{-3}$		

раметры исследуемой схемы взяты из работ [17–20] и представлены в таблице. Основной особенностью является большое различие как времен жизни уровней (выполняется соотношение  $\Gamma_l \lesssim \Gamma_m \ll \Gamma_n$ ), так и населенностей ( $N_l \gg N_m \gtrsim N_n$ , то есть невозмущенный уровень  $N_l$  является сильнозаселенным).

В качестве источника пробного поля использовался перестраиваемый лазер на красителе DCM 12 (см. рис. 2), длина волны излучения которого регистрировалась измерителем длин волн 13. Автоматическая система подстройки и перестройки частоты [21] позволяла плавно изменять частоту пробного поля в диапазоне до 4.5 ГГц с дискретностью до 20 МГц; величина шага приближается к ширине линии излучения (около 10 МГц). Спектр лазера на красителе регистрировался с помощью сканирующего интерферометра 9 с областью свободной дисперсии 5 ГГц, подключенного к осциллографу, по которому производился контроль модового состава излучения.

Пробное поле заводилось в разрядную трубку предварительно сфокусированным линзой 15 для обеспечения максимальной однородности поля в резонаторе. После прохождения разрядной трубки пучок пробного поля отражался от дополнительной пластинки 4 и отводился с помощью зеркал на фотодетектор 10, подключенный к синхронному детектору 11. Угол между пучками пробного поля и генерируемого излучения составлял порядка  $10^{-3}$  радиан, что позволяло избежать обратной связи.

Мы применили метод синхронного детектирования, который позволяет автоматически вычестить доплеровскую подкладку. Для этого сильное поле было промодулировано на частоте порядка 1 кГц с помощью обтюлятора 7, синхронное детектирование на частоте модуляции позволяло выделить нелинейные добавки, индуцированные сильным полем. Управление ходом эксперимента, синхронный сбор и запись данных осуществлял персональный компьютер 16, к которому через АЦП были подключены все измерительные приборы.

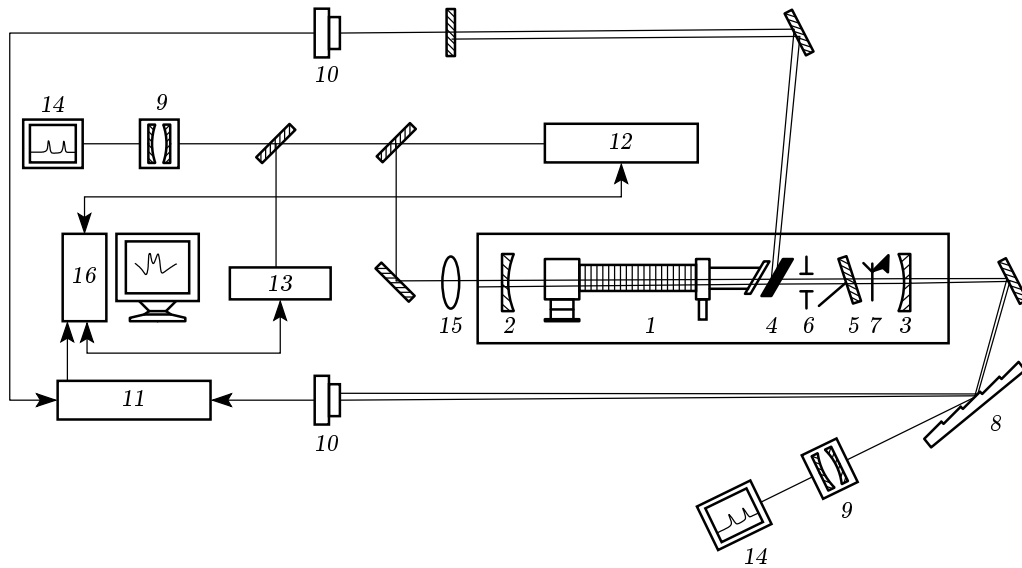


Рис. 2. Схема экспериментальной установки: 1 — разрядная трубка, 2 и 3 — зеркала, 4 — брюстеровская пластинка, 5 — эталон, 6 — диафрагма, 7 — obtюратор, 8 — дифракционная решетка, 9 — сканирующий интерферометр, 10 — фотодетектор, 11 — синхронный детектор, 12 — перестраиваемый лазер на красителе, 13 — измеритель длин волн, 14 — осциллограф, 15 — линза, 16 — компьютер

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

На рис. 3 представлена серия графиков, полученная при токе разряда 135 А и иллюстрирующая зависимость спектра пробного поля от интенсивности сильного поля, настроенного на центр линии. На первом графике видна характерная структура, обусловленная эффектом полевого расщепления при малых интенсивностях: расщепленный контур поглощения с величиной расщепления около 0.5 ГГц, а в точном резонансе наблюдается пик пропускания. Отметим, что отрицательные значения на графике соответствуют индуцированному сильным полем увеличению поглощения пробного поля, а положительные — уменьшению, что эквивалентно светоиндуцированной прозрачности. С увеличением амплитуды сильного поля величина расщепления растет, пик пропускания уширяется, и, что самое интересное, появляется дополнительное расщепление пика, т. е. «расщепление полевого расщепления», которое не наблюдается в случае бегущей сильной волны. Небольшая асимметрия расщепленного контура зависит от интенсивности и связана с нелинейным линзовым эффектом (см., например, [22]), она может быть скомпенсирована небольшой отстройкой сильного поля от резонанса.

Серией графиков, представленной на рис. 4, иллюстрируется зависимость формы нелинейной добавки в спектре пробного поля от отстройки сильного поля (внутрирезонаторная интенсивность сильного поля около 20 Вт/см<sup>2</sup>, что соответствует рабиевской частоте  $G \sim 100$  МГц). При увеличении расстройки до  $\Omega \gtrsim 1$  ГГц происходит разделение структур по частоте. При  $\Omega \approx 2$  ГГц (рис. 4г) для отрицательных отстроек пробного поля виден лишь широкий населенный провал на частоте  $\Omega_\mu \approx -k_\mu \Omega / k \approx -1.5$  ГГц, тогда как для положительных наблюдается структура полевого расщепления с пиком прозрачности на частоте  $\Omega_\mu = k_\mu \Omega / k \approx 1.5$  ГГц. Характерная особенность полученных спектров состоит в следующем: при увеличении отстройки сильного поля наблюдается синхронное смещение резонанса полевого расщепления. Однако в центре линии пробного поля остается резонанс, который постепенно затухает по амплитуде и из провала превращается в пик при больших отстройках сильного поля. Пик в центре линии вполне различим вплоть до отстроек  $|\Omega| \approx 2$  ГГц  $\sim kv_T/2$ . При смене знака отстройки сильного поля картина спектра пробного поля (рис. 4) меняется на отраженную относительно оси ординат. Отметим также, что структура в центре линии существенно (более чем в 2 раза) уже пика прозрачности резонанса полевого расщепления.

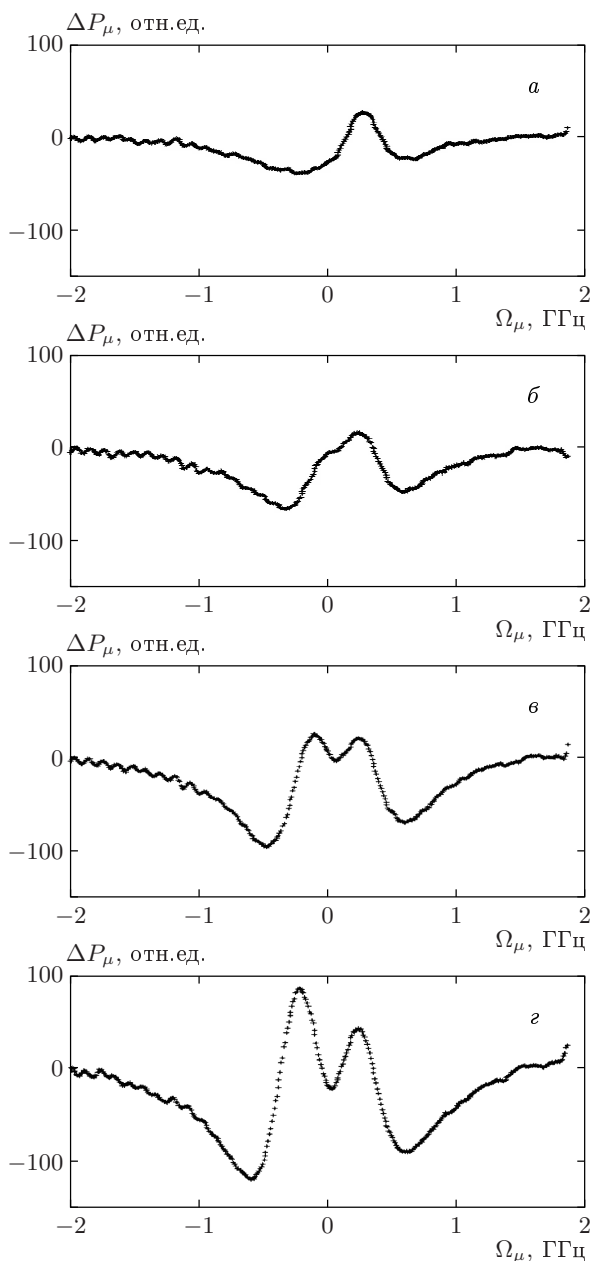


Рис. 3. Зависимости измеренного спектра от интенсивности сильного поля  $\Omega = 0$ :  $G \approx 25$  (а), 50 (б), 75 (в), 100 (г) МГц

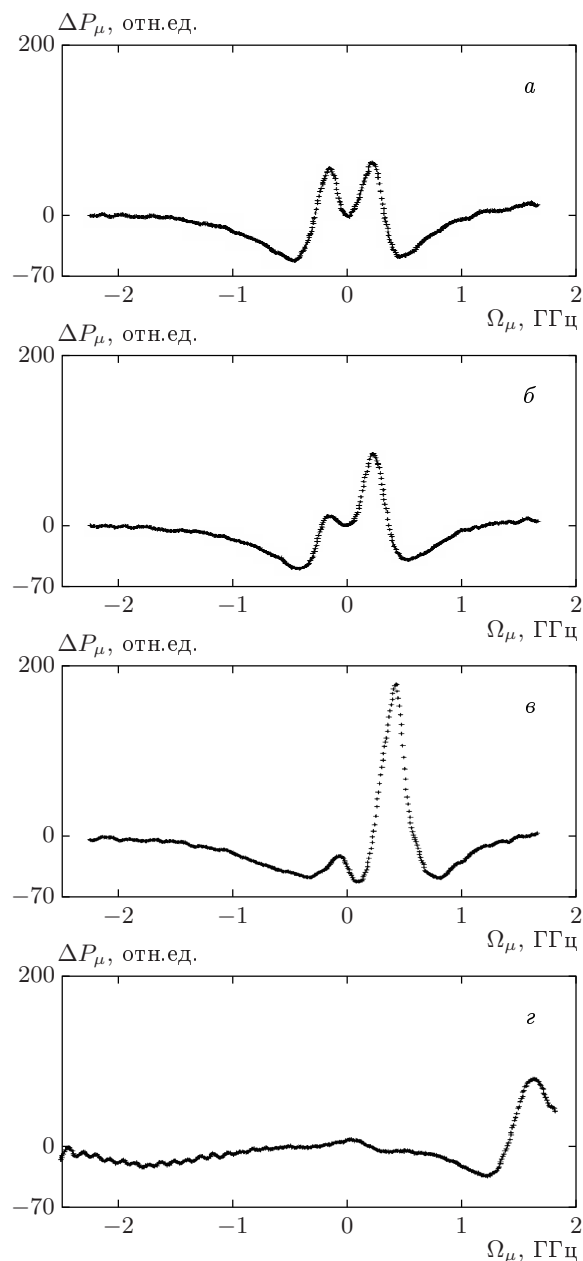


Рис. 4. Зависимости измеренного спектра от отстройки сильного поля при  $G = 100$  МГц:  $\Omega \approx 0$  (а), 0.2 (б), 0.7 (в), 2 (г) ГГц

#### 4. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

Будем рассматривать взаимодействие атомов с электромагнитным полем в трехуровневой  $\Lambda$ -схеме, изображенной на рис. 1. Поле бегущей вдоль оси  $x$  световой волны

$$\mathbf{E}_\mu(x, t) = \mathbf{E}_\mu \exp(ik_\mu x - i\omega_\mu t)$$

с отстройкой

$$\Omega_\mu = \omega_\mu - \omega_{ml}$$

от боровской частоты пробного перехода тестирует трехуровневую систему, находящуюся под воздействием сильной стоячей волны

$$\mathbf{E}(x, t) = 2\mathbf{E} \cos(kx) \exp(-i\omega t)$$

с частотой  $\omega = \Omega + \omega_{mn}$ , близкой к боровской частоте  $\omega_{mn}$  рабочего перехода.

Спектр поглощения пробного поля в оптически тонкой среде выражается через усредненный по скоростям атомов и по пространству недиагональный элемент матрицы плотности  $\rho_{ml} = \rho_{\mu} \exp(ik_{\mu}x - i\omega_{\mu}t)$ :

$$P_{\mu}(\Omega_{\mu}) = 2\hbar\omega_{\mu} \operatorname{Re}(-iG_{\mu}^{*}) \int_0^L dv \int \frac{dx}{L} \rho_{\mu}, \quad (1)$$

где

$$G_{\mu} = \frac{\mathbf{E}_{\mu} \cdot \mathbf{d}_{ml}}{2\hbar}$$

— частота Раби,  $\mathbf{d}_{ml}$  — дипольный момент перехода, а  $L$  — толщина среды в направлении распространения.

Спецификой нашей схемы уровней является большая населенность  $N_l$  невозмущенного сильным полем уровня, которая более чем на порядок превышает населенности на рабочем переходе. Поэтому мы можем пренебречь всеми эффектами, индуцированными сильной стоячей волной и связанными с изменениями как населенностей, так и когерентности на рабочем переходе. Основной нелинейно-спектроскопический эффект в такой системе связан с перемешиванием полем стоячей волны когерентностей на пробном  $\rho_{\mu}$  и запрещенном  $\rho_{\nu}$  переходах и описывается уравнениями

$$\begin{aligned} &(\Gamma_{ml} - i(\Omega_{\mu} - k_{\mu}v) + v\partial_x)\rho_{\mu} + \\ &+ i(G_{+}e^{ikx} + G_{-}e^{-ikx})\rho_{\nu}^{*} = iG_{\mu}N_l(v), \\ &(\Gamma_{nl} + i(\Omega - \Omega_{\mu} + k_{\mu}v) + v\partial_x)\rho_{\nu}^{*} + \\ &+ i(G_{+}^{*}e^{-ikx} + G_{-}^{*}e^{ikx})\rho_{\mu} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$\rho_{ln} = \rho_{\nu} \exp(-ik_{\mu}x - i(\omega - \omega_{\mu})t),$$

$$G_{\pm} = G = \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{d}_{mn}}{2\hbar}$$

— частота Раби соответственно параллельной и антипараллельной направлению распространения пробного поля компонент стоячей волны,  $\Gamma_{ml}$ ,  $\Gamma_{nl}$  — константы релаксации когерентностей пробного ( $m-l$ ) и запрещенного ( $n-l$ ) переходов,

$$N_l(v) = \frac{N_l \exp(-v^2/v_T^2)}{\sqrt{\pi}v_T}$$

— максвелловское распределение по скоростям частиц невозмущенного уровня  $l$ , а  $\partial_x$  обозначает оператор дифференцирования по переменной  $x$ .

Система уравнений (2) не имеет конечного аналитического решения, если рабиевская частота стоячей волны много больше констант релаксации, поэтому основным инструментом исследования остается численный расчет. Однако в случае умеренных полей,  $G \leq \Gamma_{ml}, \Gamma_{nl}$ , задача может быть проанализирована с помощью теории возмущений. Основной целью такого анализа является нахождение спектральных резонансов в поглощении пробного поля, вызванных пространственной модуляцией когерентности  $\rho_{\mu}(x)$ . Важно, что такая модуляция может возникнуть только при одновременном взаимодействии трехуровневой системы с компонентой стоячей волны, бегущей в том же направлении  $G_{+}$ , что и пробное поле, и компонентой, бегущей в обратном направлении  $G_{-}$ . Поэтому эффекты стоячей волны отсутствуют в первом порядке теории возмущений и могут проявиться лишь начиная со второго порядка по интенсивности стоячей волны ( $I^2 \propto |G_{+}|^2|G_{-}|^2$ ). Действительно, в первом порядке теории возмущений вклад в спектр  $P_{\mu}^{(1)}$  от взаимодействия системы с компонентой  $G_{-}$  стоячей волны в доплеровском пределе обращается в нуль. Нелинейная поправка<sup>1)</sup> для компоненты  $G_{+}$  проявляется только в стоксовом случае ( $k_{\mu} < k$ ) в виде резонанса полевого расщепления [12] с пиком светоиндуцированной прозрачности шириной

$$\Gamma_p = \frac{k_{\mu}\Gamma_{nl} + (k - k_{\mu})\Gamma_{ml}}{k}$$

на частоте пробного поля  $\Omega_{\mu} = k_{\mu}\Omega/k$ :

$$\begin{aligned} \Delta P_{\mu}^{(1)} &= P_{\mu}^{(1)}(0) - P_{\mu}^{(1)}(G) = \\ &= 2\hbar\omega_{\mu}|G_{\mu}|^2 \frac{\sqrt{\pi}N_l \exp(-\Omega_{\mu}^2/k_{\mu}^2 v_T^2)}{k v_T} \times \\ &\times \operatorname{Re} \frac{2|G_{+}|^2(k - k_{\mu})}{k(\Gamma_p - i(\Omega_{\mu} - k_{\mu}\Omega/k))^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Решая уравнения (2) с точностью до членов четвертого порядка по  $G_{\pm}$  и интегрируя по скоростям в доплеровском пределе с помощью теории вычетов, получим выражение для поправки к спектру поглощенной мощности во втором порядке теории возму-

<sup>1)</sup> Разница коэффициентов поглощения для пробного поля в отсутствие и в присутствии сильного поля, которая измерялась в эксперименте.

щений [23]:

$$\begin{aligned} \Delta P_\mu^{(2)} = & -2\hbar\omega_\mu |G_\mu|^2 \frac{\sqrt{\pi} N_l \exp(-\Omega_\mu^2/k_\mu^2 v_T^2)}{k v_T} \times \\ & \times \operatorname{Re} \frac{2|G_+|^2 (k - k_\mu)}{k(\Gamma_p - i(\Omega_\mu - k_\mu \Omega/k))^2} \times \\ & \times \left[ \frac{3|G_+|^2 k_\mu (k - k_\mu)}{k^2 (\Gamma_p - i(\Omega_\mu - k_\mu \Omega/k))^2} + \right. \\ & + \frac{|G_-|^2 (k - k_\mu)^2}{k^2 (\Gamma_p - i(\Omega_\mu - k_\mu \Omega/k)) (\Gamma_{nl} - i(\Omega_\mu - \Omega))} + \\ & + \frac{|G_-|^2 k_\mu^2 (2k - k_\mu)}{4k^3 (\Gamma_{ml} - i\Omega_\mu)^2} + \\ & \left. + \frac{|G_-|^2 k_\mu^2 (k - k_\mu)}{k^3 (\Gamma_p - i(\Omega_\mu - k_\mu \Omega/k)) (\Gamma_{ml} - i\Omega_\mu)} \right]. \quad (4) \end{aligned}$$

Первое слагаемое в квадратной скобке является вторым членом разложения по  $|G_+|^2$  и описывает пропорциональное  $|G_+|^2$  увеличение полевого расщепления — ширины пика при  $\Omega_\mu = k_\mu \Omega/k$  (см. ниже точное выражение (5)). Второе слагаемое возникает из-за пространственной модуляции когерентности на запрещенном переходе  $\rho_\nu$ . Он приводит к появлению в спектре нелинейной структуры с шириной запрещенного перехода  $\Gamma_{nl}$  на частоте двухфотонного резонанса ( $\Omega_\mu = \Omega$ ). Наконец, два последних слагаемых обязаны своим появлением пространственной модуляции когерентности пробного перехода и описывают нелинейную структуру с шириной  $\Gamma_{ml}$  строго в центре линии<sup>2)</sup>,  $\Omega_\mu = 0$ .

Для стоксова случая оба резонанса пространственной модуляции возникают на фоне более мощного резонанса полевого расщепления, поэтому могут быть хорошо разрешимы только при условиях  $\Gamma_{nl} \ll \Gamma_p$  либо  $\Gamma_{ml} \ll \Gamma_p$ , соответственно. В исследуемой нами системе реализуется второй случай:  $\Gamma_{ml} \ll \Gamma_p, \Gamma_{nl}$ . Поэтому самым главным эффектом пространственной модуляции оказывается узкий резонанс в центре линии, описываемый третьим членом в квадратных скобках выражения (4). При нулевой отстройке поля стоячей волны,  $\Omega = 0$ , он выглядит как расщепление шириной  $\Gamma_{ml}$  резонанса полевого расщепления шириной  $\Gamma_p$ . На рис. 5 изображен нелинейный спектр мощности пробного поля (сумма выражений (3), (4)) для этого случая при нескольких значениях рабиевской частоты поля стоячей волны. С ростом интенсивности поля узкий провал в

<sup>2)</sup> В книге [23] возможность формирования резонанса высшего порядка с шириной  $\Gamma_{ml}$  в центре линии не обсуждалась, поскольку рассматривался обратный случай  $\Gamma_{nl} \ll \Gamma_{ml}$ , когда эффект очень мал.

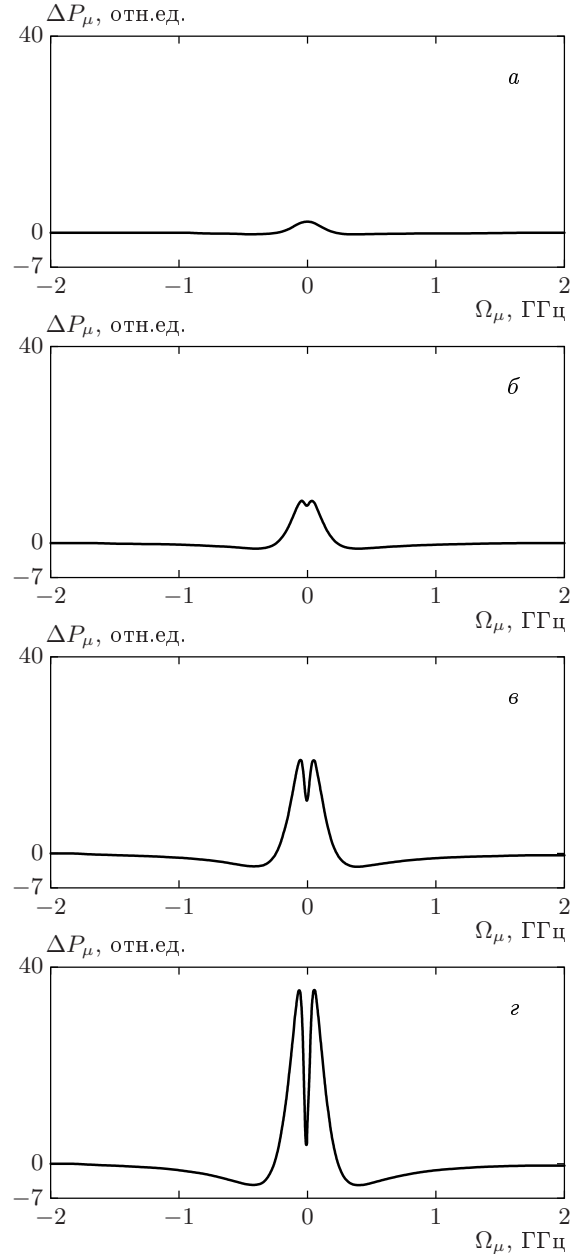
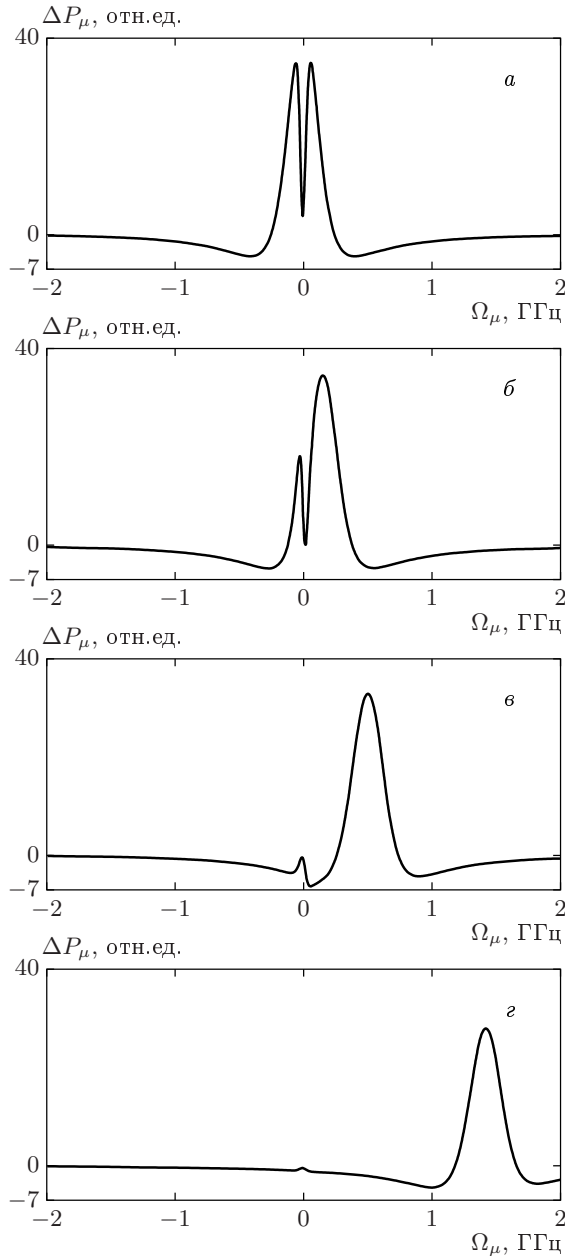


Рис. 5. Нелинейный резонанс  $\Delta P_\mu^{(1)} + \Delta P_\mu^{(2)}$  в зависимости спектра пробного поля от амплитуды сильного поля  $G \approx 25$  (а), 50 (б), 75 (в), 100 (г) МГц, рассчитанный по формулам (3), (4) при  $\Omega = 0$ ,  $\Gamma_{nl} = 300$  МГц,  $\Gamma_{ml} = 50$  МГц

центре растет квадратично ( $\propto I^2$ ), а окружающий его пик шириной  $\Gamma_p$  линейно ( $\propto I$ ).

Спектр пробного поля при больших отстройках,  $|\Omega| \gg |G|$ , изображен на рис. 6 ( $G \approx 100$  МГц). Узкий резонанс когерентности  $\rho_\mu$  в центре линии хорошо различим, его амплитуда уменьшается с увеличением отстройки пропорционально  $1/\Omega^2$ . Что каса-



**Рис. 6.** Нелинейный резонанс  $\Delta P_\mu^{(1)} + \Delta P_\mu^{(2)}$  в спектре пробного поля в зависимости от отстройки сильного поля  $\Omega \approx 0$  (а), 0.2 (б), 0.7 (в), 2 (г) ГГц, рассчитанный по формулам (3), (4) при  $G = 100$  МГц,  $\Gamma_{nl} = 300$  МГц,  $\Gamma_{ml} = 50$  МГц

ется основного резонанса полевого расщепления на частоте  $\Omega_\mu = k_\mu \Omega / k$ , то он при больших отстройках практически не чувствует пространственной модуляции. Нелинейный спектр мощности пробного поля в этом случае ( $|\Omega_\mu|, |\Omega| \gg |G|$ ) задается выражением, рассчитанным [12] для сильной бегущей волны

(т. е. при  $G_- = 0$ ) в доплеровском пределе:

$$\Delta P_\mu = 2\hbar\omega_\mu |G_\mu|^2 \frac{\sqrt{\pi} N_l \exp(-\Omega_\mu^2 / k_\mu^2 v_T^2)}{k_\mu v_T} \times \left( 1 - \operatorname{Re} \frac{\Gamma_p - i(\Omega_\mu - k_\mu \Omega / k)}{\sqrt{(\Gamma_p - i(\Omega_\mu - k_\mu \Omega / k))^2 + \frac{4k_\mu(k - k_\mu)|G|^2}{k^2}}} \right). \quad (5)$$

Как можно увидеть из этого выражения, с ростом амплитуды поля  $|G|$  ширина пика просветления должна увеличиваться.

### 5. РАСЧЕТ ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

Выражение для работы пробного поля с сильной стоячей волной на смежном переходе приведено в статье Фелдмана и Фелда [12]. В интересующем нас случае, когда заселен только конечный уровень  $l$  в  $\Lambda$ -схеме, работа поля может быть представлена в виде

$$P_\mu \propto N_l |G_\mu|^2 \operatorname{Im} \left\langle [L_0 - |G|^2 (u_+ + u_-)]^{-1} \right\rangle, \quad (6)$$

$$L_{\pm 1} u_\pm = \frac{1}{1 - \frac{|G|^2}{L_{\pm 1} L_{\pm 2}}}, \quad (7)$$

$$1 - \frac{|G|^2}{L_{\pm 2} L_{\pm 3}}$$

$$1 - \frac{|G|^2}{L_{\pm 3} L_{\pm 4}}$$

$$1 - \dots$$

$$L_{\pm n} = \begin{cases} \Omega_\mu - \Omega - (k_\mu \pm nk)v + i\Gamma_{nl}, & n = 1, 3, 5, \dots, \\ \Omega_\mu - (k_\mu \pm nk)v + i\Gamma_{ml}, & n = 0, 2, 4, \dots \end{cases} \quad (8)$$

Здесь треугольные скобки означают усреднение по скоростям с максвелловским распределением. При  $v \gg \Omega/k, \Gamma/k$  дробь быстро сходится и достаточно удержать  $N \sim G/kv$  членов.

Чтобы показать сходимость при  $n \rightarrow \infty$  дроби

$$\frac{P_n}{Q_n} = \frac{1}{1 + \frac{p_1}{1 + \frac{p_2}{1 + \frac{p_3}{1 + \dots}}}}, \quad (9)$$



заметим, что числители и знаменатели подходящих дробей удовлетворяют трехчленным рекуррентным соотношениям [24]

$$P_n = P_{n-1} + p_n P_{n-2}, \quad Q_n = Q_{n-1} + p_n Q_{n-2} \quad (10)$$

с начальными условиями

$$P_0 = P_1 = 1, \quad Q_0 = 1, \quad Q_1 = 1 + p_1.$$

Отсюда получается равенство

$$P_n Q_{n-1} - P_{n-1} Q_n = -p_n (P_{n-1} Q_{n-2} - P_{n-2} Q_{n-1}),$$

поэтому разность соседних подходящих дробей равна

$$\frac{P_n}{Q_n} - \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} = \frac{(-1)^n}{Q_n Q_{n-1}} \prod_{i=1}^n p_i. \quad (11)$$

При  $n \rightarrow \infty$ , сравнивая (9) и (7), мы видим, что

$$p_n \sim (G/kvn)^2.$$

В соотношении (10) главным является первый член и  $Q_n$  становится независимым от  $n$ . Поэтому разность (11) убывает как  $(n!)^{-2}$ . Чтобы убедиться в сходимости, остается переписать дробь (9) в виде суммы разностей

$$\frac{P_n}{Q_n} = \left( \frac{P_n}{Q_n} - \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}} \right) + \dots + \left( \frac{P_1}{Q_1} - \frac{P_0}{Q_0} \right) + \frac{P_0}{Q_0}.$$

Ряд сходится равномерно, как ряд функции Бесселя  $J_0(2G/kv)$ , аналогично аналитическому решению, полученному для равных констант релаксаций и нулевой расстройки [1]. Вещественная и мнимая части поляризации перехода  $nm$  как функции скорости становятся сильно осциллирующими функциями при  $v \rightarrow 0$ .

Цепная дробь находилась численно, а интегрирование по скоростям выполнялось по формуле Симпсона на отрезке  $|v| \leq 5v_T$ . Для удобства сравнения с экспериментом из работы поля (6) вычиталось ее значение при  $G = 0$ . Результаты расчета для резонансного случая  $\Omega = 0$  приведены на рис. 7. Сравнение с формулами теории возмущений (5) показывает, что при увеличении параметра насыщения глубина провала между компонентами расщепленного центрального пика растет из-за насыщения не так быстро, как в относительно слабом поле. На рис. 8 изображен нерезонансный случай, поэтому спектр пробного поля получился сдвинутым и асимметричным. Безразмерный параметр насыщения для спектра на рис. 8 равен

$$\varkappa = 8|G|^2/\Gamma_m \Gamma_{mn} \approx 13.$$

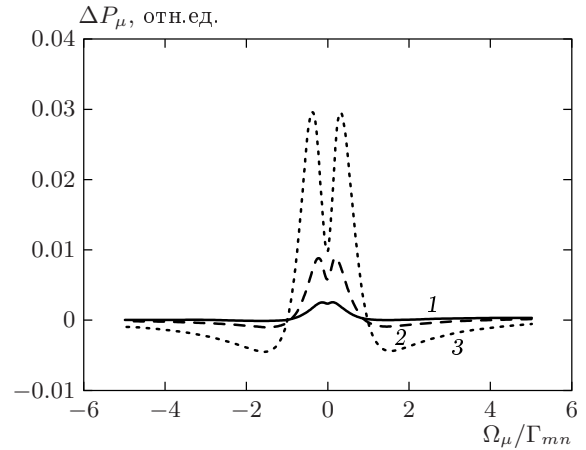


Рис. 7. Спектр пробного поля в резонансных условиях  $\Omega = 0$ ,  $kv_T = 20\Gamma_{mn}$ ,  $\Gamma_{ml}/\Gamma_{nl} = 1/6$ ,  $\Gamma_{mn} \approx \Gamma_{nl}$ : сильное поле  $G/\Gamma_{mn} = 0.1, 0.2, 0.4$  для кривых 1, 2, 3, соответственно

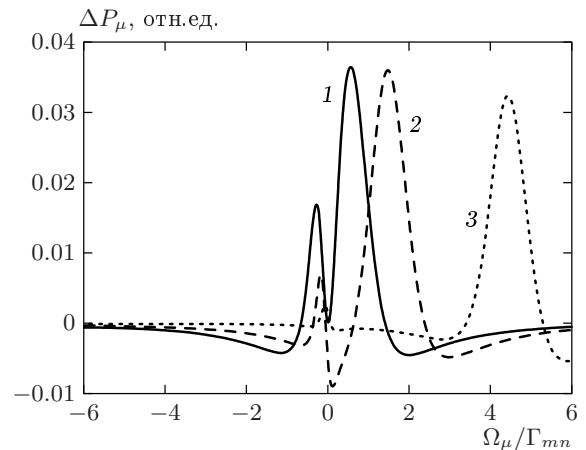


Рис. 8. Спектр пробного поля в нерезонансных условиях  $G/\Gamma_{mn} = 0.4$ ,  $kv_T = 20\Gamma_{mn}$ ,  $\Gamma_{ml}/\Gamma_{nl} = 1/6$ ,  $\Gamma_{mn} \approx \Gamma_{nl}$ : отстройка сильного поля  $\Omega/\Gamma_{mn} = 0.7, 2.2, 6.6$  для кривых 1, 2, 3, соответственно

При увеличении отстройки сильного поля от резонанса пик прозрачности сдвигается, а в центре линии из провала формируется знакопеременный контур, который при дальнейшем увеличении отстройки превращается в пик. Амплитуда пика уменьшается с ростом расстройки сильного поля, однако не так быстро, как при расчете по теории возмущений, рис. 6.

Отметим также, что аналогичный расчет Фелдмана и Фелда [12] для трехуровневой системы с  $k = 2k_\mu$  и равными константами релаксации

верхнего и нижнего уровней  $\Gamma_m = \Gamma_n$  и  $\Gamma_l \ll \Gamma_{n,m}$  не давал расщепления пика прозрачности в центре линии, т. е. при  $\Omega = 0$ . При большой отстройке частоты сильной стоячей волны от резонанса пик прозрачности был сдвинут практически без искажений, особенность в центре линии не формировалась. В работе [12] знак был выбран обратным: положительные значения на оси ординат соответствовали росту поглощения в сильном поле.

Нами был проведен расчет и для параметров работы [12]. Действительно, при  $\Omega = 0$  провал (расщепление пика прозрачности) не формируется. Это связано с тем, что при выбранном соотношении ширины уровней недиагональные константы релаксации, соответствующие пробному  $\Gamma_{ml}$  и запрещенному  $\Gamma_{nl}$  переходам, оказываются равными и все резонансы в формулах (3), (4) имеют одинаковую ширину и при  $\Omega = 0$  не разделяются. Однако при наличии отстройки сильного поля  $|\Omega| > \Gamma_{\mu,\nu}$ ,  $G$  возможно разделение резонансов по частоте. Это подтвердил и численный расчет: на фоне обычного резонанса полевого расщепления с пиком прозрачности на частоте  $\Omega_\mu = k_\mu \Omega / k$  формировался дополнительный резонанс в центре линии  $\Omega_\mu = 0$  с той же шириной. Пик в центре линии уменьшался по амплитуде с ростом отстройки сильного поля, но оставался вполне разрешимым вплоть до отстройки  $\Omega = 15\Gamma_{mn}$ , для которой был сделан расчет в работе [12].

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сравнение результатов точного расчета и расчета по теории возмущений, а также их сравнение с результатами теории и экспериментов, показывает, что качественное поведение обнаруженного резонанса в зависимости от параметров сильного поля ( $G$ ,  $\Omega$ ) во всех трех случаях примерно одинаково. А именно, при точном резонансе с ростом амплитуды поля  $G$  происходит уширение пика прозрачности и при характерных значениях  $G/\Gamma_{mn} \sim 0.1$  формируется новый резонанс — провал, приводящий к расщеплению пика прозрачности, глубина которого растет с ростом  $G$ . При увеличении отстройки  $\Omega$  сильного поля от резонанса пик прозрачности в спектре пробного поля синхронно сдвигается,  $\Omega_\mu = \pm k_\mu \Omega / k$ , а обнаруженный резонанс остается в центре и меняет знак, плавно затухая по амплитуде.

При количественном сравнении форм спектра, полученных в теории и в эксперименте, наблюдаются различия в ширинах резонансов, которые, однако, не носят принципиального характера. остано-

вимся на этом подробнее. Ширина пика прозрачности на полувысоте в первом порядке теории возмущений составляет

$$\Delta_{EIT} = \Gamma_p = \Gamma_{nl} k_\mu / k + (1 - k_\mu / k) \Gamma_{ml} \approx 230 \text{ МГц},$$

что хорошо согласуется с экспериментальными результатами, полученными для случая малых полей при  $\Omega=0$  (рис. 3а). Хотя теория возмущений и описывает расщепление пика прозрачности с ростом поля, ширина провала в эксперименте, равная 150–200 МГц, существенно больше, чем в теории ( $2\Gamma_{ml} \lesssim 100 \text{ МГц}$ ) даже при относительно слабых полях  $G \sim 50 \text{ МГц} \sim 0.1\Gamma_{mn}$ . А при увеличении амплитуды поля до значений  $G \approx 100 \text{ МГц}$  (отметим, что амплитуда поля стоячей волны при этом составляет  $2G \approx 200 \text{ МГц}$ ), провал и основной пик уширяются в 1.5–2 раза, при этом соотношение их ширины сохраняется.

При увеличении отстройки до  $|\Omega| > \Gamma_{nl}$ ,  $|G|$  резонансы от двух бегущих компонент стоячей волны и резонанс высших гармоник разделяются полностью; их центры соответствуют частотам  $\Omega_\mu = k_\mu \Omega / k$  и  $\Omega_\mu = 0$ . В этом случае для описания формы пика прозрачности, центр которого приходится на частоту  $\Omega_\mu = k_\mu \Omega / k$ , можно пользоваться точной формулой (5), полученной для случая сильной бегущей волны. Расчет показал, что при характерных полях пик уширяется незначительно. Значение ширины пика  $\Delta_{EIT} \approx 250 \text{ МГц}$  при  $G \approx 100 \text{ МГц}$  хорошо согласуется как с численными расчетами, так и с результатами экспериментов (рис. 4в, г). Однако ширина центрального пика в теории в 1.5–2 раза меньше, чем в эксперименте. При этом радиационная ширина на пробном переходе составляет

$$\Gamma_{ml}^0 = \frac{1}{2}(\Gamma_m + \Gamma_l) \approx 20 \text{ МГц},$$

а с учетом штарковского уширения

$$\Gamma_{ml} = \Gamma_{ml}^0 + \Delta\Gamma_{st} \approx 50 \text{ МГц}$$

(см. [16–18]). Кроме того, необходимо учитывать флуктуации фазы при кулоновском рассеянии ионов (см. [16]), которые нельзя рассматривать просто как добавку к константе релаксации когерентности, что и может быть причиной количественных расхождений в ширине резонанса. Экспериментальные значения амплитуд пика прозрачности на частоте  $\Omega_\mu = k_\mu \Omega / k$  и пика высших гармоник на частоте  $\Omega_\mu = 0$  хорошо согласуются с численным расчетом, их отношение составляет примерно 7 при  $\Omega \approx 2\Gamma_{mn}$  и  $G \approx 100 \text{ МГц}$ , а при таких полях теория возмущений уже неприменима и дает неточные значения амплитуд.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе обнаружен новый резонанс в спектре пробного поля трехуровневой системы, находящейся в сильном поле стоячей световой волны. Данный резонанс наблюдается в центре линии независимо от отстройки сильного поля уже в относительно слабых полях  $G \gtrsim \Gamma_{ml} \sim 0.1\Gamma_{mn}$ . Заметим, что при  $\Gamma_{ml} \ll \Gamma_{mn}$  эффект может проявляться даже раньше, чем уширение пика светоиндуцированной прозрачности, которое становится заметным при  $G \gtrsim \Gamma_{mn}$ . В точном резонансе по сильному полю эффект проявляется как расщепление пика светоиндуцированной прозрачности, а в нерезонансном случае — как дополнительный изолированный пик прозрачности в центре линии. Для качественного описания эффекта была построена теория возмущений до второго порядка по интенсивности, которая позволяет интерпретировать новый резонанс как проявление высших пространственных гармоник когерентности на переходе, которому резонансно пробное поле. Поскольку пространственная модуляция когерентности возникает при одновременном действии встречных компонент бегущей волны, эффект максимален для частиц, имеющих нулевые скорости, независимо от отстройки частоты стоячей волны. На качественном уровне это соответствует тому, что частицы с нулевыми скоростями наиболее чувствительны к пространственным гармоникам. При этом атомы, находящиеся в узлах стоячей волны, не чувствуют сильного поля, соответственно, в области нулевых отстроек наведенная сильным полем прозрачность (или поглощение) исчезает. Численный расчет с использованием формулы, где поляризация выражается в виде цепной дроби, позволил более точно описать результаты эксперимента. Некоторое расхождение (до 2 раз) в ширине центрального пика в случае нерезонансного сильного поля в теории и эксперименте может быть обусловлено кулоновскими столкновениями ионов, которые приводят к доплеровской дефазировке когерентности, что требует более детального изучения. В этом смысле были бы полезны измерения в подобной  $\Lambda$ -схеме для незаряженных частиц. Отметим, что эффект высших пространственных гармоник когерентности может наблюдаться как в стоксовом, так и в антистоксовом случае в диапазоне  $k \leq k_\mu \leq 2k$ . Антистоксова схема представляет особый интерес, поскольку при  $k_\mu > k$  эффект высших пространственных гармоник может стать основным.

Авторы признательны С. Г. Раутиану, А. М. Шалягину за полезные обсуждения и С. И. Каблукону за помощь в создании установки. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 00-02-17973, 00-15-96808) и Министерства промышленности, науки и технологии РФ по программе «Физика квантовых и волновых процессов».

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Раутиан, И. И. Собельман, ЖЭТФ **44**, 934 (1963).
2. S. Stenholm and W. E. Lamb, Phys. Rev. **181**, 618 (1969).
3. B. J. Feldman and M. S. Feld, Phys. Rev. A **1**, 1375 (1970).
4. S. Haroche and F. Hartmann, Phys. Rev. A **6**, 1280 (1972).
5. S. M. Freund, M. Römheld, and T. Oka, Phys. Rev. Lett. **35**, 1497 (1975).
6. J. Reid and T. Oka, Phys. Rev. Lett. **38**, 67 (1977).
7. E. Kyrölä and S. Stenholm, Opt. Comm. **22**, 123 (1977).
8. R. Corbalan, G. Orriols, L. Roso et al., Opt. Comm. **38**, 113 (1981).
9. R. Corbalan, G. Orriols, L. Roso et al., Opt. Comm. **40**, 29 (1981).
10. А. М. Бонч-Бруевич, Т. А. Вартамян, Н. А. Чигирь, ЖЭТФ **77**, 1899 (1979).
11. Ан. М. Мак, С. Г. Пржибельский, Н. А. Чигирь, Изв. АН СССР, сер. физ. **47**, 1976 (1983).
12. B. J. Feldman and M. S. Feld, Phys. Rev. A **5**, 899 (1972).
13. F. Silva, R. Corbalan, and R. Vilaseca, Opt. Comm. **114**, 519 (1995).
14. R. Corbalan, A. N. Pisarchik, V. N. Chizhevsky, and R. Vilaseca, Opt. Comm. **133**, 225 (1997).
15. F. Silva, J. Mompart, V. Ahufinger, and R. Corbalan, Phys. Rev. A **64**, 1 (2001).

16. S. A. Babin and D. A. Shapiro, *Phys. Rep.* **241**, 119 (1994).
17. C. C. Davis and T. A. King, in *Advances in Quantum Electronics*, Academic Press, New York **3**, 169 (1975), Vol. 3, p. 169.
18. M. H. Dunn and J. N. Ross, *Progr. in Quant. Electr.* **4**, 233 (1976).
19. B. F. G. Luyken, *Physica* **60**, 432 (1972).
20. С. А. Бабин, С. И. Каблуков, С. М. Кобцев, *Опт. и спектр.* **84**, 915 (1998).
21. Б. В. Бондарев, С. М. Кобцев, А. В. Караблев, В. М. Лунин, *Оптика атмосферы* **2**, 1319 (1989).
22. G. Stephan and M. Trümper, *Phys. Rev. A* **40**, 1925 (1984).
23. А. К. Попов, *Введение в нелинейную спектроскопию*, Наука, Новосибирск (1983).
24. А. Я. Хинчин, *Ценные дроби*, Наука, Москва (1978).