СВОЙСТВА ЭКСИТОННЫХ СОСТОЯНИЙ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ GaAs/AlGaAs В ПРИСУТСТВИИ КВАЗИДВУМЕРНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА

Д. В. Кулаковский^{*}, С. И. Губарев

Институт физики твердого тела Российской академии наук 142432, Черноголовка, Московская обл., Россия

Ю. Е. Лозовик**

Институт спектроскопии Российской академии наук 142092, Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 30 октября 2001 г.

В приближениях невзаимодействующих электронов и локального поля самосогласованным образом рассчитаны изменения энергии связи и силы осциллятора экситонного состояния в результате экранирования квазидвумерным электронным газом. Показано, что коллапс связанного состояния происходит при очень малых концентрациях, $N_s \approx 5 \cdot 10^9$ см⁻², что является следствием учета нелинейности отклика системы на кулоновское возмущение. Исследована температурная зависимость коллапса экситона. Построена фазовая диаграмма диссоциации данного связанного состояния и показана область, в которой имеется возможность экспериментального наблюдения температурной зависимости коллапса экситона.

PACS: 71.35.Cc, 78.66.Fd

1. ВВЕДЕНИЕ

Подвижные электроны в селективно легированных квантовых ямах на основе GaAs/AlGaAs принимают непосредственное участие в экранировании кулоновского взаимодействия в двумерных структурах. Таким образом, они существенно влияют как на стабильность кулоновских центров, так и на характер крупномасштабных флуктуаций в квантовых ямах. Несмотря на то что спектр электронов в квантовых ямах, для которых выполнены эксперименты, действительно размерно квантован и может рассматриваться как чисто двумерный, применительно к задаче об экранировании кулоновского взаимодействия эти структуры являются квазидвумерными, так как ширина типичных квантовых ям, равная 200-300 Å, превышает экситонный боровский радиус. Поэтому экранирование кулоновского взаимодействия в реальных квантовых ямах носит смешанный характер, изменяясь от чисто двумерного на больших расстояниях (много больших, чем ширина квантовой ямы) до практически трехмерного на малых расстояниях. Эффекты экранировки можно наблюдать в спектрах люминесценции и отражения [1–4].

В работах [3, 4] было экспериментально показано, что пороговая концентрация, при которой происходит перестройка экситонных состояний, сильно зависит от качества структуры и для наиболее совершенных структур наблюдается при чрезвычайно низких концентрациях, $N_s = 5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$, что соответствует безразмерному параметру r_s , описывающему среднее расстояние между электронами в газе в единицах боровского радиуса a_B , $r_s = 1/(a_B\sqrt{2\pi N_s}) \approx 8$. Эта величина в несколько раз превышает значения, ранее наблюдаемые экспериментально на структурах худшего качества (например, работа [2]), где перестройка экситонных состояний наблюдалась при концентрациях электронного газа на порядок больших. Теоретическое рассмотрение процессов экранирования кулоновского взаимодействия двумерным электронным газом проводилось в работе Бауэра [5] в рамках теории диэлектрического экранирования,

^{*}E-mail: kulakovd@issp.ac.ru

^{**}E-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

а также в работе Клейнмана [6] в приближении линейного диэлектрического отклика для чисто двумерного электронного газа. Однако оба эти подхода дают значительно большие значения пороговой концентрации, чем наблюдаемые в совершенных структурах GaAs/AlGaAs.

В настоящей работе нами развит метод самосогласованнного расчета экранирования кулоновского взаимодействия квазидвумерным электронным газом, как в приближении невзаимодействующих электронов, так и в приближении локального поля. Данный метод позволил до некоторой степени учесть нелинейность экранирования, в результате чего пороговые значения концентрации сместились от $r_s \sim 3$ в область значений $r_s \sim 8$, что находится в качественном согласии с результатами недавних экспериментов. Также нас интересовал вопрос об экранировании при температуре отличной от нуля. В этом случае «размытие» фермиевской ступеньки снижает эффективность экранирования квазидвумерного электронного газа, что приводит к увеличению значения пороговой концентрации. Также была рассчитана температурная диссоциация экситонного состояния. Соответствующая фазовая диаграмма представлена в последнем разделе данной работы.

В дальнейшем нас будет интересовать энергия связи экситонного состояния в присутствии квазидвумерного электронного газа с концентрацией N_s . Как известно [7, 8], задача об определении энергии связи экситона большого радиуса сводится к задаче о кулоновском центре с массой частицы, равной приведенной массе экситона $\mu = m_e m_h / (m_e + m_h)$, где m_e и m_h — планарные массы соответственно электрона и дырки в квантовой яме.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим квантовую яму шириной l_0 с бесконечно высокими стенками, такую что волновая функция электронов в *z*-направлении строго ограничена ее размерами. В качестве модели экситона, как утверждалось выше, можно рассмотреть положительно заряженный кулоновский центр, расположенный посередине квантовой ямы при z = 0, и связанный на нем электрон с массой, равной приведенной массе экситона μ . Гамильтониан такого центра в цилиндрической системе координат имеет следующий вид:

$$\widehat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta + U(\rho, z), \qquad (1)$$

где

$$U(\rho, z) = -\frac{e^2}{\epsilon\rho} + F(z).$$
(2)

Здесь $\rho = \sqrt{r^2 + z^2}$, F(z) = 0, $z \le |l_0/2|$ и $F(z) = \infty$, $z > |l_0/2|$.

Энергию основного состояния будем искать вариационном методом Ритца с пробной волновой функцией связанного состояния в виде

$$\Psi(r,z) = N \cos\left(\frac{\pi z}{l_0}\right) \exp\left(-\frac{\sqrt{r^2 + \gamma^2 z^2}}{r_0}\right).$$
 (3)

В этой функции имеются два варьируемых параметра: $r_0 -$ эффективный радиус кулоновского центра (экситона) в плоскости (x, y) и γ — параметр, учитывающий анизотропию, обусловленную ограниченностью движения в *z*-направлении. Такая волновая функция правильно описывает поведение системы как в узких квантовых ямах $l_0 \ll r_0$ (при этом $\gamma \rightarrow 0$ и функция совпадает с чисто двумерной), так и в широких квантовых ямах $l_0 \geq r_0$. В последнем случае $\gamma \sim 1$, и функция является сферически-симметричной, как в трехмерных системах.

Для вариационных расчетов удобно ввести эффективный двумерный потенциал $U_{eff}(r)$, который в адиабатическом приближении¹⁾ можно записать в следующем виде:

$$U_{eff}(r) = \int |\Psi(r,z)|^2 U(r,z) dz.$$
(4)

Фурье-образ этого потенциала будет:

$$U_{eff}(q) = \iint e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} U_{eff}(r) d\mathbf{r} =$$
$$= 2\pi \int J_0(qr) U_{eff}(r) r \, dr, \quad (5)$$

где $J_0(x)$ — функции Бесселя первого рода.

Энергия основного состояния квазидвумерного экситона находится из минимума функционала *F*:

$$F = \langle \Psi(r,z) | - \frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta | \Psi(r,z) \rangle + \langle |U_{eff}(r)| \rangle$$
 (6)

по параметрам r_0 и γ .

Влияние экранирования квазидвумерным электронным газом эффективного потенциала $U_{eff}(r)$

¹⁾ Условие, что расстояние между экситонными уровнями намного меньше характерной энергии (равной примерно $\pi^2 \hbar^2 / 2m_e l_0^2$) размерного квантования e^- в квантовой яме, является достаточным для применимости адиабатического приближения в данной задаче.

будем учитывать через диэлектрическую функцию $\epsilon(q)$:

$$U_{eff}^{scr}(r) = \int J_0(qr) (U_{eff}(q)/\epsilon(q)) q \, dq.$$
 (7)

3. ТЕОРИЯ ЭКРАНИРОВАНИЯ ЛИНХАРДА

Функция отклика, или восприимчивость системы $\chi(q,\omega)$, квазидвумерного электронного газа с потенциалом $U_{eff}(q)$ для внешнего возмущения $V^{ext}(q,\omega)$ записывается по определению:

$$\delta n(q,\omega) = \chi(q,\omega) V^{ext}(q,\omega), \qquad (8)$$

где $\delta n(q,\omega)$ — изменение плотности за счет взаимодействия с внешним возмущением.

Поляризационный оператор $\Pi(q,\omega)$ определяется как восприимчивость системы на уже наведенный (или индуцированный) потенциал $V^{ind}(q,\omega)$, который есть сумма внешнего потенциала и потенциала эффективного взаимодействия $V^{ind}(q,\omega) = V^{ext}(q,\omega) + U_{eff}(q)$:

$$\delta n(q,\omega) = \Pi(q,\omega) V^{ind}(q,\omega).$$
(9)

Из формул (8) и (9) получаем зависимость между восприимчивостью и поляризацией системы:

$$\chi(q,\omega) = \frac{\Pi(q,\omega)}{1 - U_{eff}(q)\Pi(q,\omega)}.$$
 (10)

Диэлектрическая функция по определению есть отношение внешнего возмущения к наведенному потенциалу и поэтому может быть записана в виде

$$\frac{1}{\epsilon(q,\omega)} = 1 + \frac{U_{eff}(q)\delta n(q,\omega)}{V^{ext}(q,\omega)} \equiv \\ \equiv 1 + U_{eff}(q)\chi(q,\omega) \quad (11)$$

либо

$$\epsilon(q,\omega) = 1 - U_{eff}(q)\Pi(q,\omega). \tag{12}$$

В приближении Хартри–Фока (HFA) электроны «откликаются» на внешнее поле как свободные частицы, поэтому $\chi(q,\omega)$ для однородной системы аппроксимируется поляризацией свободных электронов (линхардовское приближение невзаимодействующих электронов) $\Pi^0(q,\omega)$, т. е.

$$\chi^{HFA}(q,\omega) = \Pi^{0}(q,\omega),$$
$$\frac{1}{\epsilon^{HFA}(q,\omega)} = 1 + U_{eff}(q)\Pi^{0}(q,\omega).$$
(13)

Выражение для $\Pi^0(q, \omega)$ было получено с помощью первого порядка теории возмущений по внешнему потенциалу [9]:

$$\Pi^{0}(q,\omega) = \frac{1}{L^{2}} \lim_{\alpha \to 0} \sum \frac{f_{0}(E_{k}) - f_{0}(E_{k+q})}{E_{k+q} - E_{k} - \hbar\omega - i\hbar\alpha}, \quad (14)$$

где f_0 — функция распределения Ферми–Дирака, L^2 — площадь системы.

В приближении хаотических фаз (RPA) электроны реагируют на индуцированное поле как свободные электроны, так что

$$\Pi^{RPA}(q,\omega) = \Pi^{0}(q,\omega),$$

$$e^{RPA}(q,\omega) = 1 - U_{eff}(q)\Pi^{0}(q,\omega).$$
(15)

При T = 0 и фермиевском волновом векторе $k_F = \sqrt{2\pi N_s}$ статическая диэлектрическая функция в приближении хаотических фаз может быть записана (см., например, [10]) как

$$\epsilon^{RPA}(q) = 1 + U_{eff}(q) \frac{m_e}{\pi\hbar^2} \times \left[1 - \Theta(q - 2k_F)\sqrt{1 - (2k_F/q)^2}\right], \quad (16)$$

где $U_{eff}(q)$ определяется формулой (5).

Энергия основного состояния экситона в эффективном экранированном потенциале $U_{eff}^{scr}(r)$, полученном численным решением интегрального уравнения (7), вычислялась путем варьирования функционала (6) по параметрам r_0 и γ . Поскольку потенциал $U_{eff}^{scr}(r)$ сам зависит от параметров волновой функции r_0 и γ , то в результате последовательных итераций получались самосогласованные значения r_0 и γ и зависящего от них $U_{eff}^{scr}(r)$. Надо отметить, что такая процедура самосогласованных вычислений позволяет выйти за рамки линейного отклика электронной подсистемы и до некоторой степени учесть нелинейный характер экранирования трехмерного кулоновского потенциала двумерным газом.

Во всех расчетах мы будем работать с квантовыми ямами на основе GaAs/AlGaAs. Это означает, что будут использоваться значения планарных масс электрона $m_e = 0.067m_0$, дырки $m_h = 0.26m_0$ и статической диэлектрической проницаемости $\epsilon = 12.8$. На рис. 1 приведены результаты численного расчета зависимости энергии связи экситона от безразмерного параметра r_s . Видно, что с ростом концентрации квазидвумерного электронного газа энергия связи экситона уменьшается резко, пороговым образом. Для квантовой ямы шириной $l_0 = 300$ Å резкое уменьшение (перестройка) энергии связи происходит в области $r_s \approx 8$. С уменьшением ширины



Рис. 1. Зависимость энергии связи экситонного состояния E_B в квантовых ямах GaAs/AlGaAs с ширинами: 1 - 50 Å, 2 - 100 Å, 3 - 200 Å и 4 - 300 Å от безразмерного параметра r_s . В расчетах использовались значения планарных масс электрона $m_e = 0.067m_0$, дырки $m_h = 0.26m_0$ и статической диэлектрической проницаемости $\epsilon = 12.8$



Рис.2. Зависимость критического параметра r_s^c , при котором происходит коллапс экситонных состояний, от ширины квантовой ямы GaAs/AlGaAs

ямы значение пороговой концентрации, при которой резко увеличивается эффект экранирования экситонных состояний, смещается в область меньших r_s (больших концентраций) (кривые 1–4 на рис. 1). Полагая для определенности, что пороговая концентрация — это концентрация, при которой энергия связи уменьшается в e раз, можно построить зависимость критического параметра r_s^c от ширины квантовой ямы (рис. 2).

Результаты проведенных расчетов показывают, что перестройка экситонных состояний возникает при значительно меньших концентрациях электронного газа, $r_s \approx 8$, чем в предыдущих расчетах Бау-



Рис. 3. Изменение силы осциллятора S экситонного перехода от безразмерного параметра r_s , рассчитанное для квантовой ямы GaAs/AlGaAs шириной 200 Å

ера [5] $(r_s = 1.8)$, где рассматривалось диэлектрическое экранирование кулоновского взаимодействия, или в работе Клейнмана [6] $(r_s = 2.8)$, в которой вычисления выполнялись для чисто двумерного случая в приближении линейного экранирования.

Следует обратить внимание на несколько моментов, оказавшихся очень важными в этой задаче. Во-первых, это учет зависимости диэлектрической функции от параметров эффективного взаимодействия $U_{eff}(r)$, т. е. нелинейное приближение для отклика системы. Если в использованной нами процедуре самосогласованного расчета ограничиться приближением линейного отклика, то значение пороговой концентрации, при которой наблюдается экранирование экситонных состояний, сдвигается в область более высоких концентраций, отвечающих параметру $r_s = 3.5$, что близко к результатам, полученным в [6, 11]. Во-вторых, особенность в диэлектрической функции (10) при $q = 2k_F$ приводит, так же как и в трехмерном случае, к фриделевским осцилляциям концентрации квазидвумерного электронного газа. В отличие от трехмерных систем, влияние этих осцилляций оказывается существенным, поскольку в двумерном случае асимптотика экранированного потенциала носит степенной характер и вклад от осцилляторного поведения локальной концентрации в окрестности кулоновского центра оказывается заметным, приводя к более эффективному экранированию потенциала.

В экспериментах по исследованию экранирования экситонных состояний квазидвумерным электронным газом, как правило, отсутствует информация об изменении зависимости энергии связи экситоннных состояний от плотности этого газа, поскольку для этого необходимо знать энергии некоррелированных электрона и дырки, которые не имеют характерных особенностей в спектрах люминесценции и поглощения. В то же время в оптических экспериментах четко наблюдается пороговое изменение силы осциллятора экситоннного перехода при достижении плотностью квазидвумерного электронного газа некоторого порогового значения. Для удобства сравнения с экспериментом нами, помимо энергии связи, было также рассчитано поведение силы осциллятора экситонного перехода, $S \propto |p_{cv}|^2 a_B^{-2} |\Psi(r=0,z=0)|^2$ [6], в зависимости от концентрации электронного газа в квантовых ямах (рис. 3). Видно, что интенсивность экситонного перехода с ростом плотности квазидвумерного электронного газа уменьшается менее резко, чем энергия связи экситонного состояния. Это приводит к тому, что в оптических экспериментах линия экситонного поглощения может наблюдаться даже при относительно высоких концентрациях электронов, когда энергия связи экситонов уже существенно уменьшилась в результате экранирования квазидвумерным электронным газом.

Интересно также отметить, что перестройка экситонных состояний сопровождается многократным увеличением эффективного боровского радиуса экситонного состояния. При этом даже в широких квантовых ямах с $l_0 = 300$ Å при высоких плотностях электронного газа эффективный радиус экситона вдоль ямы многократно превышает ширину квантовой ямы, так что экситон становится практически двумерным. В то же время при низких плотностях эффективный радиус экситона существенно меньше ширины ямы и волновая функция экситона в яме мало отличается от трехмерной. Таким образом, экранирование экситонного состояния в широких квантовых ямах, помимо уменьшения энергии связи и силы осциллятора, сопровождается еще «кроссовером» экситона $3D \rightarrow 2D$, т.е. переходом экситонного состояния из трехмерного в двумерный. Это может служить дополнительной причиной, объясняющей резкость наблюдаемого процесса перестройки экситонного состояния в широких квантовых ямах.

Следует также заметить, что поскольку задача стала чисто двумерной после введения эффективного потенциала $U_{eff}(r)$ (4), связанное состояние в этом случае существует всегда (см., например, [8]). Но энергия связи данного состояния (рис. 1) в случае большой концентрации (малых r_s) оказывается экспоненциально малой:

$$P = \left| \int_{0}^{\infty} U_{eff}(r) r dr \right|$$

 $E_B \sim \frac{\hbar^2}{\mu r_0^2} \exp\left[-\frac{\hbar^2}{\mu P}\right],$

— мощность потенциальной ямы.

4. ПРИБЛИЖЕНИЕ ЛОКАЛЬНОГО ПОЛЯ

В настоящей процедуре использовалось приближение линхардовской восприимчивости, отвечающей ситуации невзаимодействующих электронов в газе. До некоторой степени межэлектронное кулоновское взаимодействие на малых расстояниях может быть учтено в приближении локального поля [12] путем замены поляризационного оператора (9) более сложным оператором, более адекватно учитывающим взаимодействие на малых расстояниях, выражение для которого имеет следующий вид [13, 14]:

$$\Pi(q,\omega) = \frac{\Pi^0(q,\omega)}{1 - f_q(\omega)\Pi^0(q,\omega)},\tag{17}$$

где П⁰ (q,ω) — поляризационный оператор в RPA, определяемый формулой (14), а $f_q(\omega)$ — фактор локального поля. Тогда из формул (10) и (17) получаем

$$\chi(q,\omega) = \frac{\Pi^0(q,\omega)}{1 - (U_{eff}(q) + f_q(\omega))\Pi^0(q,\omega)} = \frac{\Pi^0(q,\omega)}{1 - v_{eff}(q,\omega)\Pi^0(q,\omega)}, \quad (18)$$

 $v_{eff}(q,\omega) = U_{eff}(q) + f_q(\omega) -$ эффективный потенциал взаимодействия в приближении локального поля. Соответствующая этому поляризационному оператору диэлектрическая функция будет иметь вид

$$\epsilon^{STLS}(q,\omega) = 1 - \frac{U_{eff}(q)\Pi^0(q,\omega)}{1 - f_q(\omega)\Pi^0(q,\omega)}.$$
 (19)

Формула для эффективного статического потенциала $v_{eff}(r)$ может быть представлена в виде (см. [15] и Приложение):

$$v_{eff}(r) = -\int_{r}^{\infty} dr g(r) \frac{dU_{eff}(r)}{dr},$$
(20)

где $g(r) = g_{\uparrow\uparrow}(r) + g_{\uparrow\downarrow}(r)$ — парная корреляционная функция. Очевидно, что если g(r) = 1 (это соответствует невзаимодействующим электронам), то $v_{eff}(r) \equiv U_{eff}(r)$. И мы снова возвращаемся к линхардовскому пределу. Далее, аналогично формуле (7) получим выражение для экранированного эффективного статического потенциала взаимодействия в рамках приближения локального поля:

$$v_{eff}^{scr}(r) = \int J_0(qr) (v_{eff}(q)/\epsilon^{STLS}(q)) r dr, \qquad (21)$$

где $\epsilon^{STLS}(q)$ — статическая диэлектрическая функция, рассчитанная по формуле (19) при $\omega = 0$.

Итак, статический формфактор (П.4), а следовательно, и парную корреляционную функцию (П.2) рассчитаем в нулевом приближении невзаимодействующих электронов. Далее предположим, что последующие изменения $U_{eff}(r)$ не приведут к существенным изменениям статического формфактора и парной корреляционной функции. В этом случае фактор локального поля может быть записан как (см. [13]) $f_q = G(q)U_{eff}(q)$, где $G(q) = 1 - g(0) + o(1/q^2)$. Поэтому для определения эффективного статического потенциала $v_{eff}(r)$ необходимо взять интеграл (20), а затем эффективный экранированный потенциал взаимодействия положительно заряженного кулоновского центра и связанного на нем электрона $v_{eff}^{scr}(r)$ будет получен численным решением интегрального уравнения (21), причем изменения диэлектрической функции $\epsilon^{STLS}(q)$ будут определяться только изменениями эффективного двумерного потенциала $U_{eff}(q)$.

Перейдем теперь непосредственно к нахождению энергии связи экситона в приближении локального поля. Используем описанную в разд. 3 процедуру вариационных самосогласованных вычислений, заменив в ней $U_{eff}^{scr}(r)$ на $v_{eff}^{scr}(r)$. Таким образом, энергию основного состояния экситона будем вычислять путем варьирования по параметрам r_0 и γ функционала (6) с эффективным экранированным потенциалом $v_{eff}^{scr}(r)$. Результаты такого численного расчета энергии связи экситона для квантовых ям шириной 200 Å как функции безразмерного параметра r_s представлены на рис. 4. Видно, что при учете корреляционных поправок коллапс экситонного состояния происходит в области более низких r_s (по сравнению с теми, что наблюдаются в приближении хаотических фаз), что соответствует увеличению пороговой концентрации квазидвумерного электронного газа и ухудшению экранировки. Для объяснения данного эффекта рассмотрим такую характеристику системы, как сжимаемость.



Рис. 4. Зависимость энергии связи экситона E_B в квантовой яме GaAs/AlGaAs шириной 200 Å от безразмерного параметра r_s в приближениях локального поля (1) и хаотических фаз (2)

5. СЖИМАЕМОСТЬ СИСТЕМЫ

Сжимаемость системы связана с функцией отклика посредством формулы [16]:

$$K = -\frac{1}{N_s^2} \lim_{q \to 0} \chi(q, 0).$$
 (22)

Обозначим через K_0 сжимаемость системы свободных электронов. Тогда очевидно, что в линхардовском приближении

$$N_s^2 K_0 = -\lim_{q \to 0} \Pi^0(q, 0).$$

Используя правила сумм для частот [13, 16, 17], а также выражение (19) для диэлектрической функции, получим сжимаемость в приближении локального поля:

$$-\lim_{q \to 0} \frac{2}{\pi U_{eff}(q)} \int_{0}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega'} \operatorname{Im}[\epsilon^{STLS}(\omega')] =$$
$$= \lim_{q \to 0} \operatorname{Re} \frac{\Pi^{0}(q,0)}{1 - f_{q}(0)\Pi^{0}(q,0)} =$$
$$= -\lim_{q \to 0} \frac{N_{s}^{2}K_{0}}{1 + f_{q}(0)N_{s}^{2}K_{0}} \equiv -N_{s}^{2}K. \quad (23)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{K_0}{K} = 1 + \lim_{q \to 0} f_q(0) N_s^2 K_0.$$
(24)

Используя указанные выше формулы, легко показать (см. рис. 5), что сжимаемость электронной системы, рассчитанная в приближении локального поля, оказывается меньше, чем сжимаемость системы



Рис. 5. Зависимость от концентрации квазидвумерного электронного газа (N_s) отношения сжимаемости (K) электронной системы в приближении локального поля к сжимаемости (K_0) системы невзаимодействующих электронов при T = 0 для квантовой ямы шириной 200 Å. На вставке показана зависимость K_0 от N_s

в приближении хаотических фаз при одинаковых плотностях электронов в системах. Такой результат был получен экспериментально в работе [18]. Это означает, что система становится более жесткой²⁾, т.е. из-за взаимодействия на малых расстояниях увеличивается среднее межэлектронное расстояние. При этом изменение локальной концентрации оказывается меньше, чем в системе невзаимодействующих электронов. Это и приводит к ухудшению экранирования и, как следствие, к увеличению пороговой концентрации, при которой происходит перестройка экситонного состояния.

Следует заметить, что приближение локального поля строго применимо только при $r_s \leq 6$ (см. [12]), так что результаты, полученные в последних двух разделах, носят скорее качественный характер и приводятся здесь для объяснения на качественном уровне поведения системы в области интересующих нас значений $r_s \sim 8$.

6. ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПОРОГОВОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ КВАЗИДВУМЕРНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА

Важной экспериментальной задачей является исследование температурной зависимости пороговой концентрации квазидвумерного электронного газа, при которой происходит перестройка экситона. Поэтому в этой главе мы проведем теоретическое исследование данного вопроса. Как и ранее, будем работать в приближении невзаимодействующих электронов. Для расчета эффекта экранирования при температуре, отличной от нуля, нами была использована зависящая от температуры диэлектрическая функция. В пределе высоких температур ($T \sim E_{Fermi}$) она имеет аналитическое выражение [19]:

$$\epsilon^{RPA}(q) = 1 + U_{eff}(q)q_s(q), \qquad (25)$$

$$q_s(q) = \frac{N_s}{k_B T} g_1(q\lambda).$$
(26)

Здесь

$$\lambda = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{m_e k_B T}}, \quad g_1(x) = \frac{2\sqrt{\pi}}{x} \Phi\left(\frac{x}{4\sqrt{\pi}}\right),$$
$$\Phi(y) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{e^{-z^2}}{y-z}.$$

При низких температурах диэлектрическая функция может быть получена численно.

Отметим, что для классического газа формула, описывающая величину изменения локальной концентрации электронов $\delta n(q)$ (см. формулу (8)), может быть записана в следующем виде (см., например, [20]):

$$\delta n(q) \approx N_s \exp\left(-\frac{U_{eff}(q)}{k_B T}\right) - N_s \approx \\ \approx -\frac{N_s}{k_B T} U_{eff}(q). \quad (27)$$

Отсюда получаем формулу вида (25), но теперь

$$q_s^{classic}(q) = \frac{N_s}{k_B T}.$$
(28)

Таким образом, если электронная система имеет температуру порядка фермиевской, то квантовая формула (26) для параметра экранирования $q_s(q)$ переходит в классическую формулу Дебая–Хьюккеля (28).

Теперь, используя в самосогласованных вариационных расчетах зависящую от температуры диэлектрическую функцию (25), получим для квантовой ямы шириной $l_0 = 300$ Å зависимость критической концентрации квазидвумерного электронного газа (N_s^c) как функцию температуры. Данные

²⁾ Коэффициент сжимаемости равный нулю соответствует абсолютно несжимаемой жидкости.



Рис. 6. Температурная зависимость пороговой концентрации квазидвумерного электронного газа (N_s) для квантовой ямы GaAs/AlGaAs шириной 300 Å: 1 — приближение хаотических фаз, 2 — приближение Дебая-Хьюккеля (классический предел)

зависимости представлены на рис. 6. При увеличении температуры происходит «размытие» фермиевской ступеньки и, как следствие, уменьшение концентрации электронов с малыми q. Это приводит к существенному уменьшению параметра экранирования $q_s(q)$ при значениях импульса $q \leq 2k_F$ (см. рис. 7). Так как экранировка в основном осуществляется электронами с $q \leq 2k_F$, то очевидно, что эффект экранирования квазидвумерным электронным газом ослабевает и значение пороговой концентрации возрастает, что и продемонстрировано на рис. 6. С другой стороны, при температурах выше 15 К, когда квазидвумерный электронный газ можно считать классическим, получаем полное согласие между расчетами, основанными на квантовой линхардовской (сплошная линия на рис. 6) и классической дебай-хьюккелевской (штриховая линия на рис. 6) диэлектрических функциях.

Другой интересный вопрос, который возникает при отличной от нуля температуре, это расчет фазовой диаграммы диссоциации экситонного состояния. Энергия диссоциации по определению (см. [21]) это энергия связи экситона. Аналогично работе [22] получим условие фазового перехода:

$$T = E_B(T, N_s) / \ln\left[\frac{m_e T}{\pi \hbar^2 N_s}\right], \qquad (29)$$

где $\ln \left[m_e T / \pi \hbar^2 N_s \right]$ — величина, описывающая



Рис. 7. Зависимость от волнового вектора q (в единицах $2k_F$) отношения эффективного параметра экранирования $q_s(q,T)$ к его величине $q_s(0,0)$ при T=0 при различных температурах: 1-0, 2-0.1 K, 3-0.5 K, 4-1 K и 5-2.5 K



Рис.8. Фазовая диаграмма температурной диссоциации экситонного состояния в квантовой яме GaAs/AlGaAs шириной 300 Å

эффект ионизации данного экситона³⁾. Результат расчета фазовой диаграммы для квантовой ямы шириной 300 Å представлен на рис. 8. Видно, что эффект экранирования, приводящий к уменьшению энергии связи, а следовательно, к диссоциации

³⁾ При большой концентрации электронов эффектом ионизации можно пренебречь и, следовательно, $\ln\left[m_eT/\pi\hbar^2N_s\right]\approx$ 1. Наоборот, при $N_s\rightarrow 0$ получаем, что $\ln\left[m_eT/\pi\hbar^2N_s\right]\rightarrow\infty$ и эффект ионизации становится доминирующим в системе.

Таким образом, найденная выше температурная зависимость коллапса экситона (рис. 6) наблюдается в области параметров системы, при которых еще не происходит фазовый переход. В связи с этим она может быть исследована экспериментально.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассчитаны изменения энергии связи и силы осциллятора экситонного состояния, возникающие в результате экранирования квазидвумерным электронным газом в квантовых ямах GaAs/AlGaAs шириной 50-300 Å. Показано, что учет нелинейного отклика приводит к более сильному экранированию кулоновского взаимодействия по сравнению с линейным приближением и, как следствие, смещает пороговую концентрацию, при которой наступает перестройка экситонных состояний, в область меньших плотностей квазидвумерного электронного газа и, соответственно, больших r_s (для ямы шириной 300 Å получаем $r_s = 8.3$). Это значительно превышает значения, рассчитанные в рамках диэлектрического экранирования (переход Мотта) или в рамках линейного экранирования квазидвумерным электронным газом. При уменьшении ширины квантовой ямы пороговая концентрация электронов, при которой возникает переход, смещается в область меньших параметров r_s.

Показано, что учет корреляционных эффектов в рамках приближения локального поля делает систему более жесткой и менее способной к экранированию внесенного заряженного возмущения. Следствием этого является увеличение пороговой концентрации квазидвумерного электронного газа.

В работе исследована температурная зависимость критического параметра r_s^c . При увеличении температуры эффективность экранировки снижается и критический параметр r_s^c уменьшается. Это — следствие уменьшения плотности электронов с ма-

лыми q, которые и вносят основной вклад в данный эффект. Продемонстрирован также переход системы от чисто квантовой к классической при увеличении температуры. Построена фазовая диаграмма диссоциации экситонного состояния и показана область, в которой имеется возможность экспериментального наблюдения температурной зависимости коллапса экситона.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и INTAS.

Авторы признательны И. В. Кукушкину за интерес к работе и полезные обсуждения результатов.

приложение

В приближении локального поля эффективный потенциал $v_{eff}(r)$ может быть записан в терминах парной корреляционной функции [15, 23]:

$$\upsilon_{eff}(r) = -\int_{r}^{\infty} dr g(r) \frac{dU_{eff}(r)}{dr}.$$
 (II.1)

Выражение для парной корреляционной функции $g(r) = g_{\uparrow\uparrow}(r) + g_{\uparrow\downarrow}(r)$ имеет вид

$$g(r) - 1 = \frac{1}{k_F^2} \int_0^\infty J_0(qr) [S(q) - 1] q dq, \qquad (\Pi.2)$$

где S(q) — статический формфактор, который выражается с использованием флуктуационно-диссипационной теоремы [17] следующей формулой:

$$S(q) = -\frac{2}{k_F^2} \int_0^\infty d\omega \operatorname{Im} \chi(q, \omega). \tag{\Pi.3}$$

В нулевом приближении рассчитать статический формфактор можно, исходя из линхардовской восприимчивости, которая определяется формулами (11) и (16). В результате вычисления интегралов получим

$$S(q) = \begin{cases} 1 - \frac{\arccos(q/2k_F)}{\pi} + \frac{q\sqrt{1 - (q/2k_F)^2}}{2\pi k_F}, & \text{если } q \le 2k_F, \\ 1, & \text{если } q > 2k_F. \end{cases}$$
(П.4)

ЛИТЕРАТУРА

- R. C. Miller, D. A. Kleinman, W. T. Tsang, and A. C. Gossard, Phys. Rev. B 22, 1134 (1981).
- G. Finkelstein, H. Strikman, and I. Bar-Josef, Phys. Rev. Lett. 74, 976 (1995).
- 3. V. Huard et al., Phys. Rev. Lett. 84, 187 (2000).
- С. И. Губарев, И. В. Кукушкин, С. В. Товстоног и др., Письма в ЖЭТФ 72, 469 (2000)
- 5. G. E. W. Bauer, Phys. Rev. B 45, 9153 (1992).
- 6. D. A. Kleinman, Phys. Rev. B 32, 3766 (1985).
- R. J. Elliot, *Polarons and Exciotns*, Oliver and Boyd, Edinburgh (1963).
- 8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
- H. Ehrenreeich and M. H. Cohen, Phys. Rev. 115, 786 (1959).
- 10. F. Stern, Phys. Rev. Lett. 18, 546 (1967).
- 11. Е. А. Андрюшин, А. Л. Силин, ФТТ 21, 219 (1979).
- K. S. Singwi, M. P. Tosi, R. H. Land, and A. Sjölander, Phys. Rev. 176, 589 (1968).

- 13. K. Morawetz, E-print archives, cond-mat/0104229.
- 14. N. Iwamoto, E. Kroatscheck, and D. Pines, Phys. Rev. B 29, 3936 (1984).
- 15. H. V. da Silvera, M. H. Degani, and K. S. Singwi, Phys. Rev. B 46, 2995 (1992).
- 16. D. Pines and P. Nozières, *The Theory of Quantum Liquids*, Vol. 1, Addison-Wesley, New York (1968).
- 17. R. Puff, Phys. Rev. 137, A406 (1965).
- 18. J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. 68, 674 (1992).
- 19. A. L. Fetter, Phys. Rev. B 10, 3739 (1974).
- 20. Дж. Займан, Принципы теории твердого тела, Мир, Москва (1974).
- 21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшищ, *Статистическая физика*, часть 1, Наука, Москва (1995).
- **22**. Л. В. Кулик, А. И. Тартаковский, А. В. Ларионов и др., ЖЭТФ **112**, 353 (1997).
- 23. K. S. Singwi and M. P. Tosi, in *Solid State Physics*, ed. by H. Ehrenreich, F. Seitz, and D. Turnbull, Vol. 36, Academic Press, New York (1981).