ЖЭТФ, 2002, том 121, вып. 4, стр. 925–932

ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ ОТКЛИК ДВУХБАРЬЕРНЫХ НАНОСТРУКТУР

В. Ф. Елесин[*]

Московский государственный инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 декабря 2001 г.

В рамках последовательной квантовомеханической модели аналитически вычислен высокочастотный линейный отклик для резонансно-туннельного диода с несимметричными барьерами. Показано, что ток отклика исключительно чувствителен к асимметрии барьеров. Так, если «мощность» барьера коллектора α_1 становится меньше «мощности» эмиттера α_2 (например, из-за напряжения смещения), ток меняет знак при некоторой частоте, зависящей от параметров структуры. В обратной ситуации ($\alpha_1 \geq \alpha_2$) ток сохраняет знак во всем интервале частот. Таким образом, появляется принципиальная возможность согласовать полученные ранее экспериментальные и теоретические результаты. В то же время квантовый режим высокочастотной генерации резонансно-туннельного диода, предсказанный ранее для $\alpha_1 = \alpha_2$, реализуется для любых α_1 и α_2. В этом режиме возможно достижение больших мощностей на частотах, значительно превышающих ширину резонансного уровня. В работе также показано, что механизм когерентного усиления в резонансно-туннельных диодах тесно связан с квантовой интерференцией резонансно-туннелирующих электронов и существенно отличается от обычно предполагаемого.

PACS: 73.20.Dx, 72.30.+q, 72.10.-d

1. ВВЕДЕНИЕ

Высокочастотные свойства двухбарьерных наноструктур, в частности резонансно-туннельного диода, остаются нерешенной теоретической проблемой. Общепринятая теория высокочастотного отклика и генерации в резонансно-туннельном диоде в настоящее время отсутствует, несмотря на интенсивные исследования и несомненный практический интерес. Более того, опубликованные работы содержат противоречивые результаты по частотной зависимости отклика даже в линейном по полю приближении.

Так, в теоретических работах [1–3] (численные методы), [4] (аналитическая модель), [5, 6] (метод туннельного гамильтониана) утверждается, что ток поляризации (линейный отклик), описывающий усиление в резонансно-туннельном диоде, может изменять знак при некоторой частоте, примерно равной ширине резонансного уровня Γ. Имеются и экспериментальные данные о смене знака [7]. Отсюда делается вывод о существовании предельной частоты усиления и генерации резонансно-туннельного диода. Такая точка зрения достаточно широко распространена (см., например, [8]).

С другой стороны, экспериментально достигнутая частота генерации 10^{12} с$^{-1}$ в [9] и теоретические результаты [10–14] свидетельствуют об обратном. Действительно, в [10–14] (см. также [15]) аналитически и численно показано, что ток остается знакопостоянным в широком интервале частот.

Оставляя пока работы [1–3], выполненные численными методами (см. ниже в Заключении и в [10]), укажем, что в упомянутых работах либо используется метод туннельного гамильтониана, либо уравнение Шредингера не решается явно. Вместе с тем система когерентных туннелирующих в резонансно-туннельный диод электронов, взаимодействующих с электромагнитным полем, требует последовательного квантовомеханического описания и открытых граничных условий. Это связано с явлением квантовой интерференции электронов, весьма чувствительной к энергии подводимых из коллектора электронов и к граничным условиям. Нам представляется, что применяемые в [4–6] подходы не

[*]E-mail: VEF@supercon.mephi.ru

удовлетворяют перечисленным требованиям. Напротив, использованная в работах [10–14] модель является достаточно строгой.

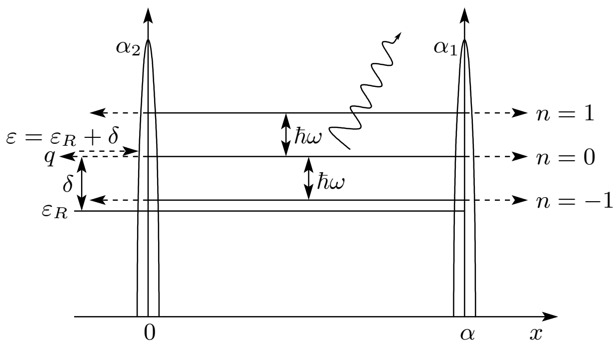
Однако в [10-14] предполагалась полная симметрия барьеров. Как оказывается, асимметрия барьеров эмиттера и коллектора (всегда наблюдающаяся экспериментально и, видимо, в численных расчетах [1–3] из-за поля смещения) может радикально изменить частотную зависимость.

Цель настоящей работы — обобщить результаты [10] на более общие граничные условия, чтобы попытаться согласованно объяснить известные теоретические и экспериментальные результаты. В работе в рамках модели [10] найдено точное аналитическое решение и простые выражения для токов поляризации. Показано, что отклик исключительно чувствителен к разнице параметров барьеров. Так, если «мощность» барьера коллектора α_1 становится меньше мощности барьера эмиттера α_2 (т. е. $\alpha_1 < \alpha_2$), ток изменяет знак при некоторой частоте, зависящей от параметров барьеров. В обратной ситуации ($\alpha_1 \geq \alpha_2$) ток сохраняет знак во всем интервале частот. Таким образом, появляется, по крайней мере, принципиальная возможность согласовать экспериментальные [7, 8] и теоретические численные [1–3, 11–13] и аналитические результаты [10]. Отметим, что согласно [4–6] отклик проявляет слабую зависимость от разности $\alpha_2 - \alpha_1$, еще раз демонстрируя неприменимость подходов, используемых для описания когерентной генерации (см. подробнее в Заключении).

В работе также показано, что механизм усиления в резонансно-туннельном диоде тесно связан с квантовой интерференцией и существенно отличается от обычно предполагаемого.

2. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ РЕЗОНАНСНО-ТУННЕЛЬНОГО ДИОДА В ЛИНЕЙНОМ ПО ПОЛЮ ПРИБЛИЖЕНИИ

Мы изучим модель когерентного туннелирования в резонансно-туннельном диоде, аналогичную [10]. Рассматривается одномерная квантовая яма с δ-функциональными барьерами в точках $x = 0$ и $x = a$ (см. рисунок). Слева ($x \to -\infty$) к квантовой яме подводится стационарный поток электронов, пропорциональный q^2, с энергией ε, приблизительно равной энергии резонансного уровня ε_R. В области квантовой ямы действует



переменное электрическое поле $E(t)$ с потенциалом $U(x,t)$:

$$U(x,t) = U(x)\cos\omega t,$$

$$U(x) = \begin{cases} xU\theta(x), & x < a, \\ aU & x > a, \\ \quad U = -eE/2. \end{cases} \qquad (1)$$

Волновая функция $\Psi(x,t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + [\alpha_2\delta(x) + \alpha_1\delta(x-a)]\,\Psi + U(x,t)\Psi. \quad (2)$$

Здесь положено $\hbar = 2m = 1$. Установившееся решение (2) ищем в виде [2, 10, 16]

$$\Psi(x,t) = \\ = e^{-i\varepsilon t}\left[\psi_0(x) + e^{-i\omega t}\psi_{+1}(x) + e^{i\omega t}\psi_{-1}(x)\right]. \quad (3)$$

Парциальные волновые функции ψ_0, ψ_n ($n = \pm 1$) описывают электроны с квазиэнергиями соответственно ε и $\varepsilon + n\omega$.

Переменное поле вызывает токи поляризации (отклика)

$$J^c(x,t) = J^c(x)\cos\omega t, \quad J^s(x,t) = J^s(x)\sin\omega t.$$

Здесь J^c — синфазный с полем и J^s — реактивный токи; J^c и J^s можно выразить через функции ψ_0 и ψ_n:

$$\begin{aligned} &J^c(x) = J^c_{+1}(x) + J^c_{-1}(x), \\ &J^c_n(x) = -ie\left[(\psi_0^*\psi_n' + \psi_n^*\psi_0') - \text{c.c.}\right], \\ &J^s(x) = J^s_{+1}(x) - J^s_{-1}(x), \\ &J^s_n(x) = e\left[(\psi_0^*\psi_n' - \psi_n^*\psi_0') + \text{c.c.}\right], \quad \psi' \equiv \frac{d\psi}{dx}. \end{aligned} \qquad (4)$$

Функция нулевого приближения $\psi_0(x)$ в области $0 < x < a$ удовлетворяет уравнению

$$\varepsilon\psi_0(x) + \psi_0''(x) = 0 \qquad (5)$$

и граничным условиям (см. [8])

$$\begin{aligned}&\psi_0(0)(1-\beta_2)+\psi_0'(0)/ip=q, \quad p^2=\varepsilon,\\&\psi_0(a)(1-\beta_1)-\psi_0'(a)/ip=0,\\&\quad\beta_j=\alpha_j/ip, \quad j=1,2.\end{aligned} \tag{6}$$

Соответствующие уравнения и граничные условия для функций $\psi_n(x)$ в линейном по полю приближении имеют вид

$$p_n^2\psi_n(x)+\psi_n''(x)=U(x)\psi_0(x), \quad p_n^2=p^2+n\omega, \tag{7}$$

$$\psi_n(0)(1-\beta_{2n})+\frac{\psi_n'(0)}{ip}=0, \tag{8}$$

$$\psi_n(a)(1-\beta_{1n})-\frac{\psi_n'(a)}{ip_n}=\frac{aU\psi_0(a)}{2p_n^2},$$

$$\beta_{jn}=\frac{\alpha_j}{ip_n}, \quad j=1,2.$$

В (5)–(8) предполагается, что $\psi_n\ll\psi_0$. Решение системы (5)–(8) можно представить в следующей форме:

$$\psi_0(x)=A\exp(ipx)+B\exp(-ipx)\equiv \equiv\gamma_0\cos px+i\delta_0\sin px,$$

$$A\Delta_0=q(2-\beta_1)\exp(-2ipa), \quad B\Delta_0=q\beta_1, \tag{9}$$

$$\Delta_0=(2-\beta_1)(2-\beta_2)\exp(-2ipa)-\beta_1\beta_2\approx \approx\frac{2}{\sqrt{\Gamma_1\Gamma_2}}(i\delta-\Gamma), \tag{10}$$

$$\delta=\varepsilon-\varepsilon_R, \quad \Gamma=\Gamma_1+\Gamma_2, \quad \Gamma_j=\frac{2p^3}{a\alpha_j^2},$$

$$\psi_n=A_n\exp(ip_nx)+B_n\exp(-ip_nx)- -\frac{xU}{\omega_n}\psi_0-\frac{2U}{\omega_n^2}\psi_0', \tag{11}$$

$$\begin{aligned}&A_n\Delta_n=q_n(2-\beta_{1n})\exp(-2ip_na)+\beta_{2n}\tilde q_n,\\&B_n\Delta_n=q_n\beta_{1n}+(2-\beta_{2n})\tilde q_n, \quad \omega_n=-n\omega,\end{aligned}$$

$$\Delta_n\approx\frac{2}{\sqrt{\Gamma_1\Gamma_2}}\left[i(\delta+n\omega)-\Gamma\right], \tag{12}$$

$$q_n=\frac{2Uip}{\omega_n^2}\left[A(2-\beta_{2n})+\beta_{2n}B+\frac{\omega_n^2}{4p^4}(A+B)\right], \tag{13}$$

$$\tilde q_n=-\frac{2Uip}{\omega_n^2}\left[\beta_{1n}A+(2-\beta_{1n})Be^{-2ip_na}+ +\frac{\omega_n^2}{4p^4}(A+Be^{-2ipa})\right]e^{i(p-p_n)a}.$$

Формулы (9)–(13) дают точное решение задачи, которое, к сожалению, громоздко и необозримо. Однако, как показано в [10], существует возможность преобразовать общие формулы для ψ_n и токов J^c, J^s к простым и физически наглядным выражениям, используя естественный для резонансно-туннельного диода малый параметр ω/ε_R. Действительно, малость частоты ω по сравнению с энергией ε_R присуща генератору на резонансно-туннельном диоде.

Чтобы провести это преобразование, представим величины $\gamma_n=A_n+B_n$ и $\delta_n=A_n-B_n$ в виде суммы слагаемых

$$\begin{aligned}\gamma_n&=\gamma_n^{(1)}+\gamma_n^{(2)}+\gamma_n^{(3)},\\\delta_n&=\delta_n^{(1)}+\delta_n^{(2)}+\delta_n^{(3)}.\end{aligned} \tag{14}$$

В слагаемых $\gamma_n^{(1)}$ и $\delta_n^{(1)}$ полагаем $p=p_n$ в показателях экспонент, а в $\gamma_n^{(2,3)}$ и $\delta_n^{(2,3)}$ формируем разность между точными и выделенными выражениями. После компенсации в $\gamma_n^{(1)}$ и $\delta_n^{(1)}$ ряда членов и сокращения определителя в знаменателе получаем

$$\gamma_n^{(1)}=\frac{2Uip}{\omega_n^2}\delta_0, \quad \delta_n^{(1)}=\frac{2Uip}{\omega_n^2}\gamma_0. \tag{15}$$

Отметим, что $\gamma_n^{(1)}$ и $\delta_n^{(1)}$ расходятся при $\omega\to0$. Оставшиеся слагаемые оказываются конечными в низкочастотном пределе и равными

$$\gamma_n^{(2)}=-\frac{4Uip}{\omega_n^2\Delta_n}\left[\beta_{1n}Az_n+(2-\beta_{1n})Be^{-2ip_na}z_n^*\right], \tag{16}$$

$$\delta_n^{(2)}=\gamma_n^{(2)}(\beta_{2n}-1), \quad z_n=\exp(ipa-ip_na)-1. \tag{17}$$

В (16), (17) опущены малые члены порядка ω/ε_R и Γ/ε_R. Здесь мы рассматриваем наиболее интересный случай квантовой ямы с «сильными» барьерами, когда $\Gamma/\varepsilon_R\ll1$ и $p/\alpha_j\ll1$. Именно в этом пределе реализуются замечательные свойства квантовых ям. С учетом малости ω/ε_R и Γ/ε_R (16) окончательно приводится к виду

$$\gamma_n^{(2)}=-\frac{4Ua^2\alpha_1A}{p^2\Delta_n}. \tag{18}$$

Видно, что выражение $\gamma_n^{(2)}$ и, согласно (17), $\delta_n^{(2)}$ конечны при $\omega\to0$.

Разбиение γ_n и δ_n (а следовательно, и A_n и B_n) позволяет записать волновую функцию $\psi_n(x)$ в более простой форме:

$$\psi_n=\gamma_n^{(2)}\cos p_nx+i\delta_n^{(2)}\sin p_nx. \tag{19}$$

Действительно, можно показать, что расходящиеся при $\omega\to0$ выражения в $\psi_n(x)$ взаимно компенсируются. Таким образом, волновые функции $\psi_n(x)$

конечны в низкочастотном пределе и на границах ямы принимают значения

$$\psi_n(0) = \psi_n(a) = \gamma_n^{(2)}. \quad (20)$$

Следует отметить, что в упомянутых выше работах [4–6] функция $\psi_n(x)$ расходятся при $\omega \to 0$. В то же время нетрудно убедиться непосредственно (полагая $\omega = 0$ в (1) с самого начала), что функция ψ_n не должна иметь особенностей при $\omega = 0$. Не исключено, что это обстоятельство и является причиной расхождения частотных зависимостей токов поляризации.

Пользуясь выражениями (9) и (20), найдем критерий линейного приближения при $\omega \ll \Gamma$: $Ua/\Gamma \ll 1$. Он резко отличается от соответствующего критерия в [4–6]: $Ua/\omega \ll 1$. Разница связана с поведением $\psi_n(x)$ при $\omega \to 0$.

3. ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ ОТКЛИК В РЕЗОНАНСНО-ТУННЕЛЬНОМ ДИОДЕ

Вначале найдем активную составляющую тока J^c. Подставляя ψ_0 из (9) и ψ_n из (19) в (4), получим

$$\begin{aligned} J_n^c(x) = ep\,\{(K_n + \text{c.c.}) \times \\ \times [\sin p_n x \sin px + \cos p_n x \cos px] - \\ - i(F_n - \text{c.c.})\,[\sin px \cos p_n x - \sin p_n x \cos px]\} \equiv \\ \equiv ep\,\{(K_n + \text{c.c.}) \cos(p - p_n)x - \\ - i(F_n - \text{c.c.}) \sin(p - p_n)x\}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$K_n = \delta_0^* \gamma_n^{(2)} + \gamma_0^* \delta_n^{(2)}, \quad F_n = \delta_0^* \delta_n^{(2)} + \gamma_0^* \gamma_n^{(2)}. \quad (22)$$

Вклад в ток $J_n^c(x)$ вносят слагаемые четырех типов: переходы под действием поля между состояниями с волновыми функциями $\sin px$ и $\sin p_n x$ с весом $\delta_0^* \delta_n^{(2)}$, между $\cos px$ и $\cos p_n x$ с весом $\gamma_0^* \gamma_n^{(2)}$, между $\sin px$ и $\cos p_n x$ с весом $\delta_0^* \gamma_n^{(2)}$ и, наконец, между $\cos px$ и $\sin p_n x$ с весом $\gamma_0^* \delta_n^{(2)}$. Следует иметь в виду, что слагаемое в токе, пропорциональное, например, $\sin px \cos p_n x$, появляется в результате перехода между состояниями $\sin px$ и $\sin p_n x$, так как $J_n^c \propto (\psi^* \psi' - \text{c.c.})$. Это слагаемое соответствует переходу «лазерного» типа, так как волновые функции $\sin px$ и $\sin p_n x$ совпадают с собственными функциями изолированной квантовой ямы. Правда, в рассматриваемой ситуации импульсы p и p_n различаются на малую величину $\omega_n/2p$. (В лазере $p - p_n = \pm\pi/a$.) Так как коэффициенты $\delta_0 \sim \beta\gamma_0$, $\delta_n^{(2)} \sim \beta\gamma_n^{(2)}$, вклад этого слагаемого по сравнению со вторым $\gamma_0^* \gamma_n^{(2)}$ (между $\cos px$ и $\cos p_n x$) велик по параметру $\alpha^2/p^2 \gg 1$.

Слагаемые между «смешанными» состояниями (характерными для токового состояния в резонансно-туннельном диоде и исчезающими в изолированной яме) $\sin p_n x$ и $\cos px$, $\sin px$ и $\cos p_n x$ входят с примерно одинаковыми весами $\delta_0^* \gamma_n^{(2)}$ и $\gamma_0^* \delta_n^{(2)}$, что позволяет им эффективно интерферировать. Именно эти переходы приводят к необычной частотной зависимости $J_n^c(x)$, а также к исключительной чувствительности тока от разности «мощности» барьеров $\alpha_2 - \alpha_1$ эмиттера (α_2) и коллектора (α_1) резонансно-туннельного диода.

Подставляя (18) в (22), получаем выражение для K_n:

$$K_n = \frac{q}{\Delta_0^*} \gamma_n^{(2)} \varphi, \quad \frac{\varphi}{\Delta_0^*} = \beta_{2n}(A^* + B^*) - 2B^*, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \varphi = \beta_2(2 + \beta_1)\exp(2ipa) - \beta_1\beta_2 + 2\beta_1 = \\ = \Delta_0^* - 2\Delta_{01}^* \exp(ipa), \end{aligned} \quad (24)$$

снова пренебрегая членами порядка ω/ε_R. Здесь Δ_0 дается выражением (10), а Δ_{01} — «урезанный определитель»:

$$\Delta_{01} = (2 - \beta_1)\exp(-ipa) + \beta_1 \exp(ipa). \quad (25)$$

Функция φ из (24) описывает суперпозицию упомянутых выше переходов «нелазерного» типа и сильно зависит от разностей $\delta = \varepsilon - \varepsilon_R$ и $\alpha_2 - \alpha_1$. Здесь ε_R — энергия резонансного уровня, определяемая из уравнения

$$\operatorname{Re} \Delta_0(\varepsilon_R) = 0. \quad (26)$$

Вблизи резонанса и при условии $\Gamma/\varepsilon_R \ll 1$ функцию φ можно представить в виде

$$\varphi = -\frac{i\alpha_1\alpha_2 a\delta}{p^3} + 2\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right). \quad (27)$$

При $\alpha_2 = \alpha_1 = \alpha$ формула (23) переходит в соответствующее выражение для K_n, полученное в [10].

Вначале рассмотрим ситуацию при $\alpha_2 = \alpha_1$. Из (27) видно, что в резонансе, когда $\varepsilon = \varepsilon_R$, имеем $\varphi = 0$. Это означает, что вклады в ток J_n^c при $\cos(p - p_n)x$ (практически не зависящие от координаты и являющиеся основными при $\omega \ll \Gamma$) равны нулю в отдельности, как J_{+1}^c, так и J_{-1}^c. Если $\delta \neq 0$, оба тока J_{+1}^c и J_{-1}^c отличны от нуля и имеют одинаковый знак. Мы увидим, что это соответствует излучению при $\delta > 0$ и поглощению при $\delta < 0$. Обычно же предполагается, что J_{+1}^c приводит к поглощению, J_{-1}^c — к излучению [4–6, 8], а результирующий знак отклика определяется их разницей. Это, кстати, позволяет получать в [4–6] при $\omega \to 0$ конечные выражения для тока, хотя волновые функции расходятся (см. разд. 2).

Согласно же (23), (27) и (18) знаки низкочастотных вкладов в J_n^c одинаковы и определяются интерференцией переходов «нелазерного» типа, зависящей от условий резонанса (т. е. от δ).

Теперь рассмотрим влияние границ. Как следует из (27), отличие α_1 от α_2 ведет к появлению мнимой добавки к δ, зависящей от разности $\alpha_1/\alpha_2 - \alpha_2/\alpha_1$:

$$\varphi = -\frac{2i}{\sqrt{\Gamma_1\Gamma_2}}\left[\delta + i\sqrt{\Gamma_1\Gamma_2}\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)\right]. \qquad (28)$$

Подставляя значения для $\gamma_n^{(2)}$ из (18) и φ в (22), приходим к следующему выражению для $K_n + \text{c.c.}$:

$$K_n + \text{c.c.} = -\frac{4Ua}{|\Delta_0|^2\Gamma_1^{3/2}\Gamma_2^{1/2}}\left[\delta\left(\frac{1}{\Delta_n} + \frac{1}{\Delta_n^*}\right) + \right.$$

$$\left. + i(\Gamma_1\Gamma_2)^{1/2}\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)\left(\frac{1}{\Delta_n} - \frac{1}{\Delta_n^*}\right)\right]. \qquad (29)$$

Аналогичным путем найдем выражение для «лазерноподобных» переходов

$$F_n - \text{c.c.} = \frac{8iUp}{|\Delta_0|^2\Gamma_1^{3/2}\Gamma_2^{1/2}}\left(\frac{1}{\Delta_n} - \frac{1}{\Delta_n^*}\right), \qquad (30)$$

которое слабо зависит от разницы $\alpha_2 - \alpha_1$. Можно показать, что вклад в J_n^c от $(F_n - \text{c.c.})$ дает поглощение для $n = +1$ и излучение при $n = -1$ в соответствии с обычными представлениями.

Подставляя Δ_n, Δ_0 в (29) и (30) и собирая результаты, получаем окончательные выражения для тока $J^c(x) = J_{+1}^c(x) + J_{-1}^c(x)$ и приведенного тока J^c:

$$J^c(x) = -\frac{e^2EaQ\Gamma\Gamma_2\delta}{(\delta^2+\Gamma^2)\left[(\delta+\omega)^2+\Gamma^2\right]\left[(\delta-\omega)^2+\Gamma^2\right]} \times$$

$$\times\left\{\left[(\delta^2+\Gamma^2+\omega^2) - \frac{\alpha_1^2-\alpha_2^2}{\alpha_1^2+\alpha_2^2}(\delta^2+\Gamma^2-\omega^2)\right]\cos\frac{\omega}{2p}x - \frac{4\omega p}{a}\sin\frac{\omega}{2p}x\right\}, \qquad (31)$$

$$J^c = \frac{1}{a}\int_0^a J^c(x)\,dx = -\frac{e^2EaQ\Gamma\Gamma_2\delta\left[(\Gamma^2+\delta^2) + \dfrac{\Gamma_1-\Gamma_2}{\Gamma_1+\Gamma_2}(\Gamma^2+\delta^2-\omega^2)\right]}{(\Gamma^2+\delta^2)\left[(\delta+\omega)^2+\Gamma^2\right]\left[(\delta-\omega)^2+\Gamma^2\right]}, \quad Q = pq^2. \qquad (32)$$

Вклад «лазерного» слагаемого $(F_n - \text{c.c.})$ в приведенный ток J_n^c, пропорциональный ω^2, в точности компенсируется соответствующим членом в $(K_n + \text{c.c.})$. Поэтому результирующее выражение (32) имеет интерференционную природу и происходит от $(K_n + \text{c.c.})$.

При одинаковых барьерах $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma/2$ мы приходим к результату, впервые полученному в [10]:

$$J^c = -\frac{e^2EaQ\Gamma^2\delta}{2\left[(\delta+\omega)^2+\Gamma^2\right]\left[(\delta-\omega)^2+\Gamma^2\right]}, \qquad (33)$$

если исправить допущенную там опечатку: в знаменателе (33) должно стоять 2 вместо 4. Нетрудно видеть, что ток $J^c(\delta,\omega)$ не меняет знака во всем интервале частот. В низкочастотном пределе, $\omega \ll \Gamma$, выражается через статическую дифференциальную J^c проводимость:

$$J^c(\delta, 0) = \frac{e^2Ea}{2}\frac{dJ_0(\delta)}{d\delta}, \qquad (34)$$

$$J_0(\delta) = \frac{Q\Gamma^2}{2(\delta^2+\Gamma^2)}, \qquad (35)$$

где $J_0(\delta)$ — статический резонансный ток.

Как показано в [10], кроме обычного режима, в котором J^c имеет максимум при $\omega = 0$ (и $\delta < \Gamma$), существует и так называемый «квантовый» режим при $\delta > \Gamma$. Ему соответствует максимум J^c при частоте ω_m:

$$\omega_m^2 = \delta^2 - \Gamma^2, \quad \delta > \Gamma. \qquad (36)$$

Излучение (поглощение) происходит благодаря квазирезонансным переходам между состояниями с энергиями ε и ε_R. Отсюда следует, что при одинаковых барьерах ($\alpha_2 = \alpha_1$) генерация возможна на частотах, значительно превышающих Γ, если выбрать энергию электронов (аналог постоянного напряжения смещения) $\varepsilon = \varepsilon_R + \omega$ вне области максимальной отрицательной дифференциальной проводимости (где $\delta < \Gamma$).

Отметим, что описанные выше результаты были подтверждены с высокой точностью численным решением системы (5)–(8), а также непосредственно временного уравнения (2) в работах [12–14].

В случае разных барьеров ($\Gamma_1 \neq \Gamma_2$) частотная зависимость тока J^c может стать кардинально другой. Так, при $\Gamma_1 > \Gamma_2$ ток меняет знак при некотором значении частоты ω_0:

$$\omega_0^2 = \frac{2\Gamma_1(\delta^2 + \Gamma^2)}{\Gamma_1 - \Gamma_2}\,. \qquad (37)$$

В то же время «квантовый» режим реализуется при любых Γ_1 и Γ_2. В частности, при $\Gamma_1 \gg \Gamma_2$ максимум тока достигается при частоте $\omega_m^2 = 2(\delta^2+\Gamma^2) - (\delta^4 + 10\delta^2\Gamma^2 + 9\Gamma^4)^{1/2}$. (Если $\delta \gg \Gamma$, то $\omega_m \approx \delta$.)

При выполнении обратного неравенства, $\Gamma_1 < \Gamma_2$, ток сохраняет знак при любых частотах. В предельном случае $\Gamma_2 \gg \Gamma_1$ частотная зависимость становится необычной для резонансно-туннельного диода:

$$J^c = -\frac{e^2 EaQ\Gamma_2^2\delta\omega^2}{(\Gamma^2+\delta^2)\left[(\delta+\omega)^2+\Gamma_2^2\right]\left[(\delta-\omega)^2+\Gamma_2^2\right]}. \qquad (38)$$

Действительно, при $\omega \to 0$ ток обращается в нуль и не выражается через дифференциальную проводимость. Остается только квантовый режим, причем максимум $J^c(\delta, \omega)$ достигается для частоты

$$\omega_m^2 = \delta^2 + \Gamma^2 \qquad (39)$$

для любого $\delta > 0$.

Найдем также реактивный ток. После некоторых вычислений получаем

$$J_n^s(x) = ep\left[i(K_n - \text{c.c.})\cos(p-p_n)x + {} + (F_n + \text{c.c.})\sin(p-p_n)x\right] \qquad (40)$$

и для приведенного реактивного тока

$$J^s = -\frac{e^2 EaQ\Gamma_2\delta\omega\left[\delta^2-\omega^2-3\Gamma^2+4(\Gamma_2^2-\Gamma_1^2)\right]}{2(\Gamma^2+\delta^2)\left[(\delta+\omega)^2+\Gamma^2\right]\left[(\delta-\omega)^2+\Gamma^2\right]}\,. \qquad (41)$$

При $\Gamma_1 = \Gamma_2$ эта формула переходит в соответствующее выражение работы [10], если исправить там знак на противоположный.

4. СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ДРУГИХ РАБОТ

Как уже обсуждалось детально в [10] и упоминалось выше во Введении, нет единого мнения по вопросу фундаментального ограничения на частоту генерации резонансно-туннельного диода. Согласно довольно широко распространенной точке зрения (см., например, [4, 8]), частота генерации (т. е. частота, где ток меняет знак и усиление обращается в нуль) ограничена величиной равной Γ.

Это представление основано, в частности, на результатах теоретических работ [1–4], в которых решалось уравнение Шредингера, а также на результатах работ, использующих метод туннельного гамильтониана [5, 6].

К сожалению, трудно провести непосредственное сравнение с численными расчетами, тем более что среди них много противоречий (см., например, [8, 17]). Как уже указывалось нами выше в разд. 3, возможной причиной изменения знака отклика в [1–3] является несимметричность барьеров из-за напряжения смещения.

Представляется важным провести сравнение с теоретическими результатами, полученными аналитически в наиболее простой постановке, чтобы исключить влияние непринципиальных осложнений. Для этого будем предполагать (как это уже делалось выше), что функция распределения электронов эмиттера имеет δ-образный характер, т. е. электроны предполагаются моноэнергетическими с энергией ε. Затем проведем сравнение и для других функций распределения.

Наиболее близка по постановке задачи работа [4] (см. в ней ссылки на предыдущие работы), где рассмотрена аналитическая модель резонансно-туннельного диода на основе уравнения Шредингера. Но, в отличие от данной работы и [10], автор [4] не находит явного решения уравнения Шредингера в области квантовой ямы. Он записывает волновую функцию на коллекторной границе ($x = a$) в виде

$$\Psi = \left[t_0 e^{-ipx} + t_{+1} e^{-ip_{+1}x - i\omega t} + t_{-1} e^{-ip_{-1}x - i\omega t}\right] \times {} \times \exp\left(i\varepsilon t - \frac{iV\sin\omega t}{\omega}\right), \qquad (42)$$

где t_0, $t_{\pm 1}$ — амплитуды перехода электронов соответственно через яму без поля и в первом порядке по полю (аналоги наших ψ_0 и $\psi_{\pm 1}$). Структура предполагалась с одинаковыми $\Gamma_1 = \Gamma_2$.

Амплитуды находились суммированием проходящих и отраженных волн (модель резонатора Фабри–Перо) и оказались равными

$$|t_{\pm 1}|^2 = \left(\frac{V}{2\omega}\right)^2 \frac{\Gamma^2\left[(\delta \pm \omega/2)^2 + \Gamma^2\right]}{(\delta^2+\Gamma^2)\left[(\delta\pm\omega)^2+\Gamma^2\right]}\,. \qquad (43)$$

Они существенно отличаются от наших (см. (18), (20)):

$$|\psi_{\pm 1}(a)|^2 = \left|\gamma_{\pm}^{(2)}\right|^2 = \frac{(Va)^2\Gamma^2}{16(\delta^2+\Gamma^2)\left[(\delta\pm\omega)^2+\Gamma^2\right]}\,, \qquad (44)$$

вычисленных по точному решению уравнения Шредингера (2) с граничными условиями (6), (8). Принципиальная разница состоит в расходимости $t_{\pm 1}$ при $\omega \to 0$. Выражение для тока J^c из [4] имеет вид

$$J^c = -\frac{epV\Gamma^2\delta(\delta^2+\Gamma^2-\omega^2)}{(\Gamma^2+\delta^2)\left[(\delta+\omega)^2+\Gamma^2\right]\left[(\delta-\omega)^2+\Gamma^2\right]}\,. \qquad (45)$$

Из (45) следует смена знака при $\omega_0^2 = \delta^2 + \Gamma^2$, наличие предельной частоты и отсутствие квантового режима. Причины расхождения с (33), по-видимому, связаны с приближениями, сделанными в [4] (см. подробнее анализ в [10]). В остальных известных нам аналитических работах, использующих уравнение Шредингера, не приведено замкнутых выражений для токов J^c и J^s.

Большое количество теоретических работ, посвященных вычислению высокочастотного отклика в резонансно-туннельного диоде, использует метод туннельного гамильтониана (см., например, [5, 6] и ссылки там).

Выражение для тока i_2 (аналог J^c), полученное в [5, 6] для δ-образной функции распределения электронов, имеет вид

$$i_2 = -\frac{2e^2V\Gamma_1\Gamma_2\delta(\delta^2+\Gamma^2-\omega^2)}{(\Gamma^2+\delta^2)\left[(\delta+\omega)^2+\Gamma^2\right]\left[(\delta-\omega)^2+\Gamma^2\right]}\,. \qquad (46)$$

При получении (46) предполагалось, что переменное поле приложено только к эмиттеру. Прежде всего отметим, что отклик i_2 слабо зависит от разности $\Gamma_1-\Gamma_2$ и при $\Gamma_1=\Gamma_2$ аналогичен (45) из [4]. Напомним, что в [4] поле предполагалось приложенным ко всей яме.

Чтобы провести сравнение с [5, 6], мы решили уравнение Шредингера (2) с локальным потенциалом

$$U(x,t) = \overline{U}\delta(x)\cos\omega t. \qquad (47)$$

Выражение для приведенного тока имеет вид

$$J^c = -\frac{8\overline{U}(\Gamma_1\Gamma_2)^{3/2}\delta/p\left[\delta^2+\Gamma^2+\omega^2(3\Gamma/2\Gamma_1-1)\right]}{a(\Gamma^2+\delta^2)\left[(\delta+\omega)^2+\Gamma^2\right]\left[(\delta-\omega)^2+\Gamma^2\right]}\,. \qquad (48)$$

Видно, что ток, в отличие от (46) и (32), не меняет знака во всем интервале частот и слабо зависит от разности $\Gamma_1-\Gamma_2$. Кроме того, ток (48) имеет по сравнению с (46) и (32) малость порядка Γ/ε_R. Причина этого очевидна и состоит в следующем. Увеличение функции ψ_n на множитель ε_R/Γ за счет резонанса в яме с полем, приложенным ко всей яме, отсутствует, если поле $U(x,t)$ из (47) локально. Таким образом, в методе туннельного гамильтониана отклик слабо зависит от вида $U(x,t)$ в отличие от точного результата. Кроме того, отметим, что волновые функции в [5, 6], как и в [4], расходятся при $\omega \to 0$.

Сравним отклики и для энергетического распределения электронов с квазиравновесной функцией $f(\varepsilon/T)$ (T — температура). В высокотемпературном пределе, когда ω, $\Gamma \ll T$, получаем для (46) при $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma/2$:

$$\overline{i}_2 = e^2\frac{\partial f(\varepsilon_R)}{\partial\varepsilon}\,\frac{V\Gamma^3\pi}{4(\omega^2+\Gamma^2)}\,. \qquad (49)$$

Видно, что усиление ограничивается частотой $\omega \approx \Gamma$. Проводя аналогичное интегрирование для (33), получаем

$$J^c = \frac{e^2EaQ\Gamma\pi}{4}\,\frac{\partial f(\varepsilon_R)}{\partial\varepsilon}\,, \qquad (50)$$

т. е. ограничение усиления по частоте отсутствует. По-видимому, указанные противоречия связаны с тем, что явление интерференции и открытые граничные условия некорректно учитываются в методе туннельного гамильтониана. Действительно, в последнем предполагается существование резонансного уровня, и феноменологически вводится перескок между ямой и эмиттером (коллектором). По сути дела, метод туннельного гамильтониана описывает некогерентное туннелирование. В работе [18] дано доказательство этого утверждения, по крайней мере, для $\omega < \Gamma$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные выражения для токов поляризации для несимметричных барьеров позволяют в принципе согласованно объяснить результаты, полученные экспериментально, а также в результате численного и аналитического решения уравнения Шредингера. Действительно, можно предположить, что в [1–3] и [7] асимметрия барьеров возникла за счет постоянного электрического поля смещения, которое понижает барьер коллектора (т. е. увеличивает Γ_1). Детальное сравнение требует проведения специальных расчетов и экспериментов с контролируемыми Γ_1 и Γ_2, т. е. с реальными величинами барьеров эмиттера и коллектора. Представляет интерес также проверка усиления в резонансно-туннельном диоде при $\Gamma_2 \gg \Gamma_1$, когда низкочастотное усиление должно стремиться к нулю как ω^2. Очевидно, что этот результат сохранится при любом виде функции распределения электронов $f(\varepsilon)$. Важно также подчеркнуть, что при любых Γ_1 и Γ_2 квантовый режим генерации сохраняется. Частота, при которой усиление максимально удовлетворяет условию квазирезонанса $\omega_m \approx \delta$, равна $\omega \gg \Gamma$. Таким образом, как показано в [12, 13], возможно достижение больших мощностей генерации на сверхвысоких частотах.

Подтверждение предсказываемых теорией результатов послужило бы доказательством специфического механизма излучения и поглощения в структурах с когерентным резонансным туннелированием, связанного с чисто квантовым явлением суперпозиции разных типов излучательных переходов.

Что касается метода туннельного гамильтониана, то представляется весьма сомнительным корректность его использования для вычисления высокочастотного отклика в когерентных системах типа резонансно-туннельного диода. Они являются исключительно чувствительными к граничным условиям, истинному виду потенциала переменного поля и корректному описанию явления пространственного квантования. Метод туннельного гамильтониана — по существу, феноменологический, так как резонансный уровень и граничные условия (заменяющиеся перескоком электронов) постулируются.

Автор благодарен Ю. В. Копаеву за полезное обсуждение работы. Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы «Интеграция» и при поддержке Минпромнауки РФ в рамках программы «Физика твердотельных наноструктур».

ЛИТЕРАТУРА

1. W. R. Frensley, Appl. Phys. Lett. **551**, 448 (1987); Rev. Mod. Phys. **62**, 745 (1990).
2. R. K. Mains and G. I. Haddad, J. Appl. Phys. **64**, 3564 (1988); **64**, 504 (1988).
3. C. L. Fernando and W. R. Frensley, Phys. Rev. B **52**, 5092 (1995).
4. H. C. Lju, Phys. Rev. B **43**, 12538 (1991); Erratum **48**, 4977 (1993).
5. M. Büttiker, A. Pretre, and H. Thomas, Phys. Rev. Lett. **70**, 4114 (1993).
6. M. P. Anatram and S. Datta, Phys. Rev. B **51**, 7632 (1995).
7. J. P. Mattia and Mc. Whorter, J. Appl. Phys. **84**, 1140 (1998).
8. H. C. Lju and J. C. L. Sollner, Semicond. Semimet. **41**, 359 (1994).
9. E. R. Brown, J. R. Södestrom, C. D. Parker et al., Appl. Phys. Lett. **58**, 2291 (1991).
10. В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **116**, 704 (1999).
11. V. F. Elesin and A. V. Krasheninnikov, Phys. Low-Dim. Struct. **7/8**, 65 (1999).
12. В. Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, А. И. Подливаев, ФТП **34**, 1373 (2000).
13. В. Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, А. И. Подливаев, УФН **170**(3), 333 (2000).
14. Р. Ф. Казаринов, Р. А. Сурис, ФТП **6**, 148 (1972).
15. N. S. Wingreen, A. P. Janho, and Y. Meir, Phys. Rev. B **48**, 8487 (1993).
16. В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **112**, 483 (1997).
17. F. A. Buot and A. R. Rajagopal, Phys. Rev. B **48**, 17217 (1993).
18. V. V. Afonin and A. M. Rudin, Phys. Rev. B **49**, 10466 (1994).