

ЭЛЕКТРОМАГНИТНО ИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

*А. Ю. Крячко**, *А. Г. Литвак*, *М. Д. Токман*

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 23 апреля 2002 г.

Исследован классический аналог популярного в настоящее время в квантовой электронике эффекта электромагнитно индуцированной прозрачности (ЕИТ). Рассмотрен эффект ЕИТ для электронно-циклотронных волн в плазме с конечной температурой. Найдено выражение для эффективного показателя преломления электромагнитной волны и исследованы закон дисперсии и поглощение данной волны в условиях ЕИТ. Показано, что учет теплового движения кардинальным образом изменяет поведение дисперсионных кривых сигнальной волны в области ЕИТ по сравнению со случаем холодной плазмы.

PACS: 52.25.Dg, 52.40.Db

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из популярных параметрических эффектов современной физики нелинейных волн является эффект электромагнитно индуцированной прозрачности¹⁾ в ансамблях трехуровневых атомов, обусловленный интерференцией квантовых состояний электронов. Данный эффект проявляется как образование «окна прозрачности» внутри одной из линий резонансного поглощения квантовой трехуровневой системы в присутствии волны накачки, сопровождаемое рекордно сильным замедлением сигнальной световой волны (см., например, обзор [1]). В настоящее время общепризнана перспективность использования эффекта ЕИТ в задачах спектроскопии, формирования и коррекции пространственно-временной структуры лазерного излучения [1], в ЕИТ-режиме существенно понижены мощностные пороги большинства известных нелинейнооптических эффектов [1, 2]. Эффект ЕИТ, в частности, лежит в основе недавних широко известных экспериментов по «остановке света» [3, 4].

С точки зрения общей теории нелинейных волновых процессов очевидный интерес представляет ис-

следование классических аналогов ЕИТ. Это также связано с надеждами перенести новые идеи квантовой электроники в классическую электронику СВЧ и физику плазмы. Так, например, в работах [5–7] было рассмотрено формирование области прозрачности для волны с частотой меньше плазменной в изотропной холодной плазме — за счет параметрического взаимодействия с мощной волной накачки. При этом, однако, рассматривалась полностью консервативная система, процессы в которой существенно отличны от типичного для ЕИТ режима формирования «окна прозрачности» внутри линии резонансного поглощения [1]. В работе [8] был исследован более близкий (прямой) классический аналог данного эффекта в волновой системе: эффект ЕИТ для электромагнитных волн на частотах электронно-циклотронного резонанса в холодной столкновительной плазме. При этом рассматривалась ситуация, когда биения между сигнальной волной и волной накачки эффективно возбуждают плазменную электростатическую моду.

Кроме того, в [8] был указан классический аналог эффекта ЕИТ для системы с сосредоточенными параметрами: эффект динамического демпфирования (см., например, [9]). Такой системой являются два связанных осциллятора, коэффициент связи которых изменяется по гармоническому закону. Как было показано, для такой системы внешнее воздействие (аналог сигнальной волны), оказываемое на один из осцилляторов, не приводит к резонансному

*E-mail: kryachko@appl.sci-nnov.ru

¹⁾ Имея в виду формирование «окна прозрачности» именно в режиме параметрического взаимодействия волн, мы будем использовать общепринятую для этого эффекта аббревиатуру ЕИТ (electromagnetically induced transparency).

возбуждению его колебаний вследствие резонансной раскачки колебаний во втором осцилляторе (за счет существования параметрической связи), т. е. вследствие эффекта динамического демпфирования данного резонансного возбуждения. В своем стандартном варианте [9] этот эффект обеспечивается обычной линейной связью двух осцилляторов, что приводит к возбуждению демпфирующей системы на частоте вынуждающей обобщенной силы. В рассмотренном же случае параметрическая связь осцилляторов приводит к раскачке демпфирующей системы на комбинационной частоте, в этом основная особенность взаимодействия колебаний в режиме ЕИТ.

В данной работе исследуется влияние теплового движения частиц плазмы на эффект ЕИТ для электронно-циклотронных волн. Оказывается, что обусловленная тепловым движением пространственная дисперсия кардинальным образом меняет картину эффекта, приводя к появлению ряда важных особенностей, отсутствующих как в исходном «квантовом» варианте, так и в холодной плазме.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 изложена гидродинамическая теория эффекта ЕИТ. В разд. 3 и 4 проведено исследование данного эффекта в рамках кинетической теории: в разд. 3 найдено выражение для эффективного показателя преломления сигнальной волны, а в разд. 4 обсуждаются особенности закона дисперсии и поглощения сигнальной волны для «теплой» плазмы.

2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Хотя гидродинамическая модель не учитывает одного из важнейших плазменных эффектов — бесстолкновительного затухания — в ее рамках удается понять качественное поведение дисперсионных кривых сигнальной волны в «теплой» плазме. Мы будем придерживаться той же постановки задачи, что и в работе [8]. Пусть в магнитоактивной плазме вдоль постоянного внешнего магнитного поля $\mathbf{H} = H\mathbf{z}_0$ распространяются две циркулярно поляризованные волны с электрическим полем, вращающимся по направлению циклотронного вращения электронов (необыкновенные волны):

$$\mathbf{E}_\perp(z, t) = \text{Re} \{ \mathbf{e}_+ [E_1 \exp(-i\omega_1 t + ik_1 z) + E_2 \exp(-i\omega_2 t + ik_2 z)] \}, \quad (1)$$

где $\mathbf{e}_+ = 2^{-1/2}(\mathbf{x}_0 + i\mathbf{y}_0)$ — вектор поляризации волн, $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0$ — орты декартовых осей.

Колебания поперечной и продольной (относительно постоянного магнитного поля) скоростей

электронной компоненты определяются уравнениями Эйлера с учетом воздействия силы Лоренца со стороны волновых полей:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{V}_\perp}{\partial t} + \omega_H [\mathbf{V}_\perp \times \mathbf{z}_0] + \gamma \mathbf{V}_\perp + V_\parallel \frac{\partial \mathbf{V}_\perp}{\partial z} &= \\ &= -\frac{e}{m} \left(\mathbf{E}_\perp(z, t) + V_\parallel \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^t \mathbf{E}_\perp(z, t) dt \right), \\ \frac{\partial V_\parallel}{\partial t} + \gamma V_\parallel + V_\parallel \frac{\partial V_\parallel}{\partial z} &= -\frac{1}{mN_e} \frac{\partial p}{\partial z} - \\ &- \frac{e}{m} E_p(z, t) + \frac{e}{m} \mathbf{V}_\perp \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^t \mathbf{E}_\perp(z, t) dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\omega_H = eH/mc$ — гирочастота электронов, e и m — заряд и масса электрона ($e > 0$), γ — эффективная частота соударений, E_p — электрическое поле в плазменной волне, p — газокинетическое давление, N_e — концентрация электронов. Систему (2) необходимо дополнить уравнением непрерывности

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (N_e V_\parallel) = 0 \quad (3)$$

и уравнением, описывающим возбуждение электрического поля в плазменной волне:

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} = -4\pi j_z = 4\pi e N_e V_\parallel. \quad (4)$$

Здесь j_z — продольная компонента электронного тока. Предполагая постоянство концентрации ионов N_i и квазинейтральность:

$$\begin{aligned} n &= N_e - N_i \ll N_e, N_i, \\ N_i &= N_0 = \text{const}, \end{aligned} \quad (5)$$

из (2)–(4) можно получить систему уравнений, описывающих возбуждение продольных коллективных колебаний пондеромоторной силой со стороны ВЧ-полей (рассмотрим для определенности адиабатический процесс):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial n}{\partial t} + \omega_p^2 n - 3V_T^2 \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} &= \\ &= -\frac{eN_0}{m} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{V}_\perp \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^t \mathbf{E}_\perp(z, t) dt, \\ V_\parallel &= -N_0^{-1} \int_{-\infty}^z \frac{\partial n}{\partial t} dz. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\omega_p = (4\pi e N_0/m)^{1/2}$ — электронная плазменная частота, $V_T = (T/m)^{1/2}$ и T — соответственно тепловая скорость и температура электронов.

Мы будем предполагать выполненными следующие условия синхронизма:

$$|\omega_1 - \omega_H|, \gamma \ll \omega_1, \omega_H, \quad (7a)$$

$$|\omega_L - \omega_p|, \gamma \ll \omega_L, \omega_p, \quad (7b)$$

$$k_{1,2,L} V_T \ll \omega_{1,2,L}. \quad (7c)$$

Здесь $\omega_L = \omega_1 - \omega_2$ и $k_L = k_1 - k_2$ — соответственно частота и волновое число биений между сигнальной волной и волной накачки. Неравенство (7a) означает выполнение условий электронно-циклотронного резонанса для сигнальной волны и, следовательно, существование циклотронного поглощения данной волны в отсутствие волны накачки. Неравенство (7b) определяет условие возбуждения плазменных волн на комбинационной частоте ω_L . Неравенство (7c) представляет собой условие слабости пространственной дисперсии.

С учетом условий синхронизма (7a), (7b) в уравнениях (2)–(4) можно оставить только слагаемые с «резонансными» частотами, т. е. воспользоваться методом «укороченных» уравнений [9, 10]. В результате имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} -iZ_1 \hat{V}_1 &= -\frac{e}{m} E_1 + \frac{e}{2m} \frac{k_2}{\omega_2} E_2 \hat{V}_\parallel - \frac{i}{2} k_2 \hat{V}_2 \hat{V}_\parallel, \\ -iZ_2 \hat{V}_2 &= -\frac{e}{m} E_2, \\ -iZ_N \hat{V}_N &= \frac{e}{2m} \frac{k_2}{\omega_2} E_2^* \hat{V}_\parallel + \frac{i}{2} k_2 \hat{V}_2^* \hat{V}_\parallel, \\ -\frac{iZ_p}{\omega_L} \hat{V}_\parallel &= -\frac{e}{2m} \frac{k_1}{\omega_1} E_1 \hat{V}_2^* - \frac{e}{2m} \frac{k_2}{\omega_2} E_2^* \hat{V}_1 - \\ &- \frac{e}{2m} \frac{k_2}{\omega_2} E_2 \hat{V}_N, \\ \hat{n} &= \frac{k_L}{\omega_L} N_0 \hat{V}_\parallel. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь

$$Z_{1,2} = \omega_{1,2} - \omega_H + i\gamma, \quad Z_N = \omega_1 - 2\omega_2 + \omega_H + i\gamma,$$

$$Z_p = \omega_L^2 - \omega_p^2 - 3k_L^2 V_T^2 + i\gamma\omega_L,$$

причем соотношение $Z_p = 0$ представляет собой стандартное «гидродинамическое» дисперсионное уравнение для плазменных волн. В (8) введены комплексные амплитуды соответствующих величин:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_\perp &= \text{Re} \left[\mathbf{e}_+ \sum_{j=1,2} \hat{V}_j \exp(-i\omega_j t + ik_j z) + \right. \\ &\left. + \mathbf{e}_- \hat{V}_N \exp[-i(\omega_1 - 2\omega_2)t + i(k_1 - 2k_2)z] \right], \quad (9) \end{aligned}$$

$$V_\parallel = \text{Re} \left[\hat{V}_\parallel \exp(-i\omega_L t + ik_L z) \right],$$

$$n = \text{Re} \left[\hat{n} \exp(-i\omega_L t + ik_L z) \right],$$

где $\mathbf{e}_- = 2^{-1/2}(\mathbf{x}_0 - i\mathbf{y}_0)$ — вектор поляризации для циркулярно поляризованной волны, электрическое поле которой вращается противоположно направлению циклотронного вращения электронов (обыкновенной волны).

Из системы (8) можно найти выражение для комплексных амплитуд осцилляций скорости $\hat{V}_{1,2}$ и концентрации \hat{n} , а из них — выражение для эффективного показателя преломления сигнальной волны (см., например, [11]):

$$N_{hyd}^2 = 1 - \frac{4\pi \hat{j}_1}{i\omega_1 E_1}. \quad (10)$$

Здесь \hat{j}_1 — комплексная амплитуда электрического тока \mathbf{j}_1 на частоте ω_1 :

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_1 &= \text{Re} \left[\mathbf{e}_+ \hat{j}_1 \exp(-i\omega_1 t + ik_1 z) \right], \\ \hat{j}_1 &= -e \left(N_0 \hat{V}_1 + \frac{\hat{n} \hat{V}_2}{2} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Окончательное выражение для N_{hyd}^2 имеет вид

$$\begin{aligned} N_{hyd}^2 &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_1} \times \\ &\times \frac{Z_p + \xi_{EC} \omega_L \omega_2 (2k_1/k_2 - 1 - \omega_1/2\omega_2)}{(\omega_1 - \omega_H + i\gamma) Z_p - \omega_L^2 \omega_1 \xi_{EC}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь

$$\xi_{EC} = \left| \frac{eE_2}{2m(\omega_2 - \omega_H + i\gamma)} \right|^2 \left(\frac{k_2}{\omega_2} \right)^2 = \frac{|V_2|^2}{(2V_{ph})^2}$$

— безразмерный параметр нелинейности, представляющий собой отношение квадратов осцилляторной и фазовой скоростей для поля накачки $E_2 \exp(-i\omega_2 t + ik_2 z)$. Выражение (12) отличается от полученного в работе [8] поправками $3k_L^2 V_T^2$ вследствие учета теплового движения.

Обсудим теперь особенности закона дисперсии сигнальной волны в условиях ЕИТ для «теплой»

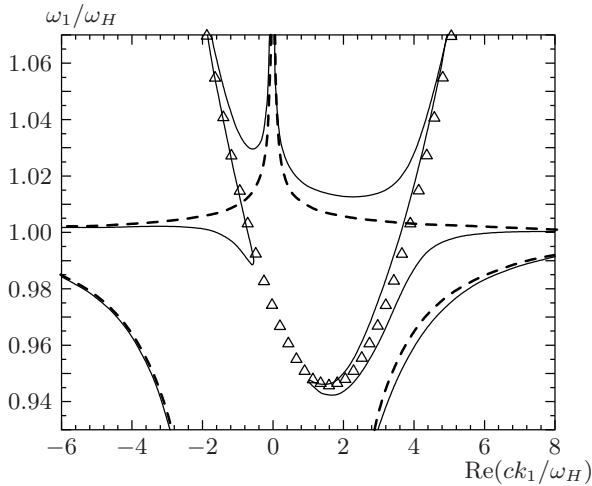


Рис. 1. Закон дисперсии электронно-циклотронной волны в условиях ЕИТ, гидродинамическая теория. $\xi_{EC} = 1 \cdot 10^{-3}$ (сплошная линия), 0 (штриховая); $Z_p = 0$ (Δ); $\omega_p/\omega_H = 0.75$, $\omega_2/\omega_H = 0.2$, $\gamma/\omega_H = 2.5 \cdot 10^{-3}$, $V_T/c = 7.5 \cdot 10^{-3}$

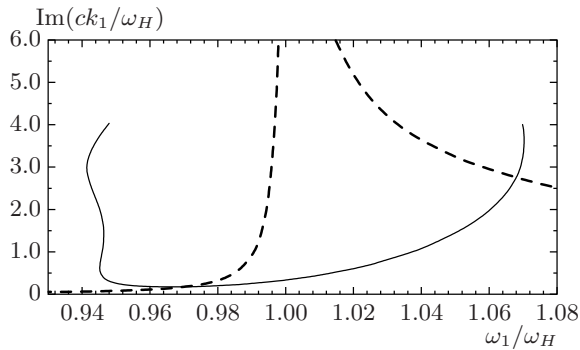


Рис. 2. Формирование окна прозрачности внутри линии циклотронного поглощения ($\text{Re}(k_1) > 0$), гидродинамическая теория. $\xi_{EC} = 1 \cdot 10^{-3}$ (сплошная линия), 0 (штриховая). Для $\xi_{EC} \neq 0$ показан лишь участок кривой, соответствующий малому поглощению. Все параметры — как для рис. 1

плазмы. Для этого представим соотношение (12) в виде

$$Z_p(N_{hyd}^2 - N_{0,hyd}^2) = -\xi_{EC} \frac{\omega_2 \omega_L^2}{Z_1} \times \left[1 - N_{hyd}^2 + \frac{\omega_p^2}{\omega_1 \omega_L} \left(\frac{2k_1}{k_2} - 1 - \frac{\omega_1}{2\omega_2} \right) \right]. \quad (13)$$

Здесь

$$N_{0,hyd}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_1(\omega_1 - \omega_H + i\gamma)}$$

— «линейный» показатель преломления сигнальной

волны в холодной магнитоактивной плазме (см., например, [11]). Величина ξ_{EC} является малым параметром задачи: для разумных значений интенсивности излучения накачки (порядка 100 кВт/см²) значение ξ_{EC} составляет 10^{-4} – 10^{-6} . Вследствие этого, определяемые (13) дисперсионные кривые сигнальной волны проходят либо вблизи линейной дисперсионной кривой сигнальной волны, определяемой соотношением $N_{hyd}^2 = N_{0,hyd}^2$, либо вблизи дисперсионной кривой плазменных волн $Z_p = 0$ (смещенной на частоту и волновое число накачки ω_2 и k_2). Указанное поведение дисперсионных кривых нарушается лишь в окрестности точек пересечения зависимостей $N_{hyd}^2 = N_{0,hyd}^2$ и $Z_p = 0$, где дисперсионные кривые сигнальной волны «переходят» с одной кривой на другую. Все это подтверждается численными расчетами для соотношения (13) (см. рис. 1). На рис. 2 изображено поведение линии поглощения сигнальной волны в области частот, соответствующей ЕИТ. Из данных рисунков, с одной стороны, следует, что эффект ЕИТ существует и в «теплой» плазме (имеет место сильное групповое замедление сигнальной волны и появление области прозрачности внутри линии циклотронного поглощения). С другой стороны, в силу зависимости частоты плазменной волны от волнового числа, поведение дисперсионных кривых в «окне» ЕИТ существенно отличается от такового в случае холодной плазмы (см. [8]). Подробное обсуждение особенностей распространения сигнальной волны будет проведено в разд. 4 в рамках кинетической теории.

3. КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Как уже отмечалось, в рамках гидродинамической теории не учитывается бесстолкновительное затухание волн, поэтому корректное исследование эффекта ЕИТ в высокотемпературной плазме возможно лишь в рамках кинетической теории. Мы рассмотрим распространение в плазме бихроматического поля вида (1). Запишем кинетическое уравнение для функции распределения электронов f :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \omega_H [\mathbf{V} \times \mathbf{z}_0] \frac{\partial f}{\partial \mathbf{V}} - \frac{e}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}] \right) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{V}} = -\gamma(f - f_0) \quad (14)$$

(f_0 — равновесная функция распределения) и уравнение, описывающее возбуждение плазменных волн:

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} = -4\pi j_z = 4\pi e \int V_{\parallel} f d^3V. \quad (15)$$

Как и ранее, мы считаем выполненными неравенства (7а, б, с). Остановимся на упрощенном интеграле соударений в уравнении (14). Такая форма интеграла соударений позволяет корректно перейти к формуле Ландау при определяющем вкладе бесстолкновительного затухания. При этом в силу (7а) бесстолкновительный декремент затухания для сигнальной волны достаточно велик, но в то же время в силу (7с) декремент бесстолкновительного затухания для волны накачки и плазменной волны экспоненциально мал и для интересующих нас значений параметров много меньше транспортной частоты для кулоновских соударений тепловых частиц. Таким образом, в (14) разумно принять величину γ равной транспортной частоте кулоновских соударений при заданной температуре (см., например, [12]):

$$\gamma = \frac{4\pi e^4 N_0 L_e}{m^2 V_T^3}. \quad (16)$$

Здесь L_e — кулоновский логарифм. Введем комплексные амплитуды гармоник функции распределения f и электрического поля E_p :

$$\begin{aligned} f &= f_0(V_\perp, V_\parallel) + \\ &+ \operatorname{Re} \left\{ \sum_{j=1,2} f_j(V_\perp, V_\parallel, \varphi) \exp(-i\omega_j t + ik_j z) + \right. \\ &+ f_\parallel(V_\perp, V_\parallel, \varphi) \exp(-i\omega_L t + ik_L z) + \\ &+ f_N(V_\perp, V_\parallel, \varphi) \times \\ &\left. \times \exp[-i(\omega_1 - 2\omega_2)t + i(k_1 - 2k_2)z] \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

$$E_p = \operatorname{Re} \{ E_\parallel \exp(-i\omega_L t + ik_L z) \}.$$

Здесь V_\parallel, V_\perp — соответственно продольная и поперечная компоненты скорости электронов относительно внешнего магнитного поля, φ — азимутальный угол в плоскости xy . Приведем зависимость компонент $f_{1,2,\parallel,N}$ от угла φ ; в силу периодичности по φ данные компоненты представимы в виде ряда Фурье:

$$f_{1,2,\parallel,N} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_{1,2,\parallel,N}^{(n)} \exp(in\varphi). \quad (18)$$

Очевидно, что для f_1 только гармоника $f_1^{(1)} = \hat{f}_1$ будет давать ненулевой вклад в нелинейный ток на частоте ω_1 . Далее, из конкретного вида укороченных уравнений, вытекающих из (14), следует, что ненулевой вклад в $f_1^{(1)}$ дают лишь гармоники $f_2^{(1)} = \hat{f}_2, f_\parallel^{(0)} = \hat{f}_\parallel$ и $f_N^{(-1)} = \hat{f}_N$. Таким образом,

выражение для f в (17) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} f &= f_0(V_\perp, V_\parallel) + \\ &+ \operatorname{Re} \left\{ \sum_{j=1,2} \hat{f}_j(V_\perp, V_\parallel) \exp(-i\omega_j t + ik_j z + i\varphi) + \right. \\ &+ \hat{f}_\parallel(V_\perp, V_\parallel) \exp(-i\omega_L t + ik_L z) + \hat{f}_N(V_\perp, V_\parallel) \times \\ &\left. \times \exp[-i(\omega_1 - 2\omega_2)t + i(k_1 - 2k_2)z - i\varphi] \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$

Из (14)–(19) следует система укороченных уравнений. Чтобы записать ее в более компактном виде, введем новые переменные

$$\hat{p}_{1,2,N} = \int \hat{f}_{1,2,N} V_\perp d^2 V_\perp, \quad \hat{n} = \int \hat{f}_\parallel d^2 V_\perp. \quad (20)$$

Тогда данная система принимает вид

$$\begin{aligned} -iZ_1 \hat{p}_1 &= -\frac{e}{m} E_1 \left(1 - \frac{k_1 V_\parallel}{\omega_1} \right) N_0 + \\ &+ \frac{e}{m} \frac{k_1}{\omega_1} E_1 \frac{d}{dV_\parallel} \int V_\perp^2 f_0 d^2 V_\perp - \\ &- \frac{e}{2m} E_2 \left(1 - \frac{k_2 V_\parallel}{\omega_2} \right) \hat{n} + \frac{e}{2m} \frac{k_2}{\omega_2} E_2 \times \\ &\times \frac{d}{dV_\parallel} \int V_\perp^2 f_\parallel d^2 V_\perp + \frac{e}{2m} E_\parallel \frac{d\hat{p}_2}{dV_\parallel}, \\ -iZ_2 \hat{p}_2 &= -\frac{e}{m} E_2 \left(1 - \frac{k_2 V_\parallel}{\omega_2} \right) N_0 + \\ &+ \frac{e}{m} \frac{k_2}{\omega_2} E_2 \frac{d}{dV_\parallel} \int V_\perp^2 f_0 d^2 V_\perp, \\ -iZ_N \hat{p}_N &= -\frac{e}{2m} E_2^* \left(1 - \frac{k_2 V_\parallel}{\omega_2} \right) \hat{n} + \\ &+ \frac{e}{2m} \frac{k_2}{\omega_2} E_2^* \frac{d}{dV_\parallel} \int V_\perp^2 f_\parallel d^2 V_\perp + \frac{e}{2m} E_\parallel \frac{d\hat{p}_2^*}{dV_\parallel}, \\ -iZ_\parallel \hat{n} &= \frac{e}{m} E_\parallel \frac{dN_0}{dV_\parallel} + \frac{e}{2m} \frac{k_1}{\omega_1} E_1 \frac{d\hat{p}_2^*}{dV_\parallel} + \\ &+ \frac{e}{2m} \frac{k_2}{\omega_2} E_2^* \frac{d\hat{p}_1}{dV_\parallel} + \frac{e}{2m} \frac{k_2}{\omega_2} E_2 \frac{d\hat{p}_N}{dV_\parallel}, \\ -i\omega_L E_\parallel &= 4\pi e \int_{-\infty}^{\infty} \hat{n} V_\parallel dV_\parallel. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} Z_{1,2} &= \omega_{1,2} - \omega_H - k_{1,2} V_\parallel + i\gamma, \\ Z_N &= \omega_1 - 2\omega_2 + \omega_H - (k_1 - 2k_2) V_\parallel + i\gamma, \\ Z_\parallel &= \omega_L - k_L V_\parallel + i\gamma. \end{aligned} \quad (22)$$

Для нахождения решения системы (21) воспользуемся следующими соображениями. Амплитуда электрического поля E_{\parallel} в плазменной волне пропорциональна $F_{\parallel}/D(\omega_L, k_L)$, где F_{\parallel} — сила Лоренца со стороны волновых полей, а $D(\omega_L, k_L)$ таково, что соотношение $D(\omega_L, k_L) = 0$ представляет собой дисперсионное уравнение для плазменных волн (например, в гидродинамической теории $D(\omega_L, k_L)$ соответствует введенной ранее величине Z_p). Поскольку мы предполагаем эффективное возбуждение плазменных волн, в нашем случае величина $D(\omega_L, k_L)$ является одним из малых параметров. Поэтому в уравнении для \hat{p}_1 в (21) целесообразно, помимо линейных слагаемых, оставить лишь слагаемые пропорциональные E_{\parallel} . Данное предположение позволяет найти решение системы (21), а из него — выражение для эффективного показателя преломления сигнальной волны в рамках кинетической теории (сравн. с (10), (11)):

$$N_{kin}^2 = 1 - \frac{4\pi\hat{j}_1}{i\omega_1 E_1},$$

$$\hat{j}_1 = -e \int V_{\perp} e^{-i\varphi} f_1 d^3V = -e \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}_1 dV_{\parallel}. \quad (23)$$

Окончательное выражение для N_{kin}^2 принимает вид

$$N_{kin}^2 = N_{0,kin}^2 - \xi_{EC} \frac{A(\omega_1, k_1)}{D(\omega_L, k_L) - \xi_{EC} B(\omega_1, k_1)}. \quad (24)$$

Здесь $N_{0,kin}^2$ — выражение для «линейного» показателя преломления необыкновенной волны, следующее из кинетической теории (см., например, [11]):

$$N_{0,kin}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_1^2} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega_1 - k_1 V_{\parallel}) F_0 - k_1 \partial(\langle V_{\perp}^2 \rangle F_0) / \partial V_{\parallel}}{\omega_1 - \omega_H - k_1 V_{\parallel} + i\gamma} dV_{\parallel}, \quad (25)$$

$D(\omega_L, k_L)$ — «продольная» диэлектрическая проницаемость магнитоактивной плазмы [11]:

$$D(\omega_L, k_L) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_L} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\partial F_0 / \partial V_{\parallel}) V_{\parallel} dV_{\parallel}}{\omega_L - k_L V_{\parallel} + i\gamma}, \quad (26)$$

причем уравнение $D(\omega_L, k_L) = 0$ определяет закон дисперсии плазменных волн, A и B — функции, не

зависящие от ξ_{EC} :

$$A = \frac{\omega_p^2}{\omega_1^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_p^2}{\omega_L Z_{\parallel}} \left(\frac{k_1}{k_2} \frac{\omega_2}{Z_2^*} - \frac{\omega_1}{Z_1} \right) F_0 dV_{\parallel} \right] \times$$

$$\times \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|Z_2^{(0)}|^2}{Z_1 Z_{\parallel}} \left(\frac{\omega_2}{Z_2} - 1 + \frac{k_L}{k_2} \frac{\omega_2 Z_1}{Z_2 Z_{\parallel}} \right) F_0 dV_{\parallel} \right], \quad (27)$$

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_p^2}{\omega_L Z_{\parallel}} \frac{|Z_2^{(0)}|^2}{Z_1 Z_2} \times$$

$$\times \left[\frac{\omega_2}{Z_2} - 1 - \left(\frac{3k_L}{k_2} - 1 - \frac{Z_{\parallel}}{\omega_2} \right) \frac{Z_1 \omega_2}{Z_{\parallel}^2} \right] F_0 dV_{\parallel},$$

где

$$F_0(V_{\parallel}) = N_0^{-1} \int f_0 d^2V_{\perp}$$

— невозмущенная функция распределения по продольным скоростям, нормированная на единицу,

$$\langle V_{\perp}^2 \rangle = \frac{\int f_0 V_{\perp}^2 d^2V_{\perp}}{\int f_0 d^2V_{\perp}}, \quad Z_2^{(0)} = Z_2(V_T = 0).$$

При выводе (24) мы пренебрегли малыми слагаемыми порядка kV_T/ω и $(kV_T/\omega)^2$ в силу условия (7с). При $\xi_{EC} = 0$ из (24), очевидно, следует линейное выражение $N_{0,kin}^2$ для показателя преломления, а в предельном случае холодной плазмы ($F_0(V_{\parallel}) = \delta(V_{\parallel})$) выражение (24) совпадает с результатом для холодной плазмы из гидродинамической теории (выражение (12), в котором необходимо положить $V_T = 0$).

4. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СИГНАЛЬНОЙ ВОЛНЫ

Как уже было отмечено, величина ξ_{EC} является малым параметром. Следовательно, вклад второго слагаемого в правой части (24), соответствующего проявлению эффекта ЕИТ, существен, только если величина $D(\omega_L, k_L)$ достаточно мала. Поэтому критерий реализации режима ЕИТ можно записать в виде

$$\xi_{EC} \gg \max \{ \text{Re } D(\omega_L, k_L), \text{Im } D(\omega_L, k_L) \}. \quad (28)$$

Это означает, что точно так же, как и в рамках гидродинамического подхода, поведение дисперсионных кривых сигнальной волны в области ЕИТ будет, в основном, определяться законом дисперсии плазменных волн $\text{Re } D(\omega_L, k_L) = 0$ в отличие от случая холодной плазмы [8], когда их поведение однозначно задается величиной параметра ξ_{EC} . Данный факт, вообще говоря, можно было предсказать,

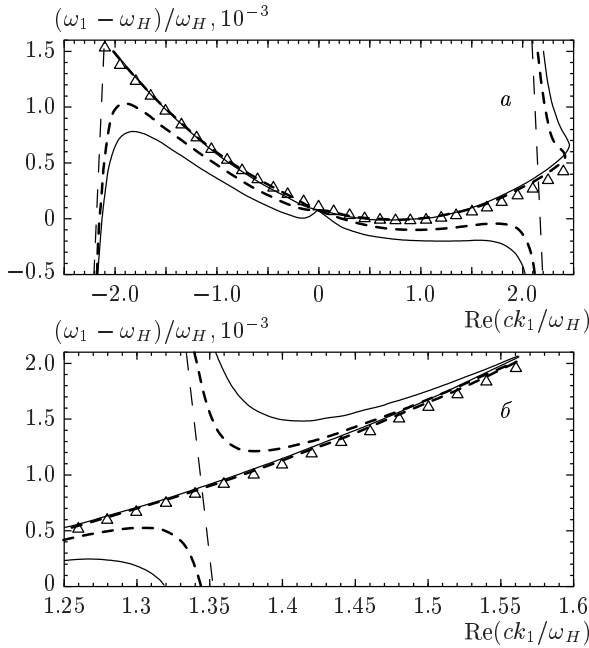


Рис. 3. Закон дисперсии электронно-циклотронной волны в условиях ЕИТ, кинетическая теория. $I_2 = 400$ (а), 300 (б) кВт/см² (сплошная линия), 200 (а), 100 (б) кВт/см² (жирная штриховая), 0 (тонкая штриховая); $\text{Re} D(\omega_L, k_L) = 0$ (Δ). На рис. б более подробно показан участок дисперсионной кривой в окрестности точки ее пересечения с линейной дисперсионной кривой. $T = 30$ (а), 610 (б) эВ, $N_0 = 10^{13}$ см⁻³, $H = 35$ кГс ($\omega_H/2\pi = 94$ ГГц), $\gamma/\omega_H = 4.0 \cdot 10^{-6}$ (а), $4.0 \cdot 10^{-8}$ (б), $\omega_2/\omega_H = 0.7$ (а), 0.72 (б)

основываясь на сформулированной в [8] теоретико-колебательной трактовке эффекта ЕИТ. Для реализации режима ЕИТ принципиальным является параметрическое возбуждение «демпфирующих» колебаний, которые в данном случае удовлетворяют дисперсионному уравнению $\text{Re} D(\omega_L, k_L) = 0$.

Далее приводятся результаты численного исследования выражения (24); при этом предполагается, что невозмущенная функция распределения является максвелловской и изотропной:

$$f_0 = (2\pi)^{-3/2} V_T^{-3} \exp\left(-\frac{V_{\perp}^2 + V_{\parallel}^2}{2V_T^2}\right). \quad (29)$$

На рис. 3 изображены дисперсионные кривые²⁾ сиг-

²⁾ Области на дисперсионных кривых, где групповая скорость формально обращается в бесконечность, не должны вызывать недоразумений, так как для данных областей велико поглощение сигнальной волны ($\text{Re} k_1 \sim \text{Im} k_1$) и не существует корректного определения групповой скорости [13].

нальной волны в области ЕИТ для разных значений интенсивности накачки I_2 . Из рис. 3 видно, что поведение дисперсионных кривых в области ЕИТ действительно определяется законом дисперсии плазменных волн. В частности, на дисперсионных кривых существуют участки, соответствующие сильному групповому замедлению сигнальной волны, вплоть до обращения групповой скорости в нуль (что невозможно в трехуровневой квантовой системе). При этом значения частоты ω_1 и волнового числа $\text{Re} k_1$, соответствующие нулевой групповой скорости, приближенно определяются данными значениями в минимуме дисперсионной кривой для плазменных волн:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_2 + \omega_p + O(\xi_{EC}), \\ \text{Re} k_1 &= k_2 + O(\xi_{EC}). \end{aligned} \quad (30)$$

На рис. 4 показан профиль линии поглощения³⁾ сигнальной волны в условиях ЕИТ. Видно, что как и в холодной плазме, существует диапазон частот, в котором резонансное поглощение волны подавлено, причем минимум поглощения приближенно соответствует точке на дисперсионной кривой с нулевой групповой скоростью. Заметим, что «линейные» зависимости на рис. 3, 4 определяются соотношением (25), т. е. их поведение существенно зависит от температуры электронов (для $N_{0,kin}^2$ существует хорошо известное выражение [11, 13] через функцию Крампа).

Оценим характерную ширину полосы прозрачности сигнальной волны $\Delta\omega$ в условиях ЕИТ. Для холодной плазмы, как следует из (12), поглощение волны существенно уменьшается в полосе частот

$$|(\omega_1 - \omega_H) ((\omega_1 - \omega_2)^2 - \omega_p^2)| \approx \omega_p^2 \omega_H \xi_{EC},$$

т. е. величину $\Delta\omega$ можно оценить как

$$\Delta\omega \sim (\omega_p \omega_H \xi_{EC})^{1/2}. \quad (31)$$

В рамках гидродинамической теории для «теплой» плазмы из (12) следует, что ширина полосы прозрачности определяется соотношением

$$|(\omega_1 - \omega_H) \text{Re} Z_p| \approx \omega_p^2 \omega_H \xi_{EC},$$

что приводит к следующему выражению

$$\Delta\omega \sim \max \left\{ (\omega_p \omega_H \xi_{EC})^{1/2}, \frac{k_L^2 V_T^2}{\omega_p} \right\}. \quad (32)$$

³⁾ Для зависимости на рис. 4 термин «линия поглощения» не совсем корректен, поскольку поведение данной кривой зависит не только от ω_1 , но и от величины $\text{Re} k_1$, в свою очередь зависящей от частоты. Этим, в частности, обуславливается существование областей неоднозначности по ω_1 для данной зависимости.

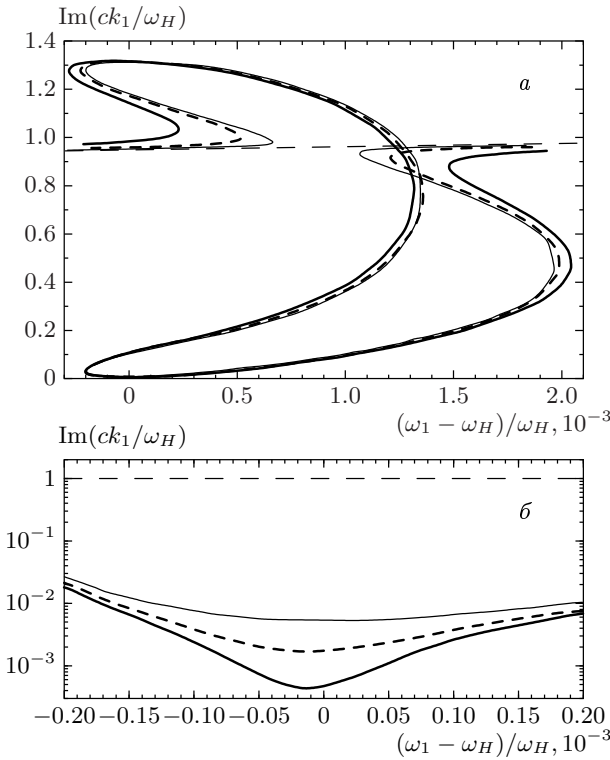


Рис. 4. Формирование окна прозрачности внутри линии циклотронного поглощения ($\text{Re}(k_1) > 0$), кинетическая теория. $I_2 = 300 \text{ кВт/см}^2$ (жирная сплошная линия), 100 кВт/см^2 (жирная штриховая), 30 кВт/см^2 (тонкая сплошная), 0 (тонкая штриховая). На рис. б более подробно изображен участок линии поглощения, соответствующий минимальному поглощению сигнальной волны. Видно, что поглощение волны уменьшается с ростом интенсивности излучения накачки. Все параметры — как для рис. 3б

Поскольку выражения (24)–(27) для $N_{0,kin}^2$ достаточно сложны, получить простое аналитическое выражение для $\Delta\omega$ в рамках кинетической теории не удастся. Однако численные расчеты показывают, что и в рамках кинетической теории также справедливо соотношение (32). Из данного соотношения, в частности, следует, что ширина полосы прозрачности в «теплой» плазме может быть существенно больше, чем в холодной, если температура плазмы достаточно велика:

$$\frac{T}{mc^2} > \omega_p^2 (ck_L)^{-2} \left(\frac{\omega_H \xi_{EC}}{\omega_p} \right)^{1/2}. \quad (33)$$

При этом ширина полосы прозрачности вообще перестает зависеть от ξ_{EC} (см. рис. 4). Так, например, для интенсивности накачки 100 кВт/см^2 и осталь-

$I_2, \text{ кВт/см}^2$	300	100	10	0
$L, \text{ см}$	60	15	2	0.025
$\Delta\omega/\omega_1$ (по уровню $\text{Im } k_1/\text{Re } k_1 = 0.1$)	$\approx 1 \cdot 10^{-3}$			—
V_{gr}/c	$\approx 3 \cdot 10^{-3}$			—

ных параметров, соответствующих рис. 4, температура плазмы должна превышать 150 эВ .

В таблице представлена зависимость от интенсивности накачки основных характеристик закона дисперсии и линии поглощения сигнальной волны в области ЕИТ (остальные параметры соответствуют рис. 4): характерного значения групповой скорости⁴⁾ V_{gr} , ширины полосы прозрачности $\Delta\omega$ и длины поглощения $L = (2 \text{Im } k_1)^{-1}$ в минимуме линии поглощения. При этом предполагаются выполненными соотношения (28) и (33). Как видно из таблицы, для достаточно широкого диапазона значений интенсивности существенно изменяется лишь значение L , а значения V_{gr} и $\Delta\omega$, определяемые структурой дисперсионной кривой плазменных волн, остаются неизменными.

Приведенные выше оценки основных параметров «окна» ЕИТ позволяют сформулировать наиболее пессимистические требования к условиям реализации данного эффекта в плазме. Ограничение на допустимую неоднородность магнитного поля H и концентрацию N_0 определяются соотношением (32):

$$\delta H, \delta N_0 \sim \max \left\{ \left(\frac{\omega_H \xi_{EC}}{\omega_p} \right)^{1/2}, \frac{k_L^2 V_T^2}{\omega_p^2} \right\}. \quad (34)$$

Здесь δH и δN_0 — относительные расстройки соответственно H и N_0 . Для интенсивности накачки порядка 100 кВт/см^2 и температур порядка 1 кэВ и 10 кэВ значения δH и δN_0 должны быть не более соответственно 1% и 5% . При этом характерный размер рабочей области, как видно из таблицы, должен быть порядка одного метра. Не исключено, однако, что более детальная теория ЕИТ для неоднородного слоя приведет к более мягким ограничениям.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы показали, что эффект ЕИТ в плазме существует и при учете теплового движения электронов: имеет место сильное групповое замедление

⁴⁾ Внутри «окна» ЕИТ величина групповой скорости меняется от нуля до значения, указанного в таблице.

и образование полосы прозрачности внутри линии циклотронного поглощения сигнальной волны. В то же время оказалось, что тепловое движение существенным образом изменяет поведение дисперсионных кривых и линию поглощения сигнальной волны. Данные зависимости, в основном, определяются законом дисперсии «демпфирующей системы» (плазменных волн) и практически не зависят от интенсивности волны накачки. Эффект ЕИТ имеет место в неизменном диапазоне значений частоты и волнового числа сигнальной волны при достаточно произвольных значениях интенсивности накачки (в рассмотренных примерах порядка 10–100 кВт/см²), в то время как в холодной плазме соответствующий интервал частот сужается при уменьшении интенсивности накачки.

Возможные приложения эффекта ЕИТ в ансамблях классических электронов могут быть связаны с его реализацией в устройствах плазменной электроники СВЧ (например, с целью сжатия импульсов) или с задачами спектроскопии термоядерной плазмы. Для более детальных предложений необходимо, однако, обобщение развитой здесь теории на случай распространения волн под произвольным углом к магнитному полю в неоднородных плазменных слоях.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 01-02-17388, 01-02-17779).

ЛИТЕРАТУРА

1. S. E. Harris, Phys. Today **50**, 36 (1997).
2. S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **82**, 4611 (1999).
3. C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi et al., Nature **409**, 490 (2001).
4. D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 783 (2001).
5. S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **77**, 5357 (1996).
6. A. V. Matsko and Y. V. Rostovtsev, Phys. Rev. E **58**, 7846 (1998).
7. D. F. Gordon, W. B. Mori, and C. Joshi, Phys. Plasmas **7**, 3145, 3156 (2000).
8. A. G. Litvak and M. D. Tokman, Phys. Rev. Lett. **88**, 095003 (2002).
9. М. И. Рабинович, Д. И. Трубецков, *Введение в теорию колебаний и волн*, Наука, Москва (1984).
10. А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, *Теория колебаний*, Наука, Москва (1981).
11. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин и др., *Электродинамика плазмы*, Наука, Москва (1974).
12. В. Е. Голант, А. П. Жилинский, И. Е. Сахаров, *Основы физики плазмы*, Атомиздат, Москва (1977).
13. В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, Наука, Москва (1967).