ЖЭТФ, 2002, том 122, вып. 5 (11), стр. 978–985

ИОНИЗАЦИЯ АТОМОВ В ИНТЕНСИВНОМ НЕКЛАССИЧЕСКОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

*А. М. Попов**, *О. В. Тихонова*

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова
119992, Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 апреля 2002 г.

Рассмотрен процесс ионизации атомов в сильном неклассическом одномодовом электромагнитном поле. Показано, что в зависимости от квантового состояния поля вероятность ионизации может существенно изменяться даже при одном и том же среднем числе квантов в моде излучения, причем различие в скоростях ионизации особенно существенно в случае, если процесс ионизации носит многофотонный характер. В частности, продемонстрировано, что неклассическое поле может быть гораздо более эффективно с точки зрения ионизации атомов, чем классическое поле с той же интенсивностью. Исследованы особенности распада связанного состояния атомной системы в сильном неклассическом поле за рамками теории возмущений

PACS: 03.67.-a

1. ВВЕДЕНИЕ

Введение в теорию «сжатых» состояний электромагнитного поля [1], а позднее их экспериментальное наблюдение [2, 3] фактически открывают новую главу в исследовании физики взаимодействия мощного электромагнитного излучения с веществом [4]. На практике речь идет о новом макроскопическом квантовом эффекте — чисто квантовом (неклассическом) состоянии электромагнитного поля, содержащем, тем не менее, большое (огромное) количество квантов [5]. И хотя в настоящее время экспериментально достигнутые степени «сжатия» лазерного излучения сравнительно невелики, по-видимому, не существует физических ограничений, которые не позволят в будущем генерировать высокоинтенсивные поля весьма далекие по своим свойствам от классического электромагнитного поля [5]. Это означает, что полуклассическая теория (среда — квантовая, электромагнитное поле — классическое), которая ранее с успехом использовалась для описания процессов взаимодействия мощного электромагнитного излучения с веществом (например, для описания динамики лазерной генерации [6, 7], в различных задачах нелинейной оптики [7, 8], при изучении элементарных процессов в интенсивных световых полях [9, 10]), должна быть заменена последовательной квантовой теорией, когда и атомная (молекулярная) подсистема, и электромагнитное поле описываются квантовомеханически. При этом старая полуклассическая теория должна оказаться частным случаем новой, когда состояние электромагнитного поля как квантового объекта может быть описано в классическом пределе. Естественно, при таком последовательном квантовом подходе можно ожидать появления нового круга эффектов, существование которых не понятно в рамках традиционного полуклассического подхода.

В данной работе рассматриваются особенности динамики многофотонной ионизации атома в сильном неклассическом одномодовом электромагнитном поле. А именно, анализируется воздействие на атом электромагнитного поля, находящегося в фоковском и когерентном состояниях, а также в состоянии «сжатого вакуума». Показано, что в зависимости от квантового состояния поля вероятность ионизации может быть различной даже при одном и том же среднем числе квантов в моде излучения, причем различие в скоростях ионизации особенно существенно в случае, если процесс ионизации носит

*E-mail: popov@mics.msu.su

многофотонный характер. В частности, продемонстрировано, что неклассическое поле может быть гораздо более эффективно с точки зрения ионизации атомов, чем классическое поле с той же интенсивностью. Исследованы особенности распада связанного состояния атомной системы в сильном неклассическом поле за рамками теории возмущений.

2. КВАНТОВОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Будем в дальнейшем рассматривать только одну моду поля с частотой ω. Это поле удобно описывать парой сопряженных величин: a (векторный потенциал) и $\varepsilon = -\dot{a}/c$ (напряженность электрического поля), каждая из которых удовлетворяет уравнению гармонического осциллятора.

В квантовой теории полевой моде можно поставить в соответствие оператор Гамильтона $H_f(\varepsilon)$, представляющий собой гамильтониан одномерного гармонического осциллятора. Очевидно, мода поля характеризуется набором стационарных состояний с энергиями

$$E_k = \hbar\omega(k + 1/2), \tag{1}$$

где k имеет смысл числа квантов поля (фотонов) в стационарном (фоковском) состоянии $|k\rangle$. Основное состояние поля, электромагнитный вакуум, есть состояние с нулевым числом квантов $k = 0$ и распределением плотности вероятности получить при измерении значение напряженности ε

$$\rho_0(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon_0\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_0^2}\right), \tag{2}$$

где величина $\varepsilon_0 = \sqrt{4\hbar\omega^4/\pi^2c^3}$ задает неопределенность электрического поля в вакуумном состоянии[1]. Распределение плотности вероятности в произвольном стационарном состоянии $|k\rangle$ записывается в виде

$$\rho_k(\varepsilon) = \frac{1}{2^k k!\sqrt{\pi}} H_k^2(\varepsilon)\exp(-\varepsilon^2) \tag{3}$$

(здесь H_k — полином Эрмита).

Отметим, что электромагнитное поле в любом стационарном состоянии представляет собой чисто квантовый объект. Хотя энергия поля в стационарном состоянии может быть весьма велика, среднее по квантовому состоянию значение напряженности ε оказывается равным нулю, а значит равно нулю и среднее значение силы, действующей на электрический заряд. Классическое электромагнитное поле с точки зрения квантовой теории есть когерентное состояние полевого осциллятора с большим средним числом квантов [11]. В энергетическом представлении это состояние может быть записано в виде

$$\psi_c(\varepsilon) = \sum_k \alpha_k|k\rangle, \tag{4}$$

где амплитуды разложения по стационарным состояниям поля определяются выражением

$$\alpha_k = \frac{z^k}{\sqrt{k!}} \exp\left(-\frac{|z|^2}{2}\right), \tag{5}$$

где z — комплексное число. Очевидно, квадраты модуля амплитуд $|\alpha_k|^2$ определяются распределением Пуассона, а параметр пуассоновского распределения $\langle k\rangle = |z|^2$ имеет смысл среднего числа квантов поля в состоянии (4). Легко показать, что среднее значение напряженности электрического поля в состоянии (4) изменяется во времени по гармоническому закону[2]

$$\langle\varepsilon\rangle = \sqrt{2\langle k\rangle}\cos(\omega t),$$

а квантовая неопределенность напряженности равна

$$\Delta\varepsilon = \sqrt{D_\varepsilon} = 1/\sqrt{2}$$

(здесь D_ε — дисперсия электрического поля). В случае $\langle k\rangle \gg 1$ квантовой неопределенностью величины ε можно пренебречь, так как $\Delta\varepsilon \ll \langle\varepsilon\rangle$, и мы получаем, что изменение электрического поля во времени определяется решением классического уравнения движения. При этом энергия поля и интенсивность излучения оказываются пропорциональны среднему числу квантов в моде $\langle k\rangle$ и связаны с величиной напряженности $\langle\varepsilon\rangle$ соотношениями, справедливыми в классической электродинамике.

Очевидно, классическое состояние поля есть лишь единственный частный случай сильного электромагнитного поля (поля с числом квантов $\langle k\rangle \gg 1$). Существует бесконечное количество реализаций сильных электромагнитных полей, которые не могут быть описаны классически. В последнее время в качестве таких полей обычно рассматривают так называемые «сжатые» состояния. В координатном представлении эти состояния описываются волновой функцией вида [12]

$$\psi(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{\beta\sqrt{\pi}}} \exp(ia\varepsilon)\exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\beta^2}\right), \tag{6}$$

[1] В дальнейшем мы будем использовать безразмерную полевую координату $\varepsilon/\varepsilon_0$.

[2] Приведенное выражение соответствует вещественному значению параметра z.

зависящей от двух параметров, a и β. Очевидно, случай $a = 0$, $\beta = 1$ соответствует электромагнитному вакууму, а случай $a \neq 0$, $\beta = 1$ — когерентному состоянию поля [12]. Особенностью состояния, описываемого волновой функции (6), является то, что при $\beta \ll 1$ дисперсия электрического поля $D_\varepsilon = \beta^2/2$ оказывается существенно меньше, чем в вакуумном и когерентном состояниях. Наоборот, для сопряженной электрическому полю координаты имеем

$$D_a = \frac{1}{2\beta^2} \gg \frac{1}{2}.$$

При этом, конечно, удовлетворяется соотношение неопределенностей

$$D_\varepsilon D_a = 1/4.$$

В процессе временной эволюции состояния (6) дисперсии координат a и ε осциллируют с удвоенной частотой электрического поля, так что через половину оптического цикла возникнет состояние с

$$D_\varepsilon = 1/2\beta^2, \quad D_a = \beta^2/2.$$

В этом смысле «сжатые» состояния с параметром β и $1/\beta$ оказываются физически эквивалентными. В дальнейшем параметр $K = \beta$ (если $\beta > 1$) или $K = 1/\beta$ (если $\beta < 1$) будем называть параметром «сжатия» состояния электромагнитного поля.

Среди «сжатых» состояний электромагнитного поля особый интерес представляет состояние «сжатого вакуума». Это состояние описывается функцией (6) с параметрами $a = 0$ и $\beta \neq 1$, т. е. отличается от состояния электромагнитного вакуума лишь шириной распределения величины ε. Хотя среднее значение напряженности поля в этом состоянии также равно нулю для любого момента времени, энергия электромагнитного поля в состоянии «сжатого вакуума» в случае $\beta \ll 1$ или $\beta \gg 1$ оказывается велика. Разложение состояния «сжатого вакуума» $\psi_{sq}(\varepsilon)$ по стационарным состояниям поля дает

$$\psi_{sq}(\varepsilon) = \sum_k \alpha_{2k} |2k\rangle, \tag{7}$$

где коэффициенты разложения α_{2k} определяются выражением (см. Приложение)

$$\alpha_{2k} = (-1)^k \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta^2}}\, \frac{\sqrt{(2k)!}}{2^k k!} \left(\frac{1-\beta^2}{1+\beta^2}\right)^k, \tag{8}$$

а все нечетные коэффициенты равны нулю.

Вычисляя по волновой функции (6) величину средней по квантовому состоянию энергии поля

$$\langle E\rangle = \frac{\hbar\omega}{2}\left(\frac{\beta^2}{2} + \frac{1}{2\beta^2} + a^2\right) \tag{9}$$

и вводя среднее число квантов поля в произвольном состоянии поля с помощью соотношения

$$\langle E\rangle = \hbar\omega\left(\langle k\rangle + 1/2\right), \tag{10}$$

из (9) и (10) получим связь параметра «сжатия» со средним числом квантов

$$\langle k\rangle = \frac{1}{4}\left(\beta - \frac{1}{\beta}\right)^2 + \frac{a^2}{2}. \tag{11}$$

В частном случае для «сжатого вакуума» имеем

$$\langle k\rangle = \frac{1}{4}\left(\beta - \frac{1}{\beta}\right)^2 \to \frac{1}{4\beta^2} \tag{12}$$

при $\beta \ll 1$.

С практической точки зрения именно состояние «сжатого вакуума» представляет наибольший интерес. С одной стороны, это связано с тем, что в таком состоянии дисперсия числа квантов (при одном и том же их среднем числе) максимальна, что, как мы увидим в дальнейшем, существенно сказывается на результате воздействия такого поля на атомную систему. С другой стороны, в современных экспериментах по генерации неклассических электромагнитных полей в процессе параметрического усиления [13] удается получить состояния, близкие именно к состояниям «сжатого» вакуума. И хотя достигнутые в настоящее время степени «сжатия» сравнительно невелики, $K = 1/\beta \approx 10$, не видно причин, по которым в дальнейшем эта величина не может быть доведена до значений $K \sim 10^8$–10^9.

Ниже мы рассмотрим результат воздействия электромагнитного поля, находящегося в стационарном, когерентном состояниях и состоянии «сжатого вакуума», на атомную систему в условиях, когда среднее число квантов в полевой моде одинаково для каждого из указанных состояний.

3. АТОМ И ЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Будем считать, что атом характеризуется набором стационарных состояний дискретного спектра ($|n\rangle$, $n = 1, 2, 3, \ldots$) и континуума $|E\rangle$, удовлетворяющих уравнению

$$H_0|n\rangle = E_n|n\rangle, \quad H_0|E\rangle = E|E\rangle,$$

где H_0 — атомный гамильтониан. Пусть также в начальный момент атом находится в основном состоянии $|1\rangle$ с потенциалом ионизации $I = -E_1$.

Полный гамильтониан системы «атом + электромагнитное поле» запишем в виде

$$H(\mathbf{r},\varepsilon) = H_0(\mathbf{r}) + H_f(\varepsilon) + V(\mathbf{r},\varepsilon), \qquad (13)$$

где $\mathbf{r}$ — совокупность координат атомной подсистемы, $V(\mathbf{r},\varepsilon)$ — оператор взаимодействия атомной подсистемы с электромагнитным полем. В дипольном приближении в $d\varepsilon$-калибровке этот оператор записывается в виде

$$V = -ez\varepsilon. \qquad (14)$$

Здесь предполагается, что ось z направлена вдоль вектора ε. Для дальнейшего существенно, что взаимодействие атома с электромагнитным полем является слабым. Именно это обстоятельство позволяет в качестве нулевого приближения рассматривать независимое существование атомарной и полевой подсистем, а взаимодействие между ними учитывать в рамках теории возмущений. С физической точки зрения это означает, что эволюцию системы «атом + поле» следует интерпретировать в базисе стационарных состояний, описывающих подсистемы без учета взаимодействия. Поэтому полную волновую функцию системы $\Psi(\mathbf{r},\varepsilon,t)$ будем искать в виде

$$\Psi(\mathbf{r},\varepsilon,t) = \sum_{n,k} C_{n,k}(t)|n\rangle|k\rangle \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(E_n+E_k)t\right) + \\ + \sum_k \int dE\, C_{E,k}(t)|E\rangle|k\rangle \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(E+E_k)t\right), \qquad (15)$$

где E_k определяется выражением (1), а коэффициенты разложения $C_{n,k}$, $C_{E,k}$ задают амплитуды вероятности обнаружить атом в состоянии $|n\rangle$ ($|E\rangle$), а электромагнитное поле в состоянии $|k\rangle$. Подставляя разложение (15) в уравнение Шредингера, получим систему уравнений для амплитуд $C_{n,k}$ и $C_{E,k}$:

$$i\hbar\frac{dC_{n,k}}{dt} = -\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}\sum_{n'} d_{nn'} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(E_n - E_{n'})t\right) \times \\ \times \left\{C_{n',k+1}\sqrt{k+1}\,\exp(-i\omega t) + C_{n',k-1}\sqrt{k}\,\exp(i\omega t)\right\} - \\ - \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}\int dE' d_{nE'} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(E_n - E')t\right) \times \\ \times \left\{C_{E',k+1}\sqrt{k+1}\,\exp(-i\omega t) + \right. \\ \left. + C_{E',k-1}\sqrt{k}\,\exp(i\omega t)\right\}, \qquad (16)$$

где $d_{nn'} = \langle n|ez|n'\rangle$, $d_{nE'} = \langle n|ez|E'\rangle$ — матричные элементы дипольного оператора, действующего в пространстве атомных состояний. Уравнение для амплитуды $C_{E,k}$ получается из (16) заменой состояния $|n\rangle$ на $|E\rangle$. При выводе (16) мы учитывали, что матричный элемент полевого оператора отличен от нуля лишь в случае $k = k \pm 1$, причем

$$\langle k+1|\varepsilon|k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{k+1}\,.$$

Очевидно, процесс фотоионизации атома есть переход из начального состояния $\Phi_i(\mathbf{r},\varepsilon) = |1\rangle|\psi_i\rangle$ в конечное состояние $\Phi_f = |E\rangle|\psi_f\rangle$ под действием возмущения $V(z,\varepsilon)$. Здесь $|\psi_i\rangle$ и $|\psi_f\rangle$ — начальное и конечное состояния электромагнитного поля.

4. ОДНОФОТОННАЯ ИОНИЗАЦИЯ АТОМА В НЕКЛАССИЧЕСКОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Пусть начальное состояние атома $|1\rangle$ связано с континуумом однофотонным переходом. Тогда вероятность фотоионизации атома может быть вычислена в первом порядке теории возмущений. В этом случае, решая систему (16), получим выражение для вероятности ионизации в единицу времени

$$\frac{d\dot{W}_i^{(1)}}{dE} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_k |\alpha_k|^2 k |d_{EI}|^2 \frac{\varepsilon_0^2}{2}\delta(E + I - \hbar\omega), \qquad (17)$$

где α_k — амплитуды разложения начального состояния поля ψ_i по базису стационарных состояний $\psi_i = \sum_k \alpha_k |k\rangle$, а δ-функция определяет энергию конечного состояния атома.

Поскольку

$$\sum_k |\alpha_k|^2 k = \langle k\rangle \qquad (18)$$

— среднее число квантов в состоянии поля $|\psi_i\rangle$, то из (17) получаем, что вероятность ионизации не зависит от конкретного вида распределения $|\alpha_k|^2$ и определяется лишь средним количеством квантов в полевой моде. Это означает, что никакой специфики процесса однофотонной ионизации атомной системы в неклассическом электромагнитном поле в пределах применимости первого порядка теории возмущений нет.

5. МНОГОФОТОННАЯ ИОНИЗАЦИЯ

В случае, если ионизация атома возможна как многофотонный процесс, решая систему (16) в N-ом порядке теории возмущений, получаем

$$\frac{d\dot{W}_i^{(N)}}{dE} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|d_{EI}^{(N)}\right|^2\left(\frac{\varepsilon_0^2}{2}\right)^N \times$$
$$\times\sum_{k=0}^{\infty}|\alpha_k|^2 k(k-1)\dots(k-N+1)\delta(E+I-N\hbar\omega), \quad (19)$$

где $d_{EI}^{(N)}$ — многофотонный матричный элемент. В частном случае $N = 2$ имеем

$$d_{EI}^{(2)} = \sum_{n'}\frac{d_{En'}d_{n'1}}{E_{n'} - E_1 - \hbar\omega} + \int\frac{d_{EE'}d_{E'1}}{E' - E_1 - \hbar\omega}\,dE'.$$

Как видно из (19), вероятность фотоионизации определяется теперь конкретным квантовым состоянием электромагнитного поля. Например, если поле находится в когерентном состоянии, выполняя суммирование в (19), найдем

$$\frac{d\dot{W}_i^{(N)}}{dE} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|d_{EI}^{(N)}\right|^2 \times$$
$$\times\left(\frac{\varepsilon_0^2}{2}\right)^N\langle k\rangle^N\delta(E+I-N\hbar\omega), \quad (20)$$

где $\langle k\rangle$ — среднее число квантов поля, определяемое с помощью (18). Поскольку интенсивность излучения $P\sim\varepsilon_0^2\langle k\rangle$, выражение (20) может быть получено в полуклассической теории в N-ом порядке теории возмущений[3)].

Другая ситуация реализуется для непуассоновского распределения $|\alpha_k|^2$. Например, для стационарного состояния поля с числом квантов k_0 из (19) находим, что процесс фотоионизации возможен лишь при выполнении условия $k_0\geq N$, причем при $k_0 = N$ в результате ионизации поле оказывается в вакуумном состоянии. С практической точки зрения наибольший интерес представляет случай $k_0\gg N$. В этом случае из (19) находим

$$\frac{d\dot{W}_i^{(N)}}{dE} \approx \frac{2\pi}{\hbar}\left|d_{EI}^{(N)}\right|^2\left(\frac{\varepsilon_0^2}{2}\right)^N \times$$
$$\times\, k_0^N\left(1 - \frac{N(N-1)}{k_0}\right)\delta(E+I-N\hbar\omega), \quad (21)$$

т. е. вероятность фотоионизации оказывается несколько меньше, чем в случае когерентного состояния с параметром $\langle k\rangle = k_0$.

Особый интерес представляет случай электромагнитного поля, находящегося в состоянии «сжатого вакуума». Действительно, в этом состоянии распределение по числу квантов (8) характеризуется большой шириной (дисперсией), причем эта ширина растет с увеличением степени сжатия $K = 1/\beta$. Поэтому в сильно «сжатом» состоянии вероятность обнаружить число квантов, значительно превышающее среднее значение $\langle k\rangle$, оказывается во много раз больше, чем в когерентном состоянии. При такой ситуации вероятность нелинейной N-фотонной ионизации в неклассическом, «сжатом» поле должна быть значительно выше, чем в классическом, причем это отличие должно возрастать с увеличением порядка многофотонности процесса. Например, при $N = 2$ из (19) имеем

$$\frac{d\dot{W}_i^{(2)}}{dE} \approx \frac{2\pi}{\hbar}\left|d_{EI}^{(2)}\right|^2\left(\frac{\varepsilon_0^2}{2}\right)^2\sum_{k=0}^{\infty}|\alpha_k|^2 k(k-1)\times$$
$$\times\,\delta(E+I-2\hbar\omega)\sim\langle k^2\rangle - \langle k\rangle. \quad (22)$$

Здесь

$$\langle k^2\rangle = \sum k^2|\alpha_k|^2$$

— средний квадрат числа квантов поля. Поскольку

$$\langle k^2\rangle = \langle k\rangle^2 + D_k$$

(D_k — дисперсия распределения по числу квантов), из (22) получим

$$\frac{d\dot{W}_i^{(2)}}{dE} \approx \frac{2\pi}{\hbar}\left|d_{EI}^{(2)}\right|^2\left(\frac{\varepsilon_0^2}{2}\right)^2 \times$$
$$\times\left(\langle k\rangle^2 + D_k - \langle k\rangle\right)\delta(E+I-2\hbar\omega).$$

Как уже отмечалось, для реальных лазерных пучков, когда $\langle k\rangle\gg 1$, наблюдаемое различие скоростей ионизации атома в электромагнитном поле, находящемся в стационарном или когерентном состоянии, пренебрежимо мало. Другая ситуация возникает в случае, если электромагнитное поле находится в состоянии «сжатого вакуума». В этом случае

$$D_k = 2\left(\langle k\rangle^2 + \langle k\rangle\right),$$

откуда находим

$$\frac{d\dot{W}_i^{(2)}}{dE} \approx \frac{2\pi}{\hbar}\left|d_{EI}^{(2)}\right|^2\left(\frac{\varepsilon_0^2}{2}\right)^2 \times$$
$$\times\left(3\langle k\rangle^2 + \langle k\rangle\right)\delta(E+I-2\hbar\omega),$$

[3)] Отметим, что не любое состояние поля, характеризующееся пуассоновским распределением $|\alpha_k|^2$, является когерентным. Необходимо еще выполнение определенного фазового соотношения амплитуд α_k. Однако при вычислении вероятности N-фотонной ионизации в низшем порядке теории возмущений это фазовое соотношение оказывается несущественным, т. е. все состояния поля с одинаковыми значениями $|\alpha_k|^2$ оказываются эквивалентными.

т. е. в случае $\langle k\rangle \gg 1$ при одном и том же среднем числе фотонов в моде излучения вероятность ионизации оказывается в три раза выше, чем в полуклассической теории.

Отметим еще раз, что среди всех «сжатых» состояний электромагнитного поля, описываемых с помощью (6), при одном и том же среднем количестве квантов в полевой моде именно состояние «сжатого вакуума» характеризуется наибольшим значением дисперсии числа квантов и, следовательно, является наиболее эффективным для многофотонной ионизации атомов. Действительно, вычисляя дисперсию D_k для состояния (6) в случае $1/\beta \gg a \gg 1$ (т. е. для сильно «сжатого» состояния с определенной степенью когерентности), найдем

$$D_k \approx 2\langle k\rangle^2 \left(1 - \frac{a^2}{\langle k\rangle}\right),$$

что меньше значения D_k в состоянии «сжатого вакуума».

В общем случае нелинейной N-фотонной ионизации величина $d\dot{W}_i^{(N)}/dE$ определяется N-ым моментом

$$\langle k^N\rangle = \sum k^N |\alpha_k|^2$$

и можно ожидать еще большего различия в скоростях ионизации атома в зависимости от квантового состояния поля при одном и том же числе фотонов в моде. Для состояния «сжатого вакуума» с большим средним числом квантов [14, 15]

$$\langle k^N\rangle \sim (2N-1)!!\langle k\rangle^N, \tag{23}$$

поэтому в случае $N \approx 10$, что характерно для ионизации атомов излучением оптического диапазона частот, различие в скоростях ионизации «сжатым» и классическим полями может достигать нескольких порядков величины.

Для «сжатых» состояний поля, описываемых с помощью (6), аналогичная формула для $\langle k^N\rangle$ в случае $1/\beta \gg a \gg 1$ имеет вид

$$\langle k^N\rangle \sim (2N-1)!!\langle k\rangle^N \left(1 - N\frac{a^2}{2\langle k\rangle}\right). \tag{24}$$

Это означает, что среди всех состояний поля вида (6) при одинаковом значении $\langle k\rangle$ именно состояние «сжатого вакуума» наиболее эффективно воздействует на атом.

В заключение этого раздела отметим, что формула (19) определяет общее выражение для перехода с поглощением N квантов поля. В случае, если переход в континуум возможен как M-фотонный процесс ($M = [I/\hbar\omega] + 1$), причем $M < N$, соотношение (19) описывает процесс надпороговой ионизации с поглощением $N - M$ надпороговых квантов. Поэтому можно утверждать, что энергетический спектр фотоэлектронов, образующихся при воздействии на атом «сжатого» электромагнитного поля, должен существенно отличаться от спектра, полученного при взаимодействии атома с классическим полем: интенсивность пиков, соответствующих поглощению большого число надпороговых квантов, должна быть в «сжатом» поле аномально высока.

6. ВЫХОД ЗА РАМКИ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ. ОДИН ДИСКРЕТНЫЙ УРОВЕНЬ И КОНТИНУУМ

В данном разделе мы более подробно рассмотрим процесс ионизации атома с единственным дискретным уровнем и покажем за рамками теории возмущений, что временная эволюция атомного состояния существенно зависит от квантового состояния электромагнитного поля даже в случае, если процесс ионизации носит однофотонный характер.

Пренебрегая свободно-свободными переходами в уравнении для амплитуды в континууме $C_{E,k}$, запишем систему уравнений (16) в виде

$$\begin{aligned}
i\hbar\frac{dC_{1,k}}{dt} &= -\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}} \times \\
&\times \int dE' d_{IE'} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(E_1 - E')t\right) \times \\
&\times \left\{C_{E',k+1}\sqrt{k+1}\exp(-i\omega t) + \right. \\
&\left. + C_{E',k-1}\sqrt{k}\exp(i\omega t)\right\}, \\
i\hbar\frac{dC_{E,k}}{dt} &= -\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}} d_{E1} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(E - E_1)t\right) \times \\
&\times \left\{C_{1,k+1}\sqrt{k+1}\exp(-i\omega t) + \right. \\
&\left. + C_{1,k-1}\sqrt{k}\exp(i\omega t)\right\}.
\end{aligned} \tag{25}$$

Используя метод адиабатического исключения континуума [9], нетрудно получить следующее уравнение для амплитуды $C_{1,k}$:

$$\frac{dC_{1,k}}{dt} + \frac{\pi}{2\hbar}\varepsilon_0^2 |d_{E1}|^2 k C_{1,k} = 0, \tag{26}$$

где $E = \hbar\omega - I$.

Интегрируя (26), получим следующее выражение для вероятности ионизации атома за время t:

$$W_i(t) = 1 - \sum_k |C_{1,k}(t)|^2 = = 1 - \sum_k |\alpha_k|^2 \exp\left(-\frac{\pi}{\hbar}\varepsilon_0^2 |d_{EI}|^2 kt\right). \quad (27)$$

Здесь α_k определяют начальное состояние электромагнитного поля. Разлагая экспоненту, входящую в выражение (27), в ряд до первого порядка, получим выражение (17), соответствующее первому порядку теории возмущений. В общем случае в неклассическом поле ожидается неэкспоненциальный распад атомного состояния для всех состояний поля, кроме стационарного. Однако в случае когерентного состояния с большим средним числом квантов ($\langle k\rangle \gg 1$) в выражении (27) под знаком суммы величину k можно заменить на $\langle k\rangle$, поскольку неопределенность числа квантов $\Delta k \sim \sqrt{\langle k\rangle} \ll \langle k\rangle$. В результате получим

$$W_i(t) = 1 - \sum_k |C_{1,k}(t)|^2 = 1 - \exp\left(-\frac{\pi}{\hbar}\varepsilon_0^2 |d_{EI}|^2 \langle k\rangle t\right),$$

что соответствует решению задачи в полуклассическом приближении [9].

В состоянии «сжатого» вакуума распределение по числу квантов характеризуется большим значением дисперсии, т. е. велик парциальный вклад состояний, как с большим ($k \gg \langle k\rangle$), так и с малым числом квантов ($k \ll \langle k\rangle$). Поэтому скорость распада атомного состояния в поле, находящемся в состоянии «сжатого вакуума», сначала существенно больше, чем в случае стационарного или когерентного состояния полевого осциллятора, а потом постепенно замедляется. При этом существует ненулевая остаточная вероятность неионизации, определяемая вероятностью того, что поле находится в вакуумном состоянии

$$1 - W_i(t \to \infty) = |\alpha_{k=0}|^2.$$

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе показано, что в зависимости от квантового состояния электромагнитного поля вероятность ионизации атомной системы может существенно изменяться даже при одном и том же среднем числе квантов в моде излучения, причем различие в скоростях ионизации особенно существенно в случае, если процесс ионизации носит многофотонный характер. В частности, продемонстрировано, что неклассическое поле может быть гораздо более эффективно с точки зрения ионизации атомов, чем классическое поле с той же интенсивностью.

Естественно ожидать, что более высокая эффективность воздействия неклассического электромагнитного поля на атомно-молекулярные системы по сравнению с классическим электромагнитным полем должна проявляться и в ряде других физических явлений. В частности, можно ожидать, что нелинейная поляризуемость, возникающая в среде под действием «сжатого» состояния электромагнитного поля, может быть аномально велика, а, следовательно, «сжатые» поля могут быть весьма эффективны в процессах генерации гармоник оптического излучения [5]. Можно также ожидать существенного возрастания вероятности надпорогового поглощения квантов электромагнитного поля при многофотонной ионизации, вероятности многоквантового поглощения при рассеянии электрона на атомах в присутствии неклассического электромагнитного поля и т. п.

Отметим также, что наиболее существенное отличие в динамике взаимодействия атомной системы с электромагнитным полем возникает в случае, если среднее число квантов в полевой моде сравнительно невелико, $\langle k\rangle \geq N$. Такая ситуация реализуется, например, при взаимодействии атома, помещенного в микрополость, с полевой модой, содержащей считанное число квантов [16].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-02-16046, 00-15-96554) и CRDF (проект RP1-2259).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Амплитуды разложения состояния «сжатого вакуума» по стационарным состояниям поля определяются, очевидно, выражением

$$\alpha_{2k} = \frac{1}{\sqrt{2^{2k}(2k)!\pi\beta}} \times \times \int_{-\infty}^{\infty} H_{2k}(\xi) \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\left(1 + \frac{1}{\beta^2}\right)\right) d\xi. \quad (\text{П.1})$$

Выражая полином Эрмита через вырожденную гипергеометрическую функцию,

$$H_{2k}(\xi) = (-1)^k \frac{(2k)!}{k!} F\left(-k, \frac{1}{2}, \xi^2\right), \quad (\text{П.2})$$

приведем выражение (П.1) к виду

$$\alpha_{2k} = \frac{(-1)^k}{\sqrt{2^{2k}(2k)!\pi\beta}} \frac{(2k)!}{k!} \times \\ \times \int\limits_0^\infty F\left(-k, \frac{1}{2}, z\right) \exp(-\lambda z) z^{-1/2} dz, \quad (\text{П.3})$$

где

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{\beta^2}\right).$$

Вычисление интеграла (П.3) дает (см. [17])

$$\alpha_{2k} = \frac{(-1)^k}{\sqrt{\lambda\beta}} \frac{\sqrt{(2k)!}}{2^k k!} F\left(-k, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{\lambda}\right). \quad (\text{П.4})$$

Учитывая, что

$$F\left(-k, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{\lambda}\right) = \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^k,$$

из (П.4) получаем

$$\alpha_{2k} = \frac{(-1)^k}{\sqrt{\lambda\beta}} \frac{\sqrt{(2k)!}}{2^k k!} \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^k, \quad (\text{П.5})$$

что соответствует формуле (8) в тексте статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Stoler, Phys. Rev. D **1**, 3217 (1970); **4**, 1925 (1971).

2. R. E. Slusher, L. W. Holleberg, B. Yurke, and J. C. Mertz, Phys. Rev. Lett. **55**, 2409 (1985).

3. Wu Ling-An, H. J. Kimble, J. L. Hall, and Wu Huifa, Phys. Rev. Lett. **57**, 2520 (1986).

4. D. F. Walls, Nature **306**, 141 (1983).

5. В. П. Быков, УФН **161**, 145 (1991).

6. О. Звелто, *Физика лазеров*, Мир, Москва (1979).

7. С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин, *Физическая оптика*, Изд-во МГУ, Москва (1998).

8. Д. Н. Клышко, *Физические основы квантовой электроники*, Наука, Москва (1986).

9. M. V. Fedorov, *Atomic and Free Electrons in a Strong Light Field*, World-Scientific, Singapore (1998).

10. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, *Нелинейная ионизация атомов лазерным излучением*, Физматлит, Москва (2001).

11. R. J. Glauber, Phys. Rev. **131**, 2766 (1963).

12. И. Ш. Авербух, Н. Ф. Перельман, УФН **161**, 41 (1991).

13. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2000).

14. J. Janszky and Y. Yushin, Phys. Lett. A **137**, 451 (1989).

15. А. В. Масалов, Опт. и спектр. **70**, 648 (1991).

16. D. Merschede and H. Walter, Phys. Rev. Lett. **54**, 551 (1985).

17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1974).