ЖЭТФ, 2002, том 122, вып. 5 (11), стр. 999–1002

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ НА ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ

М. И. Рязанов [*]

Московский инженерно-физический институт (государственный университет)
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 июня 2002 г.

Показано, что внешнее поле, определяющее закон движения частицы, в ультрарелятивистском случае изменяет интенсивность переходного излучения. Найдено распределение переходного излучения во внешнем поле по углам и частотам. Обсуждена возможность определения энергии ультрарелятивистской частицы по измерению азимутальной асимметрии переходного излучения этой частицы во внешнем поле.

PACS: 41.60.-m

1. ВВЕДЕНИЕ

Процесс формирования переходного излучения при пересечении поверхности раздела сред быстрой частицей [1–5] происходит в конечной области пространства у поверхности раздела. При излучении фотона частоты ω ультрарелятивистской частицей с энергией

$$E \equiv \gamma mc^2 \gg mc^2$$

длина пути частицы в зоне формирования излучения (длина когерентности) $l \sim (c/\omega)\gamma^2$, а поперечные размеры области формирования малы по сравнению с l. Возникновение переходного излучения происходит без участия внешнего поля. Но если отклоняемая полем частица выходит из области формирования, процесс формирования излучения нарушается и его интенсивность уменьшается. При больших энергиях и малых частотах длина когерентности l может быть настолько велика, что внешнее поле успевает вывести частицу из области формирования, ослабляя переходное излучение.

Представляет интерес оценить влияние внешнего поля на переходное излучение и найти область частот и энергий, где это влияние может быть существенным.

2. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯДА, ДВИЖУЩЕГОСЯ С УСКОРЕНИЕМ

Пусть частица с зарядом e вылетает со скоростью $v \approx c$ из проводника ($z < 0$) в вакуум ($z > 0$), где действует внешнее поле, параллельное поверхности раздела $z = 0$. Считая, что за время формирования излучения $1/(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v})$ скорость частицы $\mathbf{v}(t)$ меняется мало, можно записать закон движения частицы как

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{v}t + \mathbf{u}t + \mathbf{w}t^2/2$$

($\mathbf{v}$ — перпендикулярная, а $\mathbf{u}$ — нормальная компоненты скорости, $\mathbf{v} \perp \mathbf{w}$). Если на частицу действует постоянное однородное электрическое поле $\mathbf{E}$ и $\mathbf{E} \perp \mathbf{u}$, то

$$\mathbf{w} = \frac{e\mathbf{E}}{m\gamma}.$$

Граничные условия на поверхности проводника $z = 0$ можно удовлетворить, вводя фиктивный заряд-изображение $-e$, движущийся по закону

$$\mathbf{r}_1(t) = -\mathbf{v}t + \mathbf{u}t + \mathbf{w}t^2/2.$$

Тогда поле вне проводника совпадает с полем этих двух зарядов при их движении в вакууме. Распределение излученной энергии по углам и частотам имеет вид

[*] E-mail: ryazanov@theor.mephi.msk.su

$$\frac{d^2E}{d\omega\,d\Omega} = \frac{e^2\omega^2}{\pi^2 c^3} \times \left| \int_0^\infty dt\,\exp\left\{i(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u})t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}t^2/2\right\} \times \times\left\{[\mathbf{n}\times\mathbf{v}]\cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}t)\right\} - - \left\{it\,[\mathbf{n}\cdot(\mathbf{u}+\mathbf{w}t)]\sin(\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}t)\right\}\right|^2. \quad (1)$$

Действие поля может быть существенно, если не зависящие от поля слагаемые частично сокращаются. Так, в ультрарелятивистском случае в показателе экспонент $\exp\{i(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u})t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}t^2/2\}$ мала разность

$$\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u} \sim \omega/\gamma^2 \ll \omega.$$

Везде, где нет взаимного сокращения основных членов, в первом приближении влиянием внешнего поля можно пренебречь. Это позволяет преобразовать (1) к виду

$$\frac{d^2E}{d\omega\,d\Omega} = \frac{e^2\omega^2}{4\pi^2 c^3} \left| [\mathbf{n}\cdot(\mathbf{v}-\mathbf{u})] \times \times \int_0^\infty dt\,\exp\left\{i(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u})t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}t^2/2\right\}\right|^2. \quad (2)$$

Содержащийся в (2) интеграл не сводится к элементарным функциям и может быть выражен через интегралы Френеля

$$S(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x \sin t^2 dt, \qquad C(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x \cos t^2 dt. \quad (3)$$

Интегрирование дает

$$\int_0^\infty dt\,\exp\left\{(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u})t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}t^2/2\right\} = = \sqrt{\frac{\pi}{|\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}|}}\,\exp\left\{-\frac{i(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u})^2}{2\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}}\right\} \times \times\left\{\left[\frac{1}{2} + \operatorname{sgn}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{w})\frac{C(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u})}{\sqrt{|2\mathbf{k}\mathbf{w}|}}\right] - - i\,\operatorname{sgn}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}) \times \times\left[\frac{1}{2} + \operatorname{sgn}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{w})S\left(\frac{\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u}}{\sqrt{|2\mathbf{k}\mathbf{w}|}}\right)\right]\right\}. \quad (4)$$

Распределение переходного излучения по углам и частотам запишется как

$$\frac{d^2E}{d\omega\,d\Omega} = \frac{e^2\omega^2}{\pi c^3}\,\frac{[\mathbf{n}\times\mathbf{v}]^2}{|\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}|} \times \times\left\{\left[\frac{1}{2} + \operatorname{sgn}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{w})\frac{C(\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u})}{\sqrt{|2\mathbf{k}\mathbf{w}|}}\right]^2 + + \left[\frac{1}{2} + \operatorname{sgn}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{w})S\left(\frac{\omega - \mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{k}\cdot\mathbf{u}}{\sqrt{|2\mathbf{k}\mathbf{w}|}}\right)\right]^2\right\}. \quad (5)$$

Интегралы Френеля $C(x)$ и $S(x)$ при больших x осциллируют вблизи значения $1/2$ с медленно убывающей при возрастании x амплитудой:

$$S(x) = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{2\pi}}\,\frac{1}{x}\cos x^2, \qquad C(x) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2\pi}}\,\frac{1}{x}\sin x^2. \quad (6)$$

При малых x интегралы Френеля быстро возрастают от нуля при $x = 0$ до значений порядка единицы при $x \sim 1$. Вблизи нуля

$$S(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{x^3}{3}, \quad C(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,x. \quad (7)$$

Введем вспомогательные функции $f(x)$ и $g(x)$, определяемые уравнениями

$$\frac{1}{2} - S(x) = g(x)\sin(\pi x^2/2) + f(x)\cos(\pi x^2/2), \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} - C(x) = g(x)\cos(\pi x^2/2) - f(x)\sin(\pi x^2/2). \quad (9)$$

Тогда распределение излученной энергии (5) при $\mathbf{k}\cdot\mathbf{w} < 0$ примет вид

$$\frac{d^2E}{d\omega\, d\Omega} = \frac{e^2\omega^2}{\pi^2 c^3}\,\frac{[\mathbf{n}\times\mathbf{v}]^2}{|\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}|}\times \times\left\{g^2\left(\frac{\omega-\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}-\mathbf{k}\cdot\mathbf{u}}{\sqrt{|2\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}|}}\right)+ + f^2\left(\frac{\omega-\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}-\mathbf{k}\cdot\mathbf{u}}{\sqrt{|2\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}|}}\right)\right\}. \quad (10)$$

Вспомогательные функции $f(x)$ и $g(x)$ могут быть аппроксимированы в области $0 \le x < \infty$ с погрешностью меньшей, чем $2\cdot 10^{-3}$ выражениями [6]

$$f(x) \approx \frac{1+0.926x}{2+1.792x+3.104x^2}, \quad g(x) \approx \frac{1}{2+4.142x+3.492x^2+6.670x^3}. \quad (11)$$

Более точные приближения приведены в [7].

3. АЗИМУТАЛЬНАЯ АСИММЕТРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ

Если заряженная частица пересекает поверхность проводника вдоль нормали к ней, то в отсутствие поля распределение излучения имеет азимутальную симметрию. Внешнее поле нарушает эту симметрию. Задавая направление распространения излучения углами ϑ и φ сферической системы координат с осью вдоль z и предполагая ускорение частицы в поле направленным вдоль оси x, представим аргумент функций $g(x)$ и $f(x)$ в (10) при нормальном падении частицы ($\mathbf{u}=0$) в форме

$$\frac{\omega-\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}}{\sqrt{|2\mathbf{k}\mathbf{w}|}} = \omega\frac{1-\cos\vartheta+1/2\gamma^2}{\sqrt{2w(\omega/c)\sin\vartheta\cos\varphi}}\,. \quad (12)$$

Предельный случай, для которого значение (12) стремится к бесконечности, соответствует переходному излучению в отсутствие внешнего поля. Тогда распределение излучения по углам и частотам (1) переходит в обычное распределение для переходного излучения

$$\frac{d^2E}{d\omega\, d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c}\,\frac{[\mathbf{n}\times\mathbf{v}]^2}{\left\{1-(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}/c)^2\right\}^2}\,. \quad (13)$$

Из (12) видно, что этот предельный случай возникает при $\varphi = \pm\pi/2$, а также при $\vartheta \to 0$. Однако область $\vartheta \ll 1/\gamma$ дает малый вклад в интенсивность излучения и может не рассматриваться. Таким образом, излучение, распространяющееся в плоскости, перпендикулярной внешнему полю и проходящей через скорость частицы (т. е. при $\varphi = \pm\pi/2$), вообще не зависит от напряженности внешнего поля. Но интенсивность излучения, распространяющегося в плоскости, проходящей через скорость частицы и поле (т. е. при $\varphi = 0$), может существенно уменьшиться в зависимости от напряженности внешнего поля. Отношение интенсивностей излучения, соответствующих $\varphi = 0$ и $\varphi = \pm\pi/2$, можно получить в форме

$$\frac{d^2E(\varphi=0)}{d^2E(\varphi=\pi/2)} = \frac{\pi\omega^2\left\{1-(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}/c)^2\right\}^2}{|\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}|}\times \times\left\{g^2\left(\frac{\omega-\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}}{\sqrt{|2\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}|}}\right)+f^2\left(\frac{\omega-\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}}{\sqrt{|2\mathbf{k}\cdot\mathbf{w}|}}\right)\right\}. \quad (14)$$

Это отношение существенно уменьшается с ростом энергии частицы и с уменьшением угла выхода излучения. Так, когда аргумент интегралов Френеля (12) близок к единице, $g^2+f^2 \approx 1/3$ и (14) принимает вид

$$\frac{d^2E(\varphi=0)}{d^2E(\varphi=\pi/2)} \approx \frac{\pi\omega c}{6|\mathbf{n}\cdot\mathbf{w}|}\left(\vartheta^2+\frac{1}{\gamma^2}\right)^2, \quad (15)$$

где учтено, что излучение ультрарелятивистской частицы сосредоточено при $\vartheta \ll 1$. Отсюда видно, что азимутальная асимметрия углового распределения переходного излучения сильно зависит от энергии частицы. По наличию или отсутствию азимутальной асимметрии можно судить о том, достаточна ли напряженность поля для влияния на переходное излучение.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из (15) можно видеть, что при нормальном падении азимутальная асимметрия излучения велика, когда выражение (12) больше единицы. В однородном электрическом внешнем поле $\mathbf{E}$ для углов $\vartheta \sim 1/\gamma$ это происходит при

$$e|\mathbf{E}| \sim (\omega/\gamma^2)mc = mc^2/\lambda\gamma^2. \quad (16)$$

Переходное излучение оптического диапазона при $\gamma \sim 10^4$ существенно меняется в поле порядка 500 В/см. Азимутальная анизотропия переходного излучения в сантиметровом радиодиапазоне при $\gamma \sim 10^3$ возникает в поле порядка или больше

1 В/см. Приведенные значения полей соответствуют максимальной азимутальной анизотропии переходного излучения. При меньших значениях поля азимутальная анизотропия мала.

Измерение азимутальной анизотропии переходного излучения во внешнем поле достаточно просто, а ее зависимость от лоренц-фактора квадратична, так что по мере увеличения энергии условия измерения анизотропии в достаточно сильном поле улучшаются. Отсюда можно сделать вывод, что измерение азимутальной асимметрии углового распределения переходного излучения во внешнем поле может стать удобным методом измерения энергии ультрарелятивистских частиц.

Так как условие получения максимальной азимутальной анизотропии (16) фактически зависит от отношения напряженности внешнего поля к частоте излучения ($|\mathbf{E}|/\omega$), то подбором частоты излучения можно добиться удобной величины внешнего поля.

Следует отметить, что выше рассматривалось только переходное излучение, сформировавшееся вблизи поверхности проводника, на длине пути частицы порядка длины когерентности. Действие поля на частицу приводит также и к излучению на дальнейшем пути частицы, однако это излучение уже не связано с пересечением поверхности раздела частицей и представляет собой обычное излучение при движении частицы во внешнем поле. Такое излучение определяется конкретным характером дальнейшего движения частицы во внешнем поле, и его вклад может быть различным. При сравнении с экспериментом это излучение следует учитывать, но включать его в общее рассмотрение нецелесообразно. Это связано с тем, что такое излучение, во-первых, зависит от скорости частицы, а не от ее энергии, а, во-вторых, его распределение сильно зависит от условий дальнейшего движения частицы в экспериментальной установке.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).

2. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Изд-во АН Арм. ССР, Ереван (1969).

3. Г. М. Гарибян, Ян Ши, *Рентгеновское переходное излучение*, Изд-во АН Арм. ССР, Ереван (1983).

4. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние*, Наука, Москва (1984).

5. B. Dolgoshein, Nucl. Instr. and Methods A **326**, 434 (1993).

6. М. Абрамовиц, И. Стиган, *Справочник по специальным функциям*, Наука, Москва (1979).

7. J. Boersma, Math. Comp. **14**, № 380 (1960).