

ТУННЕЛЬНЫЙ МАГНИТОТРАНСПОРТ В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ С КВАНТОВЫМИ КОЛЬЦАМИ

*В. М. Ковалев, А. В. Чаплик**

*Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 1 апреля 2002 г.

Рассчитан туннельный ток через гетероструктуру, в барьере которой расположены квантовые кольца. Плоскость колец параллельна границе раздела. В магнитном поле, перпендикулярном этой плоскости, туннельный ток при фиксированном смещении испытывает осцилляции Ааронова–Бома при изменении магнитного потока сквозь кольцо, однако эти осцилляции не являются строго периодическими.

PACS: 78.67.Hc, 71.35.Jc, 85.35.Ds

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема резонансного туннелирования электронов имеет в литературе давнюю историю, восходящую, по сути, к эффекту Рамзауэра–Таусенда (аномально малое сечение рассеяния электронов на атомах для определенных энергий налетающей частицы). В применении к твердому телу неоднократно обсуждался вопрос о влиянии примесей в барьере на туннельный ток. В работе Шмидлина [1] роль примесей сводилась к увеличению туннельной прозрачности за счет локальных понижений высоты барьера, вызванных флуктуационным потенциалом примесей. Кейн [2] рассматривал легированный p – n -переход и показал, что туннельный ток может увеличиться (по сравнению с «чистой» структурой) за счет переходов между «хвостами» плотности состояний вблизи краев зон.

Паркер и Мид [3], насколько нам известно, впервые (на примере барьера Шоттки) показали, что наличие примесных уровней в барьере делает туннельный процесс двухступенчатым и это приводит к существенному увеличению парциального туннельного тока при резонансной энергии по сравнению с током прямого туннелирования. В работе [3] использовался кинетический метод, т. е. требовалось выполнение условия баланса частиц, приходящих на примесный уровень из полупроводника и уходящих с примеси на металлический электрод. Такой подход

является классическим и применим при выполнении обычных для классического рассмотрения условий, позволяющих пренебречь интерференционными эффектами при вычислении вероятности двухступенчатого перехода.

В работе одного из авторов и Энтина [4] была развита квантовая теория резонансного туннелирования через короткодействующий примесный центр в барьере ($1D$ -барьер + $3D$ -примесь) и показано, что помимо энергетического резонанса в туннельном токе имеется также геометрический резонанс: пиковое значение тока достигает максимума при вполне определенном положении примеси в барьере. Для симметричного барьера это, разумеется, плоскость симметрии, однако при приложении напряжения к туннельной структуре (что всегда имеет место в эксперименте) точка геометрического резонанса смещается и расположенные в барьере примесные центры последовательно «выходят» из резонанса или «входят» в него. Это приводит к довольно сложному виду вольт-амперной характеристики, в том числе (при некоторых условиях) к участку убывания.

Ларкин и Матвеев [5] обобщили метод туннельного гамильтониана Бардина на случай резонансного туннелирования через одну или две короткодействующие примеси и нашли проводимость и коррелятор флуктуаций проводимости мезоскопических полупроводниковых контактов.

Во всех упомянутых работах фигурировали примесные центры, имеющие один дискретный уровень

*E-mail: chaplik@isp.nsc.ru

энергии. Для короткодействующего центра резонансная компонента парциального туннельного тока описывается формулой типа Брейта–Вигнера:

$$j_{res}(E) \propto \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (E - E_0)^2}, \quad (1)$$

где E_0 — энергия частицы на примесном центре, E — энергия налетающей частицы, Γ — туннельная ширина уровня.

Если в барьере расположена примесь, обладающая несколькими связанными состояниями, или квантовая точка, задача может быть легко решена в пределе $\Gamma \ll \Delta E$, где ΔE — порядок расстояния между уровнями примеси (квантовой точки). Полный ток в этом случае определяется суммой резонансных вкладов и как функция приложенного напряжения V (т. е. разности уровней Ферми в контактах) имеет «лестничный» вид¹⁾. При наложении на систему магнитного поля \mathbf{B} перпендикулярно гетерогранице туннельный ток (при фиксированном V) становится ступенчатой и монотонной функцией поля, так как число резонансных уровней под уровнем Ферми меняется с полем монотонно.

Сказанное относится к ситуации, когда туннелирование осуществляется из $3D$ -эмиттера, когда в присутствии магнитного поля сохраняется непрерывный спектр налетающих на барьер частиц. В случае $2D$ -эмиттера спектр электронов как в барьере, так и «перед» ним становится дискретным, и вольт-амперная характеристика имеет вид последовательности пиков, соответствующих резонансам между двумя системами дискретных уровней.

Целью настоящей работы является рассмотрение туннельного транспорта сквозь гетероструктуру, в плоскости которой расположены квантовые кольца. Из общих соображений следует ожидать проявления эффекта Ааронова–Бома в туннельном токе при наложении на систему перпендикулярного магнитного поля. Действительно, как мы покажем, туннельный ток осциллирует при изменении магнитного поля (потока), хотя эти осцилляции не являются в общем случае ни монохроматическими, ни строго периодическими. Напомним, что в последние годы успехи технологии привели к созданию ансамблей квантовых колец с радиусом порядка боровского радиуса в соответствующем материале [6]. Эксперименты по туннельному магнитотранспорту могут оказаться полезным средством исследования таких структур.

¹⁾ До тех пор, пока (при очень больших смещениях) дно зоны проводимости эмиттера не поднимется выше самого верхнего уровня примеси в барьере.

2. СПЕКТР И ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ КВАНТОВОГО КОЛЬЦА

Мы полагаем (в соответствии с данными работы [6]), что кольцо состоит из узкозонного материала (например InAs) и погружено в барьер, которым является широкозонный полупроводник (GaAs). Зонная диаграмма системы, соответствующая расстоянию от центра кольца, равному его радиусу, приведена на рис. 1; координата z отсчитывается по нормали к гетероструктуре (в этом направлении течет туннельный ток). Таким образом, внутренняя и внешняя области кольца заняты веществом барьера, и резонансное туннелирование соответствует траекториям частицы, проходящим через точки на окружности кольца.

Очевидно, что модель одномерного кольца $|\Psi|^2 \propto \delta(r - a)\delta(z - z_0)$ недостаточна для решения поставленной задачи, так как резонансное туннелирование определяется перекрытием волновых функций падающей на барьер частицы и частицы, связанной в кольце. Будем описывать потенциал кольца в цилиндрических координатах следующим выражением:

$$U(\mathbf{R}) = -U_0\delta(r - a)u(z - z_0), \quad (2)$$

где $U_0 > 0$, a — радиус кольца, z_0 — положение его плоскости в барьере, $u(z)$ — безразмерная всюду положительная функция, имеющая острый максимум при $z = z_0$ (см. рис. 1). Будем считать потенциальную яму по координате z достаточно узкой, так что волновая функция связанного состояния не успевает заметно измениться на расстояниях порядка ширины функции $u(z)$. Пусть $u(q)$ — фурье-образ функции $u(z)$. Тогда уравнение Шредингера в q -представлении по z после отделения переменной φ принимает вид

$$\nabla_r^2 \psi(r, q) - \left(k^2 + q^2 + \frac{m^2}{r^2}\right) \psi(r, q) + \frac{2MU_0}{\hbar^2} \delta(r - a) \psi(r, z_0) u(q) = 0. \quad (3)$$

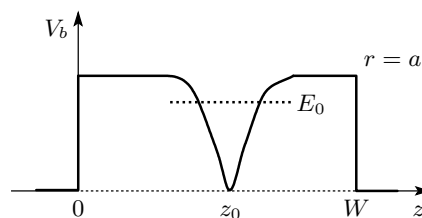


Рис. 1. Зонная диаграмма структуры с квантовыми кольцами

Здесь энергия $E = -\hbar^2 k^2 / 2M$, M — масса электрона в барьере, где для принятой модели (2) в основном он и находится, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — азимутальное квантовое число,

$$\psi(r, z_0) = \frac{1}{2\pi} \int \psi(r, q) e^{iqz_0} dq. \quad (4)$$

Решая обычным образом радиальное уравнение (3) с потенциалом в виде δ -функции и самосогласованно определяя $\psi(r, z_0)$ из соотношения (4), получим для определения собственных значений энергии в кольце уравнение

$$1 = \lambda a \int_{-\infty}^{\infty} K_{|m|} \left(a \sqrt{k^2 + q^2} \right) \times \\ \times I_{|m|} \left(a \sqrt{k^2 + q^2} \right) u(q) dq, \quad (5)$$

$I_{|m|}$ и $K_{|m|}$ — бесселевы функции мнимого аргумента соответственно первого и третьего родов. Как видно из (5), нельзя заменить $u(z)$ на δ -функцию, так как в этом случае все уровни энергии E_m в кольце «проваливаются» в минус бесконечность. Однако, как будет видно из дальнейшего, вращательный спектр и туннельная проводимость в своей основной, резонансной, части зависят от вида потенциала через единственный параметр E_0 , что делает принятую модель кольца (2) вполне разумным приближением. Для не слишком малых радиусов кольца вращательный квант $\hbar^2 / 2Ma^2$ много меньше глубины основного уровня $|E_0|$, т. е. $ka \gg 1$. В этом пределе из уравнения (5) легко получить асимптотику (аргумент бесселевых функций больше индекса)

$$E_m = E_0 + \frac{\hbar^2 m^2}{2Ma^2} + \frac{\hbar^2 m^2 (m^2 + 5/2)}{2Ma^2 (k_0 a)^2}. \quad (6)$$

Второе слагаемое здесь соответствует спектру одномерного кольца (плоский ротатор), третье дает поправку на конечную «размазку» волновой функции электрона вблизи окружности $r = a$.

Для дальнейшего нам потребуются волновые функции связанных состояний, отвечающих энергии E_m . Они являются решениями уравнения (3), конечными в нуле и убывающими при $r \rightarrow \infty$, и

имеют следующий вид:

$$\psi_m(r < a, z) = c_m \int_{-\infty}^{\infty} K_{|m|} \left(a \sqrt{k_m^2 + q^2} \right) \times \\ \times I_{|m|} \left(r \sqrt{k_m^2 + q^2} \right) \exp [q(z - z_0)] dq, \quad (7) \\ \psi_m(r > a, z) = c_m \int_{-\infty}^{\infty} I_{|m|} \left(a \sqrt{k_m^2 + q^2} \right) \times \\ \times K_{|m|} \left(r \sqrt{k_m^2 + q^2} \right) \exp [q(z - z_0)] dq,$$

где c_m — нормировочный множитель.

Видно, что и волновые функции зависят от вида $u(z)$ только через величины k_m , т. е., в конечном счете, через параметр E_0 .

3. ТУННЕЛЬНЫЙ ТОК В МОДЕЛИ δ -ОБРАЗНОГО СОЛЕНОИДА

Пусть сквозь квантовое кольцо, расположенное внутри барьера туннельной структуры, проходит бесконечно тонкий соленоид, несущий магнитный поток Φ . Поток туннелирующих электронов параллелен соленоиду. Уровни энергии в одномерном кольце классифицируются по значению момента $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Соответственно, падающая на систему плоская волна разлагается по цилиндрическим гармоникам:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Omega}} \sum J_v(k_{\parallel} r) \exp(im\varphi),$$

где Ω — нормировочный объем, J — функция Бесселя, $v = |m + \Phi/\Phi_0|$, r, φ — цилиндрические координаты в плоскости структуры, k_{\parallel} — проекция волнового вектора падающей волны на эту плоскость; при туннельном переходе число m сохраняется.

Волновые функции связанных состояний в кольце и спектр соответствующих энергий даются формулами (5)–(7), в которых индекс бесселевых функций m следует заменить величиной v .

Для нахождения туннельного тока воспользуемся методом Бардина. Следуя этому методу, вычислим туннельную ширину связанного уровня Γ и амплитуды перехода $T_p, T_{p'}$ из состояния в кольце в левый и правый контакты. В результате

$$\Gamma = \Gamma_l + \Gamma_r, \quad (8) \\ \Gamma_{l(r)} = \pi \sum_{p(p')} |T_{p(p')} (E_{p(p')})|^2 \delta(E_{p(p')} - E_m),$$

где $E_p, E_{p'}$ — соответственно энергии налетающего и прошедшего барьер электрона, $T_{p(p')} = E_m \langle \Psi_{p(p')} | \Psi_m \rangle$ — интегралы перекрытия функций связанного и свободных состояний. Вероятность туннельного перехода из состояния p (слева) в состояние p' (справа от барьера) через резонансный уровень E_m составляет

$$\omega_{pp'} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{|T_p|^2 |T_{p'}|^2}{\Gamma^2 + (E_p - E_m)^2} \delta(E_p - E_{p'}). \quad (9)$$

Для туннельного тока имеем

$$I = e \sum_{p,p'} \omega_{pp'} \{f(E_p - \mu) - f(E_{p'} - \mu + eV)\},$$

f — функция распределения Ферми–Дирака, μ — химический потенциал, V — приложенная к структуре разность потенциалов.

Для проводимости системы при $T = 0$ получаем

$$g(\Phi) = g_0 \sum_m E_m^2 \frac{I_{|m+\Phi|}(k_m^2 a^2 \theta_1^2 / 2) I_{|m+\Phi|}(k_m^2 a^2 \theta_2^2 / 2)}{\left(1 + \frac{\pi}{6} \frac{(m + \Phi / \Phi_0)^2 - 1/4}{k_m a}\right) (\Gamma^2 + (\mu - E_m)^2)}, \quad (10)$$

где

$$\theta_1^2 = \frac{V_b \sqrt{1 - E_m / V_b}}{k_b z_0 E_m}, \quad \theta_2^2 = \frac{V_b \sqrt{1 - E_m / V_b}}{k_b (W - z_0) E_m},$$

V_b — высота барьера, W — его ширина, $k_b = \sqrt{2MV_b/\hbar^2}$.

Напомним, что энергии E_m здесь являются функциями комбинации $|m + \Phi/\Phi_0|$ и поэтому туннельная проводимость $g(\Phi)$, будучи суммой по m от $-\infty$ до $+\infty$, периодически с периодом Φ_0 зависит от потока. Численно рассчитанная величина $g(\Phi)$ приведена на рис. 2. Ввиду чисто иллюстративного характера модели с δ -образным соленоидом мы провели расчет для случая одинаковых эффективных масс электрона в барьере и вне его.

4. ОДНОРОДНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Мы рассматриваем туннелирование из $3D$ -эмиттера в $3D$ -коллектор. Туннелирующие электроны описываются вне барьера волновыми функциями Фока–Дарвина (заданы момент относительно нормали к системе и импульс вдоль поля). Общий случай связан с очень громоздкими вычислениями, поэтому мы рассматриваем предел $B \ll \hbar\omega_c$, где $\hbar\omega_c$ — квант Ландау. Легко видеть, что приведенное неравенство эквивалентно условию $4\Phi \gg \Phi_0$ (число квантов потока сквозь кольцо велико). Пусть уровень Ферми лежит между нулевым и первым уровнями Ландау налетающего электрона, т. е. мы ограничиваемся интервалом изменения потока $\delta\Phi$, содержащим несколько квантов Φ_0 , но существенно меньшим значения Φ , при котором $\hbar\omega_c \sim \mu$. Тогда в качестве волновых функций начального состояния (слева от барьера) фигурируют функции $\Psi_{0,m}(\mathbf{r})$, соответствующие

нулевому уровню Ландау, а $m \in (-\infty, 0)$. Уже отсюда видно, что туннельная проводимость не будет теперь периодической функцией потока, так как выражается суммой по полубесконечному интервалу значений m .

Туннельные ширины определяются выражениями

$$\Gamma_l = \frac{4}{3} \left(\frac{M_1}{2\hbar^2}\right)^{1/2} \frac{k_m^2 a^2}{a} \frac{E_m^2 G^2(v)}{1 + \frac{\pi}{6} \frac{v^2 - 1/4}{ka}} \times \frac{\sqrt{E_m - \hbar\omega_c/2}}{\left(1 - \frac{M_1}{M_2}\right) \left(E_m - \frac{\hbar\omega_c}{2}\right) + \frac{M_1}{M_2} V_b} \times \exp\left(-2k_b z_0 \sqrt{1 - \frac{E_m - \hbar\omega_c/2}{V_b}}\right). \quad (11)$$

В Γ_l следует провести замену $z_0 \rightarrow W - z_0$; M_1, M_2 — эффективные массы электрона соответственно вне и внутри барьера.

В уравнении (11)

$$G(v) = \int_0^\infty \frac{J_v(s)}{s^2 + k^2} R_v(s) s ds, \quad (12)$$

$$R_v(s) = \frac{2^{1+|m|/2}}{\sqrt{|m|!}} a_H^{1+v} \frac{\Gamma\left(1 + \frac{v + |m|}{2}\right)}{\Gamma(1 + v)} \times s^v F\left(1 + \frac{v + |m|}{2}; 1 + v; -a_H^2 s^2\right)$$

— результат преобразования Фурье–Бесселя волновых функций состояния вне барьера для нулевого уровня Ландау с моментом $m \leq 0$.

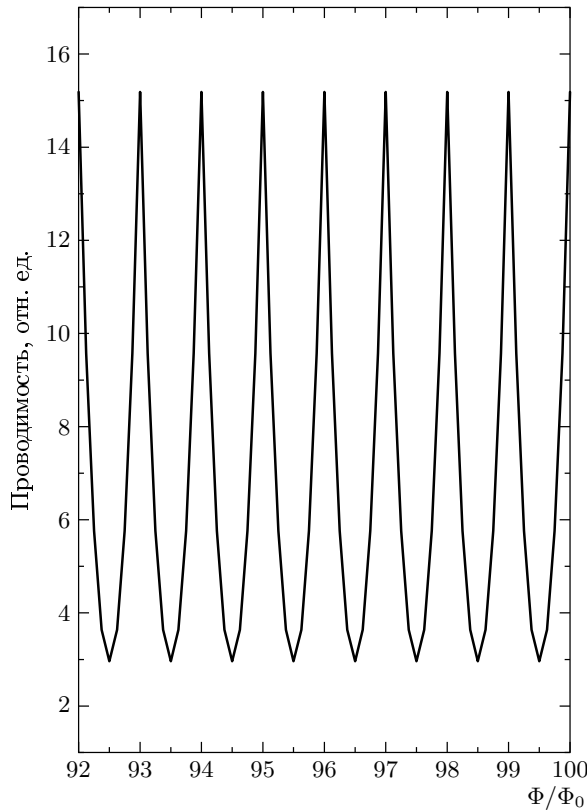


Рис. 2. Зависимость туннельной проводимости от магнитного потока (тонкий соленоид)

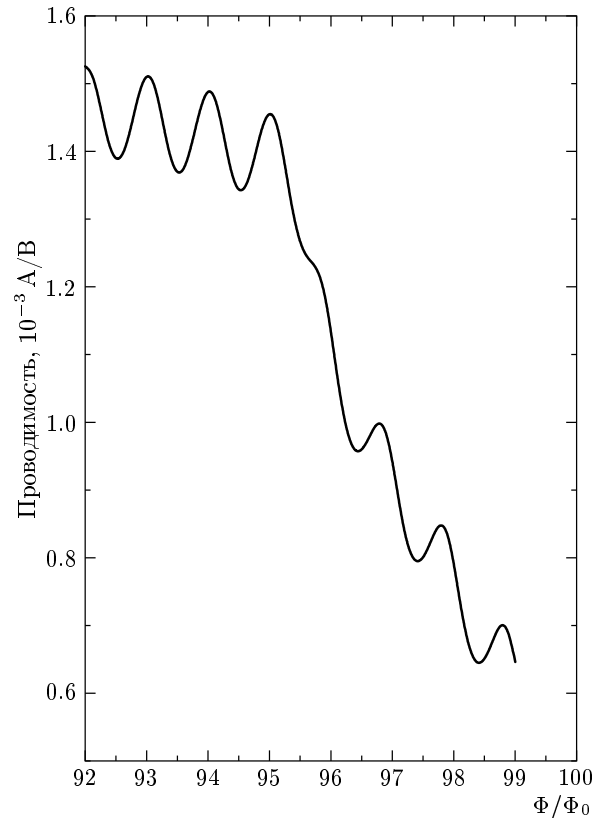


Рис. 3. Зависимость туннельной проводимости от магнитного потока (однородное поле)

Результат для проводимости ($T = 0$) имеет вид

$$g(\Phi) = \frac{16}{9} \pi \frac{e^2}{\hbar} \sum_{m=-\infty}^0 \frac{M_1 k_m^4 a^4}{\hbar^2 a^2} \times \frac{\mu - \hbar\omega_c/2}{\left(\left(1 - \frac{M_1}{M_2}\right) \left(E_m - \frac{\hbar\omega_c}{2}\right) + \frac{M_1}{M_2} V_b \right)^2} \times \exp\left(-2k_b W \sqrt{1 - \frac{\mu - \hbar\omega_c/2}{V_b}}\right) \times \frac{E_m^4 G^4(v)}{\left(1 + \frac{\pi}{6} \frac{(m + \Phi/\Phi_0)^2 - 1/4}{k_m a}\right) (\Gamma^2 + (\mu - E_m)^2)}. \quad (13)$$

Численный расчет проводился при значениях параметров $\mu = 1.03|E_0|$, $M_1 = 0.025m_0$ (InAs), $M_2 = 0.07m_0$ (GaAs), $a = 300 \text{ \AA}$, $V_b = 0.55 \text{ эВ}$, $W = 100 \text{ \AA}$, $z_0 = W/2$.

Результаты расчета, приведенные на рис. 3, показывают, что осциллирующий характер поведения $g(\Phi)$ сохраняется. Характерный интервал между пиками равен Φ_0 , глубина модуляции проводимости со-

ставляет около 15 %, $\Gamma \sim 0.002\text{--}0.01 \text{ эВ}$, для напряженности магнитного поля $H \sim 4.04\text{--}4.4 \text{ Тл}$.

Убывание проводимости при увеличении магнитного поля объясняется тем, что при фиксированной полной энергии туннелирующего электрона его «продольная» энергия (непрерывная часть спектра) уменьшается с ростом поля. Поэтому увеличивается энергетическое расстояние до вершины барьера и убывает длина затухания волновой функции в направлении z . В результате уменьшается интеграл перекрытия T_p .

Таким образом, мы показали, что в туннельном токе через гетероструктуры с квантовыми кольцами проявляется своеобразный эффект Ааронова–Бома. Туннельный ток как функция магнитного поля при заданном напряжении на структуре имеет вид модулированных осцилляций с характерным периодом по потоку Φ_0 . В шкале магнитного поля этот интервал много меньше масштаба, связанного с квантованием Ландау, для колец радиуса порядка 10–100 нм в полях порядка 1–10 Тл.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 02-02-16377), а также в рамках программ Министерства науки «Физика твердотельных наноструктур», «Квантовая макрофизика» и «Мезоскопические системы».

ЛИТЕРАТУРА

1. F. W. Schmidlin, J. Appl. Phys. **37**, 2823 (1968).
2. E. O. Kane, Phys. Rev. **131**, 79 (1963).
3. G. N. Parker and C. A. Mead, Appl. Phys. Lett. **14**, 21 (1969), Phys. Rev. **184**, 780 (1969).
4. А. В. Чаплик, М. В. Энтин, ЖЭТФ **67**, 208 (1974).
5. А. И. Ларкин, К. А. Матвеев, ЖЭТФ **93**, 1030 (1987).
6. R. J. Warburton et al., Nature **405**, 926 (2000).