

МЕЖПОДЗОННЫЕ КОЛЛЕКТИВНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ КВАЗИДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Л. В. Кулик^{a,b}, И. В. Кукушкин^{a,b}, В. Е. Кирпичев^{a,b}, С. В. Товстоног^{a,b},
В. Е. Бисти^a, К. ф. Клитцинг^{b**}, К. Эберл^{b**}*

^a *Институт физики твердого тела Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

^b *Max-Planck-Institut für Festkörperforschung
70569, Stuttgart, Germany*

Поступила в редакцию 21 мая 2002 г.

Спектр коллективных возбуждений квазидвумерной электронной системы исследован методом неупругого рассеяния света. Во внешнем магнитном поле наблюдались коллективные возбуждения таких систем, связанные с электронными переходами между подзонами размерного квантования с изменением номера уровня Ландау (межподзональные бернштейновские моды). Продемонстрировано, что эти моды взаимодействуют с основными межподзональными возбуждениями зарядовой и спиновой плотностей, причем энергия взаимодействия определяется величиной квазиимпульса возбуждений. Исследовано взаимодействие межподзональных бернштейновских мод и основных возбуждений с квазидвумерными ЛО-фононами. Изучено поведение и определена природа новых ветвей коллективных возбуждений квазидвумерной электронной системы с более чем одним заполненным уровнем Ландау.

PACS: 73.21.-b, 73.43.-f, 73.20.Mf, 78.30.-j

1. ВВЕДЕНИЕ

Нейтральные возбуждения в электронных системах пониженной размерности являются объектом интенсивного теоретического и экспериментального исследований уже в течение нескольких десятилетий [1, 2]. Особое внимание уделяется квазидвумерным электронным системам (2DES), в которых были обнаружены такие фундаментальные физические явления, как целочисленный и дробный квантовые эффекты Холла. Квазидвумерные системы сочетают в себе свойства двумерных и трехмерных систем и обладают сложным спектром нейтральных возбуждений. Вследствие того что движение электронов в 2DES квантуется в одном из пространственных направлений, спектр возбуждений состоит из внутри- и межподзональных ветвей. Внутриподзональные — это обычные двумерные возбуждения,

связанные с электронными переходами внутри одной подзоны размерного квантования. Объектом нашего исследования будут межподзональные возбуждения, связанные с электронными переходами между различными размерно-квантованными подзонами. Такие возбуждения не имеют прямых аналогов в двумерных и трехмерных электронных системах. Число подзон размерного квантования и, соответственно, различных межподзональных возбуждений в реальных 2DES велико, поэтому мы будем рассматривать только главные ветви межподзональных возбуждений, связанные с электронными переходами из основной в первую возбужденную размерно-квантованную подзону. Описание остальных ветвей межподзональных возбуждений можно провести по аналогии с главными. Будем также полагать, что реализуется квантовый электрический предел (уровень Ферми электронов, отсчитанный от энергии основной подзоны, расположен ниже дна первой возбужденной подзоны). В этом случае спектр межпод-

*E-mail: kulik@issp.ac.ru

**К. v. Klitzing, K. Eberl.

зонных нейтральных возбуждений состоит из двух коллективных мод: основных возбуждений зарядовой (CDE) и спиновой (SDE) плотностей и континуума одночастичных возбуждений (SPE) [3–6]. Возбуждения зарядовой плотности связаны с электронными переходами с сохранением спина, а возбуждения спиновой плотности — с изменением спина возбужденного электрона. Основные возбуждения зарядовой и спиновой плотностей можно рассматривать как синглетное и триплетное состояния экситона, образованного электроном в возбужденной подзоне и дыркой под уровнем Ферми электронов основной подзоны (рис. 1). В отличие от случая моттовского экситона, энергии CDE и SDE не вырождены, так как в энергию CDE входит энергия макроскопической поляризации электронной системы (деполяризационный сдвиг). Вектор поляризации осциллирует в направлении, перпендикулярном квазимульсу CDE, поэтому возбуждения зарядовой плотности можно считать электронным аналогом ТА-фононов. Посредством электрического поля макроскопической поляризации основные возбуждения зарядовой плотности могут взаимодействовать с квазидвумерными LO-фононами и формировать связанные CDE–LO-фононные моды [4].

Во внешнем магнитном поле, перпендикулярном плоскости 2DES, энергетический спектр электронов полностью квантуется (становится квазиульмерным), что приводит к фундаментальной перестройке спектра нейтральных возбуждений. В магнитном поле все электронные возбуждения имеют коллективный характер. Вместо континуума одночастичных возбуждений формируется веер коллективных возбуждений — межподзонных бернштейновских мод (ISBM). Помимо ISBM в спектре остаются основные возбуждения зарядовой и спиновой плотностей, которые связаны теперь с межподзонными переходами с сохранением номера уровня Ландау.

Основные возбуждения зарядовой и спиновой плотностей в магнитном поле наблюдались методами инфракрасного поглощения и неупругого рассеяния света [1]. Прямое же наблюдение межподзонных бернштейновских мод достаточно долго являлось экспериментальной проблемой. Оптические переходы, связанные с возбуждением ISBM, дипольно запрещены как в инфракрасном поглощении, так и в процессах неупругого рассеяния света (не сохраняется номер уровня Ландау). Как было показано в [7], проблему сохранения номера уровня Ландау можно решить, прикладывая внешнее магнитное поле параллельно плоскости QW, смешивая тем самым поперечное (перпендикулярное плоскости 2DES) и

продольное (вдоль плоскости 2DES) движение электронов [8–10]. Следует отметить, что спектр межподзонных магнетовозбуждений при этом существенно модифицируется. Только ISBM с нулевым квазиимпульсом q в наклонном магнитном поле описываются достаточно просто [7]. При ненулевых квазиимпульсах это довольно сложная задача [11].

В настоящей работе представлено наиболее полное на сегодняшний момент экспериментальное исследование энергетического спектра и дисперсии межподзонных возбуждений в перпендикулярном магнитном поле, обобщающее результаты, полученные авторами в течение последних пяти лет. Работа построена следующим образом. В разд. 2 дано описание оригинальной экспериментальной методики, разработанной авторами для измерения спектров неупругого рассеяния света. Данная методика позволяет измерять спектры неупругого рассеяния света в условиях сверхнизких температур и больших магнитных полей, а также обеспечивает долговременную стабильность регистрируемого сигнала в магнитном поле, не достижимую другими методами. В разд. 3 обсуждается спектр межподзонных возбуждений в области малых квазиимпульсов ($q \rightarrow 0$) и экспериментально подтверждается фундаментальное соотношение для энергий межподзонных бернштейновских мод (межподзонный аналог теоремы Кона) [1, 12]. В разд. 4 исследуется взаимодействие межподзонных бернштейновских мод с основными межподзонными возбуждениями зарядовой и спиновой плотностей, CDE и SDE [12]. В разд. 5 рассмотрено взаимодействие между межподзонными возбуждениями 2DES и возбуждениями фононной подсистемы полупроводника, на основе которого реализована 2DES. Показано, что в полярных полупроводниках основные возбуждения зарядовой плотности взаимодействуют с LO-фононами, а межподзонные бернштейновские моды, в свою очередь, — с CDE–LO-фононными гибридными модами [13]. В разд. 6 обсуждаются новые ветви межподзонных коллективных возбуждений, которые можно рассматривать как антифазные колебания электронных подсистем 2DES на разных уровнях Ландау [14].

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕТОДИКА

Исследования проводились на серии высококачественных гетероструктур, выращенных методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Гетероструктуры представляли собой асимметричные,

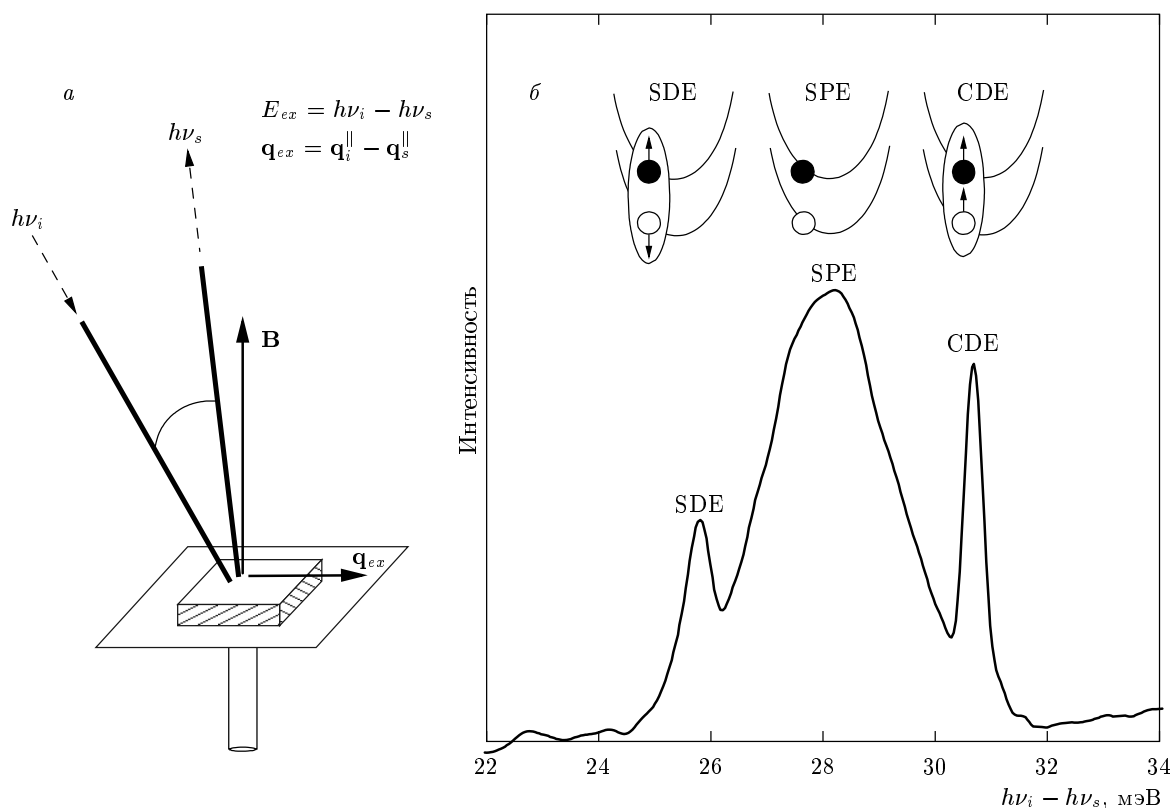


Рис. 1. а) Схема эксперимента для регистрации спектров неупругого рассеяния света. Разница энергий, $h\nu_i - h\nu_s$, и разница проекций импульсов возбуждающего и рассеянного фотонов на плоскость 2DES, $q_i^{\parallel} - q_s^{\parallel}$, передается возбуждению в 2DES. б) Типичный спектр неупругого рассеяния света на межподзонных возбуждениях в нулевом магнитном поле от квантовой ямы шириной 250 \AA при электронной концентрации $6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, измеренный при $q = 0.4 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$. Вверху показаны возможные типы межподзонных возбуждений: возбуждения спиновой (CDE) и зарядовой (SDE) плотностей, а также одночастичные возбуждения (SPE)

селективно-легированные одиночные квантовые ямы $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ шириной 250 \AA . Электронная плотность n_s и подвижность μ в образцах изменялись в интервалах соответственно $(0.5\text{--}6.8) \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $(1\text{--}7) \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$. Ширины линий, получаемые из спектров неупругого рассеяния света, составляли 0.15 мэВ . Образцы помещались в криостат со сверхпроводящим соленоидом. Измерения проводились при температуре 1.5 К в области магнитных полей от 0 до 11 Тл в геометрии Фарадея. Оптическое возбуждение электронной системы осуществлялось перестраиваемым титан-сапфировым лазером с энергией фотона, большей ширины запрещенной зоны GaAs (E_0), и с характерной плотностью возбуждения $0.1\text{--}1 \text{ Вт}/\text{см}^2$. В эксперименте использовалась оригинальная двухсветоводная методика, которая свободна от существенных недостатков стандартной методики с оптическим окном, таких как

загрязнения оптического тракта и разъюстировка оптической схемы вследствие развертки магнитного поля. Это обеспечивало долговременную стабильность сигнала неупругого рассеяния. Посредством первого световода осуществлялось возбуждение электронной системы, другой световод служил для детектирования сигнала неупругого рассеяния света (см. рис. 1а). Детектирующий световод являлся эффективным *in-situ*-предмонохроматором, он отфильтровывал большую часть лазерного излучения, отраженного от поверхности образца, и весь сигнал собственного неупругого рассеяния возбуждающего световода. Величина квазимпульса, передаваемого 2DES в процессе неупругого рассеяния, определялась расположением световодов относительно поверхности образца. Максимальный передаваемый импульс достигал $1.2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$. Для того чтобы различать резонансы, связанные с возбуждениями зарядовой и спиновой плотностей,

проводились измерения спектров рассеяния в параллельной и перпендикулярной конфигурациях векторов линейной поляризации возбуждающего и рассеянного фотонов. В параллельной конфигурации падающий и рассеянный фотоны имели одинаковые векторы поляризации и, следовательно, в спектре наблюдались линии возбуждений без переворота спина. В перпендикулярной конфигурации векторы поляризации падающего и рассеянного фотонов были ортогональны друг другу, поэтому в спектре присутствовали линии возбуждений с переворотом спина [15]. Анализ поляризации света осуществлялся при помощи линейных поляризаторов, которые размещались в жидком гелии между образцом и концами световодов. Сигнал неупругого рассеяния света поступал в двойной спектрометр U-1000 и детектировался CCD-камерой. Спектральное разрешение регистрирующей системы составляло 0.03 мэВ. Одновременное измерение спектров неупругого рассеяния света и люминесценции позволяло контролировать величину электронной плотности при квазинепрерывном фотовозбуждении [16].

3. МЕЖПОДЗОННЫЕ БЕРНШТЕЙНОВСКИЕ МОДЫ

На рис. 1б представлен типичный спектр неупругого рассеяния света в нулевом магнитном поле квантовой ямы с концентрацией электронов $n_s = 6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, измеренный при $q = 0.4 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ и $E_L = 1.587 \text{ эВ}$. Спектр состоит из двух узких линий, обозначенных на рисунке как SDE и CDE, с энергиями 25.7 и 30.7 мэВ и широкой линии SPE, расположенной между ними. Линии CDE и SDE наблюдаются исключительно в параллельной и перпендикулярной поляризационных конфигурациях возбуждающего и рассеянного фотонов соответственно. Таким образом, линия CDE соответствует основному возбуждению зарядовой плотности, а линия SDE — основному возбуждению спиновой плотности. Широкая линия SPE связана с континуумом одночастичных возбуждений [4]. Она присутствует в спектрах, полученных как в параллельной, так и в перпендикулярной поляризационных конфигурациях (одночастичные возбуждения могут быть как без переворота спина, так и с переворотом). В длинноволновом пределе энергия линии SPE сдвинута вверх от энергии SDE на величину связи межподзонного экситона, а энергия CDE — на величину деполаризационного сдвига.

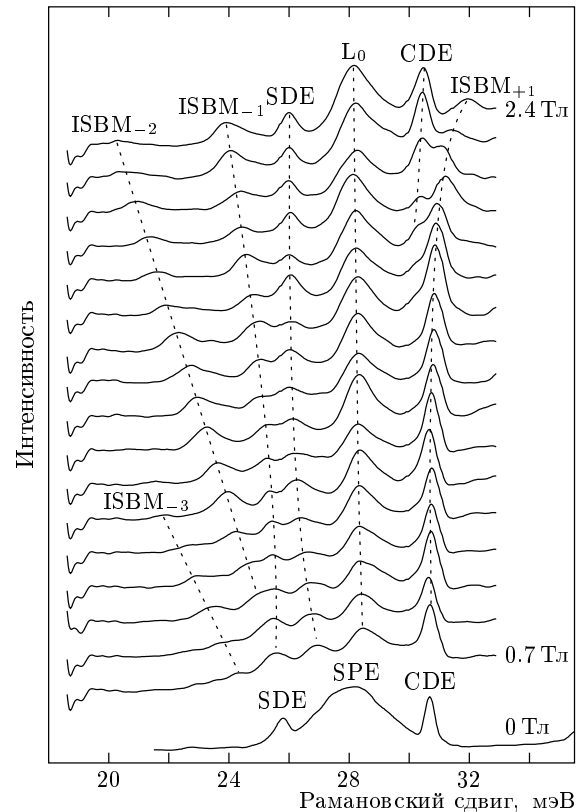


Рис. 2. Спектры неупругого рассеяния света квантовой ямы шириной 250 Å и с электронной концентрацией $6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, измеренные с шагом 0.1 Тл в диапазоне 0.7–2.4 Тл при $q = 0.4 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ и $E_L = 1.587 \text{ мэВ}$. Для сравнения приведен спектр в нулевом магнитном поле

В магнитном поле, перпендикулярном плоскости квантовой ямы, происходит расщепление линии SPE на ряд индивидуальных компонент, обозначенных на рис. 2 как $ISBM_{+1}$, $ISBM_{-1}$, $ISBM_{-2}$, $ISBM_{-3}$ и L_0 . При увеличении магнитного поля компоненты $ISBM_{+n}$ ($ISBM_{-n}$) сдвигаются вверх (вниз) относительно максимума SPE линии. В точке энергетического резонанса мод $ISBM_{+1}$ ($ISBM_{-1}$) и CDE (SDE) наблюдается взаимодействие (антипересечение) (рис. 2). В больших магнитных полях линии основных межподзонных возбуждений, SDE и CDE, и расположенная между ними линия L_0 становятся доминирующими в спектре неупругого рассеяния света.

Из экспериментальных спектров были определены зависимости энергий наблюдаемых линий от величины магнитного поля (рис. 3). Видно, что энергии CDE и SDE не зависят от магнитного поля, поскольку возбуждения CDE и SDE связаны с меж-

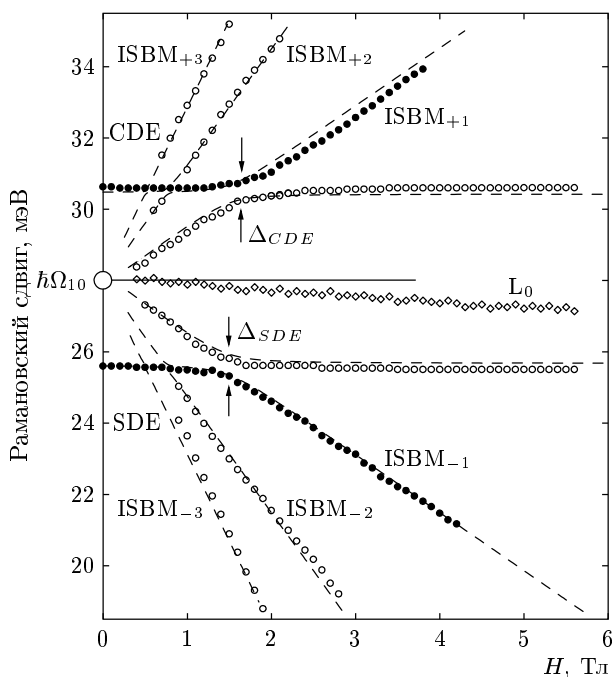


Рис. 3. Энергии межподзонных магнитовозбуждений квантовой ямы шириной 250 \AA и с электронной концентрацией $6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ (точки — эксперимент, штриховые линии — теория). Для наглядности над уровнем $\hbar\Omega_{10}$ показаны теоретические кривые только для возбуждений зарядовой плотности, а ниже — только для возбуждений спиновой плотности. Максимум одночастичного континуума (SPE) показан большим кружком

подзонными электронными переходами между уровнями Ландау с одинаковыми номерами. Если пренебречь непараболичностью зоны проводимости GaAs в интервале энергий межподзонного расщепления, то энергии всех таких переходов равны между собой и не зависят от величины магнитного поля. Напротив, энергии линий $\text{ISBM}_{\pm n}$ формируют отрицательный и положительный веера уровней Ландау, выходящие из энергии межподзонного квантования, причем масса, полученная из наклонов уровней Ландау, равна $0.071m_0$ (m_0 — масса свободного электрона). Это практически совпадает с эффективной массой электронов в GaAs ($m^* = 0.067m_0$). Таким образом, можно заключить, что линии ISBM_{+1} и ISBM_{-1} связаны с межподзонными бернштейновскими модами (межподзонными электронными переходами между уровнями Ландау с разными номерами). Экспериментально найденные энергии межподзонных бернштейновских мод при $q \rightarrow 0$ находятся в хорошем

согласии со следующим выражением:

$$E_{B\pm n} = |\hbar\Omega_{10} \pm n\hbar\omega_c|, \quad n \neq 0, \quad (1)$$

где Ω_{10} и $\omega_c = eB/m^*c$ — электронные межподзонная и циклотронная частоты. Формула (1) для 2DES является аналогом теоремы Кона для межподзонных возбуждений: энергии межподзонных бернштейновских мод при нулевом квазиимпульсе не зависят от электрон-электронного взаимодействия [1]. Замечательно то, что выражение (1) не содержит вкладов, отражающих особенности ограничивающего потенциала 2DES (формы, ширины и высоты), а единственной величиной, характеризующей поперечное движение электронов, является межподзонная энергия $\hbar\Omega_{10}$.

4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖПОДЗОННЫХ БЕРНШТЕЙНОВСКИХ МОД С ОСНОВНЫМИ CDE- И SDE-МОДАМИ

Уравнение (1) описывает экспериментальные результаты при малых квазиимпульсах ($q \rightarrow 0$). Однако с увеличением квазиимпульса энергии мод ISBM_{+n} (ISBM_{-n}) и CDE (SDE) все больше отклоняются от линейных зависимостей в области энергетического резонанса, так что формула (1) становится неприменимой для описания энергий межподзонных бернштейновских мод (рис. 4). Ситуация здесь такая же, как и для внутриподзонных возбуждений: если при $q = 0$ энергии внутриподзонных возбуждений и межподзонных бернштейновских мод определяются только эффективной массой свободных электронов (теорема Кона и ее межподзонный аналог), то их дисперсионные зависимости определяются именно многочастичным кулоновским взаимодействием. Поэтому для описания межподзонных бернштейновских мод при ненулевых квазиимпульсах необходимо модифицировать выражение (1) путем учета межчастичного кулоновского взаимодействия.

Теоретический расчет межподзонных возбуждений с учетом электрон-электронного взаимодействия был проведен в приближении локальной плотности (TDLDA) [3, 7, 17]. В этом приближении энергии коллективных возбуждений даются полюсами полной поляризационной функции (индексы относятся к возбуждениям зарядовой (CD) и спиновой (SD) плотностей). В перпендикулярном магнитном поле можно пренебречь взаимодействием внутри- и межподзонных возбуждений [18]. В этом случае энергии коллективных межподзонных возбуждений

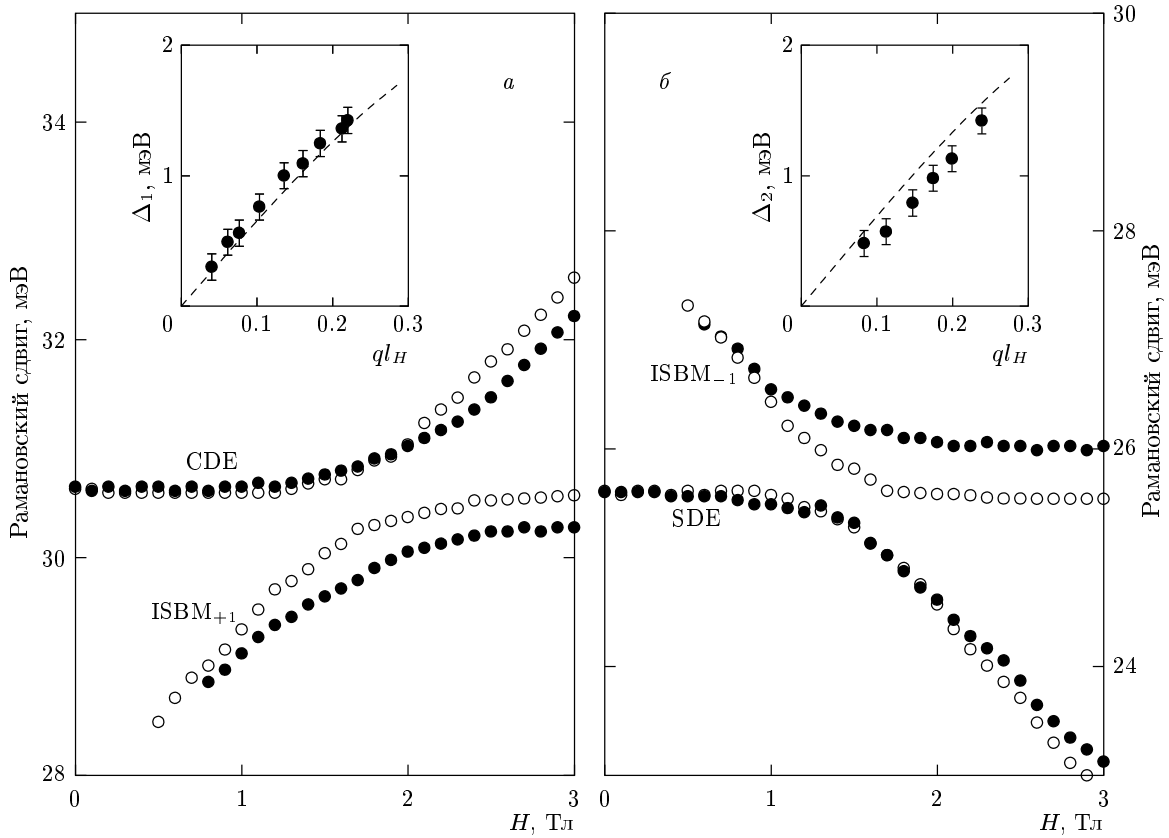


Рис. 4. Энергии гибридных мод в области энергетического резонанса $ISBM_{+1}$ и CDE (а), $ISBM_{-1}$ и SDE (б) для значений квазиимпульса $0.4 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ и $0.8 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$. На вставках показаны дисперсии энергетических щелей Δ_1 и Δ_2 (точки — эксперимент, сплошные линии — теория)

даются полюсами межподзонной части полной поляризации функции:

$$\tilde{\chi}_i^{10}(q, \omega) = \frac{\chi^{10}(q, \omega)}{1 - \gamma_i(q)\chi^{10}(q, \omega)}, \quad (2)$$

где $\chi^{10}(q, \omega)$ — межподзонная поляризация функция 2DES в магнитном поле без взаимодействия [18]:

$$\begin{aligned} \chi^{10}(q, \omega) = & \frac{2}{\hbar\pi l_B} \sum_{N=0}^{\infty} \left(\sum_{S=0}^{\infty} n_F^N |J_{N+S, N}(q)|^2 \times \right. \\ & \times \frac{\Omega_{10} + S\omega_c}{(\omega + i\delta)^2 - (\Omega_{10} + S\omega_c)^2} + \\ & + \sum_{S=1}^{\infty} n_F^{N+S} |J_{N+S, N}(q)|^2 \times \\ & \left. \times \frac{\Omega_{10} - S\omega_c}{(\omega + i\delta)^2 - (\Omega_{10} - S\omega_c)^2} \right), \quad (3) \end{aligned}$$

$$n_F^N = \begin{cases} 1, & N \leq \tilde{N}, \\ 0, & N > \tilde{N}, \end{cases}$$

$\tilde{N} = \pi n_s \hbar / m^* \omega_c - 1$ — номер высшего заполненного уровня Ландау, а квадрат матричного элемента выражается формулой

$$\begin{aligned} |J_{N, N'}|^2 = & \frac{N_2!}{N_1!} \left[\frac{(l_B q)^2}{2} \right]^{N_1 - N_2} \times \\ & \times \exp \left[-\frac{(l_B q)^2}{2} \right] \left[L_{N_2}^{N_1 - N_2} \left(\frac{(l_B q)^2}{2} \right) \right]^2. \end{aligned}$$

Здесь $N_1 = \max(N, N')$, $N_2 = \min(N, N')$, $L_N^{N'}(x)$ — присоединенные полиномы Лагерра, а $l_B = \sqrt{\hbar c / eB}$ — магнитная длина. Параметр γ_i определяется деполаризационным сдвигом и обменно-корреляционной энергией β_i :

$$\gamma_{CD}(q) = V(q) / \epsilon(\omega) - \beta_{CD},$$

$$\gamma_{SD}(q)\chi^{10}(q, \omega) = -\beta_{SD}.$$

Матричный элемент кулоновского взаимодействия,

входящий в деполяризационный сдвиг, равен

$$V(q) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon_\infty q} \int dz_1 \int dz_2 \psi_0(z_1) \psi_1(z_1) \times \\ \times \exp(-q|z_1 - z_2|) \psi_0(z_2) \psi_1(z_2), \quad (4)$$

а динамическое экранирование кулоновского взаимодействия оптическими ЛО-фононами включено в частотно-зависимую диэлектрическую функцию

$$\epsilon(\omega) = \frac{\omega^2 - \omega_{LO}^2}{\omega^2 - \omega_{TO}^2}, \quad (5)$$

где ω_{LO} и ω_{TO} — соответственно частоты ЛО- и ТО-фононов, а $\epsilon_\infty \approx 12.86$ — диэлектрическая проницаемость GaAs.

Обменно-корреляционная энергия в приближении локальной плоскости равна

$$\beta_i = \int dz \psi_0^2(z) U_i(z) \psi_1^2(z), \quad (6)$$

$$U_i(z) = \left. \frac{\partial V_i}{\partial \rho_i} \right|_{\rho_{CD} = n_s \psi_0^2(z), \rho_{SD} = 0},$$

где V_i — обменно-корреляционный потенциал, а ρ_i — либо трехмерная плотность электронов, $\rho_{CD} = \rho_\uparrow + \rho_\downarrow$, либо спиновая плотность, $\rho_{SD} = \rho_\uparrow - \rho_\downarrow$ ($\rho_\uparrow, \rho_\downarrow$ — плотности спиновых подсистем 2DES). Положим, что температура много больше зеемановской энергии и обе спиновые подсистемы заполнены одинаково, тогда выбор V_i , как в [19], приводит к следующим выражениям:

$$U_{CD}(z) = -1.706 a_B^3 r_s^2 \left(1 + \frac{0.6213 r_s}{11.4 + r_s} \right) \text{Ry}^{\text{GaAs}}, \quad (7)$$

$$U_{SD}(z) = -1.706 a_B^3 r_s^2 \times \\ \times \left(1 - 0.036 r_s + \frac{1.36 r_s}{1 + 10 r_s} \right) \text{Ry}^{\text{GaAs}},$$

где

$$r_s(z) = (4\pi a_B^3 n(z)/3)^{-1/3}, \quad n(z) = n_s \psi_0^2(z),$$

$a_B \approx 100 \text{ \AA}$ — боровский радиус электронов в GaAs, а $\text{Ry}^{\text{GaAs}} \approx 5.71 \text{ мэВ}$. Одинаковые первые члены в выражении для $U_i(z)$ отвечают за обменное взаимодействие, а остальные — за корреляцию между электронами. Волновые функции электронов в основной и возбужденной размерно-квантованных подзонах, $\psi_0(z)$ и $\psi_1(z)$, необходимые для нахождения деполяризационного сдвига и обменно-корреляционной энергии, были получены как самосогласованные решения системы одномерных уравнений Кона–Шема

и Пуассона [20]. Ограничиваясь членами порядка $(ql_B)^6$, т.е. пренебрегая электронными переходами с $|\Delta n| > 3$, получаем зависимости, представленные на рис. 3. Экспериментальные энергетические расщепления между возбуждениями ISBM $_{+n}$ (ISBM $_{-n}$) и CDE (SDE) в области энергетических резонансов находятся в разумном согласии с результатами численного расчета (рис. 3). Таким образом, можно заключить, что наблюдаемые антипересечения между модами ISBM $_{+n}$ (ISBM $_{-n}$) и CDE (SDE) являются проявлениями многочастичного кулоновского взаимодействия, которое смешивает коллективные возбуждения 2DES, связанные с межподзонами электронными переходами с изменением и без изменения номеров уровней Ландау.

Путем варьирования квазиимпульса возбуждений и величины электронной плотности нами была исследована зависимость энергий гибридных мод от величины кулоновского взаимодействия (оба кулоновских члена, деполяризационный сдвиг и обменно-корреляционная энергия, являются монотонными функциями q и n_s) [6]. На рис. 4 показана магнитопольная зависимость энергий гибридных мод в области энергетического резонанса при фиксированной концентрации $n_s = 6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ для двух различных значений квазиимпульса. Видно, что энергетическая щель Δ_1 (Δ_2) между гибридными модами возрастает с увеличением q от $0.4 \cdot 10^5$ до $0.8 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$, причем величина Δ_1 (Δ_2) является линейной функцией квазиимпульса в области экспериментально доступных квазиимпульсов ($ql_B \ll 1$), см. рис. 4.

Зависимость Δ_1 от электронной концентрации, измеренная при фиксированном квазиимпульсе $q = 1.1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$, показана на рис. 5. При малых n_s ($n_s < 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$) величина Δ_1 является линейной функцией электронной концентрации, пересекающей ось абсцисс не при $n_s \rightarrow 0$, а при некоторой критической электронной концентрации $n_s^c \approx 4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Критическая концентрация определяется из условия равенства деполяризационного сдвига и обменно-корреляционной энергии, функциональная зависимость которых от электронной концентрации различна [6]. При концентрациях ниже критической энергия CDE-моды становится меньше энергии $\hbar\Omega_{10}$ межподзонаного квантования, т.е. энергетический резонанс между модами ISBM $_{+1}$ и CDE становится невозможен. Стоит отметить, что при $n_s \geq 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ величина Δ_1 выходит на насыщение, что обусловлено смешиванием моды ISBM $_{+1}$ с CDE-ЛО-фононной модой — эффект, который будет подробно обсуждаться в

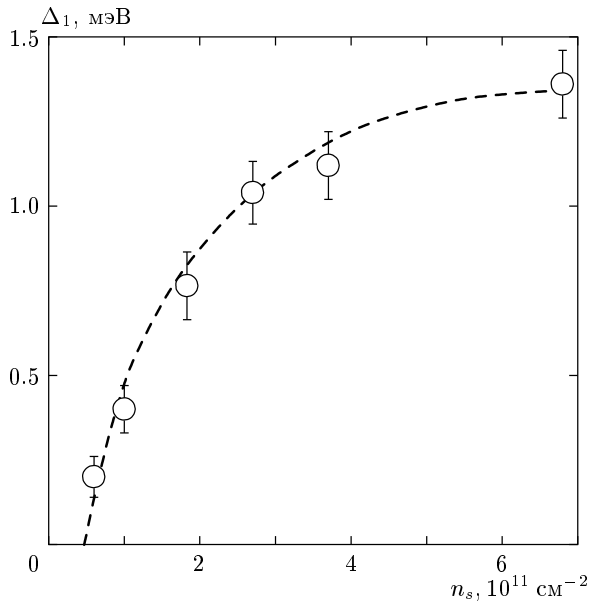


Рис. 5. Зависимость энергетической щели Δ_1 от электронной концентрации, измеренная при фиксированном значении квазиимпульса $1.1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ для квантовых ям шириной 250 \AA с различными электронными концентрациями. При $n_s \leq 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ не наблюдается пересечение мод CDE и ISBM₊₁. Теоретическая кривая показана штриховой линией

следующем разделе. Без учета взаимодействия с LO-фононами зависимость Δ_1 от концентрации в исследуемой области концентраций должна быть близка к линейной.

В данном разделе было рассмотрено взаимодействие между межподзонами бернштейновскими модами с изменением номера уровня Ландау на единицу и основными возбуждениями зарядовой и спиновой плотностей, но не обсуждалось поведение межподзонных бернштейновских мод с большими индексами. Их энергии описываются уравнением (1), а взаимодействие с основными модами в длинноволновом пределе мало (см. рис. 3). Например, взаимодействие между модами CDE и ISBM₊₂ становится детектируемым только при $q = 1.2 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$, что близко к верхнему пределу квазиимпульсов, доступных в эксперименте. Расчет показывает, что энергия взаимодействия между модами CDE (SDE) и ISBM_{+n} (ISBM_{-n}) пропорциональна $(ql_B)^n$ при $ql_B \ll 1$.

5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОСНОВНЫХ И БЕРНШТЕЙНОВСКИХ МОД С LO-ФОНОНАМИ

Влияние LO-фононов на спектр межподзонных электронных возбуждений было исследовано на ряде образцов, в которых энергия межподзонного квантования, $\hbar\Omega_{10}$, была близка к энергии LO-фонона в GaAs. На рис. 6 показаны спектры неупругого рассеяния света от одиночной квантовой ямы с $n_s = 6.8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ при $q = 1.1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ в двух различных спектральных диапазонах: ниже (а) и выше (б) энергии объемного LO-фонона в GaAs. Ширина квантовой ямы и концентрация электронов в ней подобраны таким образом, что энергия возбуждения зарядовой плотности (CDE) почти совпадает с энергией LO-фонона в GaAs. В этом случае поле макроскопической поляризации CDE, осциллирующее с частотой LO-фонона, смешивает моду CDE и LO-фононную моду и в спектре наблюдаются две гибридные CDE–LO-фононные моды, обозначенные как Γ^- и Γ^+ .

Включение перпендикулярного магнитного поля приводит к появлению в спектрах неупругого рассеяния света межподзонных бернштейновских мод. Магнитополевые зависимости энергий моды ISBM₊₁, двух гибридных CDE–LO-фононных мод, а также объемного LO-фонона в GaAs, взятого в качестве репера, представлены на рис. 7б. Остальные спектральные особенности, а именно, межподзонные бернштейновские моды с $n \neq +1$ и моды SDE, опущены для удобства. В области энергетических резонансов моды ISBM₊₁ с модами Γ^- и Γ^+ наблюдаются антипересечения, что указывает на взаимодействие моды ISBM₊₁ с каждой из гибридных CDE–LO-фононных мод. Таким образом, можно заключить, что в квазидвумерной электронной системе формируются тройные ISBM–CDE–LO-фононные моды. Можно, однако, показать, что в области экспериментально доступных квазиимпульсов ($ql_B \ll 1$) мода ISBM₊₁ взаимодействует не с LO-фононами, а только с CDE-компонентой CDE–LO-фононных гибридных мод.

Мы исследовали энергию взаимодействия моды ISBM₊₁ с модами Γ^- и Γ^+ , варьируя степень смешивания моды CDE и LO-фонона (рис. 7). Это достигалось уменьшением концентрации электронов в квантовой яме, и, как следствие, уменьшением межподзонной энергии $\hbar\Omega_{10}$, и выведением моды CDE из резонанса с LO-фононом. Магнитополевая зависимость энергий линий неупруго-

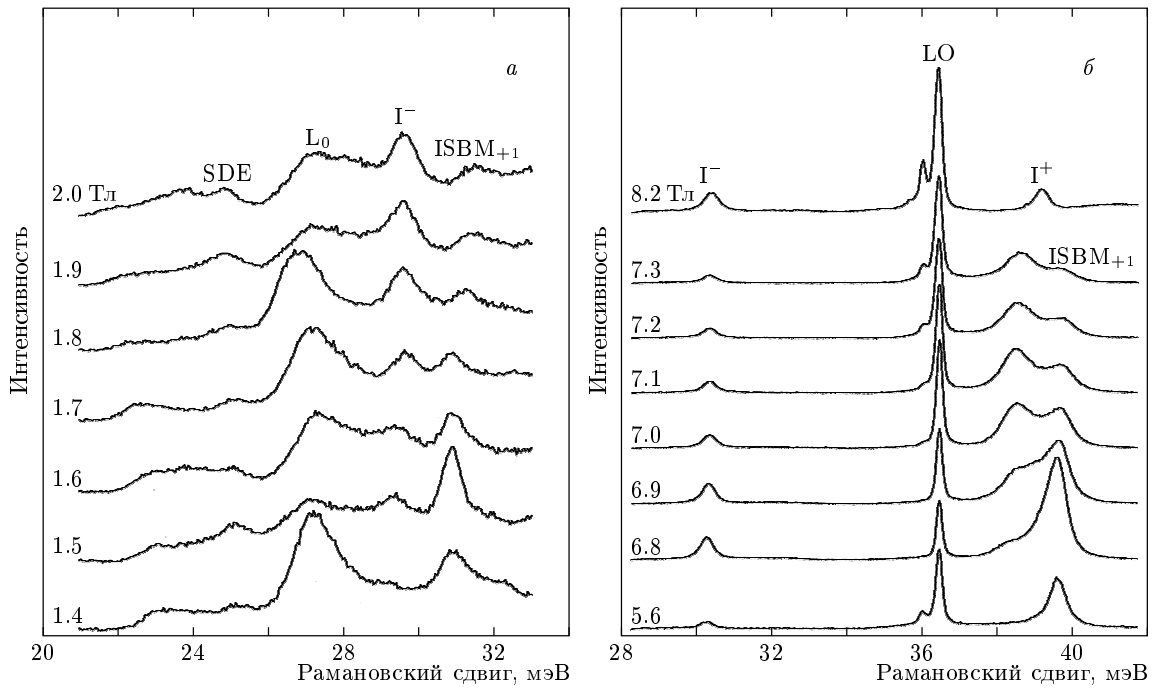


Рис. 6. Спектры неупругого рассеяния света от квантовой ямы шириной 250 Å с электронной концентрацией $6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, измеренные в области энергетических резонансов между модами $ISBM_{+1}$ и I^- (а) и $ISBM_{+1}$ и I^+ (б) при $q = 1.1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ и $E_L = 1.59 \text{ эВ}$. Величина магнитного поля указана против каждого спектра; LO — линия объемного LO-фонона в GaAs

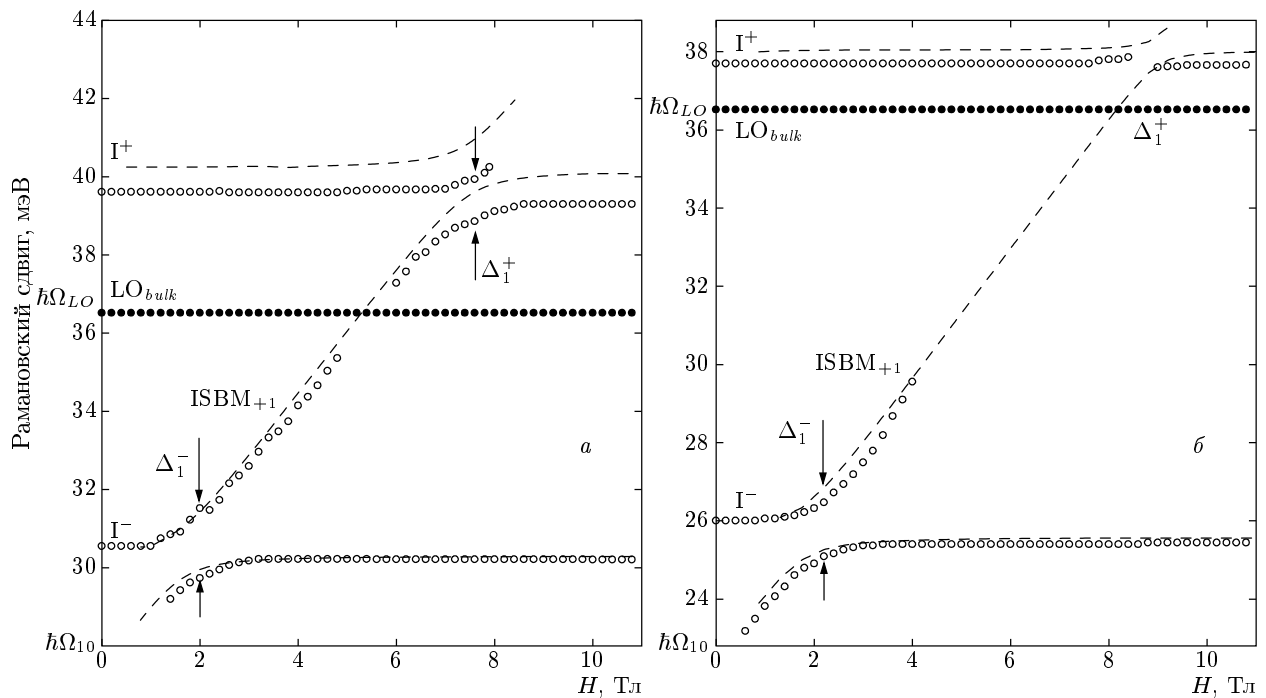


Рис. 7. Энергии межподзонных магнетовозбуждений квантовых ям шириной 250 Å с электронными концентрациями $6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ (а) и $3.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ (б) (светлые точки — эксперимент, штриховые линии — теория). В качестве репера показана энергия объемного LO-фонона (темные точки)

го рассеяния света для двух образцов с одинаковыми ширинами квантовых ям, но с различными электронными концентрациями ($6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $3.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$) представлена на рис. 7. Видно, что величина расщепления Δ_1^+ между модой ISBM₊₁ и LO-подобной модой (Γ^+) уменьшается с уменьшением концентрации, т. е. с приближением энергии LO-фонон-подобной моды к энергии объемного LO-фонона в GaAs. При дальнейшем уменьшении концентрации носителей от $3.8 \cdot 10^{11}$ до $2.7 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ величина Δ_1^+ обращается в нуль. При этом энергетическое расщепление Δ_1^- между модой ISBM₊₁ и CDE-подобной модой Γ^- остается практически неизменным. Такое поведение Δ_1^+ и Δ_1^- указывает на то, что мода ISBM₊₁ взаимодействует только с CDE-компонентой гибридной CDE-LO-фононной моды, а взаимодействие с LO-фононной компонентой пренебрежимо мало в исследуемом диапазоне квазиимпульсов. Экспериментальные спектры сравнивались с результатами численного расчета, проведенного в рамках приближения локальной плотности (см. выше). Расчет был проведен в длинноволновом пределе $\chi^{10}(q, \omega) \sim (ql_B)^2$ в пренебрежении переходами с $|n| > 1$. Как видно из рис. 7, теоретический спектр достаточно хорошо согласуется с экспериментом во всем интервале магнитных полей.

Как было показано в разд. 4, энергетическая щель между гибридными CDE-ISBM₊₁-модами является линейной функцией квазиимпульса при $ql_B \ll 1$. Нами были измерены также и дисперсионные кривые для Δ_1^- и Δ_1^+ (рис. 8). Зависимости $\Delta_1^-(q)$ и $\Delta_1^+(q)$ близки к линейным, что находится в согласии с теоретическим расчетом в рамках приближения локальной плотности. Важным результатом является то, что при $q \rightarrow 0$ оба энергетических расщепления, Δ_1^- и Δ_1^+ , обращаются в нуль, т. е. энергия межподзонных бернштейновских мод при $q = 0$ не зависит от степени экранирования электрон-электронного взаимодействия LO-фононами. Данное экспериментальное наблюдение показывает, что фундаментальное соотношение (1) не изменяется и в полярных полупроводниках.

6. АНТИФАЗНЫЕ МЕЖПОДЗОННЫЕ МОДЫ

Как отмечалось выше (см. рис. 3), помимо резонансов, связанных с межподзонными бернштейновскими модами и основными межподзонными возбуждениями, в спектрах неупругого рассеяния света наблюдается дополнительный резонанс (линия L_0).

При $B \rightarrow 0$ линия L_0 сливается с линией континуума одночастичных возбуждений (SPE). На основании данного экспериментального наблюдения в работе [10] было высказано предположение, что резонансная линия L_0 связана с одночастичными возбуждениями. В пользу одночастичной природы линии L_0 говорил и тот факт, что в рамках приближения локального поля нет коллективных мод, лежащих между основными межподзонными возбуждениями зарядовой и спиновой плотностей. В свою очередь, мы привели аргументы [12], доказывающие, что линия L_0 не может отвечать одночастичным возбуждениям. Строго говоря, одночастичных возбуждений в трансляционно-инвариантной 2DES, находящейся в перпендикулярном магнитном поле, не существует. Возбужденный электрон и дырка под уровнем Ферми всегда образуют связанное состояние (магнитоэкситон) [21, 22]. Энергия связи магнитоэкситонов при больших квазиимпульсах мала, поэтому их можно разрушить любым малым возмущением. Магнитоэкситоны с большими квазиимпульсами можно рассматривать как аналог одночастичных возбуждений. Однако, чтобы детектировать подобные возбуждения при столь малых квазиимпульсах, какие доступны в стандартных экспериментах по неупругому рассеянию света ($ql_B \ll 1$), необходимо сильное рассеяние возбуждений на примесях и шероховатостях гетерограницы 2DES. Это означает, что поперечное сечение неупругого рассеяния света на «одночастичных» возбуждениях должно зависеть от качества исследуемого образца. Тем не менее такой связи обнаружено не было [12]. Отсутствие же коллективных мод, соответствующих линии L_0 , в приближении локального поля может быть объяснено слишком грубым учетом обменного взаимодействия (обменная энергия полагается зависящей только от суммарной локальной плотности электронов в квантовой яме). Для выяснения природы линии L_0 были проведены исследования спектров неупругого рассеяния света ряда высококачественных гетероструктур с одиночными квантовыми ямами. Данные исследования продемонстрировали, что L_0 -резонанс связан с коллективными межподзонными возбуждениями в 2DES — антифазными, или оптическими, ветвями возбуждений зарядовой и спиновой плотностей [14].

На рис. 9 показаны спектры неупругого рассеяния света для трех квантовых ям с различными электронными концентрациями. Во всех спектрах наблюдаются три доминирующие линии: L_0 и две линии, соответствующие основным межподзонным модам, SDE и CDE. В малых магнитных полях линия

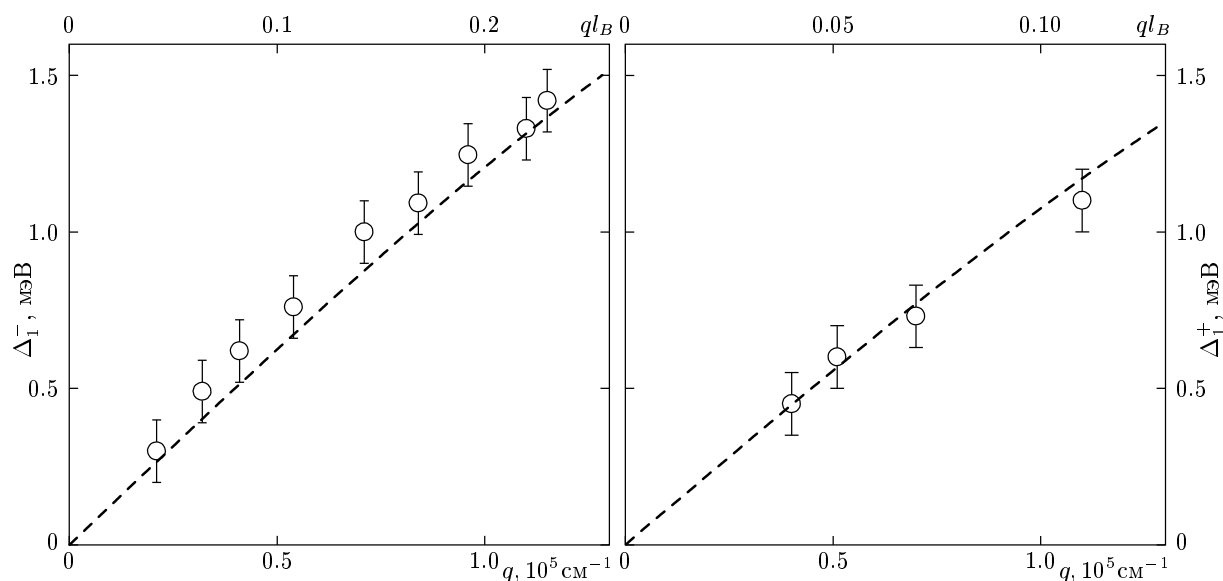


Рис. 8. Дисперсии энергетических щелей Δ_1^- (а) и Δ_1^+ (б) для квантовой ямы шириной 250 Å с электронной концентрацией $6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ (точки — эксперимент, штриховые линии — теория)

L_0 имеет энергию, близкую к межподзонной ($\hbar\Omega_{10}$), а с увеличением магнитного поля эта энергия уменьшается. В условиях энергетического резонанса линии L_0 и SDE расталкиваются (рис. 10). Такое поведение линий указывает на наличие взаимодействия между модой SDE и возбуждением, связанным с L_0 . Поскольку моды разной симметрии не могут взаимодействовать, можно заключить, что линия L_0 связана с коллективным возбуждением 2DES, имеющим тот же квазиимпульс, что и SDE, т. е. линия L_0 не может быть обусловлена процессами, связанными с несохранением квазиимпульса.

Интерпретация линии L_0 в терминах одночастичных возбуждений противоречит также магнитопольной зависимости энергии этой моды. На рис. 10 видно, что энергия моды L_0 существенно уменьшается с увеличением магнитного поля. Известно, однако, что межподзонная энергия и, следовательно, энергия одночастичных возбуждений не зависят от магнитного поля. Энергетический сдвиг моды L_0 в магнитном поле невозможно связать и с циклотронной энергией, поскольку линейный наклон α зависимости энергии моды L_0 от магнитного поля зависит от электронной концентрации в 2DES (рис. 11). Величина α уменьшается более чем в два раза при увеличении концентрации с $1.37 \cdot 10^{11}$ до $6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Тем не менее существует инвариант, связанный с величиной сдвига линии L_0 , нечувствительный к параметрам исследуемого образца. Для всех значений элек-

тронной концентрации инвариантной величиной является критический фактор заполнения электронов, ν_{cr} , при котором энергия моды L_0 становится равной энергии моды SDE (рис. 11).

Теоретическое описание коллективных мод, соответствующих линии L_0 , было выполнено в приближении Хартри–Фока, в котором обменное взаимодействие между электронами определяется не только полной электронной концентрацией (как в приближении локальной плотности), но и распределением электронов по уровням Ландау [23]. Расчет, выполненный без учета электронных переходов с изменением индекса уровня Ландау, предсказывает существование $2N$ коллективных межподзонных мод (N — индекс наивысшего заполненного уровня Ландау), объединенных в пары, причем каждая пара включает возбуждения зарядовой и спиновой плотностей. Энергии одной пары мод не зависят от величины магнитного поля. Это — синфазные, или акустические, моды — основные возбуждения зарядовой и спиновой плотностей, CDE и SDE. Энергии всех других (антифазных, или оптических) мод близки к межподзонной энергии при $B \rightarrow 0$ и уменьшаются с увеличением магнитного поля. Акустические моды CDE и SDE расщеплены на величину деполаризационного сдвига, в то время как энергии оптических возбуждений совпадают внутри каждой пары, а различие в энергиях разных пар мало [23].

Рассмотренные возбуждения в некотором смыс-

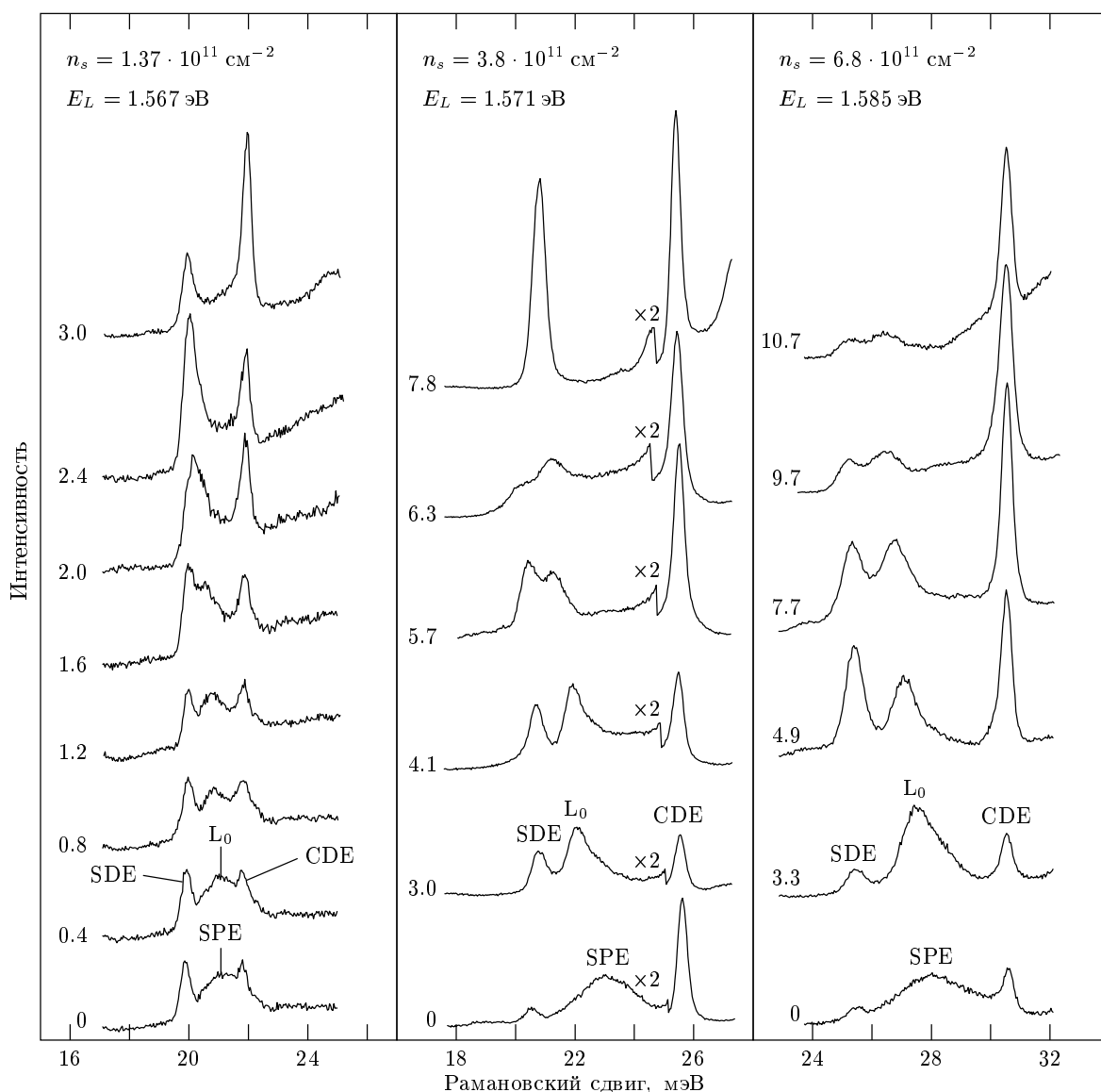


Рис. 9. Спектры неупругого рассеяния света от трех квантовых ям шириной 250 Å, измеренные при разных магнитных полях. Концентрация электронов и энергия лазерного возбуждения для каждой квантовой ямы указаны сверху. Величина магнитного поля приведена около каждого спектра

ле аналогичны фононам в кристаллах. В том случае, когда элементарная ячейка кристалла содержит один-единственный атом, фононный спектр кристалла состоит из акустической ветви. Каждый дополнительный атом в элементарной ячейке добавляет оптическую фононную ветвь. В нашем случае элементарной ячейкой является квант магнитного потока (см. диаграмму на рис. 12). Аналогом фононной акустической ветви являются основные CDE- и SDE-моды. Их энергии определяются полной концентрацией электронов в 2DES и не зависят от маг-

нитного поля. Аналогом оптических ветвей являются все остальные антифазные моды. Количество таких мод, соответствующих возбуждению каждого типа (зарядовой и спиновой плотностей), равно $N - 1$. Естественно, что аналогия между фононами и коллективными магнитовозбуждениями в 2DES достаточно условна. Например, фактор заполнения электронов является непрерывной функцией магнитного поля, т. е. число электронов, приходящихся на квант магнитного потока, меняется непрерывно, тогда как число атомов изменяется дискретно. Это

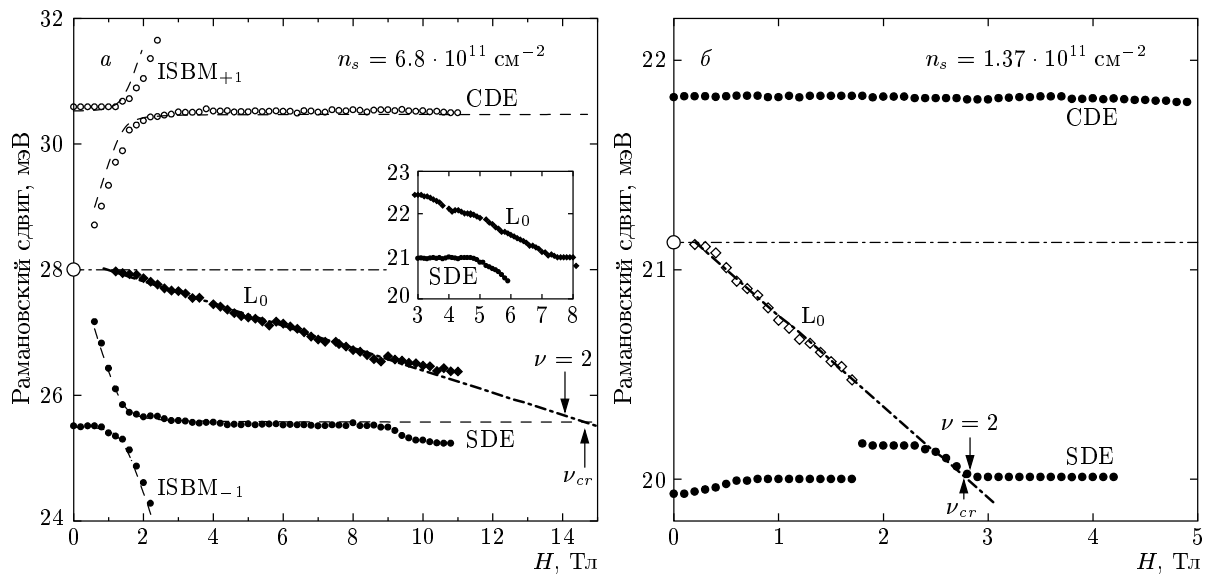


Рис. 10. Энергии межподзонных магнитовозбуждений в квантовых ямах шириной 250 Å с электронными концентрациями $6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $1.37 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, полученные при $q = 0.4 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$. Штрихпунктирные линии показывают величины межподзонального расщепления и линейные аппроксимации энергии L_0 -резонанса. Теоретический расчет в приближении локальной плоскости ($\chi^{10}(q, \omega) \sim (ql_B)^2$) показан штриховыми линиями. На вставке приведено расщепление между линиями L_0 и SDE

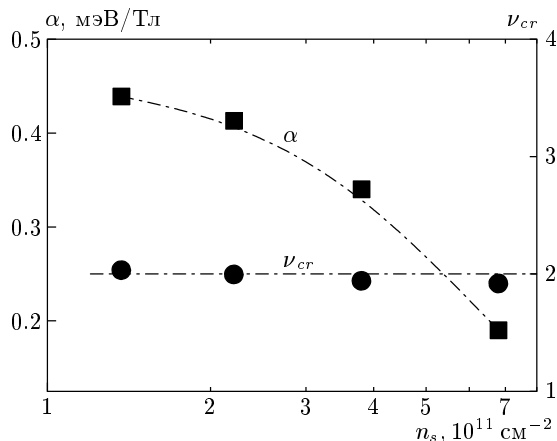


Рис. 11. Линейный наклон энергии L_0 -резонанса в магнитном поле (α) и критический фактор заполнения электронов (ν_{cr}), измеренные в квантовых ямах с разными электронными концентрациями (точки). Штрихпунктирные линии проведены для удобства

приводит к тому, что энергии оптических мод изменяются непрерывно с изменением фактора заполнения электронов.

Очевидно, что оптические возбуждения не могут наблюдаться при факторах заполнения электронов

$\nu < 2$, т.е. в том случае, когда заполнен только один наинизший уровень Ландау (только по одному электрону каждого спина приходится на квант магнитного потока). Действительно, при $\nu < 2$ в спектрах неупругого рассеяния света присутствуют только акустические моды CDE и SDE (см. рис. 10). Предположение же о том, что L_0 -резонанс должен иметь многокомпонентную структуру при факторах заполнения $\nu > 4$, когда более чем одна оптическая ветвь присутствует в спектре магнитовозбуждений, также подтверждается экспериментальными наблюдениями. При больших факторах заполнения ($\nu \gg 4$) полуширина L_0 -резонанса велика, что указывает на многокомпонентность линии L_0 . С уменьшением фактора заполнения резонанс сужается, и при $2 < \nu < 4$ полуширина линии L_0 становится равной полуширине линии SDE. С другой стороны, полуширины акустических межподзонных мод SDE и CDE не зависят от магнитного поля (см. рис. 10).

Для того чтобы показать, что L_0 -резонанс соответствует возбуждениям как зарядовой, так и спиновой плотностей, были исследованы спектры неупругого рассеяния света в двух различных поляризационных конфигурациях. На рис. 12 изображена степень поляризации $\gamma = (I_- - I_+) / (I_- + I_+)$ наблюдаемых линий (I_- и I_+ – интенсивности сигнала неупругого рассеяния света в параллельной и перпендику-

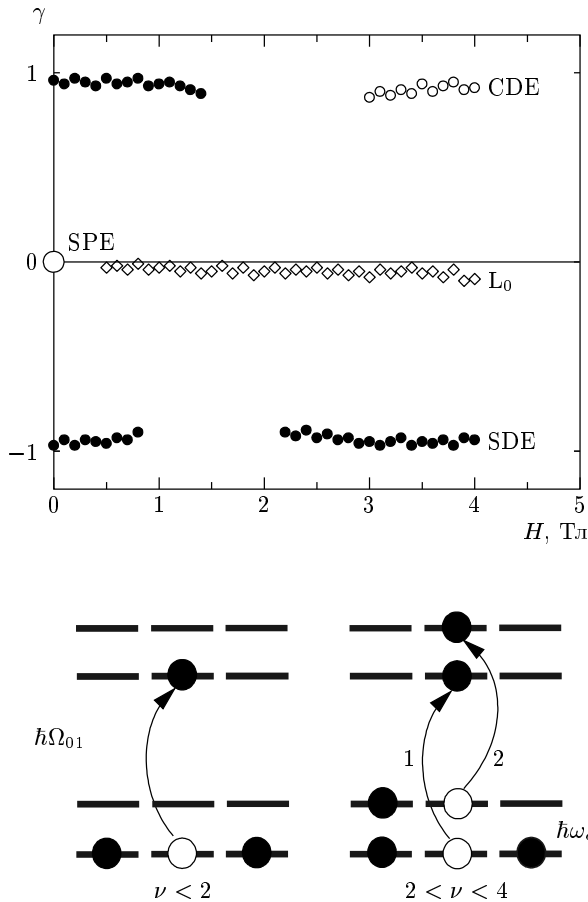


Рис. 12. Степень поляризации основных линий неупругого рассеяния света, измеренная в образце с квантовой ямой шириной 250 Å и концентрацией $6.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Штрихпунктирная линия проведена для удобства. Диаграмма внизу рисунка демонстрирует дополнительную степень свободы для антифазных возбуждений: при $2 < \nu < 4$ два различных возбуждения зарядовой (спиновой) плотности можно построить на основе двух электронных переходов. При $\nu < 2$ существует один возможный электронный переход и только по одному возбуждению каждого типа

лярной конфигурациях поляризации). Как можно видеть, основные моды CDE и SDE наблюдаются только в ко- и кроссполяризованных конфигурациях падающего и рассеянного фотонов соответственно, тогда как L_0 -резонанс наблюдается в обеих конфигурациях с одинаковой интенсивностью. Таким образом, L_0 -резонанс состоит из двух компонент — возбуждений зарядовой и спиновой плотностей, в полном согласии с теорией [23].

Необходимо отметить, что рассмотренные здесь антифазные возбуждения существуют не только для

основных межподзонных возбуждений CDE и SDE, но также и для всех остальных межподзонных возбуждений. Антифазные межподзонные бернштейновские моды теоретически обсуждались в [24]. Экспериментально же достаточно сложно отделить сигнал неупругого рассеяния света от синфазных и антифазных бернштейновских мод, так как в больших магнитных полях их энергии почти совпадают [24].

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрен спектр межподзонных коллективных возбуждений в перпендикулярном магнитном поле. Экспериментально и теоретически исследованы межподзонные возбуждения квазидвумерной электронной системы в магнитном поле. Было показано, что при квазиимпульсах, близких к нулевым, фундаментальное уравнение (1) хорошо описывает энергии межподзонных бернштейновских мод. При ненулевом квазиимпульсе межподзонные бернштейновские моды взаимодействуют с основными возбуждениями зарядовой и спиновой плотностей. Энергия взаимодействия зависит от величины квазиимпульса и электронной концентрации. Межподзонные бернштейновские моды не взаимодействуют с ЛО-фононами при малых квазиимпульсах ($ql_B \ll 1$), однако в случае, когда ЛО-фононная мода смешивается с основным межподзонным возбуждением зарядовой плотности (CDE), наблюдается взаимодействие межподзонных бернштейновских мод с CDE-ЛО-фононными гибридными модами. Были рассмотрены новые ветви возбуждений зарядовой и спиновой плотностей, связанные с антифазными колебаниями электронных подсистем на разных уровнях Ландау.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
2. *Perspectives in Quantum Hall Effect*, ed. by S. Das Sarma and A. Pinczuk, Wiley, New York (1997).
3. A. C. Tselis and J. J. Quinn, *Phys. Rev. B* **29**, 3318 (1984).

4. A. Pinczuk, S. Schmitt-Rink, G. Danan, J. P. Valladares, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1633 (1989).
5. D. Gammon, B. V. Shanabrook, J. C. Ryan, D. S. Katzer, and M. J. Yang, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1884 (1992).
6. S. Ernst, A. R. Goñi, K. Syassen, and K. Eberl, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 4029 (1994).
7. T. Ando, *Phys. Rev. B* **19**, 2106 (1979).
8. W. Beinvogl and J. F. Koch, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1736 (1978).
9. E. Batke, G. Weimann, and W. Schlapp, *Phys. Rev. B* **43**, R6812 (1991).
10. G. Brozak, B. V. Shanabrook, D. Gammon, and D. S. Karzer, *Phys. Rev. B* **47**, R9981 (1993).
11. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, V. E. Kirpichev, K. v. Klitzing, and K. Eberl, *Phys. Rev. B* **61**, 1712 (2000); L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, V. E. Kirpichev, D. V. Kulakovskii, K. v. Klitzing, and K. Eberl, submitted to *Phys. Rev. B*.
12. V. E. Kirpichev, L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, K. v. Klitzing, K. Eberl, and W. Wegscheider, *Phys. Rev.* **59**, R12751 (1999).
13. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, V. E. Kirpichev, K. v. Klitzing, and K. Eberl, *Phys. Rev. B* **61**, 12717 (2000).
14. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, V. E. Kirpichev, K. v. Klitzing, and K. Eberl, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1837 (2001).
15. G. Abstreiter, M. Cardona, and A. Pinczuk, in *Light Scattering in Solid IV*, ed. by M. Cardona and G. Guntherodt, Springer-Verlag, Berlin (1984), p. 5.
16. I. V. Kukushkin and V. B. Timofeev, *Adv. Phys.* **45**, 147 (1996).
17. I. K. Marmorosk and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **48**, 1544 (1993).
18. L. Wendler and R. Pechstedt, *J. Phys.: Condens. Matter* **2**, 8881 (1990).
19. O. Gunnarson and B. I. Lundqvist, *Phys. Rev. B* **13**, 4274 (1976).
20. P. Hohenberg and W. Kohn, *Phys. Rev.* **140**, B864 (1964); W. Kohn and L. J. Sham, *Phys. Rev.* **140**, A1333 (1965).
21. И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик, *ЖЭТФ* **78**, 1167 (1978).
22. C. Kallin and B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **30**, 5655 (1984).
23. В. Е. Бисти, *Письма в ЖЭТФ* **69**, 543 (1999).
24. В. Е. Бисти, *Письма в ЖЭТФ* **73**, 21 (2001).