

## О СЖАТИИ ИМПУЛЬСОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЛАСТИНАХ

*С. Н. Власов\*, Е. В. Копосова*

*Институт прикладной физики Российской академии наук  
603600, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 8 июля 2002 г.

Представлены результаты теоретического исследования распространения импульсов электромагнитных волн в нелинейных диэлектрических пластинах при возможно полном учете дисперсии, вносимой пластиной. Исследование проводилось с целью получения как можно более коротких импульсов электромагнитных волн. Сжатие импульса основывается на использовании коллапса электромагнитных волн в прозрачных диэлектриках с электронной нелинейностью. Приведено интегральное уравнение для описания процесса сжатия импульса и определены условия, при которых имеет место сжатие импульса по времени и одной из поперечных координат. В результате численного моделирования показано, что таким образом можно получить достаточно короткие импульсы (порядка нескольких фемтосекунд).

PACS: 42.65.Re, 02.30.Rz

1. Сжатие импульсов является одним из способов увеличения мощности излучения. Для сжатия может быть использован коллапс [1–3] электромагнитных волн в прозрачных нелинейных кубических диэлектриках с проницаемостью

$$\varepsilon = \varepsilon_l(1 + \Delta\varepsilon_n),$$

где  $\varepsilon_l$  — линейная часть,  $\Delta\varepsilon_n$  — нелинейная часть диэлектрической проницаемости, которая в стационарном случае пропорциональна интенсивности:

$$\Delta\varepsilon_n \propto |E|^2,$$

$E$  — амплитуда электрического поля. Для получения коротких импульсов коллапс должен быть обусловлен нелинейностью с достаточно малым временем релаксации  $t_r$ . Малое время релаксации присуще электронной нелинейности, которая, как правило, является самофокусирующей с коэффициентом  $\Delta\varepsilon_n > 0$ . Она обеспечивает сжатие структуры поля по координатам, перпендикулярным направлению распространения импульса. Сжатие импульса по продольной координате возможно только при такой дисперсии, когда выполняется условие

$$\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} < 0,$$

\*E-mail: vlasov@appl.sci.nnov.ru

где  $k$  — модуль волнового вектора на несущей частоте  $\omega$ . Однако дисперсия в диэлектриках такова, что временное сжатие происходит лишь на достаточно длинных волнах, например, в кварце при длине волны в свободном пространстве  $\lambda \geq 1.35$  мкм. Но даже на этих длинах волн сжатие импульсов в трех измерениях (две пространственных координаты и одна временная) проходит таким образом, что энергия в его самосжимающейся части уменьшается вместе с длительностью импульса. Такого свойства не имеет коллапс в двух измерениях (одна пространственная и одна временная координата), но может иметь место при распространении электромагнитных волн в плоских одномодовых волноводах, когда структура поля по координате, перпендикулярной плоскости волновода, является фиксированной. Приблизительно такими же свойствами обладают волны в плоских диэлектрических пластинах. В этом случае в длинноволновой части оптического диапазона существенной является «материальная» дисперсия диэлектрика. Оказывается, в этом случае дисперсия распространяющихся волн становится «коллапсной» при оптимальном выборе толщины пластины до длин волн короче  $\lambda \sim 0.7$  мкм. В настоящей работе представлены результаты теоретического исследования распространения импульсов электромагнитных волн в нелинейных диэлектрических пла-

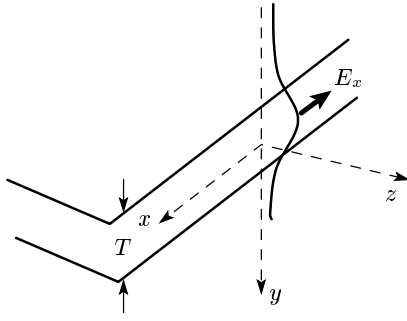


Рис. 1. Пластина из диэлектрика

стинах при возможно полном учете дисперсии, вносимой пластиной. В начале работы формулируется интегродифференциальное уравнение для описания процесса сжатия импульса и определяются условия, при которых имеет место сжатие импульса по времени и одной из поперечных координат. Далее приводятся и обсуждаются результаты численного моделирования, показывающие, что таким образом можно получить достаточно короткие импульсы (порядка нескольких фемтосекунд).

2. Следуя подходу работы [4], получим уравнение, описывающее распространение пакетов волн в диэлектрической пластине толщиной  $T$ , причем ось  $y$  перпендикулярна плоскости пластины, волна распространяется вдоль оси  $z$  и средняя плоскость пластины совпадает с плоскостью  $xz$  (см. рис. 1). В такой пластине в линейном приближении могут распространяться локализованные ТЕ- или ТМ-волны. Мы ограничимся случаем ТЕ-волн. Структура электрического поля этой волны в том случае, если она не зависит от координаты  $x$ , показана на рис. 1 (имеется одна компонента  $E_x$ ). Постоянная распространения этих волн  $h$  определяется из уравнения [5]

$$\sqrt{h^2 - k^2} = \sqrt{\varepsilon_l \left(\frac{k}{k_f}\right) k^2 - h^2} \times \operatorname{tg} \left( \sqrt{\varepsilon_l \left(\frac{k}{k_f}\right) k^2 - h^2} \frac{T}{2} \right), \quad (1)$$

где  $k = \omega/c$ ,  $c$  — скорость света в пустом пространстве. В (1) учитывается дисперсия диэлектрической проницаемости диэлектрика, зависимость  $\varepsilon_l$  от частоты (длины волны в свободном пространстве), которая определяется по полуэмпирическим формулам [6]

$$\begin{aligned} \varepsilon_l &= A_1 + A_2 \lambda^2 + A_3 \lambda^{-2} + A_4 \lambda^{-4} + A_5 \lambda^{-6} + A_6 \lambda^{-8} = \\ &= A_1 + A_2 \left(\frac{k_f}{k}\right)^2 + A_3 \left(\frac{k_f}{k}\right)^{-2} + A_4 \left(\frac{k_f}{k}\right)^{-4} + \\ &\quad + A_5 \left(\frac{k_f}{k}\right)^{-6} + A_6 \left(\frac{k_f}{k}\right)^{-8}, \quad (2) \end{aligned}$$

где  $A_1, \dots, A_6$  — коэффициенты формулы дисперсии,  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве в мкм. В эту зависимость входит нормировочная частота

$$f_f = \frac{\omega_f}{2\pi} \approx 3 \cdot 10^{14} \text{ Гц},$$

на которой длина волны в вакууме равна 1 мкм, а ее волновой вектор  $k_f = \omega_f/c$ .

Мы будем считать, что зависимость структуры поля от координаты  $y$  может быть описана одной локализованной модой, что справедливо, если толщина пластины меньше длины волны в свободном пространстве или равна ей при распространенных значениях проницаемости  $\varepsilon_l \approx 2.1-2.5$ .

Рассмотрим эволюцию пакета волн, имеющих компоненты вектора распространения  $k_x$  и  $h_z$ . Если известна дисперсионная характеристика одного из типов волн,

$$h_z = F\left(\frac{\omega}{c}, k_x\right) = \sqrt{h^2 - k_x^2}, \quad (3)$$

то, повторяя рассуждения работы [4], получим, что эволюция электрического поля  $E_x$  такого пакета может быть описана в отсутствие нелинейности интегральным соотношением

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -\frac{i}{(2\pi)^2} \iint \sqrt{h^2(\omega) - k_x^2} \times \\ &\quad \times \exp[\Delta] E_x(t', x') dt' dx' d\omega dk_x, \quad (4) \end{aligned}$$

где

$$\Delta(\omega, t, k_x, x, t', x') = i(\omega t - k_x x) - i(\omega t' - k_x x'),$$

$h(\omega)$  — решение уравнения (1). Введем обозначение

$$\begin{aligned} LE_x &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \sqrt{h^2(\omega) - k_x^2} \times \\ &\quad \times \exp[\Delta(\omega, t, k_x, x, t', x')] E_x(t', x') dt' dx' d\omega dk_x, \end{aligned}$$

перейдем к амплитуде поля по формуле

$$A_0 = E_x \exp[ih_c z - i\omega_c t],$$

где  $h_c$  — постоянная распространения волны на центральной частоте  $\omega_c$ , и перепишем (4) в виде

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} = -iLA_0 + ih_c A_0. \quad (5)$$

Нелинейную часть проницаемости мы опишем уравнением [1, 7], в котором учтено время релаксации нелинейности:

$$\frac{d\Delta\varepsilon_n}{dt} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{t_r} = \frac{\varepsilon'|E|^2}{t_r}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon'$  — коэффициент нелинейности. Следуя подходу работы [7], получаем из (6) выражение для  $\Delta\varepsilon_n$ :

$$\Delta\varepsilon_n = \exp\left(\frac{t}{t_r}\right) \int_0^t \varepsilon'|E^2| \exp\left(-\frac{t_0}{t_r}\right) dt_0. \quad (7)$$

Интегрируя (7) по частям и удерживая первые два члена по малому параметру (времени релаксации), для нелинейной части проницаемости получим выражение

$$\Delta\varepsilon_n = \varepsilon'|E^2| - t_r \frac{d(\varepsilon'|E^2|)}{dt}. \quad (8)$$

Для описания распространения пакетов в нелинейном кубичном диэлектрике, используя выражение (8), дополним равенство (5) членом, приблизительно равным

$$\left(C|A_0|^2 - t_r \frac{d}{dt} C|A_0|^2\right) A_0.$$

Согласно [9], значение коэффициента  $C$  равно

$$C \approx \frac{3h_c\varepsilon'}{8},$$

если амплитуда  $A_0$  соответствует средней плоскости диэлектрика. После этого получим уравнение для распространения импульса в виде

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} = -iLA_0 + ih_c A_0 - i\left(C|A_0|^2 - t_r \frac{d}{dt} C|A_0|^2\right) A_0. \quad (9)$$

Перейдем в сопровождающую импульс систему координат  $z\bar{t}$  по формулам

$$z = z, \quad t = \bar{t} + \frac{z}{v_{gr}},$$

где

$$v_{gr} = \frac{c}{\partial h / \partial k_{\omega=\omega_c}}.$$

Используя выражение

$$\frac{\partial A_0}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int i\bar{\omega} A_0 \exp\left[\Delta(\bar{\omega}, \bar{t}, k_x, \bar{t}', x')\right] d\bar{t}' d\bar{\omega} dx' dk_x,$$

где  $\bar{\omega} = \omega - \omega_c$ , приведем уравнение (9) к виду

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} = -\frac{i}{(2\pi)^2} \int \left(h_z - \frac{\bar{\omega}}{c} \frac{\partial h_z}{\partial k_{k=k_c}}\right) \times \\ \times A_0 \exp\left[\Delta(\bar{\omega}, \bar{t}, k_x, x, \bar{t}', x')\right] d\bar{t}' d\bar{\omega} dx' dk_x + \\ + ih_c A_0 - i\left(C|A_0|^2 - t_r \frac{d}{dt} C|A_0|^2\right) A_0. \quad (10)$$

Заметим, что запись нелинейной части в виде (8) формально совпадает с описанием слабой нелинейной дисперсии, предложенным в [8]:

$$(\Delta\varepsilon_n)E = \varepsilon'|E^2|E + i\omega_c \left(t_{r,1}|E^2| \frac{dE}{dt} + t_{r,2}E^2 \frac{dE^*}{dt}\right),$$

где «\*» означает комплексное сопряжение, а  $t_{r,1}$  и  $t_{r,2}$  — некоторые постоянные для данного вещества, которые надо считать чисто мнимыми и равными друг другу. Уравнение (10) может быть использовано для описания импульсов с длительностью огибающей, сравнимой со временем релаксации нелинейности.

**3.** Для оценки параметров импульса воспользуемся параксиальным приближением, когда временной спектр импульса  $\Delta k/k_c \ll 1$ , где  $k_c = \omega_c/c$ , а его ширина в  $x$ -направлении, равная  $2a_x$ , существенно больше длины волны:

$$2a_x \gg \lambda_c = \frac{2\pi}{k_c}.$$

Интегральный оператор в (10) в этом случае может быть представлен в виде

$$-i \frac{1}{(2\pi)^2} \int \left[ h_c + \frac{\bar{\omega}}{c} \frac{\partial h_z}{\partial k_{k=k_c}} + \frac{(\bar{\omega})^2}{2c^2} \frac{\partial^2 h_z}{\partial k_{k=k_c}^2} + \right. \\ \left. + \frac{(\Delta k_x)^2}{2} \frac{\partial^2 h_z}{\partial k_x^2} - \frac{\bar{\omega}}{c} \frac{\partial h_z}{\partial k_{k=k_c}} \right] \times \\ \times \exp\left[\Delta(\bar{\omega}, \bar{t}, k_x, x, \bar{t}', x')\right] A_0 d\bar{t}' d\bar{\omega} dx' dk_x = \\ = \frac{i}{2c^2} \frac{\partial^2 h}{\partial k^2} \frac{\partial^2 A_0}{\partial \bar{t}^2} - \frac{i}{2h_c} \frac{\partial^2 A_0}{\partial x^2}.$$

Перейдем к безразмерным переменным

$$\zeta = h_c z, \quad \tau = \bar{t}\omega_c, \quad \xi = h_c x, \quad A = \sqrt{\frac{2C}{h_c}} A_0 \quad (11)$$

и опустим в (10) члены, описывающие релаксацию нелинейности. Уравнение (10) в этом приближении становится параболическим:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} - D \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} - 2i \frac{\partial A}{\partial \zeta} + |A|^2 A = 0. \quad (12)$$

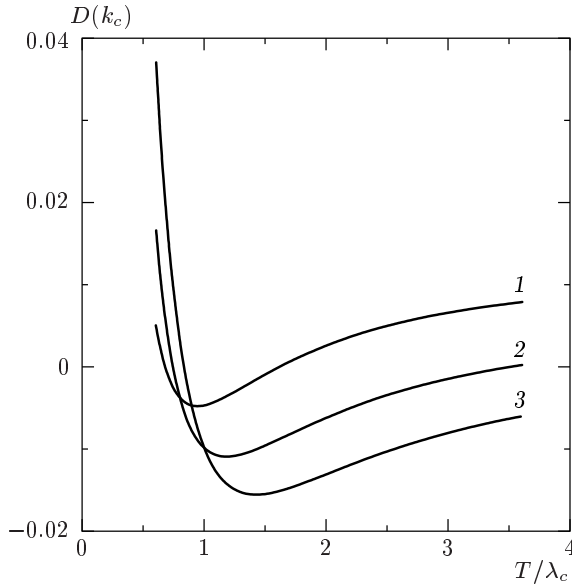


Рис. 2. Зависимость параметра  $D$  от относительной толщины пластины при различных значениях  $\lambda_c/\lambda_f = 0.8$  (1), 1.0 (2), 1.2 (3)

Характерные свойства решений (12) известны [1]. Их поведение существенно зависит от знака коэффициента

$$D = \frac{k_c^2}{h_c} \frac{\partial^2 h}{\partial k_{k=k_c}^2}.$$

Для задачи сжатия импульса представляет интерес отрицательное значение  $D$ , когда решение (12) имеет характер коллапса. Зависимости коэффициента  $D$  от толщины пластины из кварцевого стекла [6] для нескольких значений отношения несущей частоты  $\omega_c$  к частоте  $\omega_f$  приведены на рис. 2. Из рисунка видно, что имеется область толщин пластины, при которых  $D$  отрицательно и, следовательно, импульс сжимается. При повышении частоты эта область сужается и исчезает для вакуумных длин волн короче 0.7 мкм. Минимальное значение коэффициента  $D$  соответствует толщине пластины, приблизительно равной длине волны в вакууме на несущей частоте.

Уравнение (12) имеет однородное решение вида

$$A = A_{\perp}(x, \tau) \exp(-iH\zeta), \quad (13)$$

являющееся аналогом «таунсова» пучка в пространстве [1]. Оно описывает импульс, бегущий в направлении оси  $\zeta$  без изменения формы. Сечение такого импульса «плоскостью»  $\xi\tau$  представляет собой эллипс. Отношение «ширины» пучка в  $\tau$ -направлении,  $2a_{\tau}$  (длительность импульса, умноженная на

скорость света), к ширине пучка в  $x$ -направлении,  $2a_x$ , равно

$$\frac{a_{\tau}}{a_x} = \frac{k_c \sqrt{\frac{k_c^2}{h_c} \frac{\partial^2 h}{\partial k^2}}}{ch_c} \approx \frac{\sqrt{-D}}{c\sqrt{\epsilon_l}}.$$

Согласно проведенным расчетам, «длительность» такого импульса (в длинах волн) при минимальном значении  $D$  на порядок меньше его поперечной протяженности.

Энергия такого импульса определяется выражением

$$W_{cr} = \sqrt{\frac{3}{2}} P_{cr} \frac{k_c}{h_c c} \left[ \frac{T}{2} + \frac{\lambda_c \sin \chi_y k_c T}{2\chi_y} \right] \sqrt{-D}, \quad (14)$$

где  $P_{cr}$  — критическая мощность самофокусировки,  $\chi_y \approx \sqrt{\epsilon - 1}$  —  $y$ -компонента безразмерного волнового числа внутри пластины. В выражении (14) не учтена энергия импульса вне пластины. В режимах, представляющих интерес для сжатия импульса, она мала. С точностью до порядка для энергии импульса имеем выражение

$$W_{cr} \approx P_{cr} \frac{T}{c} \sqrt{-D} \approx 10^{-9} \text{ Дж.}$$

Согласно теории о неустойчивости плоских волн в самофокусирующихся средах, однородное распределение приблизительно разбивается на импульсы со структурой однородного пучка, каждый из которых сжимается в приближении уравнения (12) до нулевой протяженности.

4. Представляет интерес изменение структуры импульса в рамках более точного уравнения (10) при учете дисперсии в широкой области углов и частот [4]. Мы провели численное интегрирование уравнения (10) для пучков с небольшим превышением энергии над критической. Введем безразмерные коэффициенты

$$\kappa_x = \frac{k_x}{k_c}, \quad \omega_w = \frac{\bar{\omega}}{\omega_c}, \quad \frac{k_c}{k_f} = K, \quad k_c T = T_w$$

и получим уравнение (10) в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \zeta} = & -\frac{i}{(2\pi)^2 \chi_c} \times \\ & \times \int \left[ \sqrt{\chi^2 (1 + \omega_w)^2 - \kappa_x^2} - \omega_w \frac{\partial \chi}{\partial k_{\omega=\omega_c}} \right] \times \\ & \times \exp [i\Delta(\omega_w, \tau, \kappa_x, \xi, \tau', \xi')] A d\tau' d\omega_w d\xi' d\kappa_x + \\ & + iA - i\frac{1}{2} \left[ |A|^2 - \alpha \frac{\partial |A|^2}{\partial \tau} \right] A, \quad (15) \end{aligned}$$

где  $\chi(\omega_w, T_w, K)$  — корень уравнения

$$\sqrt{\chi^2 - 1} - \sqrt{\varepsilon [K(1 + \omega_w)] - \chi^2} \times \\ \times \operatorname{tg} \left( \sqrt{\varepsilon [K(1 + \omega_w)] - \chi^2} \frac{T_w(1 + \omega_w)}{2} \right) = 0, \quad (16)$$

$\alpha = \omega_c t_r$ .

Численное решение, однако, удобнее проводить в переменных

$$\xi_b = \sqrt{|D|} \xi, \quad \tau = \tau, \quad \zeta_b = \zeta \sqrt{|D|}, \quad A_b = \frac{A}{|D|^{1/4}},$$

в которых пучок вида (13) имел бы круговое сечение. В этих новых переменных уравнение (15) приобретает вид

$$\frac{\partial A_b}{\partial \zeta_b} = -\frac{i}{(2\pi)^2 \chi_c} \times \\ \times \int \frac{1}{\sqrt{|D|}} \left[ \sqrt{\chi^2(1 + \omega_w)^2 - |D|\kappa_x^2} - \omega_w \frac{\partial \chi}{\partial k_{\omega=\omega_c}} \right] \times \\ \times \exp [i\omega_w(\tau - \tau') - i\kappa_x(\xi_b - \xi'_b)] \times \\ \times A_b d\tau' d\omega_w d\xi'_b d\kappa_x + iA_b - \\ - i\frac{1}{2} \left[ |A_b|^2 - \alpha \frac{\partial |A_b|^2}{\partial \tau} \right] A_b, \quad (17)$$

а приближенное уравнение (12), соответственно, вид

$$\sqrt{|D|} \frac{\partial^2 A_b}{\partial \xi_b^2} + \frac{\partial^2 A_b}{\partial \tau^2} - 2i \frac{\partial A_b}{\partial \zeta_b} + |A_b|^2 A_b = 0. \quad (18)$$

Для решения системы (16), (17) использовался один из простейших вариантов метода расщепления [10] в квадрате  $L \times L$  по переменным  $\xi_b \tau$  с использованием сетки размером  $N \times N$ . В использованном варианте метода это соответствует расчету в квадрате по переменным  $\kappa_x \omega_w$  с размерами

$$\Delta \kappa_x \times \delta \omega_w = \left( \frac{2\pi}{L} N \right)^2.$$

Из этой формулы следует, что увеличение числа интервалов в пространстве  $\xi_b \tau$  соответствует увеличению полос как временных, так и пространственных частот.

Ниже приводятся результаты расчета при  $L = 628$  и  $N = 160$ . Используемая полоса частот находится на пределе применимости выражения (2) для описания дисперсии диэлектрической проницаемости.

5. Приведем результаты расчетов для длины волны  $\lambda_c = 1$  мкм и толщины кварцевой пластины  $T = 1$  мкм. Начальная функция задавалась гауссовой:

$$A_b(\xi_b, \tau, 0) = \bar{A}_0 \exp \left[ -\frac{\xi_b^2 + \tau^2}{2a^2} \right]$$

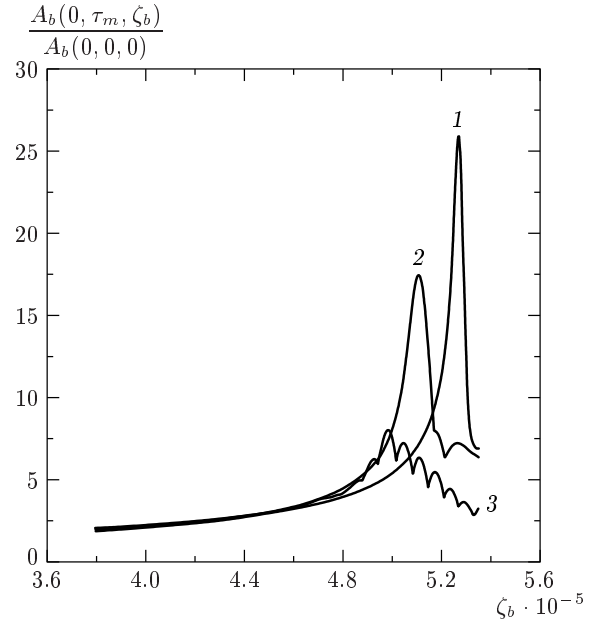
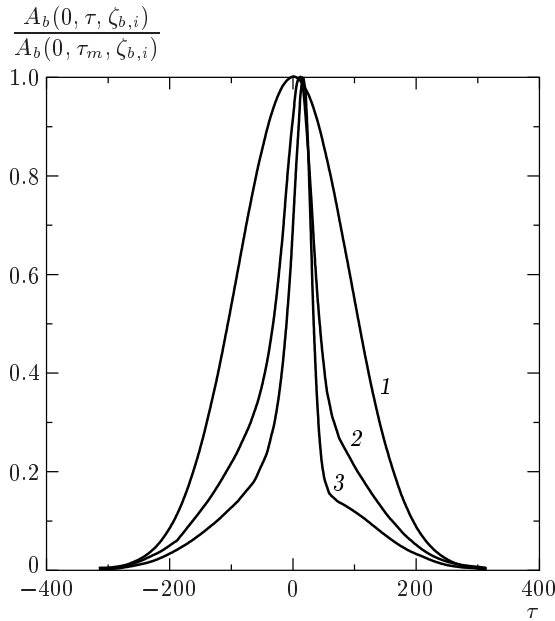


Рис. 3. Зависимость амплитуды в максимуме пучка с  $W/W_{cr} \approx 2.25$  от координаты  $\zeta_b$ : 1 — параксиальное приближение, 2 — полная дисперсия,  $t_r = 0$ , 3 — полная дисперсия,  $t_r = 3 \cdot 10^{-15}$  с

с параметром  $2a \approx 181$  ( $2a_x(0) \approx 20$  мкм), что соответствует при выборе параметра  $D$  из рис. 2 длительности импульса  $t_i \approx 9$  фс (на уровне половины амплитуды).

Поведение поля в максимуме импульса в зависимости от продольной координаты  $\zeta$  показано на рис. 3. Кривая 1 характеризует рост максимума в решении уравнения (18) в параксиальном приближении при начальном значении  $\bar{A}_0 = 0.003$ , что соответствует  $W/W_{cr} \approx 2.25$ . Согласно известным представлениям о явлении коллапса в пространстве (1 + 2), поле в некоторой точке обращается в бесконечность. Величина максимума соответствует «машинной» бесконечности и характеризует, таким образом, точность расчета. Кривая 2 иллюстрирует поведение максимума для импульса, описываемого уравнением (17) при  $W/W_{cr} \approx 2.25$  и времени релаксации, равном нулю. Импульс сужается до длительности несколько большей, чем достигаемая в параксиальном приближении. Строгий учет линейной дисперсии в этой задаче вносит изменения в структуру импульса на стадии сжатия, однако степень сжатия оказывается такой большой, что минимальная длительность оказывается меньше начальной длины волны на несущей частоте. На спаде импульса в этом случае видно развитие неустойчивости. Введение конечного времени релаксации более сильно

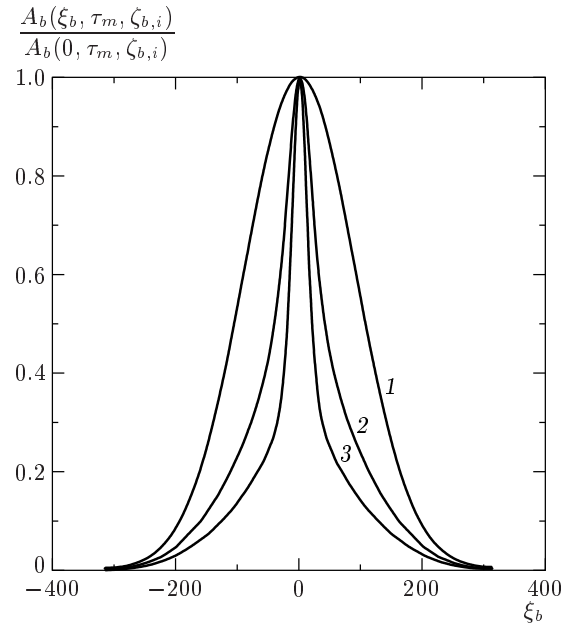


**Рис. 4.** Зависимость структуры импульса с  $W/W_{cr} \approx 2.25$  и временем релаксации  $t_r = 3 \cdot 10^{-15}$  с от времени при  $\zeta_{b,1} = 0$  (1),  $\zeta_{b,2} = 390020$  (2) и  $\zeta_{b,3} = 455500$  (3)

ограничивает рост амплитуды. Это иллюстрирует кривая 3 на рис. 3.

Изменение структуры импульса во времени для трех различных расстояний  $\zeta_{b,i}$  ( $i = 1$  соответствует началу,  $i = 2$  соответствует координате  $\zeta_b$ , когда амплитуда возрастает в 2 раза,  $i = 3$  — координате  $\zeta_b$ , когда амплитуда возрастает в 3 раза) показано на рис. 4. В последнем случае длительность импульса становится равной длине волны. Максимум достигается при некотором значении безразмерного времени  $\tau_m$ , зависящего от продольной координаты  $\zeta_b$ . Он смещается вперед относительно центра системы координат, т. е. распространяется со скоростью, несколько большей групповой. Импульс становится несимметричным во времени: его передний фронт становится более крутым. Пространственная структура импульса при этом остается более гладкой, что показано на рис. 5, где приведены зависимости амплитудной структуры пучка от поперечной координаты при трех значениях продольной координаты  $\zeta_b$ .

При дальнейшем распространении ( $\zeta > \zeta_{b,3}$ ) вследствие развития неустойчивости импульс приобретает высокочастотную модуляцию с периодом, меньшим периода несущей волны. В связи с этим импульс электромагнитного поля может сжиматься



**Рис. 5.** Зависимость структуры пучка с  $W/W_{cr} \approx 2.25$  и временем релаксации  $t_r = 3 \cdot 10^{-15}$  с от поперечной координаты при  $\zeta_{b,1} = 0$  (1),  $\zeta_{b,2} = 390020$  (2) и  $\zeta_{b,3} = 455500$  (3)

до времен, меньших периода колебаний на несущей частоте. Для корректного описания этого процесса требуется более точный учет нелинейности, ее дисперсии и насыщения, в частности, необходимо учитывать генерацию гармоник.

Авторы благодарны В. И. Таланову за дискуссию. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 00-15-96772) по программе Президиума РАН «Нелинейная динамика и солитоны».

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Н. Власов, В. И. Таланов, *Самофокусировка волн*, Изд-во ИПФ РАН, Нижний Новгород (1997).
2. В. Е. Захаров, *ЖЭТФ* **62**, 1745 (1972).
3. A. Silberberg, *Opt. Lett.* **15**, 1282 (1990).
4. В. В. Баханов, В. И. Таланов, в сб. *Приповерхностный слой океана. Физические процессы и дистанционное зондирование*, Изд-во ИПФ РАН, Нижний Новгород (1999), т. 1, с. 81.
5. Л. А. Вайнштейн, *Электромагнитные волны*, Радио и связь, Москва (1988).

6. *Физические величины. Справочник*, под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, Москва (1991).
7. А. В. Грудинин, Е. М. Дианов, Д. В. Коробкин и др., Труды ИОФАН, Волоконная оптика, Наука, Москва (1990), т. 23, с. 3.
8. В. И. Беспалов, А. Г. Литвак, В. И. Таланов, в сб. *Нелинейная оптика*, Труды второго всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике, Наука, Новосибирск (1968), с. 428.
9. Y. Codama and A. Hasegawa, IEEE J. QE-23, 510 (1987).
10. Г. И. Марчук, *Методы расщепления*, Наука, Москва (1988).