ЖЭТФ, 2003, том 123, вып. 4, стр. 738–743

РОЖДЕНИЕ ФОТОНОВ В ПЛОТНОЙ СРЕДЕ

А. В. Кошелкин *

Московский инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 октября 2002 г.

На основе диаграммного формализма для двухчастичных функций Грина исследовано тормозное излучение заряженных частиц, взаимодействующих в плотной среде. В случае рождения мягких фотонов получены точные выражения для двухчастичных функций Грина, отвечающих за процесс тормозного излучения частиц в веществе. Найденные функции Грина полностью определяются совокупностью замкнутых неприводимых диаграмм. Показано, что в случае излучения в достаточной плотной среде в далекой длинноволновой области спектра когерентное многократное рассеяние частиц приводит к дополнительному (по сравнению с указанным ранее [1–13]) подавлению выхода тормозных фотонов.

PACS: 25.15.-g, 12.39.Fe, 12.38.Mh, 12.40.Vv

1. ВВЕДЕНИЕ

Впервые влияние рассеивающей среды на излучение быстрых заряженных частиц рассмотрено в работах [1, 2], где указано на подавление тормозного излучения (ТИ) в длинноволновой области спектра вследствие многократного упругого рассеяния таких частиц в веществе (эффект Ландау–Померанчука). Мигдалом [3, 4] построена количественная теория указанного эффекта. Предложенная в [3, 4] методика расчета спектра ТИ в веществе получила дальнейшее развитие [5–8] при исследовании влияния на частотное распределение ТИ дисперсионных свойств рассеивающей среды [5, 6], ее границы [7, 8], неупругих процессов, имеющих место в веществе [6]. В последние годы влияние среды на ТИ исследовалось в работах [9–13], в которых развито приложение метода континуального интегрирования для расчета спектра ТИ в веществе [9, 10], рассмотрено проявление эффекта Ландау–Померанчука–Мигдала в КХД [10, 11] и при кулоновском взаимодействии частиц в рассеивающей среде [11] [1)].

При этом во всех указанных выше работах многократное рассеяние в среде рассматривалось как совокупность последовательных актов парного взаимодействия частиц и пренебрегалось влиянием одновременного столкновения нескольких (более двух) частиц на формирование спектра ТИ. Ясно, что такого рода эффекты должны играть важную роль при рождении фотонов в достаточно плотных рассеивающих средах, когда газовый параметр становится больше или порядка единицы и при формировании предельно мягкого ТИ при прохождении частиц через вещество.

В настоящей работе развит диаграммный формализм для расчета спектра мягкого ТИ, основанный на нахождении двухчастичных функций Грина в неравновесной среде. Получены точные соотношения для указанных функций Грина, отвечающих за процесс формирования спектра мягкого ТИ в веществе. Найденные двухчастичные функции Грина определяются совокупностью топологически различных неприводимых замкнутых диаграмм. Показано, что в случае достаточно плотной среды когерентное многократное рассеяние частиц приводит к дополнительному по сравнению с указанным ранее в работах [1–13] подавлению интенсивности ТИ в среде в далекой длинноволновой области спектра.

2. ДВУХЧАСТИЧНЫЕ ФУНКЦИИ ГРИНА И ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЧАСТИЦ В СРЕДЕ

Вероятность рождения фотона током j^ν дается выражением [13]

*E-mail: koshelkn@gpd.mephi.msk.su

1) Детальный анализ работ, посвященных эффекту Ландау–Померанчука–Мигдала можно найти в обзоре [12].

$$d^4w = 4\pi e_\mu e_\nu^*(1+n_\gamma)\delta(\omega^2-\omega_k{}^2)\times$$
$$\times\int d^4x_1 d^4x_2 e^{-ik(x_1-x_2)}\langle j^{\mu+}(x_1)j^\nu(x_2)\rangle\frac{d^4k}{(2\pi)^3}, \quad (1)$$

где $k=(\omega,\mathbf{k})$ и e_α — 4-импульс и вектор поляризации фотона, n_γ — плотность состояний фотонов, $j^\nu(x)$ — ток частиц, рождающих фотоны. Угловые скобки обозначают усреднение по некоторому состоянию частиц среды, которое, вообще говоря, может быть неравновесным, x — 4-координаты.

Билинейная комбинация токов в последнем выражении может быть представлена в следующем виде:

$$\langle j^{\mu+}(x_1)j^\nu(x_2)\rangle = \langle i|\Big(\hat{O}^\mu\Big)_{\alpha,\beta}\Big((\hat{O}^\dagger)^\nu\Big)_{\gamma,\delta}|j\rangle\times$$
$$\times\langle{\Psi^\dagger}_\delta(x_1)\Psi_\gamma(x_1)\Psi_\beta(x_2){\Psi^\dagger}_\alpha(x_2)\rangle, \quad (2)$$

где $\langle i|(\hat{O}^\mu)_{\alpha,\beta}((\hat{O}^\dagger)^\nu)_{\gamma,\delta}|j\rangle$ — матричный элемент некоторого оператора, который не зависит от 4-координат, $\Psi_\alpha(x)$ — пси-операторы в гейзенберговском представлении, α, β, γ, δ — спиновые переменные.

Таким образом, задача вычисления вероятности рождения фотонов в среде сводится к нахождению коррелятора, состоящего из четырех Ψ-функций, который, в свою очередь, пропорционален двухчастичной функции Грина.

Пусть влияние рассеяния частиц в среде на изменение спиновых состояний частиц пренебрежимо мало. Тогда, разлагая коррелятор $\langle{\Psi^\dagger}_\delta(x_1)\Psi_\gamma(x_1)\Psi_\beta(x_2){\Psi^\dagger}_\alpha(x_2)\rangle$ по полному набору плоских волн, для вероятности рождения фотона получаем из формул (1), (2) следующее выражение:

$$d^4W = \overline{d^4w} = \frac{8\pi}{(2s+1)}\frac{d^4k}{(2\pi)^3}\Bigg\{(1+n_\gamma)\delta(\omega^2-\omega_k{}^2)\times$$
$$\times\int d^4p_1d^4p_2d^4p_3d^4p_4\delta^4(p_3-p_1-k)\delta^4(p_2-p_4-k)\times$$
$$\times\,\mathrm{Tr}\Bigg[e_\mu e_\nu^*\langle i|({\hat{O}^\mu}_{\alpha,\beta}((\hat{O}^\dagger)^\nu)_{\gamma,\delta}|j\rangle\times$$
$$\times\,\overline{u}^\alpha(p_1)\overline{u}^\beta(p_2)u^\gamma(p_3)u^\delta(p_4)\Bigg]\times$$
$$\times\,K(p_4(+);p_2(-)|p_3(-);p_1(+))\Bigg\}, \quad (3)$$

где $p_i=(p_i^0,\mathbf{p}_i)$ — 4-импульс излучающей частицы, s — ее спин, $u^\alpha(p)$ — дираковские спиноры, T — время наблюдения или время движения частицы в среде; черта над d^4w означает усреднение и суммирование по соответствующим спиновым состояниям частиц. Функция $K(p_4(+);p_2(-)|p_3(-);p_1(+))$ — двухчастичная функция Грина $K(4(+),2(-),3(-),1(+))$ в импульсном представлении:

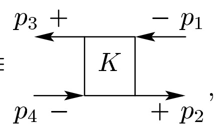
$$K(p_4(+);p_2(-)|p_3(-);p_1(+)) =$$
$$=\int dX_1dX_2dX_3dX_4\exp\Big(-ip_1X_1-ip_2X_2+$$
$$+ip_3X_3+ip_4X_4\Big)\overline{u}(p_3)\overline{u}(p_4)u(p_1)u(p_2)\times$$
$$\times\langle{\Psi^\dagger}_\delta(x_1)\Psi_\gamma(x_1)\Psi_\beta(x_2){\Psi^\dagger}_\alpha(x_2)\rangle. \quad (4)$$

Таким образом, задача расчета спектра ТИ частиц в среде в формализме Келдыша свелась к нахождению так называемой нехронологизованной двухчастичной функции Грина $K(p_4(+);p_2(-)|p_3(-);p_1(+))$ [14] в импульсном представлении.

Заметим, что функция $K(p_4(+);\ p_2(-)|p_3(-);\ p_1(+))$ входит в формулу (3) не непосредственно, а в виде интегралов по соответствующим импульсам. Поэтому для нахождения спектра ТИ необходима не сама функция $K(p_4(+);p_2(-)|p_3(-);p_1(+))$, а ее различные свертки с δ-функциями, учитывающими законы сохранения при испускании фотона, по соответствующим аргументам (по импульсам $p_1;p_2;p_3;p_4$).

Введем следующее обозначение:

$$K(p_4(+);p_2(-)|p_3(-);p_1(+)) \equiv$$

$\equiv$ 

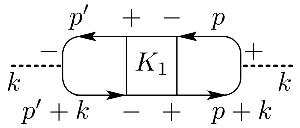
, (5)

где K — двухчастичная функция Грина [14] в диаграммном формализме Келдыша [15].

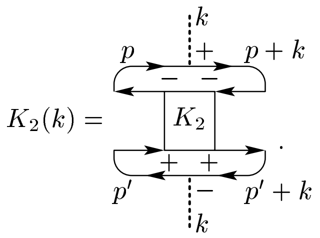
Тогда формула (3) может быть представлена в следующем виде:

$$d^4W = \frac{8\pi}{(2s+1)}\frac{d^4k}{(2\pi)^3}\times$$
$$\times\Bigg\{(1+n_\gamma)\delta(\omega^2-\omega_k{}^2)\Bigg[K_1(k)+K_2(k)\Bigg]\Bigg\}, \quad (6)$$

где

$K_1(k) =$ 

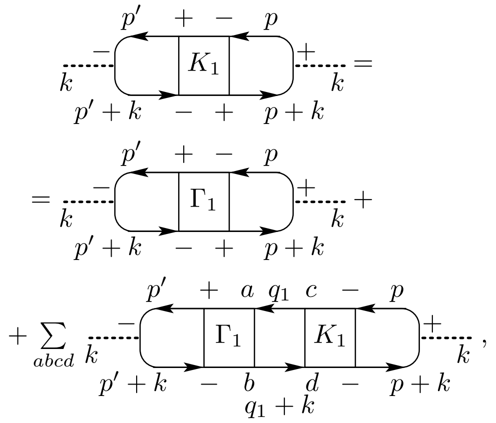
, (7)



(8)

Сплошные линии в соотношениях (7) (8) обозначают точные одночастичные функции Грина в среде; пунктирная линия — испускаемый фотон.

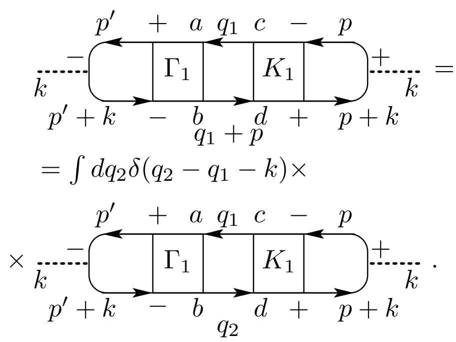
Функция $K_1(k)$ удовлетворяет [14] следующему диаграммному уравнению[2)]:



(9)

где Γ_1 — точная неприводимая вершинная функция, состоящая из всех топологически различных диаграмм, которые не могут быть рассечены на две диаграммы вертикальной линией, пересекающей только две сплошные или пунктирные (обозначающие, как всегда в диаграммном формализме Келдыша [15], взаимодействие между частицами) линии. Буквы a, b, c, d могут принимать значения + или − [14, 15].

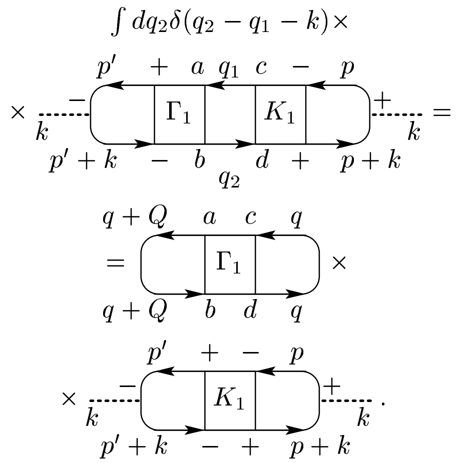
Очевидно, что имеет место следующее равенство:



(10)

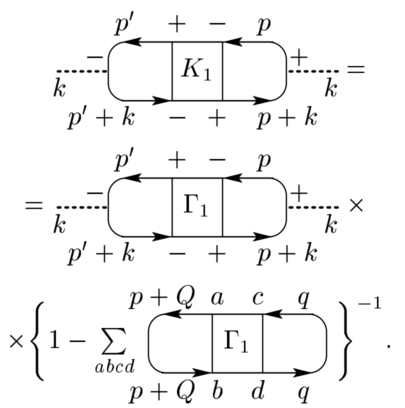
[2)] Очевидно, уравнение для функции $K_2(k)$ имеет аналогичный вид.

Далее, пусть энергия ω рождаемых фотонов мала по сравнению как с энергией E излучающей частицы, так и с энергией ΔE, передаваемой другим частицам в результате однократного акта взаимодействия с испусканием фотона: $\omega \ll \min\{E, \Delta E\}$. Тогда в формуле (10) аргументы вершинных функций и двухчастичной функции Грина могут быть разложены в ряд по разностям $p - q_i$ and $p' - q_i$. В результате из соотношения (10) с точностью до слагаемых порядка $\omega/\min\{E, \Delta E\}$ включительно имеем



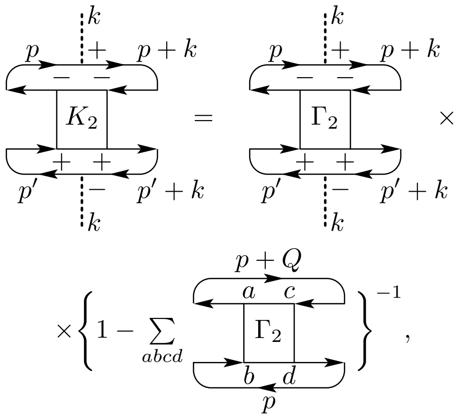
(11)

Подставляя полученное выражение в уравнение (9), находим



(12)

Аналогично, с той же точностью для функции $K_2(k)$ получаем



(13)

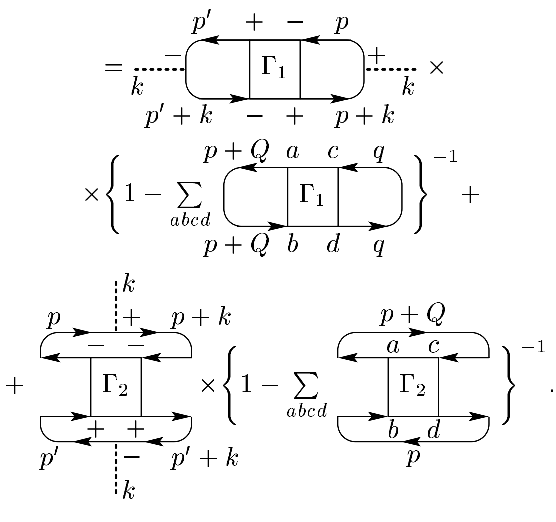
где Γ_2 — точная вершинная функция, которая состоит из диаграмм, содержащих более двух сплошных линий в двухчастичном канале, Q — импульс, передаваемый в результате однократного взаимодействия между частицами с испусканием фотона, который в случае $\omega \ll \min\{E, \Delta E\}$ равен [16]

$$Q = \left(k, \frac{\partial}{\partial p}\right) p, \qquad (14)$$

где скобки обозначают обычное скалярное произведение, p и k — 4-импульсы соответственно частицы и фотона.

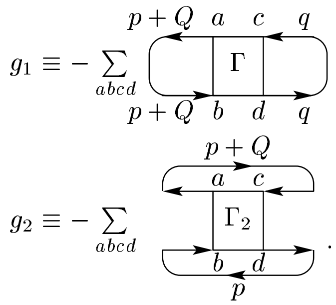
Из формул (12), (13) получаем выражение для функции $K(k) = K_1(k) + K_2(k)$, входящей в формулу (6) для вероятности рождения фотона:

$$K(k) = K_1(k) + K_2(k) =$$



(15)

Выражения (6), (15) полностью определяют вероятность рождения мягких фотонов в среде взаимодействующих частиц. Слагаемое, содержащее функцию $K_1(k)$, соответствует обычному для электродинамики рождению фотонов частицей в начальном или конечном состоянии. Что касается функции $K_2(k)$, то она отвечает излучению фотона частицей, находящейся вне массовой поверхности в промежуточном состоянии [13, 17] (с точки зрения диаграмм Фейнмана это означает «испускание фотона» из внутренней линии соответствующей диаграммы). При этом множители, стоящие в фигурных скобках в формуле (15), отвечают за дополнительное (по сравнению с указанным в [1–13, 17]) подавление ТИ вследствие когерентного многократного взаимодействия частиц в среде. Они равны



(16)

Множители g_1 и g_2 имеют достаточно ясный физический смысл. Они (с точностью до коэффициента) суть газовый параметр [18], определяющий насколько существенно когерентное многочастичное взаимодействие в среде в рассматриваемой задаче.

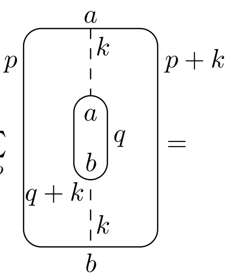
Заметим, что проведенное выше суммирование диаграмм для двухчастичных функций Грина не зависит от природы рождаемых частиц и может быть выполнено в любой другой ситуации при следующих ограничениях: необходимо, чтобы энергия рождающихся частиц была достаточно мала, $\omega \ll \min\{E, \Delta E\}$, и имела место теория возмущений по вершине, отвечающей рождению соответствующих частиц. В частности, это относится к рождению нейтринных пар в сильновзаимодействующих средах [17]. Для применения полученных формул к такой задаче необходимо заменить вектор поляризации фотона слабым током нейтринной пары и выполнить суммирование по соответствующим состояниям рождающихся частиц.

Необходимо также заметить, что первое неисчезающее приближение в формуле (15) — двухпетлевое. Это означает, что при надлежащем выборе точных одночастичных функций Грина можно всегда автоматически добиться сохранения токов соответствующих частиц.

3. ПЕРЕНОРМИРОВКА СПЕКТРА ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОТНОЙ СРЕДЕ В ДВУХПЕТЛЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Оценим множители g_1 и g_2, даваемые формулами (16), в первом неисчезающем двухпетлевом приближении. Как показано в работе [17], вклад функций типа K_2 в спектр мягкого ТИ равен нулю вследствие сохранения векторного тока. Тогда в двухпетлевом приближении для g_1 имеем

$$g_1 = \sum_{ab}$$



$$= -4 \int d^4p d^4q G^{a,b}(p+k) G^{b,a}(p) \times \\ \times G^{a,b}(q) G^{b,a}(q+k) \left|V(k)\right|^2, \quad (17)$$

где a и b принимают значения «+» или «−», $V(k)$ определяет парное взаимодействие между частицами, $G^{a,b}(p)$ — точные одночастичные функции Грина.

Пусть взаимодействие частиц в среде таково, что столкновительные ширины частиц малы по сравнению с их энергиями. В этом случае для нерелятивистских частиц одночастичные функции Грина $G^{+,-}(p)$ и $G^{-,+}(p)$ пропорциональны [13, 17] следующим выражениям:

$$G^{a,b} \propto \frac{\gamma}{[p^0 - \varepsilon(\mathbf{p}) + \mu]^2 + \gamma^2}, \quad (18)$$

где γ — столкновительная ширина, μ — химический потенциал.

Тогда для рождения предельно длинноволновых фотонов, $\omega \ll \gamma$, в равновесной среде, состоящей из нерелятивистских фермионов и имеющей температуру T, получаем

$$-g_1 \sim \frac{\sigma_B(k) T^6}{v_F^6 m^2 \gamma^2}, \quad T \ll E_F, \quad (19)$$

$$-g_1 \sim \frac{\sigma_B(k) m T^3}{\gamma^2}, \quad T \gg E_F, \quad (20)$$

где $\sigma_B(k)$ — борновское сечение рассеяния частиц, m — масса частицы среды, ω — энергия фотона, E_F и v_F — энергия и скорость частицы на поверхности Ферми.

При рассмотрении ТИ индивидуальной нерелятивистской частицы в рассеивающей среде следует заменить внутреннюю петлю в соотношении (17) сомножителем n/E, в котором n — плотность рассеивателей в среде, а E — энергия частицы. В результате для фактора g_1 получаем

$$-g_1 \sim \frac{\sigma_B(k) n v_0}{\gamma} \sim \frac{\nu}{\gamma}, \quad (21)$$

где ν — частота столкновений частицы в рассеивающей среде, v_0 — скорость частицы. В этом случае параметр $|g_1|$ может быть интерпретирован как количество рассеивающих центров среды, с которыми одновременно взаимодействует частица при испускании фотона. Когда указанная величина достаточно велика, $\nu \gg \gamma \gg \omega$, когерентное многоцентровое рассеяние приводит к дополнительному подавлению ТИ в далекой длинноволновой области спектра.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе диаграммного формализма для двухчастичных функций Грина в неравновесной среде исследовано тормозное излучение в веществе, состоящем из взаимодействующих частиц. Показано, что вероятность рождения фотонов полностью определяется набором указанных функций Грина. В случае тормозного излучения мягких фотонов проведено суммирование рядов диаграмм для соответствующих двухчастичных функций Грина. Показано, что полученная вероятность рождения фотонов полностью определяется набором неприводимых диаграмм, начиная с двухпетлевых, что автоматически обеспечивает сохранение тока соответствующих частиц. Указанные диаграммы отвечают процессу рождения фотонов как из конечных и начальных состояний частиц, так и из промежуточных, находящихся вне массовой поверхности. Проведены оценки влияния когерентного многочастичного взаимодействия нерелятивистских частиц на формирование спектра тормозного излучения в среде. Показано, что в случае достаточно плотной среды когерентные эффекты приводят к дополнительному (по сравнению с указанным ранее в работах [1–13]) подавлению тормозного излучения в длинноволновой области спектра. Обсуждены возможности применения развитого формализма для исследования процессов неэлектромагнитного рождения частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ДАН СССР **92**, 535 (1953).

2. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ДАН СССР **92**, 735 (1953).

3. А. Б. Мигдал, ДАН СССР **96**, 49 (1954).

4. A. B. Migdal, Phys. Rev. **103**, 1811 (1956).

5. М. Л. Тер-Микаелян, ДАН СССР **94**, 1033 (1954).

6. В. М. Галицкий, В. В. Якимец, ЖЭТФ **46**, 1066 (1964).

7. И. И. Гольдман, ЖЭТФ **38**, 1866 (1960).

8. В. Е. Пафомов, ЖЭТФ **49**, 1222 (1965).

9. В. Г. Захаров, Письма в ЖЭТФ **63**, 966 (1996).

10. В. Г. Захаров, Письма в ЖЭТФ **64**, 781 (1996).

11. R. Baier, Yu. L. Dokshitzer, A. H. Muller, and D. Schiff, Nucl. Phys. B **478** 577 (1996).

12. S. Klein, Rev. Mod. Phys. **77**, 1501 (1998).

13. J. Knoll and D. N. Voskresensky, Ann. Phys. **249**, 532 (1996).

14. A. V. Koshelkin, Phys. Lett. **471B**, 202 (1999).

15. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1515 (1964).

16. В. М. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1980).

17. A. Sedrakian and A. E. L. Dieperink, Phys. Rev. D **60**, 3421 (2000).

18. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).