ЖЭТФ, 2003, том 123, вып. 5, стр. 883–890

ДВИЖЕНИЕ СПИНА ЧАСТИЦ В НЕОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. Я. Силенко*

Научно-исследовательский институт ядерных проблем
Белорусского государственного университета
220050, Минск, Беларусь

Поступила в редакцию 13 сентября 2002 г.

Проведено преобразование Фолди–Ваутхойзена для частиц со спином 1, взаимодействующих с неоднородным электромагнитным полем. Это позволило одновременно подтвердить правильность теории Померанского–Хрипловича–Сенькова и корректность описания эффектов взаимодействия частиц со спином 1 со слабым полем с помощью уравнения Корбена–Швингера. Проанализированы возможности экспериментальной проверки выводов теории путем наблюдения эффекта осцилляции спина при плоскостном каналировании частиц или ядер в прямых кристаллах. Постановка таких экспериментов позволяет также обнаружить осцилляции спина, обусловленные электромагнитным взаимодействием, и измерять квадрупольные моменты короткоживущих ядер.

PACS: 13.88.+e, 41.75.-i

1. ВВЕДЕНИЕ

Для описания движения спина в неоднородном электромагнитном поле долгое время использовалось уравнение Гуда–Найборга (ГН) [1, 2]. Оно выведено в рамках классической электродинамики и согласуется с более поздними исследованиями, проводимыми с помощью классических и полуклассических методов (см. [3, 4] и цитированную там литературу). Уравнение ГН и использованный для его вывода метод послужили основой для нахождения уравнения движения спина с учетом излучения [5].

Квантовомеханическое уравнение движения спина частиц со спином $1/2$ в неоднородном электромагнитном поле [6–9] является точным квантовомеханическим аналогом уравнения Баргмана–Мишеля–Телегди (БМТ) [10]. В работах [11, 12] было выведено квантовомеханическое выражение для лагранжиана частиц с произвольным спином в электромагнитном поле с учетом квадратичных по спину слагаемых. Как показано в [4], получаемое отсюда уравнение движения спина существенно отличается от уравнения ГН. Это является наиболее серьезным аргументом против уравнения ГН.

Наличие двух взаимоисключающих уравнений движения спина нуждается в независимой проверке, как теоретической, так и экспериментальной. Наиболее удобным объектом для такой проверки являются частицы и ядра со спином 1. Релятивистские волновые уравнения для таких частиц несколько проще, чем, например, для частиц со спином $3/2$. Для строгого вывода уравнения движения спина может быть использовано преобразование Фолди–Ваутхойзена (ФВ) [13]. С помощью этого преобразования может быть получен оператор Гамильтона для релятивистских частиц во внешнем поле. Для нахождения уравнения движения спина вычисляется коммутатор оператора Гамильтона с оператором поляризации, который в представлении ФВ элементарно выражается через оператор спина $\mathbf{S}$ [4]. В линейном по спину приближении выражение для оператора Гамильтона было выведено таким путем в [4]. Для нахождения оператора Гамильтона с учетом квадратичных по спину слагаемых в настоящей работе используется метод, предложенный в [4].

Возможность экспериментального обнаружения эволюции поляризации, обусловленной квадратичными слагаемыми в уравнении движения спина, связана с использованием явления осцилляции спина. Это явление, существующее для частиц со спином

*E-mail: silenko@inp.minsk.by

$S \geq 1$, было предсказано и описано в работах [14–16]. Оно заключается в периодическом изменении поляризации пучка частиц в веществе и в данном случае обусловлено зависимостью энергии частиц от квадрата одной или двух проекций оператора спина. Явление осцилляции спина может быть использовано для измерения квадрупольных моментов, что особенно актуально для частиц (и ядер) с малым временем жизни, например, Ω^--гиперона [14–16]. Это явление — результат не только электромагнитного, но и сильного взаимодействия [17–21]. Благодаря сильному взаимодействию спиновые осцилляции имеют место даже для неполяризованной мишени.

В настоящей работе явление осцилляции спина предлагается использовать для экспериментального обнаружения эволюции поляризации, обусловленной квадратичными слагаемыми в уравнении движения спина частиц в электромагнитном поле. Это, в свою очередь, позволяет произвести экспериментальную проверку уравнений движения спина.

В работе используется релятивистская система единиц $\hbar = c = 1$.

2. ОПЕРАТОР ГАМИЛЬТОНА ДЛЯ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ 1 В НЕОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Оператор Гамильтона для релятивистских частиц со спином 1 в неоднородном электромагнитном поле в настоящей работе, как и в [4], был определен с помощью найденного в [22] обобщенного уравнения Саката–Такетани (Sakata–Taketani) для частиц с аномальным магнитным моментом. Исходным при его выводе являлось уравнение Прока первого порядка с аномальным магнитным моментом (уравнение Корбена–Швингера [23]). Введенные в [22] дополнительные слагаемые, описывающие квадрупольный момент, не связанный с магнитным моментом частицы, при расчетах не учитывались. Определение по спину слагаемых второго порядка, пропорциональных производным от напряженностей поля, требует громоздких вычислений. Поэтому были учтены только члены, линейные по потенциалам, напряженностям поля и их производным. Поскольку при движении частиц в кристаллах электрическое поле играет более существенную роль, чем магнитное, слагаемые с производными всех порядков от напряженности магнитного поля и с производными второго порядка и выше от напряженности электрического поля в расчет не принимались. Рассматривался случай стационарного поля.

В этом приближении исходное обобщенное уравнение Саката–Такетани для оператора Гамильтона имеет вид (см. [22])

$$\begin{aligned}\mathcal{H} = e\Phi + \rho_3 m + i\rho_2\frac{1}{m}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{D})^2 - \\ -(\rho_3 + i\rho_2)\frac{1}{2m}(\mathbf{D}^2 + e\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}) - \\ -(\rho_3 - i\rho_2)\frac{e\kappa}{m}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}) - \frac{e\kappa}{2m^2}(1+\rho_1)\times \\ \times[(\mathbf{S}\cdot\mathbf{E})(\mathbf{S}\cdot\mathbf{D}) - i\mathbf{S}\cdot[\mathbf{E}\times\mathbf{D}] - \mathbf{E}\cdot\mathbf{D}] + \\ + \frac{e\kappa}{2m^2}(1-\rho_1)\times \\ \times[(\mathbf{S}\cdot\mathbf{D})(\mathbf{S}\cdot\mathbf{E}) - i\mathbf{S}\cdot[\mathbf{D}\times\mathbf{E}] - \mathbf{D}\cdot\mathbf{E}],\end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \rho_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\kappa = \text{const}, \quad \mathbf{D} = \nabla - ie\mathbf{A},$$

Φ, $\mathbf{A}$ и $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ — потенциалы и напряженности электрического и магнитного полей. Собственная волновая функция оператора $\mathcal{H}$ является 6-компонентным биспинором $\Psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}$, а матрицы ρ_i ($i = 1, 2, 3$) — матрицы Паули, действующие на верхний и нижний спиноры.

Как и в работе [4], оператор $\mathcal{H}$ был приведен к диагональному по двум спинорам виду с помощью преобразования ФВ. Диагонализированный гамильтониан (гамильтониан в представлении ФВ), описывающий взаимодействие релятивистских частиц с внешним полем, определяется выражением

$$\begin{aligned}\mathcal{H}'' = \rho_3\epsilon' + e\Phi + \frac{e}{4m}\times \\ \times\Bigg[\left\{\left(\frac{\kappa-1}{2}+\frac{m}{\epsilon'+m}\right)\frac{1}{\epsilon'}, (\mathbf{S}\cdot[\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{E}] - \mathbf{S}\cdot[\mathbf{E}\times\boldsymbol{\pi}])\right\}_+ - \\ -\rho_3\left\{\left(\kappa - 1 + \frac{2m}{\epsilon'}\right), \mathbf{S}\cdot\mathbf{H}\right\}_+ + \\ + \rho_3\left\{\frac{\kappa-1}{2\epsilon'(\epsilon'+m)}, \{\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{H}\}_+\right\}_+\Bigg] + \\ + \frac{e\kappa}{4m^2}\left\{\left(\mathbf{S}\cdot\nabla - \frac{1}{\epsilon'(\epsilon'+m)}(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\pi})(\boldsymbol{\pi}\cdot\nabla)\right),\right. \\ \left.\left(\mathbf{S}\cdot\mathbf{E} - \frac{1}{\epsilon'(\epsilon'+m)}(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\pi})(\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{E})\right)\right\}_+ +\end{aligned}$$

$$+\frac{e}{4\epsilon' m^2(\epsilon'+m)}\left(\kappa+\frac{m}{\epsilon'+m}\right)\times$$
$$\times\{\mathbf{S}\cdot[\boldsymbol{\pi}\times\nabla],\mathbf{S}\cdot[\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{E}]\}_+-$$
$$-\frac{e\kappa}{2m^2}\nabla\cdot\mathbf{E}+\frac{e}{2\epsilon'^2m^2}\left(\kappa+\frac{m^2}{4\epsilon'^2}\right)(\boldsymbol{\pi}\cdot\nabla)(\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{E}),$$
$$\epsilon'=\sqrt{m^2+\boldsymbol{\pi}^2},\quad(2)$$

где $\{\ldots,\ldots\}_+$ — антикоммутатор,

$$\boldsymbol{\pi}=-i\mathbf{D}=-i\nabla-e\mathbf{A}$$

— оператор кинетического импульса.

Мы можем ввести g-фактор для описания аномального магнитного момента. В этом случае $g=\kappa+1$, и гамильтониан приобретает вид

$$\mathcal{H}''=\rho_3\epsilon'+e\Phi+\frac{e}{4m}\left[\left\{\left(\frac{g-2}{2}+\frac{m}{\epsilon'+m}\right)\frac{1}{\epsilon'},\right.\right.$$
$$\left.(\mathbf{S}\cdot[\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{E}]-\mathbf{S}\cdot[\mathbf{E}\times\boldsymbol{\pi}])\right\}_+-$$
$$-\rho_3\left\{\left(g-2+\frac{2m}{\epsilon'}\right),\mathbf{S}\cdot\mathbf{H}\right\}_++$$
$$\left.+\rho_3\left\{\frac{g-2}{2\epsilon'(\epsilon'+m)},\{\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\pi},\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{H}\}_+\right\}_+\right]+$$
$$+\frac{e(g-1)}{4m^2}\left\{\left(\mathbf{S}\cdot\nabla-\frac{1}{\epsilon'(\epsilon'+m)}(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\pi})(\boldsymbol{\pi}\cdot\nabla)\right),\right.$$
$$\left.\left(\mathbf{S}\cdot\mathbf{E}-\frac{1}{\epsilon'(\epsilon'+m)}(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\pi})(\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{E})\right)\right\}_++$$
$$+\frac{e}{4\epsilon' m^2(\epsilon'+m)}\left(g-1+\frac{m}{\epsilon'+m}\right)\times$$
$$\times\{\mathbf{S}\cdot[\boldsymbol{\pi}\times\nabla],\mathbf{S}\cdot[\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{E}]\}_+-$$
$$-\frac{e(g-1)}{2m^2}\nabla\cdot\mathbf{E}+\frac{e}{2\epsilon'^2m^2}\times$$
$$\times\left(g-1+\frac{m^2}{4\epsilon'^2}\right)(\boldsymbol{\pi}\cdot\nabla)(\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{E}).\quad(3)$$

Можно показать, что при отсутствии внешнего поля нижний спинор в представлении ФВ обращается в нуль. Для частиц во внешнем поле отношение нижнего спинора к верхнему по порядку величины не превышает $|W_{int}|/E$, где W_{int} — энергия взаимодействия частицы с полем, E — полная энергия частицы. Таким образом,

$$\frac{\chi^\dagger\chi}{\phi^\dagger\phi}\sim\left(\frac{W_{int}}{E}\right)^2.$$

Поэтому вклад нижнего спинора пренебрежимо мал, и при переходе к квазиклассическому описанию используется только верхний спинор [4]. Отсюда следует, что выражение для гамильтониана $\mathcal{H}''$ полностью соответствует формуле для лагранжиана частиц с произвольным спином, выведенной в [11, 12]. Отметим наличие в выражениях (2), (3) слагаемых с производными от $\mathbf{E}$, не содержащих оператора $\mathbf{S}$. Эти слагаемые не были рассчитаны в [11, 12]. При переходе к нерелятивистскому приближению формулы (2), (3) согласуются с выражением для гамильтониана, найденным в [22].

Таким образом, справедливость полученных в [11, 12] результатов подтверждена как для линейных, так и для квадратичных по спину слагаемых. Одновременно подтверждено, что уравнение Прока и эквивалентные ему уравнения корректно описывают, по крайней мере, эффекты слабого поля.

3. ВРАЩЕНИЕ И ОСЦИЛЛЯЦИИ СПИНА ЧАСТИЦ В ПРЯМЫХ КРИСТАЛЛАХ

Проведем более точное, по сравнению с [4], описание движения спина и сопутствующего эффекта осцилляции спина частиц в прямых кристаллах. Приведем вначале общее уравнение движения спина [4], выведенное с помощью найденного в [11, 12] лагранжиана:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt}=\left(\frac{d\mathbf{S}}{dt}\right)_{BMT}+\left(\frac{d\mathbf{S}}{dt}\right)_q,\quad(4)$$

$$\left(\frac{d\mathbf{S}}{dt}\right)_{BMT}=\frac{e}{2m}\left\{\left(g-2+\frac{2}{\gamma}\right)[\mathbf{S}\times\mathbf{B}]-\right.$$
$$-(g-2)\frac{\gamma}{\gamma+1}[\mathbf{S}\times\mathbf{v}](\mathbf{v}\cdot\mathbf{B})+$$
$$\left.+\left(g-2+\frac{2}{\gamma+1}\right)[\mathbf{S}\times[\mathbf{E}\times\mathbf{v}]]\right\},\quad(5)$$

$$\left(\frac{d\mathbf{S}}{dt}\right)_q=\frac{Q}{4S(2S-1)}\times$$
$$\times\left(\left\{\left([\mathbf{S}\times\nabla]-\frac{\gamma}{\gamma+1}[\mathbf{S}\times\mathbf{v}](\mathbf{v}\cdot\nabla)\right),\left((\mathbf{S}\cdot\mathbf{E})-\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{\gamma}{\gamma+1}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{v})(\mathbf{v}\cdot\mathbf{E})+(\mathbf{S}\cdot[\mathbf{v}\times\mathbf{B}])\right)\right\}+$$
$$+\left\{\left((\mathbf{S}\cdot\nabla)-\frac{\gamma}{\gamma+1}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{v})(\mathbf{v}\cdot\nabla)\right),\left([\mathbf{S}\times\mathbf{E}]-\right.\right.$$

$$
-\frac{\gamma}{\gamma+1}[\mathbf{S}\times\mathbf{v}](\mathbf{v}\cdot\mathbf{E})+[\mathbf{S}\times[\mathbf{v}\times\mathbf{B}]]\Big)\Big\}\Big)+
$$
$$
+\frac{e}{4m^2}\frac{\gamma}{\gamma+1}\left(\left\{\Big[\mathbf{S}\times[\mathbf{v}\times\nabla]\Big],\right.\right.
$$
$$
\left[\left(g-1+\frac{1}{\gamma}\right)(\mathbf{S}\cdot\mathbf{B})-(g-1)\frac{\gamma}{\gamma+1}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{v})(\mathbf{v}\cdot\mathbf{B})+\right.
$$
$$
\left.\left.+\left(g-\frac{\gamma}{\gamma+1}\right)(\mathbf{S}\cdot[\mathbf{E}\times\mathbf{v}])\right]\right\}+\left\{\Big(\mathbf{S}\cdot[\mathbf{v}\times\nabla]\Big),\right.
$$
$$
\left[\left(g-1+\frac{1}{\gamma}\right)[\mathbf{S}\times\mathbf{B}]-\right.
$$
$$
-(g-1)\frac{\gamma}{\gamma+1}[\mathbf{S}\times\mathbf{v}](\mathbf{v}\cdot\mathbf{B})+
$$
$$
\left.\left.\left.+\left(g-\frac{\gamma}{\gamma+1}\right)[\mathbf{S}\times[\mathbf{E}\times\mathbf{v}]]\right]\right\}\right), \quad (6)
$$

где Q — квадрупольный момент, $\gamma=\epsilon'/m$ — лоренц-фактор. Величины $(d\mathbf{S}/dt)_{BMT}$ и $(d\mathbf{S}/dt)_q$ характеризуют движение спина, определяемое линейными (уравнение БМТ (5)) и квадратичными (уравнение (6)) по спину слагаемыми.

Это уравнение не согласуется с уравнением ГН, в котором квадратичные по спину слагаемые при использовании принятых в настоящей работе обозначений имеют вид[1)]

$$
\left(\frac{d\mathbf{S}}{dt}\right)_G=\frac{Q}{S(2S-1)}\left((\mathbf{S}\cdot\nabla)+\frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{v})(\mathbf{v}\cdot\nabla)\right)\times
$$
$$
\times\left([\mathbf{S}\times\mathbf{E}]-\frac{\gamma}{\gamma+1}[\mathbf{S}\times\mathbf{v}](\mathbf{v}\cdot\mathbf{E})+[\mathbf{S}\times[\mathbf{v}\times\mathbf{B}]]\right)+
$$
$$
+\frac{eg}{2m^2}\frac{\gamma}{\gamma+1}\Big[\mathbf{S}\times[\mathbf{v}\times\nabla]\Big]\times
$$
$$
\times\left\{(\mathbf{S}\cdot\mathbf{B})-\frac{\gamma}{\gamma+1}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{v})(\mathbf{v}\cdot\mathbf{B})+\Big(\mathbf{S}\cdot[\mathbf{E}\times\mathbf{v}]\Big)\right\}. \quad (7)
$$

При движении частиц в прямых кристаллах $\mathbf{B}=0$, и среднее значение вектора $\mathbf{E}$ также равно нулю. Поэтому в данном случае движение спина обусловлено именно квадратичными по спину слагаемыми. Разумеется, вклад в движение спина вносит также взаимодействие частиц и ядер с ядрами вещества [17–20]. В этой связи эффекты, обусловленные только электромагнитным взаимодействием, удобнее всего изучать в условиях плоскостного каналирования. В этом случае частицы (ядра), имеющие положительный заряд, движутся в промежутках между плоскостями и сильное взаимодействие с ядрами вещества выражено значительно слабее. Режим осевого каналирования положительно заряженных частиц отличается гораздо меньшей устойчивостью.

Зависящая от спина часть энергии взаимодействия частиц с полем кристалла в соответствии с результатами, полученными в [11, 12] и в настоящей работе, определяется оператором

$$
W=-\frac{Q}{4S(2S-1)}\times
$$
$$
\times\left\{\left(\mathbf{S}\cdot\nabla-\frac{1}{\gamma(\gamma+1)}(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\pi})(\boldsymbol{\pi}\cdot\nabla)\right),\left(\mathbf{S}\cdot\mathbf{E}-\right.\right.
$$
$$
\left.\left.-\frac{1}{\gamma(\gamma+1)}(\mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\pi})(\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{E})\right)\right\}_+ +\frac{e}{4m^4\gamma(\gamma+1)}\times
$$
$$
\times\left(g-1+\frac{1}{\gamma+1}\right)\Big\{\mathbf{S}\cdot[\boldsymbol{\pi}\times\nabla],\mathbf{S}\cdot[\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{E}]\Big\}_+. \quad (8)
$$

В [4] с помощью уравнений (4)–(6) была проведена только оценка величины угла поворота спина. Для точного описания движения и осцилляций спина можно использовать результаты, полученные в [14–16].

Направим ось x перпендикулярно системе плоскостей, а ось z — в направлении движения пучка. При этом ось y коллинеарна вектору $[\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{E}]$. Для стационарного поля $\mathbf{E}=-\nabla\Phi$. При плоскостном каналировании практически всегда выполняются условия для средних значений

$$
\left\langle\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\right\rangle=0,\quad\left\langle\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right\rangle=0,
$$

за исключением случая, когда направление движения частиц одновременно совпадает с направлением одной из осей кристалла. При указанных условиях выражение для оператора W приобретает вид

$$
W=\frac{Q}{2S(2S-1)}S_x^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}-
$$
$$
-\frac{e}{2m^2}\frac{\gamma-1}{\gamma}\left(g-1+\frac{1}{\gamma+1}\right)S_y^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}. \quad (9)
$$

Уравнение ГН (7) приводит к аналогичным эффектам осцилляции спина, но вид второго слагаемого в (9) несколько меняется. Соответствующее выражение для оператора W может быть найдено путем сравнения уравнений движения спина (6) и (7). Оно отличается численным коэффициентом и получается из (9) заменой

$$
g-1+\frac{1}{\gamma+1}\to\frac{g}{2}.
$$

[1)] В уравнении, полученном в работе [1], слагаемые, зависящие от квадрупольного момента, также не соответствуют уравнению (6).

В работах [14, 15] рассматривалось взаимодействие пучка, обусловленное только пропорциональным Q слагаемым в операторе (9). Однако задача в [14, 15] была решена в общем виде, для отличных от нуля значений $\partial^2\Phi/\partial x^2$ и $\partial^2\Phi/\partial y^2$. Поэтому эволюцию поляризации пучка можно описать формулами, приведенными в [14, 15], с заменой

$$\frac{Q}{S(2S-1)}\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} \to -\frac{1}{m^2}\,\frac{\gamma-1}{\gamma}\left(g-1+\frac{1}{\gamma+1}\right)\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}.$$

Поляризация частиц с $S \geq 1$ характеризуется средним спином $\langle \mathbf{S}\rangle$ и квадруполяризацией $\langle Q_{ij}\rangle$ (или $\langle S_{ij}\rangle - 2S(S+1)\delta_{ij}/3$), где Q_{ij} — оператор квадрупольного момента:

$$Q_{ij} = \frac{3Q}{2S(2S-1)}\left[S_{ij} - \frac{2}{3}S(S+1)\delta_{ij}\right],$$

$$S_{ij} = S_iS_j + S_jS_i.$$

Эволюция операторов S_i и S_{ij} для частиц с $S = 1$ описывается уравнениями [14, 15]:

$$\begin{gathered}
S_x(t) = S_x(0)\cos\omega_2 t + S_{yz}(0)\sin\omega_2 t,\\
S_y(t) = S_y(0)\cos\omega_1 t - S_{zx}(0)\sin\omega_2 t,\\
S_z(t) = S_z(0)\cos(\omega_1-\omega_2)t +\\
+ S_{xy}(0)\sin(\omega_1-\omega_2)t,\\
S_{xx}(t) = S_{xx}(0), \quad S_{yy}(t) = S_{yy}(0),\\
S_{zz}(t) = S_{zz}(0),\\
S_{xy}(t) = S_{xy}(0)\cos(\omega_1-\omega_2)t -\\
- S_z(0)\sin(\omega_1-\omega_2)t,\\
S_{yz}(t) = S_{yz}(0)\cos\omega_2 t - S_x(0)\sin\omega_2 t,\\
S_{zx}(t) = S_{zx}(0)\cos\omega_1 t + S_y(0)\sin\omega_1 t,
\end{gathered} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
\omega_1 &= \frac{Q}{2}\,\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2},\\
\omega_2 &= -\frac{e}{2m^2}\,\frac{\gamma-1}{\gamma}\left(g-1+\frac{1}{\gamma+1}\right)\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Выражение для ω_2, следующее из уравнения ГН, получается из (11) заменой

$$g - 1 + \frac{1}{\gamma+1} \to \frac{g}{2}.$$

Приведем полученные в [14, 15] формулы для среднего спина и квадруполяризации для частного случая, когда падающий пучок полностью поляризован вдоль одной из декартовых осей. При начальной поляризации

а) по оси x

$$\langle S_x(t)\rangle = \cos\omega_2 t, \quad \langle Q_{yz}\rangle = -\frac{3}{2}Q\sin\omega_2 t, \tag{12}$$

б) по оси y

$$\langle S_y(t)\rangle = \cos\omega_1 t, \quad \langle Q_{zx}\rangle = \frac{3}{2}Q\sin\omega_1 t, \tag{13}$$

б) по оси z

$$\begin{aligned}
\langle S_z(t)\rangle &= \cos(\omega_1-\omega_2)t,\\
\langle Q_{xy}\rangle &= -\frac{3}{2}Q\sin(\omega_1-\omega_2)t.
\end{aligned} \tag{14}$$

Величины $\langle S_i\rangle$ и $\langle Q_{ij}\rangle$, не приведенные в формулах (12)–(14), равны нулю. В тех случаях, когда начальная поляризация пучка не параллельна ни одной из декартовых осей, имеет место поворот спина [14, 15]. Если начальная поляризация пучка составляет угол $\phi(0)$ с осью x, то зависимость от времени угла между вектором поляризации (средним спином) и осью x определяется формулой[2)]

$$\phi(t) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\phi(0)\cos\omega_1 t). \tag{15}$$

При этом вектор поляризации пучка $\langle \mathbf{S}(t)\rangle$ лежит в плоскости векторов $\mathbf{e}_x$ и $\langle \mathbf{S}(0)\rangle$. Измерение угла поворота спина также может быть использовано для проверки выводов теории.

Отметим нетривиальность того обстоятельства, что релятивистская формула (9) почти совпадает (за исключением небольшого второго слагаемого) с также релятивистским выражением, использовавшимся ранее, в том числе в работах [14–16]. Полное выражение для оператора взаимодействия (8) содержит дополнительные слагаемые, квадратичные по спину, которые в общем случае имеют тот же порядок величины. Однако в рассматриваемом случае ими можно пренебречь, поскольку произведения $(\boldsymbol{\pi}\cdot\nabla)$ и $(\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{E})$ малы вследствие относительной малости энергии поперечного движения частиц. Следовательно, экспериментальное подтверждение формулы (9) не было бы тривиальным результатом и явилось бы дополнительным аргументом в пользу теории Померанского–Хрипловича–Сенькова.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Оценим возможности экспериментальной проверки результатов [11, 12] путем наблюдения осцилляций спина. При плоскостном каналировании частиц (ядер) в прямых кристаллах осцилляции спина

2) В этом случае величиной ω_2 можно пренебречь.

определяются двумя слагаемыми в (9), имеющими разный порядок величины. Первое слагаемое значительно больше и обусловлено квадрупольным взаимодействием частиц (в том числе релятивистских) с электростатическим полем.

Как следует из формул (12)–(14), при поляризации пучка по осям y, z изменение среднего спина определяется выражением

$$\Delta\langle S_i\rangle = \cos\omega_1 t - 1 = -2\sin^2\frac{\omega_1 t}{2}, \quad i = y, z. \qquad (16)$$

Для ядер с квадрупольным моментом порядка $10^{-24} e\cdot\text{см}^2$ и больше при $v/c \sim 10^{-2}$ в кристалле вольфрама длиной 2 см изменение среднего спина имеет порядок единицы. Следовательно, осцилляции спина в этом случае могут наблюдаться. Как указано в [14–16], рассмотренный эффект может быть использован для измерения квадрупольных моментов короткоживущих частиц и ядер. В частности, таким путем может быть измерен квадрупольный момент Ω^--гиперона. Трудности постановки этого эксперимента обусловлены необходимостью получения пучка гиперонов достаточной интенсивности и отрицательным зарядом частиц, который препятствует устойчивому режиму плоскостного каналирования. Поэтому в [16] предлагалось использовать осевое каналирование Ω^--гиперонов. Все же, видимо, реальная возможность наблюдения осцилляции спина этих частиц обусловлена их сильным взаимодействием с ядрами вещества [18–21].

Определению квадрупольных моментов короткоживущих ядер благоприятствует то обстоятельство, что заряд ядер положителен, и ядерные пучки могут иметь значительную интенсивность. Весьма важно также, что квадрупольные моменты короткоживущих ядер, особенно имеющих большой спин, обычно достаточно велики.

Если квадрупольные моменты ядер существенно меньше 10^{-24} $e\cdot\text{см}^2$, то $\omega_1 t \ll 1$ и в соответствии с формулой (16) изменение среднего спина имеет второй порядок малости относительно $\omega_1 t$. В этом случае для измерения квадрупольных моментов можно использовать пучок с достаточно большой начальной квадруполяризацией [16]. Как видно из формул (10), при этом изменение среднего спина имеет первый порядок малости относительно $\omega_1 t$. Значительная квадруполяризация всегда имеет место для пучков, имеющих соответствующую линейную поляризацию. В частности, пучок, линейно поляризованный под углом 45° к осям y и z, характеризуется достаточно большой квадруполяризацией $\langle S_{yz}\rangle = 0.5$. Однако и при $\langle\mathbf{S}\rangle = 0$ пучок может иметь достаточно большую квадруполяризацию [16]. Пучок с начальной квадруполяризацией может быть также использован для обнаружения и исследования эффекта осцилляции спина в электромагнитном поле и, в частности, для проверки даваемой теорией обратной пропорциональности величины $\omega_1 t$ скорости пучка v ($\omega_1 t = \omega_1 l/v \propto v^{-1}$, l — длина кристалла).

Для ядер с большим зарядом велика вероятность захвата электронов вещества в процессе каналирования. Это обстоятельство влияет на движение ядер и динамику их поляризации. Поэтому при исследовании эффекта осцилляции спина в электромагнитном поле более высокая точность достигается путем использования ядер с небольшим зарядом.

Отметим, что для ядер со спином $S > 1$ выражения для ω_1, ω_2 отличаются от (11) постоянным множителем. Помимо этого для таких ядер динамика поляризации зависит также от тензора $S_iS_jS_k$.

В реальных условиях величина $\partial^2\Phi/\partial x^2$ не является постоянной и зависит от координаты x. Однако, поскольку частота колебательного движения частиц вдоль оси x значительно больше частоты спиновых осцилляций, при более точном описании можно использовать приведенные выше формулы, подставляя в них величину $\left\langle\partial^2\Phi/\partial x^2\right\rangle$, усредненную по траектории частицы. В этом случае для разных частиц величины $\left\langle\partial^2\Phi/\partial x^2\right\rangle$ и ω_1 будут несколько различаться. В результате фазы осцилляций для частиц, прошедших кристалл, также будут несколько различаться. К дополнительному сдвигу фаз осцилляций приводит различие скоростей движения частиц вдоль оси z. Следует также учесть деполяризацию пучка, обусловленную многократным рассеянием [16, 24]. Она приводит к постепенному затуханию спиновых осцилляций в результате уменьшения их амплитуды.

Осцилляции спина, обусловленные вторыми слагаемыми в (8), (9), имеют место при начальной поляризации пучка по оси x. Поскольку величина ω_2 обратно пропорциональна квадрату массы, для их исследования может быть использован только пучок дейтронов, имеющий значительную начальную квадруполяризацию (порядка десятков процентов). Однако и в этом случае осцилляции весьма малы. Для дейтронов в кристалле вольфрама длиной 2 см изменение среднего спина имеет порядок величины 10^{-6} рад. На обнаружение столь малого изменения спина можно надеяться только в связи с уникальными возможностями дейтронных поляриметров [25]. При этом необходимо накопление очень большой статистики. Однако данная задача вряд ли может быть решена в настоящее время.

Как отмечалось выше, для пучков частиц и ядер в веществе имеют место осцилляции спина, обусловленные сильным взаимодействием и существующие даже в том случае, когда вещество неполяризовано [17–19]. При этом осцилляции спина связаны с наличием в амплитуде рассеяния вперед на нулевой угол слагаемого, пропорционального $(\mathbf{S}\cdot\mathbf{n})^2$, где $\mathbf{n}$ – единичный вектор в направлении движения пучка. Оценки, сделанные в [19, 20], показывают, что такие осцилляции могут наблюдаться экспериментально. Зависящая от спина часть амплитуды рассеяния вперед, определяемая с помощью явления осцилляции спина, содержит важную информацию о взаимодействии нуклонов на малых расстояниях.

Амплитуде рассеяния вперед на нулевой угол соответствует эффективная энергия взаимодействия частицы (ядра) с веществом [20]. Если ядра, движущиеся в режиме плоскостного каналирования, имеют достаточно большую энергию поперечного движения, то они могут рассеиваться на ядрах вещества как при подбарьерном, так и при надбарьерном взаимодействии. Это зависит от соотношения между энергией поперечного движения ядер и высотой потенциального барьера, равной максимальному потенциалу плоскостей. В обоих случаях учет сильного взаимодействия приводит к следующей модификации формулы (9) (второе слагаемое, пропорциональное S_y^2, здесь не учитывается):

$$W=\frac{Q}{2S(2S-1)}S_x^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+kS_z^2,\quad k=\text{const}. \tag{17}$$

Из формулы (17) следует, что и при учете сильного взаимодействия осцилляции спина описываются формулами, аналогичными (10). Выделение вклада в осцилляции спина, даваемого первым слагаемым в (17), позволяет как регистрировать экспериментально осцилляции спина, обусловленные только электромагнитным взаимодействием, так и измерять квадрупольные моменты ядер. Для этого падающий пучок должен быть либо поляризован по оси z (т. е. в направлении движения), либо иметь квадруполяризацию по осям x, y. В частности, для ядер со спином 1 эволюция поляризации пучка в этом случае описывается уравнениями

$$S_z(t)=S_z(0)\cos\omega_1 t+S_{xy}(0)\sin\omega_1 t,$$

$$S_{xy}(t)=S_{xy}(0)\cos\omega_1 t-S_z(0)\sin\omega_1 t,$$

где ω_1 определяется формулой (11).

Зависимость энергии взаимодействия или амплитуды рассеяния частиц на нулевой угол от квадрата проекции спина приводит к аналогичной зависимости для показателя преломления волн де Бройля [18–20]. В результате показатель преломления зависит от модуля проекции спина, что обусловливает двулучепреломление и дихроизм пучков частиц в веществе [18–20].

5. ВЫВОДЫ

Таким образом, в настоящей работе проведена теоретическая проверка уравнений движения спина заряженных частиц в неоднородном электрическом поле и проанализированы возможности экспериментальной проверки этих уравнений.

Квантовомеханическое уравнение движения спина, полученное из выведенного в [11, 12] лагранжиана, не согласуется с ранее общепринятым уравнением Гуда–Найборга [1, 2], полученным в рамках классической электродинамики. Приведение оператора Гамильтона, описывающего взаимодействие частиц со спином 1 с электромагнитным полем, к диагональному по двум спинорам виду, характеризующему представление Фолди–Ваутхойзена, полностью подтвердило выведенные в [11, 12] формулы. В настоящей работе диагонализированный оператор Гамильтона был найден с учетом слагаемых, линейных по $\mathbf{E},\mathbf{H}$ и $\partial E_i/\partial x_j$. Полученные выражения довольно громоздки. Поэтому их соответствие найденным в [11, 12] результатам снимает все сомнения в правильности теории Померанского–Хрипловича–Сенькова, несмотря на то, что при выводе оператора Гамильтона (3) не учитывались ни слагаемые, пропорциональные $\partial H_i/\partial x_j$, ни введенное в [22] дополнительное квадрупольное взаимодействие. Одновременно доказана многократно подвергавшаяся сомнению корректность описания эффектов слабого поля с помощью уравнения Корбена–Швингера [23] (уравнения Прока с аномальным магнитным моментом). Отметим, что при расчете гамильтониана, в отличие от работ [11, 12], учитывались и пропорциональные $\partial E_i/\partial x_j$ слагаемые, не зависящие от спина, что позволяет описывать контактное взаимодействие.

Анализ возможностей экспериментальной проверки выводов теории показывает, что такая проверка может быть проведена для квадратичного по спину взаимодействия, обусловленного квадрупольными моментами ядер. Это взаимодействие приводит к осцилляциям спина и к повороту спина при плоскостном каналировании в прямых кристаллах. Постановка таких экспериментов дает также возможность обнаружения и практического изучения спиновых осцилляций, обусловленных электромагнитным взаимодействием. Эффекты осцилляции и поворота спина при плоскостном каналировании в прямых кристаллах могут быть также использованы для определения квадрупольных моментов короткоживущих ядер.

Имеют место также осцилляции спина, обусловленные квадратичным по спину взаимодействием, не связанным с квадрупольными моментами (второе слагаемое в уравнении (9)). Частоты этих осцилляций различаются в квантовомеханической теории Померанского–Хрипловича–Сенькова и классической теории Гуда–Найборга. Однако вызванное этими осцилляциями изменение поляризации пучка весьма мало и вряд ли может наблюдаться в настоящее время.

Автор выражает благодарность профессору В. Г. Барышевскому за замечания, сделанные в процессе написания работы и при обсуждении полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. H. Good, Phys. Rev. **125**, 2112 (1962).

2. P. Nyborg, Nuovo Cim. **31**, 1209 (1964); **32**, 1131 (1964).

3. И. М. Тернов, В. А. Бордовицын, УФН **132**, 345 (1980).

4. А. Я. Силенко, ЯФ **64**, 1054 (2001).

5. E. G. P. Rowe and G. T. Rowe, Phys. Rep. **149**, 287 (1987).

6. С. Л. Черкас, Изв. АН Беларуси, сер. физ.-мат. наук, № 2, 70 (1994).

7. А. Я. Силенко, Поверхность № 2, 111 (1997).

8. А. Я. Силенко, ТМФ **112**, 161 (1997).

9. А. Я. Силенко, Поверхность № 5, 97 (1998).

10. V. Bargmann, L. Michel, and V. L. Telegdi, Phys. Rev. Lett. **2**, 435 (1959).

11. А. А. Померанский, И. Б. Хриплович, ЖЭТФ **113**, 1537 (1998).

12. A. A. Pomeransky and R. A. Sen'kov, Phys. Lett. B **468**, 251 (1999).

13. L. L. Foldy and S. A. Wouthuysen, Phys. Rev. **78**, 29 (1950).

14. В. Г. Барышевский, А. А. Сокольский, Письма в ЖТФ **6**, 1419 (1980).

15. В. Г. Барышевский, *Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях*, Изд-во БГУ, Минск (1982).

16. V. G. Baryshevsky and A. J. Shechtman, Nucl. Instr. Meth. B **83**, 250 (1993).

17. В. Г. Барышевский, ДАН БССР **35**, 416 (1991).

18. V. G. Baryshevsky, Phys. Lett. A **171**, 431 (1992).

19. V. G. Baryshevsky, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **19**, 273 (1993).

20. В. Г. Барышевский, *Ядерная оптика поляризованных сред*, Энергоатомиздат, Москва (1995).

21. V. G. Baryshevsky, K. G. Batrakov, and S. Cherkas, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **24**, 2049 (1998).

22. J. A. Young and S. A. Bludman, Phys. Rev. **131**, 2326 (1963).

23. H. C. Corben and J. Schwinger, Phys. Rev. **58**, 953 (1940).

24. В. Л. Любошиц, ЯФ **32**, 702 (1980).

25. E. J. Stephenson, Preprint № 99-3, BNL, Brookhaven (1999); http://www2.bnl.gov/muonedm/edm/.