

ПОНДЕРОМОТОРНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ИНТЕНСИВНОЙ ВОЛНЫ НАКАЧКИ НА ЭЛЕКТРОННЫЕ И ПЛАЗМЕННЫЕ СГУСТКИ

Н. С. Гинзбург, А. М. Малкин, А. С. Сергеев*

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603600, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 19 июля 2002 г.

В рамках одномерной модели теоретически исследованы пондеромоторные эффекты, возникающие при воздействии интенсивной плоской волны накачки на электронные и плазменные сгустки малой концентрации. Показано, что, используя переменные Лагранжа, электронный (плазменный) сгусток, находящийся под воздействием поля накачки, можно представить как газ, состоящий из макрочастиц, взаимодействующих посредством пондеромоторных и кулоновских сил. При этом пондеромоторная сила на малых расстояниях между частицами является притягивающей, т. е. направлена против кулоновской силы, однако не может полностью ее скомпенсировать. На основе построенной модели исследован процесс сверхизлучения при воздействии на протяженный электронный сгусток интенсивной волны накачки. Показано, что рассеянное излучение будет представлять собой короткий импульс, амплитуда которого пропорциональна полному числу частиц в сгустке. Кроме того, описан процесс ускорения в поле интенсивной волны узкого в масштабе длины волны слоя нейтральной плазмы, а также процесс частичного сжатия полями излучения электронного сгустка с не полностью скомпенсированным зарядом.

PACS: 52.40.Db, 42.65.Dr, 52.35.Mw

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большое внимание уделяется теоретическому исследованию генерации импульсов сверхизлучения ансамблями классических электронов [1–9]. Указанный процесс представляет собой когерентное излучение протяженным электронным сгустком электромагнитного импульса, которое обусловлено развитием группировки частиц внутри сгустка, обеспечивающей синфазность излучения различных частей сгустка в некоторый момент времени. В работах [10–14] описаны эксперименты по генерации ультракоротких субнаносекундных импульсов сверхизлучения для основных механизмов индуцированного излучения, включая циклотронный, черенковский и ондуляторный механизмы. Эксперименты проводились в миллиметровом диапазоне длин волн, пиковая мощность импульсов достигала 150 МВт. Следует отметить также эксперименты по генерации импульсного миллиметрового

излучения в так называемом параметрическом лазере на свободных электронах [15] при пролете через ондуляторное поле последовательности коротких в масштабе длины волны электронных сгустков, формируемых микротроном. Теоретический анализ подобных генераторов проведен в работе [16]. В качестве развития этих исследований представляет интерес анализ генерации ультракоротких импульсов сверхизлучения в процессе вынужденного комптоновского рассеяния мощной волны накачки на движущемся во встречном направлении электронном сгустке. При релятивистских скоростях электронов вследствие эффекта Доплера частота рассеянного излучения должна существенно превышать частоту волны накачки. В частности, на основе указанного механизма возможна генерация импульсов субмиллиметрового излучения.

В данной работе проведен теоретический анализ сверхизлучения в процессе вынужденного рассеяния применительно к одномерной модели, в которой электронный сгусток в виде плоского слоя конечной толщины находится под воздействием плос-

*E-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

кой монохроматической волны накачки. Предполагается, что ширина электронного сгустка велика в масштабе длины волны накачки. Показано, что под действием пондеромоторных сил со стороны волны накачки и рассеянного излучения в сгустке возникает продольная группировка частиц, в результате которой в направлении поступательного движения частиц в некоторый момент времени когерентно излучается мощный короткий импульс, амплитуда которого пропорциональна полному числу частиц в сгустке.

Кроме того, в рамках развитой в работе модели исследованы пондеромоторные эффекты, возникающие при воздействии интенсивной электромагнитной волны на короткие в масштабе длины волны электронные сгустки, а также сгустки нейтральной плазмы. Для нейтрального сгустка плазмы наиболее важным эффектом является ускорение сгустка как целого, обусловленное реакцией полей излучения. Рассмотрение процесса ускорения плазменного сгустка проведено как в рамках микроскопической, так и макроскопической (феноменологической) моделей. Показано, что оба подхода дают совпадающие результаты для темпа ускорения и, в свою очередь, согласуются с результатами известных работ [17–19] по теории радиационного ускорения плазменных сгустков. Для электронного сгустка с не полностью скомпенсированным объемным зарядом интересным эффектом является то, что поля излучения оказывают фокусирующее влияние на сгусток, препятствуя его расширению под действием сил пространственного заряда. В этом случае наибольший интерес представляет ситуация, когда осцилляторное движение сообщается электронам при движении в периодическом магнитном поле (поле ондулятора).

2. МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим модель электронного сгустка в виде первоначально однородного слоя толщиной b в направлении оси z , который находится под воздействием циркулярно поляризованной электромагнитной волны накачки. В сопровождающей системе отсчета, где поступательная скорость электронов в начальный момент равна нулю, волна накачки задается вектор-потенциалом

$$\mathbf{A}_i(z, t) = \text{Re} (\boldsymbol{\xi} A_i \exp(i\omega t + ihz)), \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}_0 + i\mathbf{y}_0$, \mathbf{x}_0 и \mathbf{y}_0 — единичные поперечные орты, ω и h — частота и волновое число, которые могут, вообще говоря, не удовлетворять дисперсионному уравнению, описывающему распространение

электромагнитных волн в вакууме. Подобное предположение сделано с целью включения в рассмотрение случая, когда поле накачки является периодическим магнитным полем, создаваемым ондулятором. Указанное поле в сопровождающей системе отсчета преобразуется в поле электромагнитной волны с законом дисперсии, отличным от вакуумного.

В рамках одномерной модели, в которой сгусток безграничен в поперечном направлении, его можно представить как совокупность N заряженных плоскостей — макроэлектронов с поверхностной плотностью заряда $\sigma = e\rho b/N$ (где ρ — объемная плотность слоя), осциллирующих в поле накачки и излучающих (в сопровождающей системе отсчета) в $\pm z$ -направлениях волны с частотой, совпадающей с частотой накачки, но с волновым числом $k = \omega/c$, вообще говоря, отличным от волнового числа h поля накачки. Суммарное комбинационное воздействие на частицу поля накачки и полей волн, рассеянных другими частицами, приводит к возникновению продольной пондеромоторной силы. Это, в свою очередь, должно приводить к продольному смещению частиц и в конечном итоге к бунчировке слоя. Кроме того, между частицами действует также сила кулоновского расталкивания.

Найдем силу пондеромоторного взаимодействия между двумя плоскостями, осциллирующими в поле волны накачки. Будем считать, что амплитуда рассеянной волны много меньше амплитуды волны накачки. Тогда, вычисляя силу, действующую на n -ю плоскость со стороны l -й, можно считать, что n -я плоскость осциллирует только в поле накачки, а наличие в излучении, рассеянном l -й плоскостью, поперечного магнитного поля приводит к появлению продольной компоненты силы Лоренца, т. е. возникновению пондеромоторной силы, действующей на n -ю плоскость. Соответственно, имеет место и обратное воздействие n -й плоскости на l -ю. Условие малости рассеянного поля, как будет показано далее, сведется к условию малости плазменной частоты по сравнению с частотой накачки, т. е. к условию малости плотности сгустка. Кроме того, при построении модели на этом этапе пренебрежем запаздыванием, т. е. будем считать, что усредненная пондеромоторная сила в данный момент времени зависит от взаимного расположения плоскостей в этот же момент. Пренебрежение запаздыванием означает, что характерные времена всех продольных смещений частиц велики по сравнению со временем b/c распространения излучения вдоль электронного слоя.

Найдем сначала поле волны, рассеиваемой плоскостью — «макроэлектроном», находящимся в точке

z_n . При движении в поле, не зависящем от поперечных координат, сохраняется поперечный канонический импульс электрона

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_\perp - \frac{e}{c} \mathbf{A} = \text{const.} \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{p}_\perp = m\mathbf{v}_\perp$ — поперечный механический импульс, \mathbf{v}_\perp — поперечная скорость, m — масса электрона, e — его заряд, $\gamma = (1 - v_\perp^2/c^2)^{-1/2}$ — поперечный релятивистский масс-фактор. Если считать, что в начальный момент, когда поле накачки отсутствовало, поперечная скорость электронов равнялась нулю, то константа в выражении (2) равна нулю. Тогда из (2) получаем $\mathbf{v}_\perp = e\mathbf{A}/m\gamma c$, откуда, представляя скорость в виде $\mathbf{v}_\perp = \text{Re}(\boldsymbol{\xi}v_+ \exp(i\omega t))$ в случае циркулярно поляризованной монохроматической волны (1), для амплитуды осцилляций n -го макроэлектрона получаем

$$v_+(z_n) = \frac{c\alpha_i \exp(ihz_n)}{\gamma}, \quad \gamma = \sqrt{1 + \alpha_i^2}, \quad (3)$$

где $\alpha_i = eA_i/mc^2$ — безразмерная амплитуда поля. Важно подчеркнуть, что при больших интенсивностях волны эти соотношения справедливы только для волны с циркулярной поляризацией. Для линейно поляризованного поля энергия электрона будет зависеть от времени и аналогичные соотношения имеют значительно более сложный вид [20].

Колеблющаяся плоскость в точке z_n излучает (фактически рассеивает) в обе стороны от себя плоские волны одинаковой амплитуды, которые можно записать следующим образом:

$$A_s(z, t) = \text{Re}(\boldsymbol{\xi}A_s(z_n) \exp(i\omega t - ik|z - z_n|)).$$

Амплитуда вектор-потенциала поля рассеянной волны A_s может быть найдена из граничного условия, описывающего скачок магнитного поля на поверхностном токе $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{v}$, создаваемом плоскостью, находящейся в сечении $z = z_n$:

$$\mathbf{H}(z = z_n + 0) - \mathbf{H}(z = z_n - 0) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}(z = z_n).$$

Выражая магнитное поле через вектор-потенциал, найдем

$$A_s(z_n) = \frac{2\pi}{ikc} \sigma v_+ = \frac{2\pi}{ik} \sigma \frac{\alpha_i \exp(ihz_n)}{\gamma}. \quad (4)$$

С учетом соотношений (2) и (3) для усредненной пондеромоторной силы, действующей на электрон в сильном поле, имеющем циркулярную поляризацию

$$\mathbf{A}(z, t) = \text{Re}(\boldsymbol{\xi}A(z) \exp(i\omega t)),$$

имеем [21]

$$\frac{dp_z}{dt} = F_{pond} = -\frac{e^2}{2m\gamma c^2} \frac{\partial}{\partial z} |A(z)|^2, \quad (5)$$

где $\gamma = (1 + |\alpha|^2)^{1/2}$. В случае, когда указанное поле представляет собой совокупность двух волн с одинаковыми частотами и различными волновыми векторами

$$A(z, t) = A_1 \exp(ik_1 z) + A_2 \exp(ik_2 z),$$

из (5) получаем

$$\frac{dp_z}{dt} = -\frac{e^2}{m\gamma c^2} \times \text{Re} \{ i(k_1 - k_2) A_1 A_2^* \exp [i(k_1 - k_2)z] \}. \quad (6)$$

Для определения пондеромоторной силы, действующей в рассматриваемой задаче на n -й макроэлектрон со стороны l -го, считая $z_n > z_l$, подставим $k_1 = h$, $A_1 = A_i \exp(ihz_n)$, $k_2 = -k$, $A_2 = A_s \exp(ihz_l)$. В результате, полагая A_i действительной величиной и считая $|A_s| \ll |A_i|$, на основании соотношений (4) и (6) получаем

$$F_{pond}(z_n) = 2\pi e\sigma \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2} (k + h) \times \cos((k + h)(z_n - z_l)). \quad (7a)$$

Аналогично, меняя знак волнового числа k , найдем силу со стороны правого (n -го) электрона на левый (l -й),

$$F_{pond}(z_l) = -2\pi e\sigma \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2} (k - h) \times \cos((k - h)(z_n - z_l)). \quad (7b)$$

Интересно отметить, что для взаимодействия между частицами, описываемого соотношениями (7), формально не выполнен третий закон Ньютона. Это объясняется тем, что часть продольного импульса уносится рассеянными волнами, в результате чего силы, действующие между двумя плоскостями, не равны между собой. Кулоновские силы между этими плоскостями одинаковы и различаются только знаком:

$$F_q(z_n) = -F_q(z_l) = 2\pi\sigma. \quad (8)$$

Переходя к концентрации электронов $\rho = \sigma N/eb$ и вводя плазменную частоту $\omega_p^2 = 4\pi e^2 \rho/m$, представим выражения для безразмерных пондеромоторных и кулоновских сил в виде

$$f_{pond}(Z_l) = -\frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{B}{N} \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2} \mu_- \cos(\mu_-(Z_n - Z_l)),$$

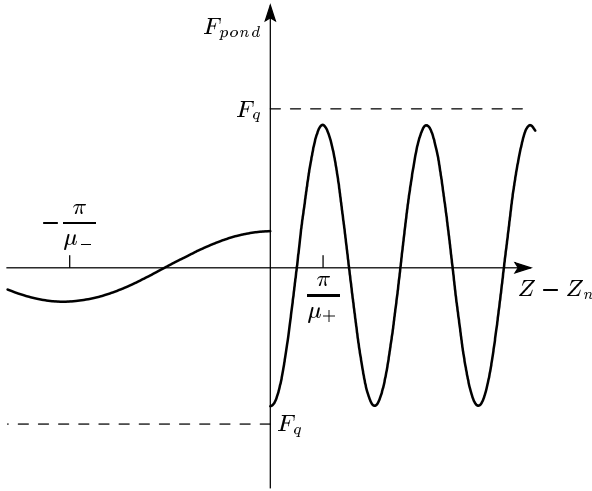


Рис. 1. Зависимость пондеромоторной силы, с которой один макроэлектрон действует на другие, от продольной координаты. Штриховые линии — силы кулоновского расталкивания

$$f_{pond}(Z_n) = \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{B}{N} \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2} \mu_+ \cos(\mu_+(Z_n - Z_l)), \quad (9)$$

$$f_q(Z_n) = -f_q(Z_l) = \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{B}{N}.$$

Здесь использованы следующие обозначения: $Z = \omega z/c$, $B = \omega b/c$, $\tilde{p} = p/mc$, $\tau = \omega t$, $f = d\tilde{p}/d\tau$, $\mu_{\pm} = (h \pm k)/k$. Как следует из этих соотношений, пондеромоторная сила является знакопеременной (см. рис. 1) и направлена в ближней зоне (при $|Z_n - Z_l| < \pi/\mu_{\pm}$) всегда против кулоновской силы, однако полностью скомпенсировать ее не может, поскольку при любой амплитуде волны накачки поперечная осцилляторная скорость частиц остается меньше скорости света: $\alpha_i/(1 + \alpha_i^2)^{1/2} < 1$. Таким образом, используя переменные Лагранжа, электронный (плазменный) сгусток, находящийся под воздействием поля накачки, можно представить как газ, состоящий из макрочастиц, взаимодействующих посредством пондеромоторных и кулоновских сил, задаваемых соотношениями (9).

Развитая модель может быть обобщена на случай рассеяния волны плазменным слоем, состоящим из легких электронов и тяжелых положительно заряженных ионов с массой $M \gg m$. Наличие ионов приводит к компенсации сил кулоновского расталкивания и препятствует разлету сгустка. Тяжелые ионы не участвуют в пондеромоторном взаимодействии и смещаются в продольном направлении только под действием кулоновских сил. Безразмерную координату l -го иона запишем как Y_l . В указанных

предположениях самосогласованная система уравнений, включающая движение электронов и ионов, может быть представлена в виде

$$\frac{dZ_l}{d\tau} = \frac{\tilde{p}_l}{\gamma},$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{p}_l}{d\tau} = f_q + f_{pond} = & \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{B}{N} \times \\ & \times \left[N^-(l) - N^+(l) + \frac{\rho_i}{\rho_e} (N_i^+(l) - N_i^-(l)) + \right. \\ & + \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2} \left(\sum_n^{N^+} \mu_+ \cos(\mu_+(Z_n - Z_l)) - \right. \\ & \left. \left. - \sum_n^{N^-} \mu_- \cos(\mu_-(Z_n - Z_l)) \right) \right], \quad (10) \end{aligned}$$

$$\frac{dY_l}{d\tau} = \bar{p}_l,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{p}_l}{d\tau} = & -\frac{m}{M} \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{B}{N} \times \\ & \times \left[N^-(l) - N^+(l) + \frac{\rho_i}{\rho_e} (N_i^+(l) - N_i^-(l)) \right]. \end{aligned}$$

Здесь $N^+(l)$ и $N^-(l)$, $N_i^+(l)$ и $N_i^-(l)$, соответственно, количества макроэлектронов и «макро» ионов справа (знак «+») и слева (знак «-») от слоя с координатами Z_l или Y_l , ρ_i , ρ_e — невозмущенные концентрации ионов и электронов, \bar{p}_l — безразмерный импульс l -го иона. При записи уравнений (10) учтено, что силы, действующие на заданный электрон со стороны других электронов, складываются аддитивно, поскольку в выражение (6) для пондеромоторной силы рассеянное поле входит линейно.

Начальные условия в случае, когда электроны и ионы равномерно распределены по слою, имеют вид

$$Z_l(0) = Y_l(0) = \frac{Bl}{N}, \quad \tilde{p}_l = \bar{p}_l = 0. \quad (11)$$

Следует отметить, что уравнения, аналогичные (10), описывают процесс рассеяния в поле линейно поляризованной волны накачки

$$\mathbf{A}(z, t) = \text{Re}(\mathbf{x}_0 A_i \exp(i\omega t + ihz)).$$

Однако при этом следует считать $\alpha_i \ll 1$, т.е. использовать приближение слабой нерелятивистской волны. При этом в выражении для усредненной пондеромоторной силы в уравнениях (10) фактор $\alpha_i^2/(1 + \alpha_i^2)$ заменится на $\alpha_i^2/2$.

Обратим также внимание, что система уравнений (10) позволяет ввести новое нормированное время $\tilde{\tau} = \omega_p \tau / \omega = \omega_p t$. Это означает, что любое решение этих уравнений есть функция от $\omega_p t$, и характерные времена всех процессов пропорциональны $1/\omega_p$. Естественно, что при учете запаздывания отмеченное выше подобие должно нарушаться. В первом приближении запаздывание может быть учтено следующим образом: волна, излучаемая l -м электроном, считается монохроматической и распространяющейся до n -го электрона с задержкой по времени на $\Delta t = |z_n - z_l|/c$. Тогда в правую часть уравнений движения войдут значения Z_n и Z_l не в один и тот же момент времени, как при записи уравнений (10), а в моменты, разнесенные на Δt . Запаздывание при рассмотрении кулоновской силы можно не учитывать, поскольку в рамках одномерной модели эта сила не зависит от расстояния.

Самосогласованную систему уравнений с учетом запаздывания удобно записать, вводя нормированное время $\tilde{\tau}$ (уравнения движения ионов опускаем, поскольку они сохраняют свой вид):

$$\frac{dZ_l(\tilde{\tau})}{d\tilde{\tau}} = \frac{\tilde{p}_l}{\gamma},$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{p}_l(\tilde{\tau})}{d\tilde{\tau}} = & \frac{1}{2} \frac{B}{N} \times \\ & \times \left\{ N^- - N^+ + \frac{\rho_i}{\rho_e} (N_i^+ - N_i^-) + \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2} \times \right. \\ & \times \left[\sum_n^{N^+} \mu_+ \cos(\mu_+ (Z_n(\tilde{\tau} - \Delta\tau) - Z_l(\tilde{\tau}))) - \right. \\ & \left. \left. - \sum_n^{N^-} \mu_- \cos(\mu_- (Z_n(\tilde{\tau} - \Delta\tau) - Z_l(\tilde{\tau}))) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Delta\tau = \theta |Z_n - Z_l|.$$

Здесь $\theta = \omega_p/\omega$ играет роль параметра запаздывания, и при $\theta \rightarrow 0$ эти уравнения сводятся к системе (10), записанной в новых нормировках.

3. СВЕРХИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ ПРИ РАССЕЯНИИ ДВИЖУЩИМСЯ ЭЛЕКТРОННЫМ СГУСТКОМ ИНТЕНСИВНОЙ ВОЛНЫ НАКАЧКИ

Рассмотрим одномерный электронный сгусток шириной b_0 , движущийся в $+z$ -направлении с релятивистской поступательной скоростью

V в вакууме. Пусть на сгусток падает циркулярно поляризованная волна накачки $\mathbf{A}(z, t) = \text{Re}(\xi A_i \exp(i\omega_0 t + ih_0 z))$, где $h_0 = \omega_0/c$, распространяющаяся навстречу поступательному движению частиц. В системе отсчета K' , связанной со сгустком, движение электронов в пренебрежении запаздыванием будет описываться уравнениями (10), (11), в которые следует подставить пересчитанные в соответствии с преобразованием Лоренца величины

$$\omega = \gamma_{\parallel}(\omega_0 + h_0 V), \quad h = \gamma_{\parallel} \left(h_0 + \frac{\omega_0 V}{c^2} \right) = \frac{\omega}{c},$$

$$b = \gamma_{\parallel} b_0, \quad \omega_p = \frac{\omega_{p0}}{\sqrt{\gamma_{\parallel}}},$$

где $\gamma_{\parallel} = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ — продольный релятивистский масс-фактор, ω_{p0} — плазменная частота сгустка в лабораторной системе отсчета.

В рассматриваемом случае в сопровождающей системе отсчета K' рассеянное излучение имеет ту же частоту и модуль волнового числа, что и волна накачки. Поэтому в уравнениях (10), (11) следует положить $\mu_- = 0, \mu_+ = 2$. Предположим, что статический заряд электронного сгустка полностью скомпенсирован ионным фоном. Пренебрежем далее продольными смещениями ионов, а также будем считать, что ширина электронного слоя велика в масштабе волны излучения. В такой ситуации продольные смещения электронов определяются встречной рассеянной волной (распространяющейся вдоль направления движения сгустка в лабораторной системе отсчета), интерференция которой с волной накачки создает волну биений с половинной длиной волны. При этом пондеромоторная сила в ближней зоне оказывается притягивающей. Такой характер поведения силы взаимодействия должен приводить к неустойчивости и разбиению слоя на когерентно излучающие сгустки. Их число равно $B/(2\pi/\mu_+)$, т. е. числу периодов пондеромоторной силы на длине слоя. Для начальной стадии процесса ($\tau \sim 15-20$) это обстоятельство видно на рис. 2, где представлены зависимости координат электронов от времени при $\omega_p^2/\omega^2 = 0.08, \alpha_i = 0.7, B = 40$.

Обсудим теперь анизотропный характер рассеяния вперед и назад электронным слоем конечной ширины. Амплитуда волны, сонаправленной с волной накачки и распространяющейся против поступательного движения сгустка, не зависит от времени. В самом деле, в точке Z , лежащей слева от слоя, безразмерная комплексная амплитуда рассеянной в $-z$ -направлении волны, согласно (4), есть

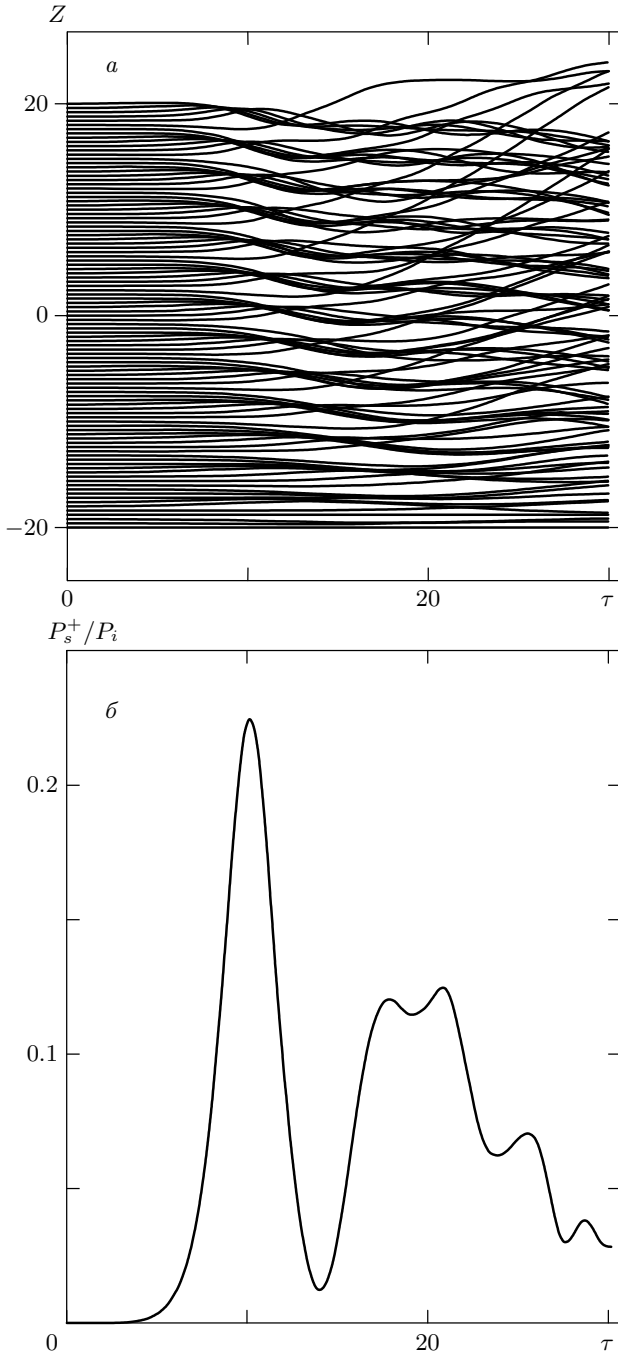


Рис. 2. Зависимость от времени τ координат макроэлектронов (а) и нормированной мощности P_s^+/P_i волны, рассеянной во встречном направлении (б), при $\omega_p^2/\omega^2 = 0.08$, $\alpha_i = 0.7$, $B = 40$

$$\alpha_s^-(Z) = -\frac{i}{2} \frac{\omega_p^2 B}{\omega^2 N} \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_i^2}} \sum_{l=1}^N \alpha_i e^{iZ_l} e^{i(Z-Z_l)} = -\frac{i}{2} \frac{\omega_p^2 B}{\omega^2} \frac{\alpha_i}{\sqrt{1 + \alpha_i^2}} e^{iZ}, \quad (13)$$

(т. е. все слагаемые в этой сумме одинаковы независимо от расположения частиц внутри слоя). Иначе обстоит дело с волной, рассеянной в $+z$ -направлении. Для нее безразмерная комплексная амплитуда в точке Z , расположенной справа от слоя, дается соотношением

$$\alpha_s^+ = \frac{i}{2} \frac{\omega_p^2 B}{\omega^2 N} \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_i^2}} \sum_{l=1}^N \alpha_i e^{iZ_l} e^{-i(Z-Z_l)} = \frac{i}{2} \frac{\omega_p^2 B}{\omega^2 N} \frac{\alpha_i e^{-iZ}}{\sqrt{1 + \alpha_i^2}} \sum_{l=1}^N e^{2iZ_l}. \quad (14)$$

Очевидно, что амплитуда рассеянной назад волны существенно зависит от времени и ее отношение к амплитуде волны, рассеянной вперед, всегда меньше единицы

$$\frac{\sum_{l=1}^N e^{2iZ_l}}{N} \leq 1.$$

Это объясняется тем, что рассеянные всеми электронами в $-z$ -направлении волны синхронизованы с волной накачки и когерентны, а рассеянные в $+z$ -направлении интерферируют между собой. Таким образом, амплитуда встречной волны будет определяться фактором

$$\left| \frac{\sum_{l=1}^N e^{2iZ_l}}{N} \right|,$$

а в модели непрерывного слоя —

$$\left| \int \rho(Z) e^{2iZ} dZ \right| / B,$$

где введена безразмерная плотность $\rho(Z)$. В начальный момент, когда $\rho(Z) = \text{const}$, имеем

$$\alpha_s^+ = \frac{2\pi i e^2}{\omega^2} \frac{\alpha_i e^{-iZ}}{\sqrt{1 + \alpha_i^2}} \int \rho(Z) e^{2iZ} dZ = \frac{i}{2} \frac{\omega_p^2 B}{\omega^2} \frac{\alpha_i e^{-iZ}}{\sqrt{1 + \alpha_i^2}} \sin(kb). \quad (15)$$

Таким образом, изначально амплитуда поля, рассеянного во встречном направлении, определяется наличием у электронного сгустка резких фронтов. Это поле является фактически затравочным, т. е. инициирующим последующую группировку частиц внутри сгустка, в результате которой $\rho(Z)$ становится периодической функцией с периодом $2\pi/2k$ (см. рис. 2) и интеграл (или сумма) может принимать достаточно большие значения. Это означает, что электроны группируются таким образом, чтобы обеспечить существенное возрастание по сравнению с начальным моментом времени амплитуды волны α_s^+ .

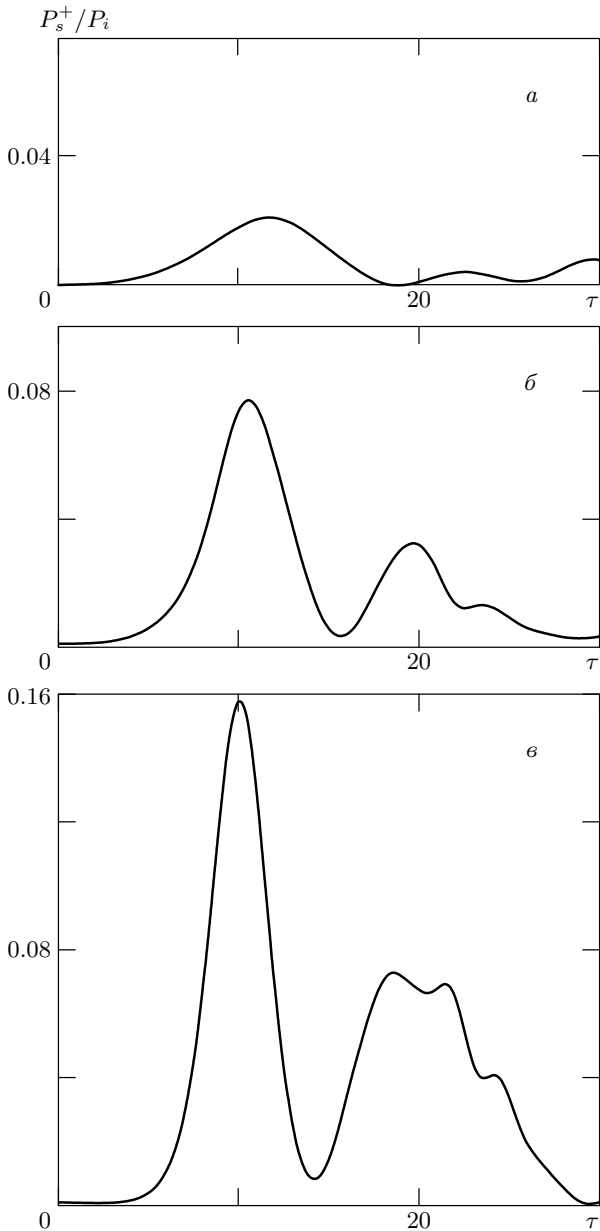


Рис. 3. Зависимость нормированной мощности излучения P_s^+ / P_i от времени τ при различных ширинах слоя: $\omega_p^2 / \omega^2 = 0.08$, $\alpha_i = 0.7$, $B = 10$ (а), 20 (б), 30 (в)

На рис. 3 для сопровождающей системы отсчета показана зависимость от времени отношения мощности указанной волны к мощности волны накачки,

$$\frac{P_s^+}{P_i} = \frac{|\alpha_s^+|^2}{|\alpha_i|^2} = \frac{1}{1 + \alpha_i^2} \times \left(\frac{1}{2} \frac{\omega_p^2 B}{\omega^2 N} \right)^2 \left| \sum_{l=1}^N e^{2iZ_l(\tau)} \right|^2. \quad (16)$$

Максимум на графиках соответствует максимальной группировке электронов, имеющей место при $\tau \sim 15$ (ср. с рис. 2). При идеальной группировке все плоскости излучают когерентно, все члены суммы в формуле (16) одинаковы и, соответственно,

$$\frac{P_s^+}{P_i} = \frac{1}{1 + \alpha_i^2} \left(\frac{1}{2} \frac{\omega_p^2 B}{\omega^2} \right)^2. \quad (17)$$

В этом случае амплитуды волн, излучаемых вперед и назад, равны. Моделирование показывает, что при выбранных параметрах пиковая мощность излучения на рис. 3 примерно в 10 раз меньше величины (17), а соответствующая амплитуда этого поля приблизительно втрое меньше идеальной. Тем не менее на основании проведенного анализа можно утверждать, что в определенный момент времени достигается достаточно высокая степень когерентности излучения частиц электронного слоя. При больших временах $\tau > 15$ происходит разрушение сгустков (рис. 2), а затем образование вторичных сгустков, с чем связаны последующие максимумы амплитуды рассеянной волны. Далее имеет место сильное перемешивание частиц внутри слоя и амплитуда рассеянной в $+z$ -направлении волны уменьшается практически до уровня, даваемого формулой (15).

Нетрудно видеть, что пиковая мощность излучения квадратично зависит от числа частиц, участвующих в процессе рассеяния, которое пропорционально $\omega_p^2 b$. Квадратичная зависимость мощности от плотности сгустка, т. е. от ω_p^2 , вытекает непосредственно из формулы (16) и временного подобия задачи. Как следует из уравнений (10), (11), с изменением ω_p^2 меняются лишь временные масштабы, но не координаты электронов. Таким образом, при изменении ω_p^2 максимум в амплитуде рассеянной волны будет достигаться в немного отличающийся момент времени, но максимум

$$\left| \sum_{l=1}^N e^{2iZ_l} \right|^2$$

сохраняется, а коэффициент перед этой величиной квадратичен по ω_p^2 . Численное моделирование (рис. 3, 4) подтверждает, что зависимость пиковой мощности от ширины слоя B также близка к квадратичной. На рис. 3 представлены зависимости излучаемой мощности от времени при различных b , а на рис. 4 — зависимость пиковой мощности от ширины слоя. Квадратичная зависимость пиковой мощности импульсов сверхизлучения от полного числа частиц свидетельствует о когерентном характере излучения.

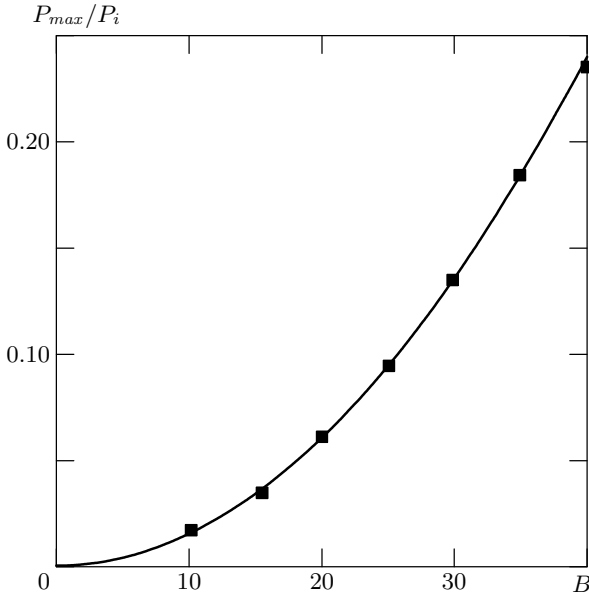


Рис. 4. Зависимость нормированной пиковой мощности сверхизлучения P_{max}/P_i от ширины слоя B при $\omega_p^2/\omega^2 = 0.08$, $\alpha_i = 0.7$ (сплошная кривая). Точками показаны результаты численного моделирования

Длительность импульса сверхизлучения уменьшается с увеличением полного числа частиц. При изменении ω_p это утверждение следует из указанного выше временного подобия задачи (все характерные времена, а следовательно, и длина импульса, пропорциональны $1/\omega_p$). Для различных ширины слоя b этот вывод следует из результатов численного моделирования (ср. рис. 3а-в).

Описанные выше результаты получены в пренебрежении запаздыванием, т. е. в предположении, что время распространения излучения вдоль слоя b/c значительно меньше характерного времени группировки частиц t_{bunch} и, соответственно, времени, за которое высвечивается импульс сверхизлучения. Оценим характерное время t_{bunch} как момент возникновения основного пика рассеянного излучения. При идеальной группировке амплитуда рассеянной назад волны согласно (14) равна

$$\alpha_{max}^+ = \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} B \alpha_i (1 + \alpha_i^2)^{-1/2}.$$

При этом, как следует из (6), на частицу действует сила

$$F_{max} = mc \frac{\omega_p^2 B}{2\omega} \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2},$$

придающая ей ускорение

$$a_{max} = \frac{F_{max}}{m} = \frac{1}{2} \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2} \omega_p^2 b.$$

Время группировки t_{bunch} можно оценить как время прохождения частицами под действием этой силы длины волны биений

$$\lambda_{pond} = \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi c}{\omega},$$

$$t_{bunch} = \left(\frac{2\lambda_{pond}}{a_{max}} \right)^{1/2} \approx \omega_p^{-1} \sqrt{\frac{4\pi(1 + \alpha_i^2)}{\alpha_i^2 B}}.$$

Тогда условие пренебрежения запаздыванием может быть представлено в виде

$$\frac{\omega}{\omega_p} \sqrt{\frac{4\pi(1 + \alpha_i^2)}{\alpha_i^2}} \gg B^{3/2}.$$

Учет небольшого запаздывания с помощью уравнений (12) качественно не меняет характера процесса. На рис. 5 представлена зависимость перенормированной мощности излучения $P_s^+ / (\theta^4 P_i)$ от времени $\tilde{\tau}$ при различных значениях параметра θ . Следует отметить, что при учете запаздывания степень группировки уменьшается и, следовательно, пиковая мощность излучения также убывает. Видно, что при $B = 20$ значительное подавление амплитуды главного импульса сверхизлучения имеет место при $\theta = 0.1$.

Обсудим теперь основные свойства излучения вперед и назад в лабораторной системе отсчета. В сопровождающей системе все процессы происходят на одной частоте. Тогда с учетом эффекта Доплера в лабораторной системе частоты волн, распространяющихся в разные стороны, будут существенно различаться. При поступательной скорости, близкой к скорости света $V \rightarrow c$, $\omega^+ / \omega^- = 4\gamma_{||}^2$, где $\omega^+ = \gamma_{||}(\omega + kV)$, $\omega^- = \gamma_{||}(\omega - kV) = \omega_0$ — частоты волн, распространяющихся в лабораторной системе отсчета соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси z .

С учетом закона сохранения числа квантов получаем, что в лабораторной системе мощность, излучаемая в направлении поступательного движения электронного сгустка, будет существенно превосходить мощность, излучаемую в противоположном направлении. Действительно, числа излученных квантов P/ω в обеих системах отсчета равны, и тогда

$$\frac{P_{lab}^+}{P_{lab}^-} = \frac{\omega^+ P^+}{\omega^- P^-} \approx \frac{4\gamma_{||} P^+}{P^-}.$$

Таким образом, в лабораторной системе отсчета при ультрарелятивистском поступательном движе-

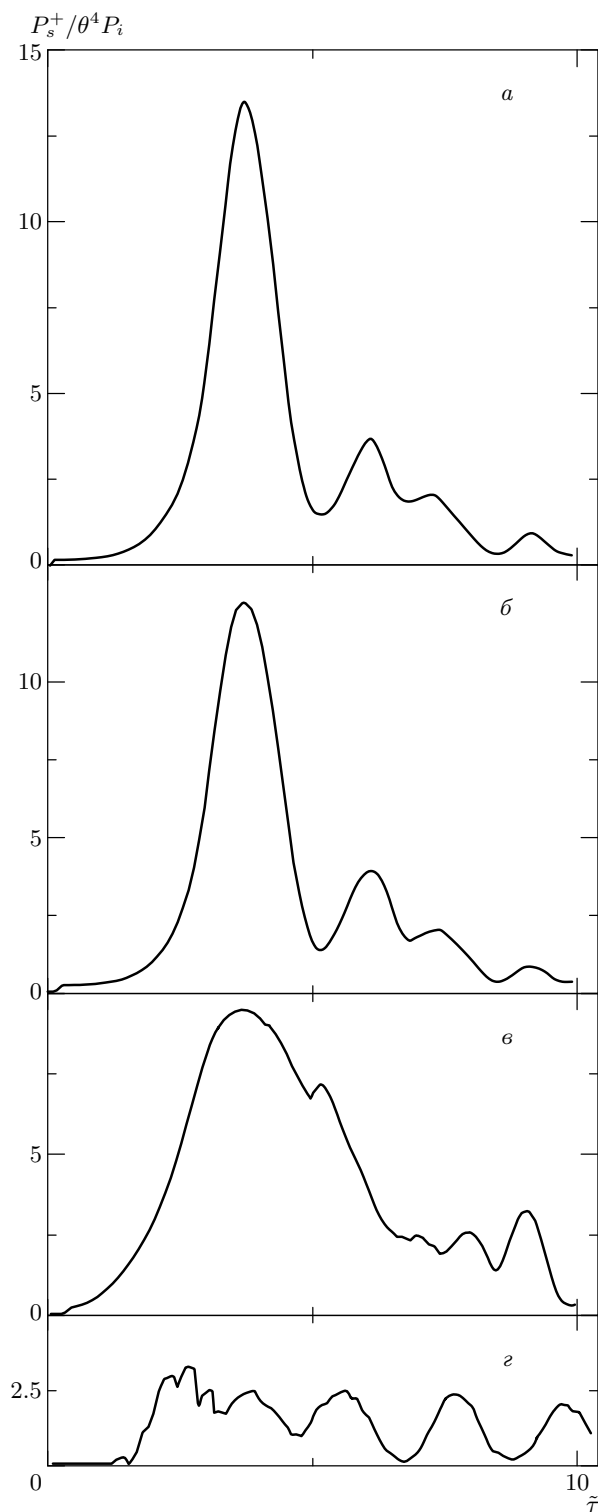


Рис. 5. Зависимость нормированной мощности $P_s^+ / \theta^4 P_i$ от времени $\tilde{\tau}$ с учетом запаздывания: $B = 20$, $\alpha = 0.7$, $\theta = 0$ (а), 0.005 (б), 0.01 (в), 0.1 (г)

нии сгустка, $\gamma_{\parallel} \gg 1$, основная доля энергии сверхизлучения будет сосредоточена в коротковолновой компоненте.

В заключение сделаем некоторые численные оценки. Пусть длина волны накачки в лабораторной системе отсчета равна 3 см, а плотность потока мощности 1.4 ГВт/см² ($\alpha_i = 0.7$). Допустим, что рассеяние имеет место на сгустке с длиной $b_0 = 4$ мм, энергией частиц $E = 2$ МэВ ($\gamma_{\parallel} = 5$) и плотностью тока $j \sim 1$ кА/см². Тогда в сопровождающей системе $\omega \sim 6 \cdot 10^{11}$ с⁻¹, $\omega_p^2 / \omega^2 \sim 3 \cdot 10^{-4}$, $B = 20$. Соответственно частота коротковолновой компоненты импульса сверхизлучения в лабораторной системе отсчета $\omega^+ \sim 6 \cdot 10^{12}$ с⁻¹ ($\lambda^+ \sim 0.3$ мм). Из результатов моделирования, представленных на рис. 3, получаем длительность импульса $\Delta t \sim 0.2$ нс, время задержки импульса сверхизлучения от момента включения поля накачки $t \sim 0.1$ нс. Нормированная амплитуда импульса $\alpha_s^+ \sim 4 \cdot 10^{-3}$, что соответствует плотности потока мощности 0.4 ГВт/см². Таким образом, указанный механизм может быть использован для генерации мощных импульсов излучения субмиллиметрового диапазона.

4. УСКОРЕНИЕ КОРОТКОГО СГУСТКА ПЛАЗМЫ СИЛАМИ РАДИАЦИОННОГО ДАВЛЕНИЯ

Рассмотрим теперь движение как целого тонкого в масштабе длины волны слоя покоящейся в начальный момент нейтральной плазмы с конечной массой ионов под действием интенсивной циркулярно поляризованной волны накачки, распространяющейся в $+z$ -направлении. Покажем, что электромагнитные поля, рассеянные электронами слоя, в сочетании с полем падающей волны создают пондеромоторную силу, ускоряющую электроны слоя, а затем, посредством кулоновских сил, и тяжелые ионы. При этом темп ускорения, получающийся в рамках описанной в разд. 2 модели, соответствует результатам макроскопического рассмотрения.

Сумма кулоновских сил внутри слоя нейтральной плазмы, очевидно, равна нулю. Пондеромоторные же силы, как уже отмечалось, в рамках исследуемой модели не подчиняются третьему закону Ньютона, и поэтому их сумма дает ненулевое ускорение сгустка. Найдем величину этого ускорения. Как следует из уравнений (10), (11), при $\mu_+ = 2$, $\mu_- = 0$ на каждую пару электронов с координатами $Z_{n,l}$ действует ускоряющая пондеромоторная сила (7), приложенная к электрону с координатой $Z_n < Z_l$. В ре-

зультате этот электрон догоняет и перегоняет электрон с координатой Z_l , после чего ускоряющая пондеромоторная сила оказывается уже приложенной ко второму из выбранных электронов. Таким образом, периодически меняясь местами, оба электрона вовлекаются в процесс ускорения. Для оценок в случае тонкого слоя в масштабе длины волны внешнего поля пондеромоторную силу, действующую на пару электронов, можно считать не зависящей от расстояния между частицами и в безразмерных величинах равной

$$f = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{B}{N} \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2}.$$

Число всех различных комбинаций пар взаимодействующих макроэлектронов равно $N^2/2$, поэтому суммарная нескомпенсированная сила, действующая на сгусток из N электронов есть

$$f_\Sigma = \frac{\omega_p^2 B N}{2\omega^2} \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2}. \quad (18)$$

Таким образом, средняя сила, действующая на одну частицу, равна половине максимального значения пондеромоторной силы, даваемой соотношением (7). Это связано с тем, что электроны в процессе ускорения постоянно меняются местами, но суммарная пондеромоторная сила не зависит от расположения электронов. Эта сила посредством кулоновского взаимодействия оказывается приложенной к ионам, суммарная масса которых для нейтрального сгустка равна $M\rho V$. Таким образом, ускорение сгустка как целого определяется соотношением

$$a = \frac{f_\Sigma}{M\rho V} = \frac{m}{M} \frac{\omega_p^2 b}{2} \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2}.$$

В формуле (18) целесообразно от силы, действующей на сгусток, перейти к давлению, определяемому как сила, приложенная на единицу площади поперечного сечения,

$$p = \frac{m^2 \omega_p^4 b^2}{8\pi e^2} \frac{\alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2} = \frac{\omega_p^4 b^2}{8\pi c^4} \frac{A_i^2}{1 + (eA_i/mc^2)^2}. \quad (19)$$

Аналогичное значение для среднего темпа ускорения плазменного сгустка, обусловленного давлением электромагнитного излучения, может быть получено в рамках макроскопической электродинамики. Рассмотрим падение из вакуума плоской монохроматической циркулярно поляризованной электромагнитной волны с амплитудой E_0 и частотой ω на тонкий в масштабе длины волны слой толщиной b с диэлектрической проницаемостью ε . Тогда из закона

сохранения импульса давление излучения на этот слой выразится через удвоенный поток импульса отраженной волны:

$$p = 2 \frac{P_R}{c} = \frac{E_0^2}{2\pi} |R|^2, \quad (20)$$

где R — коэффициент отражения от слоя,

$$\begin{aligned} R &= \xi \frac{1 - \exp(-2ik\sqrt{\varepsilon}b)}{1 - \xi^2 \exp(-2ik\sqrt{\varepsilon}b)} \approx \\ &\approx \frac{2ik\sqrt{\varepsilon}b}{1/\xi - \xi} = \frac{ikb(\varepsilon - 1)}{2}, \\ \xi &= \frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\sqrt{\varepsilon} + 1}. \end{aligned} \quad (21)$$

Приближенное равенство записано при условии $\omega\sqrt{\varepsilon}b/c \ll 1$. Представив ε как диэлектрическую проницаемость плазмы, $\varepsilon = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, из соотношений (20) и (21) для давления волны на слой имеем

$$p = \frac{E_0^2}{2\pi} \frac{k^2 b^2 (\varepsilon - 1)^2}{4} = \frac{A_i^2 b^2 \omega_p^4}{8\pi c^4}. \quad (22)$$

Это соотношение совпадает с точностью до релятивистского фактора $1 + (eA_i/mc^2)^2$ с полученной выше величиной (19). Отличие объясняется тем, что в макроскопическом подходе использовано нерелятивистское выражение для диэлектрической проницаемости. Таким образом, давление (а значит и темп ускорения), получаемое в макроскопическом подходе, согласуется с темпом, полученным в микроскопическом подходе.

Описанный выше механизм ускорения иллюстрируется рис. 6, где показаны зависимости от времени безразмерных координат электронов и ионов, а также безразмерных (измеряемых в единицах c) скоростей ионов при $\omega_p^2/\omega^2 = 0.08$, $\alpha_i = 0.7$, $B = 0.1$. Как следует из рисунков, среднее ускорение сгустка достаточно хорошо согласуется с величиной, определяемой соотношениями (18), (22), а внутренняя динамика движения частиц в сгустке носит достаточно сложный неламинарный характер. В частности, имеет место периодическое пересечение траекторий электронов (это обстоятельство отмечалось выше при выводе соотношения (18)). Интересно также отметить, что в процессе ускорения некоторые ионы отстают от сгустка, но сгусток не разваливается, поскольку избыточные кулоновские силы компенсируются пондеромоторным взаимодействием, которое в ближней зоне является притягивающим (см. подробнее в разд. 5).

Оценим величину ускорения сгустка плотностью $4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ и длиной 0.5 мм электромагнитной вол-

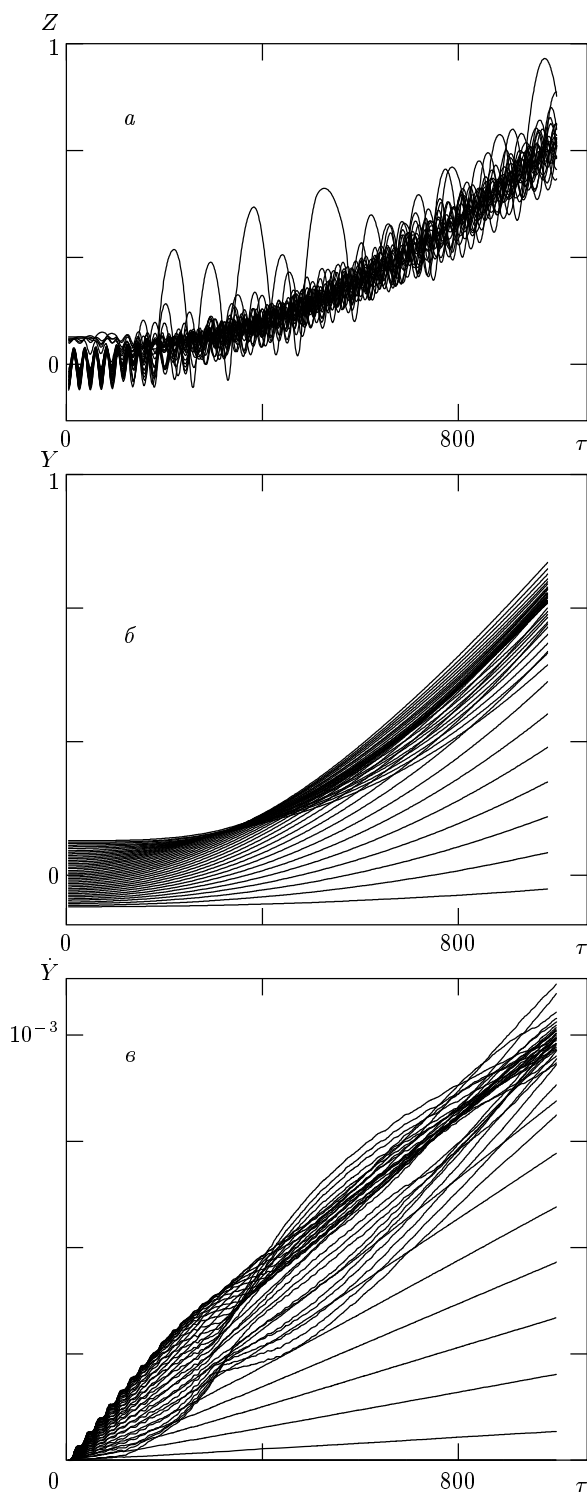


Рис. 6. Зависимости координат электронов (*a*), координат ионов (*b*), скоростей ионов (*v*) от времени τ в процессе ускорения плазменного сгустка в поле электромагнитной волны при $\omega_p^2/\omega^2 = 0.08$, $\alpha_i = 0.7$, $B = 0.1$

ной с длиной волны 3 см и плотностью потока мощности 0.4 ГВт/см² ($\alpha_i = 0.7$). При $\omega_p^2/\omega^2 \sim 3$ для величины ускорения сгустка имеем $a \approx 4.5 \cdot 10^{16}$ см/с². Например, на длине 1 м электроны приобретают энергию 2.5 кэВ, а ионы 5 МэВ.

5. ФОКУСИРОВКА СОБСТВЕННЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ КОРОТКОГО ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА ПРИ ДВИЖЕНИИ В ПОЛЕ ОНДУЛЯТОРА

Эффекты сверхизлучения, рассмотренные в разд. 3, имеют место и в случае, когда осцилляции сообщаются электронам при поступательном движении в поле планарного или спирального ондулятора. Как уже отмечалось, это поле трансформируется в сопровождающей пучок системе отсчета в поле соответственно линейно или циркулярно поляризованной волны с законом дисперсии, отличным от вакуумного. В лабораторной системе отсчета статическое магнитное поле спирального ондулятора в пренебрежении поперечной неоднородностью может быть задано вектор-потенциалом

$$\mathbf{A}_i(z, t) = \text{Re} (\xi A_i \exp(ih_u z)),$$

где $h_u = 2\pi/d$, $|A_i| = H_0/h_u$, d — период ондулятора, H_0 — амплитуда магнитного поля. При движении электронов вдоль оси ондулятора со скоростью V в сопровождающей системе отсчета поле ондулятора трансформируется к виду

$$\mathbf{A}(z, t) = \text{Re} (\xi A_i \exp(i\omega t + ih_i z)),$$

где $h_i = h_u \gamma_{\parallel}$, $\omega = h_u V \gamma_{\parallel}$. Таким образом, задача описывается уравнениями (10) (при учете запаздывания — (12)) и анализ характеристик этого процесса как в сопровождающей, так и в лабораторной системе отсчета близок к проведенному в разд. 3. Следует, однако, отметить, что при движении в поле ондулятора в уравнениях (10) $\mu_{-} \neq 0$, поэтому в группировке электронов будут принимать участие две волны биений, обусловленных электромагнитными волнами, излученными в $\pm z$ -направлениях. Тем не менее при поступательной скорости сгустка, стремящейся к скорости света, $V \rightarrow c$, пондеромоторным воздействием, связанным с биениями волны накачки и волны, распространяющейся в $-z$ -направлении, можно пренебречь по сравнению с пондеромоторным воздействием со стороны волны, распространяющейся в $+z$ -направлении. В результате в случае ультрарелятивистского движения электронного

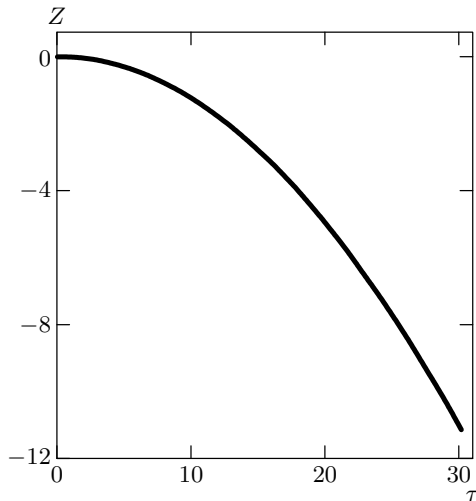


Рис. 7. Зависимость координат электронов от времени τ в процессе радиационного сжатия электронного сгустка с не полностью скомпенсированным объемным зарядом при $\alpha_i = 1$, $R = 0.5$, $\omega_p^2/\omega^2 = 1$, $B = 0.1$

сгустка в ондуляторном поле процесс сверхизлучения в значительной степени аналогичен описанному выше в разд. 3. Заметим, однако, что выражение для частот рассеянного вперед и назад излучения приобретает вид $\omega^+/\omega^- = 2\gamma_{\parallel}^2$, где $\omega_- = h_0c$. Соответственно, и для отношения мощностей коротко- и длинноволновой компоненты рассеяния имеем

$$\frac{P_{lab}^+}{P_{lab}^-} = 2\gamma_{\parallel}^2 \frac{P^+}{P^-}.$$

Заметим также, что если в ондуляторном поле движется короткий (в масштабе длины волны излучения в сопровождающей системе отсчета) сгусток нейтральной плазмы, то, в отличие от рассмотренного в разд. 4 ускорения сгустка в поле электромагнитной волны накачки, в данном случае должно иметь место не ускорение, а торможение сгустка как целого.

Как уже отмечалось в разд. 4, даже при частичном нарушении нейтральности плазменного сгустка, силы электромагнитного давления удерживают электроны сгустка от разлета, вызванного кулоновскими силами. Это является следствием того, что сила пондеромоторного взаимодействия между электронами является притягивающей, если расстояние между ними достаточно мало (см. рис. 1). Однако эта сила не может полностью скомпенсировать силы кулоновского расталкивания. Тем не менее представляет интерес исследование возможности фокусиров-

ки электронных сгустков полями излучения при движении в ондуляторном поле. Такая фокусировка оказывается возможной, если предположить, что кулоновский заряд частично скомпенсирован металлическими стенками камеры, через которую движется электронный сгусток. В рамках исследуемой одномерной модели такая компенсация может быть описана введением коэффициента редукции $r < 1$ в виде множителя перед кулоновской силой в уравнении (11). В таком предположении в достаточно сильном ондуляторном поле, $\alpha_i \sim 1$, уже при коэффициенте редукции $r \sim 0.5$ имеет место компенсация кулоновского расталкивания пондеромоторной силой и, соответственно, фокусировка электронного сгустка. Рисунок 7 иллюстрирует эффект фокусировки короткого электронного сгустка при движении в поле ондулятора. Естественно, что одновременно происходит торможение сгустка как целого, обусловленное потерями энергии на излучение.

Следует отметить, что более полный анализ процесса фокусировки электронного сгустка полями излучения требует решения двумерной задачи. Такой анализ был проведен применительно к случаю короткого сгустка, состоящего из электронов, вращающихся в однородном магнитном поле [22]. Прямое численное моделирование в рамках PIC (Particle in Cell) кода КАРАТ действительно показало, что учет сил отдачи, возникающих в процессе циклотронного излучения электронов, приводит к существенному возрастанию времени жизни сгустка.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 01-02-17029).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. H. Bonifacio, C. Maroli, and N. Piovella, *Opt. Comm.* **68**, 369 (1988).
2. R. Bonifacio, N. Piovella, and B. W. J. McNeil, *Phys. Rev. A* **44**, 3441 (1991).
3. В. В. Железняков, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский, *Изв. ВУЗов, радиофизика* **29**, 1095 (1986).
4. Н. С. Гинзбург, *Письма в ЖТФ* **14**, 440 (1988).
5. Н. С. Гинзбург, А. С. Сергеев., *Письма в ЖЭТФ* **54**, 445 (1991).
6. Н. С. Гинзбург, И. В. Зотова, А. С. Сергеев, *Письма в ЖЭТФ* **60**, 501 (1994).

7. Н. С. Гинзбург, А. С. Сергеев, ЖЭТФ **99**, 438 (1991).
8. N. Piovella, P. Chaix, G. Shvets et al., Phys. Rev. E **52**, 5470 (1995).
9. G. R. M. Robb, N. S. Ginzburg, A. D. R. Phelps et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 1492 (1996).
10. Н. С. Гинзбург, И. В. Зотова, А. С. Сергеев и др., Письма в ЖЭТФ **63**, 322 (1996).
11. N. S. Ginzburg, A. S. Sergeev, I. V. Zotova et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 2365 (1997).
12. N. S. Ginzburg, A. S. Sergeev, I. V. Zotova et al., Opt. Comm. **175**, 139 (2000).
13. В. Г. Шпак, М. И. Яландин, Н. С. Гинзбург и др., ДАН **365**, 50 (1999).
14. N. S. Ginzburg, Yu. V. Novozhilova, A. S. Sergeev et al., Phys. Rev. E **60**, 3297 (1999).
15. В. И. Алексеев, Е. В. Алиева, К. А. Беловинцев и др., ДАН **306**, 580 (1989).
16. Е. Г. Бессонов, КЭ **8**, 1617 (1986).
17. В. И. Векслер, Л. М. Коврижных, ЖЭТФ **35**, 1116 (1958).
18. Г. А. Аскарьян, Атомная энергия **5**, 1644 (1958).
19. В. В. Янков, ЖЭТФ **32**, 326 (1961).
20. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1989), с. 160.
21. А. Г. Литвак, Е. В. Суворов, ЖЭТФ **76**, 147 (1979).
22. Н. С. Гинзбург, Ю. В. Новожилова, Р. М. Розенталь и др., Письма в ЖТФ **26**, 12 (2000).