ЖЭТФ, 2003, том 124, вып. 2 (8), стр. 338–350

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С МАГНИТО- И АНТИФЕРРОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ В ТРИРУТИЛАХ

И. Ф. Мирсаев**, Е. А. Туров***

Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук
620219, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 23 декабря 2002 г.

Исследуются динамические эффекты, обусловленные магнитоэлектрическим и антиферроэлектрическим взаимодействиями в тетрагональных антиферромагнетиках. Рассмотрение проводится на примере трирутилов, представляющих собой целый ряд антиферромагнетиков с различными обменными структурами и ориентационными состояниями. Главным образом речь идет о возбуждении переменным электрическим полем $\mathbf{E}(t)$ характерных для этих магнетиков спиновых волн (антиферроэлектрический резонанс), а также ядерного магнитоэлектрического резонанса, связанного с указанными взаимодействиями. В первом случае основное внимание уделяется специфическим магнонам (антимагнонам), для которых в колебаниях принимают участие только векторы антиферромагнетизма $\mathbf{L}$, в то время как суммарный вектор ферромагнетизма $\mathbf{M}$ остается в покое. Ядерный магнитоэлектрический резонанс может быть обусловлен колебаниями как $\mathbf{L}$, так и $\mathbf{M}$, вызванными полем $\mathbf{E}(t)$, которое тем самым дает вклад в сверхтонкое поле, действующее на ядерные спины. Показано, что магнито- и антиферроэлектрическое взаимодействия в динамике могут проявляться как при высоких (обычно обменных) частотах ω_E (антиферроэлектрический резонанс), так и при весьма низких ядерных частотах $\omega_n \ll \omega_E$. Рассматриваются отдельные случаи магнитных структур (фаз), в которых, наряду с антимагнонами, оказывается возможным возбуждение полем $\mathbf{E}(t)$ квазиантиферромагнонов, имеющих более низкие собственные частоты, чем квазимагноны (релятивистские и полурелятивистские).

PACS: 75.30.Cr, 76.50.+g, 75.80.+q, 76.60.-k

1. ВВЕДЕНИЕ

В некоторых магнитоупорядоченных веществах (магнетиках) имеют место магнитоэлектрическое и/или антиферроэлектрическое взаимодействия магнитных моментов (намагниченностей подрешеток) с электрическим полем $\mathbf{E}$. Эти взаимодействия связаны с наличием в термодинамическом потенциале Φ (его плотности в однородном случае) слагаемых вида

$$M_i L_j E_k \tag{1}$$

в случае магнитоэлектрического взаимодействия и

$$L_{1i} L_{2j} E_k \tag{2}$$

в случае антиферроэлектрического взаимодействия. В (1) и (2) $\mathbf{M}$ — вектор суммарной намагниченности, а $\mathbf{L}$, $\mathbf{L}_{1,2}$ — векторы антиферромагнетизма. В центросимметричных кристаллах, где среди элементов пространственной группы имеется инверсия $\bar{1}$, инварианты вида (1) существуют в том случае, когда вектор $\mathbf{L}$ является центроантисимметричным, так что $\bar{1}\mathbf{L} = -\mathbf{L}$, поскольку $\mathbf{M}$ — центросимметричный вектор ($\bar{1}\mathbf{M} = \mathbf{M}$), а $\mathbf{E}$ — центроантисимметричный. А инварианты вида (2) появляются, когда один из антиферромагнитных векторов оказывается центросимметричным (пусть это будет $\mathbf{L}_1$), а второй ($\mathbf{L}_2$) — центроантисимметричным.

В статике слагаемое вида (1) обусловливает известный магнитоэлектрический эффект — намагничивание антиферромагнетика внешним электрическим полем $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 = \text{const}$ [1], а за счет вклада (2) поле $\mathbf{E}_0$ может вызывать магнитные ориентаци-

*E-mail: mirsaev@imp.uran.ru
**E-mail: turov@imp.uran.ru

онные (или даже структурные) фазовые переходы. В [1] рассмотрено влияние постоянного электрического поля $\mathbf{E}_0$ на частоту антиферромагнитного резонанса для трирутилов и Cr_2O_3 в двухподрешеточном приближении. Последнее позволило применить модель, в которой $\mathbf{L}^2 = \text{const}$ [1] и считается, что параллельная вектору $\mathbf{L}$ магнитная восприимчивость $\chi_\parallel$ не равна нулю. При этом, однако, не учитывается антиферроэлектрическое взаимодействие, обусловленное наличием четырех подрешеток.

В динамике магнитоэлектрическое и антиферроэлектрическое взаимодействия проявляются в значительно большем многообразии явлений, в особенности, для переменных полей $\mathbf{E}(t)$ и многоподрешеточных ($n > 2$) магнетиков. Во-первых, с ними связана возможность возбуждать переменным электрическим полем $\mathbf{E}(t)$ магноны различного типа, в том числе такие, которые не могут возбуждаться магнитным полем $\mathbf{H}(t)$, поскольку в их колебаниях участвует только вектор (или векторы) антиферромагнетизма и отсутствуют колебания суммарного локального вектора ферромагнетизма $\mathbf{M}$. Существование последних впервые было предсказано в работах [2–6], в которых речь шла об антиферромагнитных кристаллах с четырьмя и более подрешетками — ромбоэдрических α-Fe_2O_3 и Cr_2O_3, ромбических ортоферритах и гексагональном $CsMnF_3$. Такие магноны были названы авторами работ [2–6] электроактивными. Характерным для всех этих антиферромагнетиков является наличие в них магнитных ионов в нецентросимметричных позициях, так что имеющийся в них элемент центра симметрии $\bar{1}$ переставляет такие ионы друг с другом.

К сожалению, эти важнейшие работы, открывающие новую интересную область спиновой динамики, оказались фактически незамеченными широким кругом магнитологов. Только в 2001 г. один из авторов обратил внимание [7] на существование чисто антиферромагнитных магнонов, возбуждаемых полем $\mathbf{E}(t)$ в двухподрешеточном ферромагнетике, указав на возможность существования электроактивных магнонов и дав им специальное название антимагнонов. В [7] рассматривается ферромагнетик, а не антиферромагнетик, как в [2–6], причем именно ферромагнитная структура с двумя магнитными ионами в нецентросимметричной позиции, но связанными центром симметрии, оказалась простейшей системой, в которой имеются антимагноны. Авторы работ [8–11] развили эту тематику, рассмотрев совокупность явлений, обусловленных динамическим проявлением магнитоэлектрического и антиферроэлектрического взаимодействий в многоподрешеточных ферро-, антиферро- и ферримагнетиках. Как и во всех цитированных выше работах, собственная частота ω_L антимагнонов имела обменную природу, причем антимагноны могли возбуждаться не только полем $\mathbf{E}(t)$, но и магнитным полем $\mathbf{H}(t)$ (при той же частоте), если к образцу приложено постоянное электрическое поле $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 = \text{const}$. Кроме того, были предсказаны также магнитоэлектрическое и антиферроэлектрическое явления в низкочастотной области, где, в частности, $\omega \approx \omega_n \ll \omega_E$ (ω_n — частота ЯМР). Другими словами, предсказан ядерный магнитоэлектрический резонанс, вызванный полем $\mathbf{E}(t)$ на частоте ω_n [12]. В работе [13] в постоянных и переменных полях $\mathbf{H}$ и $\mathbf{E}$ исследованы высокочастотные свойства антиферромагнитного кристалла $KNiPO_4$, в котором вообще нет центра симметрии.

В настоящей работе упомянутые выше явления рассматриваются в тетрагональных антиферромагнетиках со структурой трирутила, не исследованные в [2–6], причем с точки зрения не только антимагнонов, но и ядерного магнитоэлектрического резонанса. Также уделяется большое внимание изучению магнитных структур (фаз), имеющихся в трирутилах, в которых поле $\mathbf{E}(t)$ возбуждает другие, отличные от антимагнонных, спиновые волны (квазиантиферромагноны). Будучи релятивистскими или полурелятивистскими, они обладают сравнительно низкими собственными частотами.

Трирутилы выбраны в качестве конкретного объекта исследования, поскольку они представляют собой весьма обширный класс центросимметричных антиферромагнитных соединений, причем с разными обменными структурами и ориентационными состояниями [1]. Полученные результаты позволяют обсудить имеющиеся эксперименты и рекомендовать новые. Отметим, что некоторые результаты для тетрагональных кристаллов приведены в [12, 14].

2. КРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ И МАГНИТНАЯ СТРУКТУРЫ, ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

К тетрагональным кристаллам со структурой трирутила принадлежат антиферромагнитные соединения Fe_2TeO_6 ($T_N = 219$ K), Cr_2TeO_6 ($T_N = 105$ K), Cr_2WO_6 ($T_N = 69$ K), V_2WO_6 ($T_N = 370$ K) и др. [1]. Магнитные атомы в них занимают четырехкратную позицию $4e\{mm\}$ группы $P4_2/mnm$ (D_{4h}^{14}): $1(0,0,z)$, $2(0,0,1-z)$, $3(1/2,1/2,1/2+z)$, $4(1/2,1/2,1/2-z)$. В фигурных скобках указана островная (локальная) симметрия позиции. Четырем магнитным подрешеткам с намагниченностями M_ν ($\nu = 1,2,3,4$) соответствуют четыре базисных вектора (один ферромагнитный и три антиферромагнитных):

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_4, \\ \mathbf{L}_a &= \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_3 - \mathbf{M}_4, \\ \mathbf{L}_b &= \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 - \mathbf{M}_4, \\ \mathbf{L}_c &= \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_4. \end{aligned} \tag{3}$$

Первые два из них центросимметричны, а остальные центроантисимметричны.

Примем в качестве генераторов группы элементы $\bar{1}, 2_{1x}, 4_{2z}$. Далее запишем таблицу преобразований компонент базисных векторов, учитывающих не только повороты (и отражения), но и перестановки магнитных ионов, производимые под действием этих элементов [1, 14]. (Поскольку $2_{1x} = 4_{2z} \cdot 2_d$, для этого можно использовать аналогичную табл. 4.4 из [1], определяющую правила преобразований $\mathbf{M}$, $\mathbf{L}_\xi$ (3) ($\xi = a, b, c$) относительно элементов $\bar{1}, 4_{2z}, 2_d$ группы $P4_2/mnm$.)

Сначала составим такую таблицу для ромбической группы $Pnmm$, являющейся подгруппой истинной тетрагональной группы $P4_2/mnm$, поскольку $4_z^2 = 2_z$. В ней первая колонка нумерует фазы Γ_n группы $Pnmm$ в терминах компонент векторов $\mathbf{M}$ и $\mathbf{L}$. В третьей колонке числа $+1$ или -1 указывают, не меняют или меняют знак соответствующие функции из второй колонки под действием элементов $\bar{1}, 2_{1x}$ и 2_z, представляющих собой генераторы группы $Pnmm$. В четвертой колонке записаны точечные магнитные группы, относительно которых инвариантны функции во второй колонке, определяющие соответствующие фазы для группы $Pnmm$. Здесь $g' = g \cdot 1'$ (где g — элемент точечной группы, а $1'$ — операция обращения времени). В последней колонке представлены результаты преобразования под действием элемента 4_{2z}, дополняющего группу $Pnmm$ до $P4_2/mnm$.

С точки зрения упомянутой ромбической группы, каждая строка в таблице соответствует некоторой магнитной структуре (фазе), в которой в основном состоянии отличны от нуля только компоненты, представленные в этой строке. С добавлением оси 4_{2z} эти фазы могут объединяться в одну, включающую в себя те компоненты, которые связаны с этой осью. (Например, фазы Γ_4 и Γ_5 могут составлять фазу $\Gamma_4 + \Gamma_5$, в которой $\mathbf{L}_b^0 \parallel [110]$, $\mathbf{L}_c = 0$ или $\mathbf{L}_c^0 \parallel [110]$, $\mathbf{L}_b^0 = 0$ [1]. Здесь и далее верхним индексом «нуль» отмечаем основное состояние.) Однако они могут существовать и сами по себе, что определяется уже конкретным видом энергии магнитной анизотропии, величиной и направлением магнитного поля. Если же рассматривать только фазы, характерные для ромбической симметрии, то наличие оси 4_{2z} приводит лишь к определенным соотношениям между константами термодинамического потенциала и равенству соответствующих частот магнонов для двух связанных этой осью фаз.

Используя таблицу, запишем теперь инвариантное выражение для плотности термодинамического потенциала Φ, включая в него магнитоэлектрическое и антиферроэлектрическое взаимодействия, а также энергию Зеемана в магнитном поле. В билинейном приближении по векторам (3) имеем

$$\Phi = \Phi_{mag} + \Phi_{ME} + \Phi_{AFE}. \tag{4}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Phi_{mag} = {} & \frac{1}{2}A_M\mathbf{M}^2 + \frac{1}{2}\sum_\xi A_\xi \mathbf{L}_\xi^2 + \\ & + \frac{1}{2}K_M\left(M_x^2 + M_y^2\right) + \frac{1}{2}\sum_\xi K_\xi\left(L_{\xi x}^2 + L_{\xi y}^2\right) + \\ & + r\left(L_{bx}L_{cy} + L_{by}L_{cx}\right) + p\left(M_xL_{ay} + M_yL_{ax}\right) - \\ & - \mathbf{M}\cdot\mathbf{H} \end{aligned} \tag{5}$$

— магнитная энергия, A_M и A_ξ ($\xi = a, b, c$) — обменные константы, а остальные — релятивистские. Далее,

$$\begin{aligned} 4M_0\Phi_{ME} = {} & -s_1(M_xE_x + M_yE_y)L_{bz} - \\ & - s_2(M_xL_{bx} + M_yL_{by})E_z - \\ & - s_3M_z(E_xL_{bx} + E_yL_{by}) - \\ & - s_4M_zE_zL_{bz} - d_1(M_xE_y + M_yE_x)L_{cz} - \\ & - d_2(M_xL_{cy} + M_yL_{cx})E_z - \\ & - d_3M_z(E_xL_{cy} + E_yL_{cx}) \end{aligned} \tag{6}$$

определяет магнитоэлектрическое взаимодействие, а

$$\begin{aligned} 4M_0\Phi_{AFE} = {} & -f_1L_{az}(E_xL_{by} + E_yL_{bx}) - \\ & - f_2L_{az}(E_xL_{cx} + E_yL_{cy}) - \\ & - f_3(L_{ax}E_y + L_{ay}E_x)L_{bz} - \\ & - f_4(L_{ax}E_x + L_{ay}E_y)L_{cz} - f_5L_{az}L_{cz}E_z \end{aligned} \tag{7}$$

— антиферроэлектрическое взаимодействие, M_0 — модуль вектора подрешеточной намагниченности. Заметим, что из общих выражений (6) и (7) для конкретных магнитных структур будут оставаться лишь отдельные члены.

Преобразование векторов $\mathbf{M}$, $\mathbf{L}_\xi$ ($\xi = a, b, c$) и $\mathbf{E}$ под действием элементов симметрии групп $Pnmm$ и $P4_2/mnm$

Γ_i	$\mathbf{M}, \mathbf{L}, \mathbf{E}$	$\bar{1}2_{1x}2_z$	Магнитная группа	4_{2z}
Γ_1	M_x, L_{ay}	$+1+1-1$	$\bar{1}2_x2'_z$	M_y, L_{ax}
Γ_2	M_y, L_{ax}	$+1-1-1$	$\bar{1}2'_x2'_z$	$-M_x, -L_{ay}$
Γ_3	M_z	$+1-1+1$	$\bar{1}2'_x4_z$	M_z
Γ_4	L_{bx}, L_{cy}, E_y	$-1-1-1$	$\bar{1}'2'_x2'_z$	L_{by}, L_{cx}, $-E_x$
Γ_5	L_{by}, L_{cx}, E_x	$-1+1-1$	$\bar{1}'2_x2'_z$	$-L_{bx}$, $-L_{cy}$, E_y
Γ_6	L_{az}	$+1+1+1$	$\bar{1}2_x4'_z$	$-L_{az}$
Γ_7	L_{bz}	$-1+1+1$	$\bar{1}'2_x4_z$	L_{bz}
Γ_8	L_{cz}, E_z	$-1-1+1$	$\bar{1}'2'_x4'_z$	$-L_{cz}$, E_z

Будем рассматривать равномодульную модель $\mathbf{M}_v^2 = M_0^2$, которой соответствуют условия

$$\begin{aligned} &\mathbf{M}^2 + \sum_\xi \mathbf{L}_\xi^2 = (4M_0)^2, \\ &\mathbf{M}\cdot\mathbf{L}_a + \mathbf{L}_b\cdot\mathbf{L}_c = 0, \\ &\mathbf{M}\cdot\mathbf{L}_b + \mathbf{L}_a\cdot\mathbf{L}_c = 0, \\ &\mathbf{M}\cdot\mathbf{L}_c + \mathbf{L}_a\cdot\mathbf{L}_b = 0, \end{aligned} \tag{8}$$

а также уравнения Ландау–Лифшица, которые для четырех подрешеток имеют вид [14]

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{M}} &= \gamma\left(\mathbf{M}\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{M}} + \mathbf{L}_a\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_a} + \right. \\ &\qquad \left. + \mathbf{L}_b\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_b} + \mathbf{L}_c\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_c}\right), \\ \dot{\mathbf{L}}_a &= \gamma\left(\mathbf{M}\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_a} + \mathbf{L}_a\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{M}} + \right. \\ &\qquad \left. + \mathbf{L}_b\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_c} + \mathbf{L}_c\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_b}\right), \\ \dot{\mathbf{L}}_b &= \gamma\left(\mathbf{M}\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_b} + \mathbf{L}_a\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_c} + \right. \\ &\qquad \left. + \mathbf{L}_b\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{M}} + \mathbf{L}_c\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_a}\right), \\ \dot{\mathbf{L}}_c &= \gamma\left(\mathbf{M}\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_c} + \mathbf{L}_a\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_b} + \right. \\ &\qquad \left. + \mathbf{L}_b\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{L}_a} + \mathbf{L}_c\times\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{M}}\right). \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь γ — абсолютная величина магнитомеханического отношения.

Заметим, что в указанном подходе колебания спиновой системы рассматриваются независимо от колебаний решетки, так же возбуждаемых полем $\mathbf{E}(t)$, как колебания поляризации $\mathbf{P}$, связанной с ними. Фактически здесь принимается предположение (оправдывающееся в большинстве случаев), что собственные частоты последних велики по сравнению с интересующими нас спиновыми частотами. Это позволяет термодинамический потенциал (4) сразу записать в терминах электрического поля $\mathbf{E}(t)$, полагая, что $\mathbf{P}$ следует равновесным образом за $\mathbf{E}$. Ситуация может оказаться более сложной для случая неоднородных спиновых волн, если учесть взаимодействие последних с акустическими колебаниями решетки.

3. СПИН-ВОЛНОВЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ (МОДЫ КОЛЕБАНИЙ)

Переходя теперь к колебательным модам и их собственным частотам, отметим, что мы здесь используем концепцию спин-волновых представлений [1, 15–17], позволяющую разделить колебательные переменные на независимые группы еще до написания уравнений движения. Согласно алгоритму, сформулированному в [1, 15] для ромбического кристалла, к одному и тому же спин-волновому представлению рассматриваемой фазы Γ_n относятся переменные из таких двух строк таблицы, Γ_m и $\Gamma_{m'}$, для которых произведения чисел ($+1$ или -1) дает числа строки Γ_n. Схематически $\Gamma_m\cdot\Gamma_{m'} = \Gamma_n$. При этом возможен случай, когда $m = m'$.

К сожалению, для тетрагональных кристаллов столь простое общее правило для нахождения спин-волновых представлений, как для ромбических кристаллов, мы пока сформулировать не можем. Здесь можно было бы применить общий аппарат теории копредставлений пространственных групп, развитый в работах [16, 17]. Однако спин-волновые представления, найденные для соответствующей ромбической подгруппы, уже дают достаточную информацию, чтобы получить таковые для тетрагонального случая, используя дополнительные соображения, связанные с симметрией и конкретным видом термодинамического потенциала. Целесообразно это делать в отдельности для каждой рассматриваемой магнитной структуры. Такой путь оказывается проще и к тому же доступней для широкого круга читателей, чем использование общей теории [16, 17]. Сказанное демонстрируется ниже на конкретных примерах. Приведенные в таблице магнитные группы позволяют подтвердить правильность выбора спин-волновых представлений путем проверки инвариантности к ним соответствующих уравнений движения. (Не следует забывать, что элементы магнитной группы действуют только на динамические (колебательные) переменные.)

4. ЛЕГКООСНАЯ СТРУКТУРА. ФАЗА $\Gamma_7(L^0_{bz})$ (МАГНИТНАЯ ГРУППА $\bar{1}'2_x4_z$)

Такая антиферромагнитная фаза с центроантисимметичным основным вектором $\mathbf{L}_b^0 \parallel z$ ($L^0_{bz} = 4M_0$), присущая соединению Fe_2TeO_6, изучалась нами ранее [14]. Изложим полученные результаты более подробно.

Согласно таблице, для этой фазы имеются два поперечных квазиантиферромагнитных представления,

$$\Gamma_{15}(M_x, L_{ay}, L_{by}, L_{cx}) \qquad (10)$$

и

$$\Gamma_{24}(M_y, L_{ax}, L_{bx}, L_{cy}), \qquad (11)$$

те же, что и в ромбическом случае, но они остаются независимыми и после учета оси 4_{2z}. Однако фазы Γ_{15} и Γ_{24} эквивалентны в симметрийном плане: одна получается из другой поворотом оси 4_{2z}. Поэтому достаточно решить поставленную задачу для одной из них. Пусть это будет Γ_{15} (10).

Выделим из потенциала Φ, задаваемого выражениями (5)–(7) квадратичную форму Φ_2 по соответствующим переменным (10) (с учетом равномодульной модели (8)):

$$\Phi_2 = \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_M M_x^2 + \tilde{A}_a L_{ay}^2 + \tilde{A}_c L_{cx}^2 + K_b L_{by}^2\right) + \\ + pM_x L_{ay} + rL_{by}L_{cx} - (s_1 M_x + f_3 L_{ay})E_x(t) - \\ - M_x H_x(t). \qquad (12)$$

Здесь кроме магнитоэлектрического (s_1) и антиферроэлектрического (f_3) взаимодействий учтено также зеемановское взаимодействие в переменном поле $\mathbf{H} \parallel x$, которое, согласно (10), также должно возбуждать моды Γ_{15}, как и поле[1)] $\mathbf{E} \parallel x$. В (12) введены обозначения $\tilde{A}_\kappa = A_\kappa - A_b + K_\kappa$, где $A_\kappa > 0$, $A_b < 0$, $K_b > 0$, $K_\kappa < 0$, $\kappa = M, a, c$.

Соответствующие уравнения Ландау–Лифшица (9) с учетом (12) дают систему (при E_x, $H_x \propto \exp(-i\omega t)$)

$$\begin{aligned} i\omega M_x &= \omega_0(K_b L_{by} + rL_{cx}), \\ i\omega L_{by} &= -\omega_0\left(\tilde{A}_M M_x + pL_{ay} - s_1 E_x - H_x\right), \\ i\omega L_{ay} &= -\omega_0\left(\tilde{A}_c L_{cx} + rL_{by}\right), \\ i\omega L_{cx} &= \omega_0\left(\tilde{A}_a L_{ay} + pM_x - f_3 E_x\right), \end{aligned} \qquad (13)$$

где $\omega_0 = 4\gamma M_0$.

При $p = r = 0$ первая и вторая пары уравнений (13) распадаются на две независимые, причем вторая пара с переменными L_{ay} и L_{cx}, возбуждаемыми полем E_x, дает обменную чисто антиферромагнитную моду (антимагнонную — по определению). Однако в данном случае нас больше интересует другая пара уравнений (13) — с переменными M_x и L_{by}. Для нее мы можем учитывать и релятивистские слагаемые с $p \neq 0$ и $r \neq 0$, но при этом надо иметь в виду, что соответствующие переменные L_{ay} и L_{cx} следуют квазиравновесным образом за M_x и L_{by}, так что первые могут быть выражены через вторые путем минимизации Φ_2 (12) по L_{ay} и L_{cx} ($\partial\Phi_2/\partial L_{ay} = \partial\Phi_2/\partial L_{cx} = 0$). Это означает, что при этом во второй паре уравнений (13) надо положить $\omega = 0$, что дает

$$L_{ay} = -\frac{p}{\tilde{A}_a}M_x + \frac{f_3}{\tilde{A}_a}E_x, \quad L_{cx} = -\frac{r}{\tilde{A}_c}L_{by}. \qquad (14)$$

---

1) Следовало бы учесть постоянное магнитное поле $\mathbf{H}_0$ (как это было сделано в двухподрешеточном приближении в [1]), но здесь это приведет к значительному усложнению задачи, что вряд ли оправдано для наших целей. Дело в том, что рассматриваемая фаза $\Gamma_7(L^0_{bz})$ не содержит вектора $\mathbf{M}$, который будет вызываться полем $\mathbf{H}_0$. Это будет уже другая фаза, и, вообще говоря, следует искать вместо (10) и (11) другие моды.

После подстановки (14) в первую пару уравнений (13) находим решение для квазиантиферромагнитной моды:

$$M_x = (\alpha_0 E_x + \chi_0 H_x)\frac{\omega_{AF}^2}{\omega_{AF}^2 - \omega^2}, \qquad L_{by} = \frac{i\omega}{\omega_0 K_b^*} M_x, \tag{15}$$

где $\chi_0 = 1/A_M^*$ и $\alpha_0 = s_1^*/A_M^*$ — соответственно статические магнитная и магнитоэлектрическая восприимчивости, с резонансной частотой

$$\omega_{AF} = \omega_0\sqrt{A_M^* K_b^*}, \tag{16}$$

причем

$$A_M^* = \tilde{A}_M - \frac{p^2}{\tilde{A}_a}, \quad K_b^* = K_b - \frac{r^2}{\tilde{A}_c}, \quad s_1^* = s_1 - \frac{f_3 p}{\tilde{A}_a}$$

— релятивистская перенормировка констант.

Что касается обменной моды, появляющейся за счет второй пары уравнений (13), слагаемые с p и r на ее частоте ω_E очень мало сказываются, поскольку при

$$\omega_E = \omega_0\sqrt{\tilde{A}_a \tilde{A}_c} \gg \omega_{AF} \tag{17}$$

величины M_x и L_{by} практически остаются равновесными, т. е. близкими к нулю. При этом оптическая мода фактически оказывается антимагнонной (электроактивный антимагнон):

$$L_{ay} = \frac{i\omega_0 \tilde{A}_c}{\omega} L_{cx} = \frac{f_3}{\tilde{A}_a}\,\frac{\omega_E^2}{\omega_E^2 - \omega^2} E_x. \tag{18}$$

Она возбуждается полем $\mathbf{E} \parallel x$, причем благодаря антиферроэлектрическому взаимодействию, а не магнитоэлектрическому и зеемановскому, как квазиантиферромагнитная мода (15).

Итак, спин-волновое представление Γ_{15} (10) дает две моды: электроактивную антимагнонную с переменными (18) и частотой ω_E (17) и квазиантиферромагнитную моду, магнитоактивную и электроактивную одновременно, с резонансной частотой ω_{AF} (16).

Соответствующие результаты для спинового представления Γ_{24} (11) можно получить из (12)–(18) при замене $x \leftrightarrow y$ и $\omega \to -\omega$.

Антиферромагнитный резонанс должен наблюдаться в пучности поля $H_x(t)$, а электроактивный (антиферроэлектрический) резонанс — в пучности поля $E_x(t)$, причем можно полагать, что $|H_x| \approx |E_x|$ (в системе СГС). Поэтому, согласно (15), отношение намагниченностей для этих двух резонансов будет определяться отношением статических магнитоэлектрической и магнитной восприимчивостей:

$$\left|\frac{M_x^E}{M_x^H}\right| \approx \frac{\alpha_0}{\chi_0}. \tag{19}$$

В ряде антиферромагнетиков эти восприимчивости могут быть сравнимы по величине, и тогда есть надежда, что в таких антиферромагнетиках антиферроэлектрический резонанс может наблюдаться наряду с антиферромагнитным резонансом. Важно, что, в отличие от обменного антимагнонного резонанса, частота ω_{AF} может находиться в области СВЧ. Все же для тетрагональных антиферромагнетиков антиферроэлектрический резонанс следует поискать экспериментально в Fe_2TeO_6, а также в редкоземельных фосфатах и ванадатах (соединениях типа $TbPO_4$ и $GdVO_4$) [1].

5. ЛЕГКОПЛОСКОСТНОЕ СОСТОЯНИЕ

5.1. Центроантисимметричные фазы $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$ и $\Gamma_5(L_{by}^0 L_{cx}^0)$

Легкоплоскостные трирутилы Cr_2TeO_6, Cr_2WO_6, V_2WO_6 относятся к центроантисимметричным структурам с векторами $\mathbf{L}_b^0$ и $\mathbf{L}_c^0$ в основном состоянии. В ромбическом случае к ним относятся антиферромагнитные фазы $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$ и $\Gamma_5(L_{by}^0, L_{cx}^0)$. В тетрагональном кристалле эти фазы энергетически равноправны (одна получается из другой действием элемента 4_{2z}), так что они могут объединяться в одну фазу $\Gamma_4 + \Gamma_5$ с магнитной группой $\bar{1}'2_z'$.

Эксперимент пока не дает информации об ориентации $\mathbf{L}_b^0$ и $\mathbf{L}_c^0$ в плоскости базиса (см. обсуждение в книге [1], разд. 7.2). Однако исследование термодинамического потенциала Φ_{mag} (5) для указанной тетрагональной фазы $\Gamma_4 + \Gamma_5$, к которому, вообще говоря, следует добавить биквадратичные анизотропные слагаемые типа $L_{bx}^2 L_{by}^2$ и т. д., показывает (по крайней мере, для равномодульной модели), что минимуму Φ_{mag} соответствуют те же фазы $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$ и $\Gamma_5(L_{by}^0, L_{cx}^0)$, что и в ромбическом случае, а также диагональные фазы с $\mathbf{L}_b^0 \parallel [110]$, $\mathbf{L}_c^0 = 0$ или $\mathbf{L}_c^0 \parallel [110]$, $\mathbf{L}_b^0 = 0$ [1]. Для первых двух фаз таблица дает по четыре моды: в фазе $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$ это будет антимагнонная мода $\Gamma_{46}(L_{az}, \Delta L_{bx}, \Delta L_{cy})$ и квазиантиферромагнитные моды $\Gamma_{35}(M_z, L_{by}, L_{cx})$, $\Gamma_{18}(M_x, L_{ay}, L_{cz})$ и $\Gamma_{27}(M_y, L_{ax}, L_{bz})$; в фазе $\Gamma_5(L_{by}^0, L_{cx}^0)$ — аналогичные моды $\Gamma_{56}(L_{az}, \Delta L_{by}, \Delta L_{cx})$, $\Gamma_{34}(M_z, L_{bx}, L_{cy})$,

$\Gamma_{28}(M_y, L_{ax}, L_{cz})$, $\Gamma_{17}(M_x, L_{ay}, L_{bz})$. Знак «$\Delta$» отмечает здесь колебательные переменные.

Сказанное можно проверить из требования инвариантности уравнений движения относительно магнитных групп $\bar{1}'2'_x2'_z$ и $\bar{1}'2_x2'_z$ соответственно для Γ_4 и Γ_5.

Здесь могут иметь место два случая, в которых основными базисными векторами являются 1) $\mathbf{L}_b^0$ ($L_b^0 \gg L_c^0$) и 2) $\mathbf{L}_c^0$ ($L_c^0 \gg L_b^0$). Случай 1) соответствует Cr_2TeO_6, а 2) — Cr_2WO_6 и V_2WO_6 (см. табл. 7.1 в [1]).

В основном состоянии неколлинеарность обусловлена релятивистским взаимодействием (член в (5), содержащий r). Благодаря этому взаимодействию магнитная структура с векторами $\mathbf{L}_b^0$ и $\mathbf{L}_c^0$ должна иметь вид плоского креста, вытянутого в направлении основного базисного вектора [1, рис. 6.21].

5.2. Магнитная структура с вектором $\mathbf{L}_b^0$ (Cr_2TeO_6)

1. Слабонеколлинеарная фаза $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$. Рассмотрим магнитную структуру с основным базисным вектором $\mathbf{L}_b^0 \parallel x$ ($L_{bx}^0 \approx 4M_0$), соответствующую соединению Cr_2TeO_6. Такому ориентационному состоянию отвечает слабонеколлинеарная фаза $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$, в которой $L_{bx}^0 \gg L_{cy}^0$. Из требования минимума энергии основного состояния Φ_{mag}^0 фазы Γ_4 находим

$$\lambda \equiv \frac{L_{cy}^0}{L_{bx}^0} \approx -\frac{r}{\tilde{A}_c} \ll 1, \tag{20}$$

где $\tilde{A}_c = A_c - A_b + K_c - K_b$; $A_b, K_b < 0$, $A_c, K_c > 0$.

Используя соотношения (8), (20), а также условие минимума энергии $\partial\Phi_{mag}^0/\partial L_{bx}^0 = 0$, выделим в термодинамическом потенциале Φ (4) квадратичную форму Φ_2 по спин-волновым переменным (поперечным по отношению к $\mathbf{L}_b^0 \parallel x$), соответствующим перечисленным выше модам фазы Γ_4. В результате имеем

$$\begin{aligned}\Phi_2 = \frac{1}{2}\tilde{A}_M M_y^2 + \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_M - K_M\right)M_z^2 + \frac{1}{2}\tilde{A}_a L_{ay}^2 + \\ + \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_a - K_a\right)L_{az}^2 + 2\frac{r^2}{\tilde{A}_c}L_{by}^2 - \frac{1}{2}K_b L_{bz}^2 + \\ + \frac{1}{2}\tilde{A}_c \Delta L_{cy}^2 + \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_c - K_c\right)L_{cz}^2 + \lambda s_2 L_{ay}E_z - \\ - s_3 M_z E_x - f_1 L_{az}E_y,\end{aligned} \tag{21}$$

где $\tilde{A}_\kappa = A_\kappa - A_b + K_\kappa - K_b$; $A_\kappa, K_\kappa > 0$ ($\kappa = M, a, c$). При записи (21) мы не учли незначительную перенормировку (порядка λr и λp) констант обмена A_κ и анизотропии K_κ за счет релятивистских взаимодействий с r и p в (5).

Рассмотрим вначале антимагнонную моду $\Gamma_{46}(L_{az}, \Delta L_{bx}, \Delta L_{cy})$. Согласно (21) она может возбуждаться электрическим полем $\mathbf{E}(t) \parallel \mathbf{L}_c^0 \parallel y$ за счет антиферроэлектрического взаимодействия (слагаемое в (21), содержащее f_1). Для этой моды уравнения Ландау–Лифшица (9) с учетом (21) и $\mathbf{E}(t) \propto \exp(-i\omega t)$ дают

$$\begin{aligned}L_{az} = \beta_{zy}E_y = \frac{f_1}{\tilde{A}_a - K_a}\frac{\omega_{Lb}^2}{\omega_{Lb}^2 - \omega^2}E_y, \\ \Delta L_{cy} = -\frac{i\omega}{\omega_0\tilde{A}_c}L_{az}, \quad \Delta L_{bx} = \frac{r}{\tilde{A}_c}\Delta L_{cy}.\end{aligned} \tag{22}$$

Здесь β_{zy} — компонента тензора антиферроэлектрической восприимчивости, ω_{Lb} — частота антимагнонного резонанса, определяемая выражением

$$\omega_{Lb}^2 = \omega_0^2\tilde{A}_c\left(\tilde{A}_a - K_a\right), \tag{23}$$

где $\omega_0 = \gamma L_{bx}^0 \approx 4\gamma M_0$. В отличие от [14], здесь учитывались релятивистские взаимодействия. Как видно из (22), (23), их учет в этой моде, ничего не изменяя по существу, дает лишь незначительные поправки к обменной частоте ω_{Lb} (23). Однако, как будет показано ниже, эти взаимодействия играют важную роль для квазиантиферромагнитных мод $\Gamma_{35}(M_z, L_{by}, L_{cx})$ и $\Gamma_{27}(M_y, L_{ax}, L_{bz})$.

Определим теперь тепловые потери Q, связанные с возбуждением антимагнонов электрическим полем $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0\exp(-i\omega t)$. Если представить антиферроэлектрическое взаимодействие для моды Γ_{46} в виде

$$\Phi_{AFE} = -P_yE_y, \quad P_y = f_1L_{az}, \tag{24}$$

то [12]

$$Q = -\overline{P_y\dot{E}_y}, \tag{25}$$

где черта сверху означает усреднение по времени $t \gg 2\pi/\omega$. Здесь P_y — компонента вектора эффективной поляризации, связанной с колебаниями L_{az} (22) (последний член в (21)). Введя диссипацию (например, по Блоху путем замены $\omega \to \omega + i\Gamma$) и учитывая в (25) соотношения (22), получаем

$$Q = \frac{1}{2}\omega f_1\beta''_{zy}|E_{0y}|^2, \tag{26}$$

где β''_{zy} — мнимая часть восприимчивости, $\beta_{zy} = \beta'_{zy} + i\beta''_{zy}$ (не будем выписывать очевидную формулу для β''_{zy}).

Перейдем к квазиантиферромагнитной моде $\Gamma_{35}(M_z, L_{by}, L_{cx})$. Для нее из (9), (21) находим

$$
\begin{gathered}
M_z = \alpha_{zx}E_x = \frac{s_3}{\tilde{A}_M - K_M}\frac{\omega_{rb}^2}{\omega_{rb}^2 - \omega^2}E_x, \\
L_{by} = -\frac{i\omega\tilde{A}_c}{4\omega_0 r^2}M_z, \quad L_{cx} = \frac{r}{\tilde{A}_c}L_{by},
\end{gathered}
\tag{27}
$$

где α_{zx} — компонента тензора магнитоэлектрической восприимчивости, а

$$
\omega_{rb} = 2\omega_0 r\sqrt{\left(\tilde{A}_M - K_M\right)/\tilde{A}_c} \tag{28}
$$

— собственная частота колебаний, определяемая релятивистским взаимодействием (слагаемое в (5), содержащее r) и зависящая от отношения обменных констант. Появление низкочастотной моды Γ_{35} обусловлено неколлинеарностью основного состояния (примесью вектора $\mathbf{L}_c^0$). Однако заметим, что в величину частоты ω_{rb} (28) может внести вклад также биквадратичная анизотропия, описываемая в выражении для Φ_{mag} инвариантом $I = q_b L_{bx}^2 L_{by}^2 + q_c L_{cx}^2 L_{cy}^2$. При учете такой анизотропии необходимо в (28) перенормировать константу r:

$$
r \to r^* = \sqrt{r^2 + 8q_b M_0^2 \tilde{A}_c}\,. \tag{29}
$$

Для моды $\Gamma_{18}(M_x, L_{ay}, L_{cz})$ решения уравнений Ландау–Лифшица (9) имеют вид

$$
\begin{gathered}
L_{ay} = \beta_{yz}E_z = -\lambda\frac{s_2}{\tilde{A}_a}\frac{\omega_E^2}{\omega_E^2 - \omega^2}E_z, \\
L_{cz} = \frac{i\omega}{\omega_0\left(\tilde{A}_c - K_c\right)}L_{ay}, \quad M_x = \frac{r}{\tilde{A}_c}L_{ay}.
\end{gathered}
\tag{30}
$$

Возбуждение этой моды обусловлено магнитоэлектрическим взаимодействием, связанным в (21) с продольными колебаниями $M_x = -\lambda L_{ay}$, поэтому восприимчивость β_{yz}, содержащая параметр $\lambda \ll 1$ (14), мала. Собственная частота колебаний

$$
\omega_E = \omega_0\sqrt{\tilde{A}_a\left(\tilde{A}_c - K_c\right)}, \tag{31}
$$

в отличие от (28), является в этом случае обменной. Это связано с тем, что поперечным колебаниям моды $\Gamma_{18}(M_x, L_{ay}, L_{cz})$ соответствует в (21) обменная энергия с коэффициентами $\tilde{A}_a$ и $\tilde{A}_c - K_c$, а энергия поперечных колебаний для моды $\Gamma_{35}(M_z, L_{by}, L_{cx})$ содержит наряду с обменной (с коэффициентом $\tilde{A}_M - K_M$) и релятивистскую часть (с $2r^2/\tilde{A}_c$), поэтому ее собственная частота является релятивистской.

Как видно из (21), квазиантиферромагнитная мода $\Gamma_{27}(M_y,\, L_{ax},\, L_{bz})$ с собственной частотой

$$
\omega_{AF} = \omega_0\sqrt{\tilde{A}_M|K_b|} \tag{32}
$$

(полуобменной, полурелятивистской) не возбуждается электрическим полем $\mathbf{E}(t)$ из-за отсутствия для нее магнитоэлектрического и антиферроэлектрического взаимодействий.

Заметим, что полученные здесь результаты для фазы $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$ (с $L_{bx}^0 \gg L_{cy}^0$) могут распространяться и на колебательные моды фазы $\Gamma_5(L_{by}^0, L_{cx}^0)$ (с $L_{by}^0 \gg L_{cx}^0$) подстановкой $x \leftrightarrow y$, $\omega \to -\omega$.

2. Коллинеарная фаза с вектором $\mathbf{L}_b^0 \parallel [110]$. Рассмотрим объединенную фазу $\Gamma_4 + \Gamma_5$, в которой основной вектор $\mathbf{L}_b^0$ (или $\mathbf{L}_c^0$) направлен вдоль диагонали базисного квадрата [110]. Возможно, именно такая фаза реализуется в указанных выше легкоплоскостных трирутилах. Эксперимент, как уже упоминалось, не позволяет сделать однозначный выбор [1]. Кроме того, это состояние является коллинеарным, поскольку в равномодульной модели в силу (8) имеем только две возможности:

$$
\mathbf{L}_b^0 \parallel [110], \quad \mathbf{L}_c^0 = 0 \tag{33а}
$$

или

$$
\mathbf{L}_c^0 \parallel [110], \quad \mathbf{L}_b^0 = 0. \tag{33б}
$$

В диагональных фазах (33) тетрагональная ось 4_{2z} перепутывает представления $\Gamma_{18}(M_x, L_{ay}, L_{cz})$ и $\Gamma_{27}(M_y, L_{ax}, L_{bz})$ (или Γ_{28} и Γ_{17}), а также $\Gamma_{35}(M_z, \Delta L_{by}, \Delta L_{cx})$ и $\Gamma_{46}(L_{az}, \Delta L_{bx}, \Delta L_{cy})$ (или Γ_{34} и Γ_{56}). В результате образуются объединенные квазиферромагнитная и квазиантиферромагнитная моды с представлениями соответственно

$$
\Gamma_{18} + \Gamma_{27} \equiv \Gamma_{18+27}(M_x, M_y, L_{ax}, L_{ay}, L_{bz}, L_{cz}) \tag{34}
$$

и

$$
\begin{gathered}
\Gamma_{35} + \Gamma_{46} \equiv \\
\equiv \Gamma_{35+46}(M_z, L_{az}, \Delta L_{bx}, \Delta L_{by}, \Delta L_{cx}, \Delta L_{cy}).
\end{gathered}
\tag{35}
$$

Первая из них электрическим полем не возбуждается (поэтому мы ее не рассматриваем), а вторая возбуждается полем $\mathbf{E}(t) \perp z$.

Предположим, что $\mathbf{L}_b^0 \parallel [110]$, а $\mathbf{L}_c^0 = 0$. Тогда, учитывая в (4) условия (8), соответствующие равномодульной модели, получаем квадратичную форму Φ_2 для квазиантиферромагнитной моды $\Gamma_{35}+\Gamma_{46}$:

$$\Phi_2 = \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_M - K_M\right)M_z^2 + \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_a - K_a\right)L_{az}^2 + \\ + \tilde{A}_c L_{cx}^2 - 4r\Delta L_{bx}L_{cx} - rM_zL_{az} - \\ - \frac{\sqrt{2}}{2}(s_3M_z + f_1L_{az})(E_x+E_y), \quad (36)$$

где

$$\tilde{A}_\kappa = A_\kappa - A_b + K_\kappa - K_b, \quad \kappa = M, a, c,$$

$$A_\kappa, K_\kappa > 0, \quad A_b, K_b < 0.$$

Решения уравнений Ландау–Лифшица (9), полученные с учетом (36), удобно представить в повернутой системе координат с осями $x' \parallel \mathbf{L}_b^0 \parallel [110]$, $y' \parallel [\bar{1}10]$ и $z' \parallel z \parallel 4_{2z}$. Учитывая, что в этой системе координат $L'_{by} = -L_{bx}\sqrt{2}$, $L'_{cy} = -L_{cx}\sqrt{2}$, $E'_x = (E_x+E_y)/\sqrt{2}$, находим, что квазиантиферромагнитная мода Γ_{35+46} имеет обменную частоту ω_{Lb} (23). Вблизи резонанса, $\omega = \omega_{Lb}$, приближенно получаем

$$\begin{aligned} L_{az} &= \frac{f_1}{\tilde{A}_a - K_a}\frac{\omega_{Lb}^2}{\omega_{Lb}^2-\omega^2}E'_x, \\ L'_{cy} &= -\frac{i\omega}{\omega_0\tilde{A}_c}L_{az}, \\ L'_{by} &= \frac{i\omega_0 s_3}{\omega}\left(1 + \frac{\Omega_1^2}{\omega_{Lb}^2-\omega^2}\right)E'_x, \\ M_z &= -2\frac{r}{\tilde{A}_c}L_{az}, \end{aligned} \quad (37)$$

а $\Delta L'_{bx} = L'_{cx} = 0$. При этом принято

$$\omega_{Lb}^2 \gg \Omega_2^2 = \frac{2\omega_0^2 r s_3}{f_1}\left(\tilde{A}_a - K_a\right)$$

и введено обозначение

$$\Omega_1^2 = \frac{\omega_0^2 r f_1}{s_3}\left[2\left(\tilde{A}_M - K_M\right) + \tilde{A}_c\right].$$

Из (37) следует, что рассматриваемая квазиантиферромагнитная мода является поперечной (относительно $\mathbf{L}_b^0 \parallel [110]$) и возбуждается электрическим полем $\mathbf{E}(t) \parallel \mathbf{L}_b^0 \parallel [110]$, а соответствующие этой моде магнитоэлектрическая и антиферроэлектрическая восприимчивости имеют полюс на антимагнонной частоте ω_{Lb} (23), но это не антимагноны.

5.3. Магнитная структура с вектором $\mathbf{L}_c^0$ (Cr_2WO_6 и V_2WO_6)

1. Слабонеколлинеарная фаза $\Gamma_5(L_{by}^0, L_{cx}^0)$. Пусть теперь основным базисным вектором является вектор $\mathbf{L}_c^0 \parallel x$ ($L_{cx}^0 \approx 4M_0$). Такое ориентационное состояние соответствует фазе $\Gamma_5(L_{by}^0, L_{cx}^0)$. В этом случае

$$\varepsilon = \frac{L_{by}^0}{L_{cx}^0} \approx -\frac{r}{\tilde{A}_b} \ll 1 \quad (38)$$

и квадратичная форма Φ_2, записанная для поперечных колебаний (по отношению к $\mathbf{L}_c^0 \parallel x$), имеет вид

$$\Phi_2 = \frac{1}{2}\tilde{A}_M M_y^2 + \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_M - K_M\right)M_z^2 + \frac{1}{2}\tilde{A}_a L_{ay}^2 + \\ + \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_a - K_a\right)L_{az}^2 + \frac{1}{2}\tilde{A}_b L_{by}^2 + \\ + \frac{1}{2}\left(\tilde{A}_b - K_b\right)L_{bz}^2 + \frac{2r^2}{\tilde{A}_b}L_{cy}^2 - \frac{1}{2}K_cL_{cz}^2 - d_2M_yE_z - \\ - d_3M_zE_y - f_2L_{az}E_x. \quad (39)$$

Теперь $\tilde{A}_\kappa = A_\kappa - A_c + K_\kappa - K_c$, $\kappa = M, a, b$ ($A_c, K_c < 0$, $A_\kappa, K_\kappa > 0$).

В этой фазе мода $\Gamma_{17}(M_x, L_{ay}, L_{bz})$, как и рассмотренная выше мода $\Gamma_{27}(M_y, L_{ax}, L_{bz})$ фазы $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$, не возбуждается полем $\mathbf{E}(t)$. Антимагнонная мода $\Gamma_{56}(L_{az}, \Delta L_{by}, \Delta L_{cx})$ с обменной частотой

$$\omega_{Lc} = \omega_0\sqrt{\tilde{A}_b\left(\tilde{A}_a - K_a\right)} \quad (40)$$

возбуждается электрическим полем $\mathbf{E}(t) \parallel x$, а квазиантиферромагнитная мода $\Gamma_{34}(M_z, L_{bx}, L_{cy})$ с релятивистской частотой

$$\omega_{rc} = 2\omega_0 r\sqrt{\left(\tilde{A}_M - K_M\right)/\tilde{A}_b} \quad (41)$$

— полем $\mathbf{E}(t) \parallel y$. Переменные мод $L_{az}, \Delta L_{by}, \Delta L_{cx}$ и M_z, L_{bx}, L_{cy} можно определить соответственно по формулам (22) и (27), используя в них замены

$$\beta_{zy} \to \beta_{zx}, \quad \alpha_{zx} \to \alpha_{zy},$$

$$E_x \leftrightarrow E_y, \quad f_1 \to f_2, \quad s_3 \to d_3,$$

а также замену индексов $b \leftrightarrow c$. Тепловые потери, связанные с возбуждением антимагнонной моды $\Gamma_{56}(L_{az}, \Delta L_{by}, \Delta L_{cx})$, можно найти по формуле (26) путем подстановок $f_1 \to f_2$ и $y \to x$. Перенормировка константы $r \to r^*$, возникающая при учете в выражении (5) для Φ_{mag} биквадратичного слагаемого $q_cL_{cx}^2L_{cy}^2$, определяется из (29) заменой индексов $b \leftrightarrow c$.

Для моды $\Gamma_{28}(M_y, L_{ax}, L_{cz})$, используя (39) в уравнениях Ландау–Лифшица (9), находим

$$\begin{aligned} M_y &= \alpha_{yz}E_z = \frac{d_2}{\tilde{A}_M}\frac{\omega_{AF}^2}{\omega_{AF}^2-\omega^2}E_z, \\ L_{cz} &= \frac{i\omega}{\omega_0|K_c|}M_y, \quad L_{ax} = \frac{r}{\tilde{A}_b}M_y. \end{aligned} \quad (42)$$

Здесь собственная частота

$$\omega_{AF} = \omega_0 \sqrt{\tilde{A}_M |K_c|}, \tag{43}$$

в отличие от частоты ω_E (31) моды $\Gamma_{18}(M_x, L_{ay}, L_{cz})$, является полуобменной, полурелятивистской. Это связано с тем, что моды $\Gamma_{18}(M_x, L_{ay}, L_{cz})$ и $\Gamma_{28}(M_y, L_{ax}, L_{cz})$ здесь не эквивалентны, поскольку относятся к различным магнитным структурам с базисными векторами соответственно $\mathbf{L}_b^0$ и $\mathbf{L}_c^0$. Вследствие этого, энергии и собственные частоты этих мод также различны.

Приведенные здесь результаты относились к фазе $\Gamma_5(L_{by}^0, L_{cx}^0)$ с $L_{cx}^0 \gg L_{by}^0$. Они остаются справедливыми и для фазы $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$ с $L_{cy}^0 \gg L_{bx}^0$ при замене $x \leftrightarrow y$, $\omega \to -\omega$.

2. Коллинеарная фаза с $\mathbf{L_c^0} \parallel$ [110]. Если в объединенной фазе $\Gamma_4 + \Gamma_5$ основным базисным вектором является $\mathbf{L}_c^0 \parallel [110]$, а $\mathbf{L}_b^0 = 0$ в силу условий (8), то возбуждаемой электрическим полем $\mathbf{E}(t) \parallel [110]$ оказывается снова квазиантиферромагнитная мода $\Gamma_{35}+\Gamma_{46}$ (35). Ее можно описывать формулами (37), проводя в них замену индексов $b \leftrightarrow c$ и констант $s_3 \to d_3$, $f_1 \to f_2$.

6. ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯМР ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

Рассмотренные выше эффекты возбуждения антимагнонов и квазиантиферромагнонов электрическим полем $\mathbf{E}(t)$ обусловлены магнитоэлектрическим и антиферроэлектрическим взаимодействиями. Частота антимагнонов находится в оптическом (обменном) диапазоне волн, а частота квазиантиферромагнонов может быть достаточно низкой (релятивистской, принадлежащей области СВЧ).

В более низкой (радиочастотной) области указанные взаимодействия могут проявляться в эффекте возбуждения ЯМР электрическим полем $\mathbf{E}(t)$, где между $\mathbf{E}(t)$ и $\mathbf{L}(t)$ может существовать квазиравновесная связь [12].

В отсутствие внешнего магнитного поля частота ЯМР

$$\omega_n = \gamma_n H_{n\nu} \tag{44}$$

определяется постоянной частью сверхтонкого поля

$$H_{n\nu} = F M_{\nu 0} \tag{45}$$

электронной подсистемы. Здесь γ_n — ядерное гиромагнитное отношение, F — константа сверхтонкого взаимодействия, $M_{\nu 0}$ — намагниченность ν-й подрешетки в основном состоянии.

Рассмотрим вначале возбуждение ЯМР электрическим полем $\mathbf{E}(t) \parallel y$ в магнитных структурах с основным базисным вектором $\mathbf{L}_b^0 \parallel x$ (Cr_2TeO_6), соответствующим фазе $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$. Ограничимся обменным приближением и частотами

$$\omega \approx \omega_n \ll \omega_{Lb}, \tag{46}$$

более низкими, чем антимагнонная частота ω_{Lb} (23). В этом случае колебания L_{az}, вызываемые, согласно (22), полем $E_y(t)$, следуют за этим полем квазиравновесным образом:

$$L_{az} = \frac{f_1}{A_a - A_b} E_y, \tag{47}$$

где $A_a > 0$, $A_b < 0$.

Эффективные магнитные поля на ядрах, создаваемые намагниченностями M_ν подрешеток, состоят из постоянной части $\mathbf{H}_{n\nu}$ (45) и переменной части $\mathbf{h}_\nu$, обусловленной колебаниями ΔM_ν, связанными с L_{az}. Так как в основном состоянии $\mathbf{L}_b^0 \neq 0$, $\mathbf{M}^0 = \mathbf{L}_a^0 = 0$, а также $\mathbf{L}_c^0 = 0$ в принятом здесь обменном приближении, то согласно (3) имеем $M_{10} = M_{30} = M_0$, $M_{20} = M_{40} = -M_0$. Следовательно, постоянные поля $\mathbf{H}_{n\nu}$ в направлении $\mathbf{L}_b^0 \parallel x$ равны

$$H_{n1} = H_{n3} = F M_0, \quad H_{n2} = H_{n4} = -F M_0. \tag{48}$$

Из определения (3) находим, что с L_{az} связаны колебания намагниченностей $\Delta M_{1z} = \Delta M_{2z} = L_{az}/4$, $\Delta M_{3z} = \Delta M_{4z} = -L_{az}/4$, которым соответствуют поля

$$h_{1z} = h_{2z} = -h_{3z} = -h_{4z} = \frac{1}{4} F L_{az} = \frac{1}{4} \frac{F f_1}{A_a - A_b} E_y \equiv h_z(t). \tag{49}$$

Определим теперь ядерную намагниченность $\mathbf{m}_\nu = \mathbf{m}_{\nu 0} + \Delta\mathbf{m}_\nu$ для каждой подрешетки из уравнения движения [12]

$$\frac{d\mathbf{m}_\nu}{dt} = \gamma_n (\mathbf{m}_{\nu 0} \times \mathbf{h}_\nu + \Delta\mathbf{m}_\nu \times \mathbf{H}_{n\nu}), \tag{50}$$

где $\mathbf{m}_{\nu 0} = \chi_{n0} \mathbf{H}_{n\nu}$ и $\Delta\mathbf{m}_\nu$ — постоянная и динамическая части $\mathbf{m}_\nu$, а χ_{n0} — статическая ядерная восприимчивость. Учитывая в (50) соотношения (48), (49), находим

$$m_{1y} = m_{4y} = -m_{2y} = -m_{3y} = \frac{i\omega\omega_n \chi_{n0} h_z}{\omega_n^2 - \omega^2}, \tag{51}$$

$$m_{1z} = m_{2z} = -m_{3z} = -m_{4z} = \frac{\omega_n^2 \chi_{n0} h_z}{\omega_n^2 - \omega^2} = \chi_n(\omega) h_z. \tag{52}$$

Здесь $m_{\nu y} = \Delta m_{\nu y}$, $m_{\nu z} = \Delta m_{\nu z}$, а

$$\chi_n(\omega) = \chi_{n0} \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \tag{53}$$

— восприимчивость, определяющая синфазную с полем $\mathbf{h}_\nu$ часть намагниченности.

Из (51), (52) следует, что полная ядерная намагниченность, вызываемая электрическим полем $E_y(t)$, равна нулю:

$$\mathbf{m} = \sum_\nu \mathbf{m}_\nu = 0. \tag{54}$$

Несмотря на это, резонанс в поле $E_y(t)$ на частоте ЯМР (44) существует. Это обнаруживается, если ввести диссипацию путем замены $\omega \to \omega + i\Gamma_n$ и подсчитать тепловые потери (поглощаемую энергию) [12].

Полное поглощение энергии для всех подрешеток определяется выражением

$$Q = \sum_\nu Q_\nu = -\sum_\nu \overline{m_{\nu z} \dot{h}_z}, \tag{55}$$

которое с учетом (52) дает

$$Q = 2\omega \chi_n''(\omega) |h_z|^2, \tag{56}$$

где $\chi_n''(\omega)$ — мнимая часть $\chi_n(\omega)$, равная [12]

$$\chi_n''(\omega) = \chi_{n0} \frac{2\omega\Gamma_n\omega_n^2}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\Gamma_n)^2}. \tag{57}$$

Если основным базисным вектором является $\mathbf{L}_c^0 \parallel y$ ($\mathbf{L}_b^0 = 0$), то в формуле (56) необходимо величину h_z, задаваемую выражением (49), заменить на

$$h_z = \frac{1}{4} \frac{F f_2}{A_a - A_c} E_y, \tag{58}$$

где $A_a > 0$, $A_c < 0$.

Изложенное выше рассмотрение относилось к фазе $\Gamma_4(L_{bx}^0, L_{cy}^0)$. В эквивалентной ей фазе $\Gamma_5(L_{by}^0, L_{cx}^0)$ ядерный магнитоэлектрический резонанс может возбуждаться электрическим полем $\mathbf{E}(t) \parallel x$, также связанным с L_{az} квазиравновесной связью вида (47). В этом случае переменное магнитное поле h_z, определяющее поглощение энергии Q (56), можно вычислить по формулам (49) при $\mathbf{L}_b^0 \parallel y$, $\mathbf{L}_c^0 = 0$ или (58) при $\mathbf{L}_c^0 \parallel x$, $\mathbf{L}_b^0 = 0$, заменяя в них E_y на E_x.

Рассмотрим теперь возбуждение ЯМР в диагональной фазе с $\mathbf{L}_b^0 \parallel [110]$ ($\mathbf{L}_c^0 = 0$) при $\mathbf{E}(t) \perp z$. Ограничимся снова обменным приближением и низкими частотами

$$\omega \approx \omega_n \ll \omega_{rb} \ll \omega_{Lb}. \tag{59}$$

В этом случае появляются колебания величин M_z и L_{az}, связанные с полем $\mathbf{E}(t)$ квазиравновесным образом. Минимизируя Φ_2 (36) по M_z и L_{az} и переходя к штрихованной системе координат ($x' \parallel [110]$, $y' \parallel [\bar{1}10]$, $z' \parallel z \parallel 4_{2z}$), находим

$$M_z = \frac{s_3}{A_M - A_b} E_x', \quad L_{az} = \frac{f_1}{A_a - A_b} E_x'. \tag{60}$$

С этими колебаниями связаны эффективные магнитные поля

$$\begin{aligned} h_{1z} = h_{2z} &= \frac{F}{4}(M_z + L_{az}), \\ h_{3z} = h_{4z} &= \frac{F}{4}(M_z - L_{az}), \end{aligned} \tag{61}$$

а постоянные поля

$$H_{n1}' = H_{n3}' = -H_{n2}' = -H_{n4}' = F M_0 \tag{62}$$

направлены по $\mathbf{L}_b^0 \parallel [110] \parallel x'$. Учитывая (61) и (62) в уравнениях движения (50), получаем

$$\begin{aligned} \Delta m_{1y}' = -\Delta m_{2y}' &= \frac{i\omega}{\omega_n} \chi_n(\omega) h_{1z}, \\ \Delta m_{3y}' = -\Delta m_{4y}' &= \frac{i\omega}{\omega_n} \chi_n(\omega) h_{3z}, \\ \Delta m_{1z} = \Delta m_{2z} &= \chi_n(\omega) h_{1z}, \\ \Delta m_{3z} = \Delta m_{4z} &= \chi_n(\omega) h_{3z}, \end{aligned} \tag{63}$$

откуда

$$m_y' = \sum_\nu \Delta m_{\nu y}' = 0,$$

$$m_z = \sum_\nu \Delta m_{\nu z} = \chi_n(\omega) F M_z = \frac{\chi_n(\omega) F s_3}{A_M - A_b} E_x'. \tag{64}$$

Таким образом, в этом случае, в отличие от (54), появляется полная ядерная намагниченность m_z, обусловленная колебаниями M_z за счет магнитоэлектрического взаимодействия.

Тепловые потери для всех подрешеток определяются снова формулой (56), в которой необходимо положить

$$|h_z|^2 = |h_z^M|^2 + |h_z^L|^2, \tag{65}$$

где

$$\begin{aligned} h_z^M &= \frac{1}{4} F M_z = \frac{1}{4} \frac{F s_3}{A_M - A_b} E_x', \\ h_z^L &= \frac{1}{4} F L_{az} = \frac{1}{4} \frac{F f_1}{A_a - A_b} E_x' \end{aligned} \tag{66}$$

— эффективные магнитные поля, создаваемые колебаниями M_z и L_{az}.

Приведенные выше формулы (60)–(66) справедливы и для антиферромагнитной структуры с

$\mathbf{L}_c^0 \parallel [110]$ ($\mathbf{L}_b^0 = 0$) при замене в них $A_b \to A_c$, $s_3 \to d_3$, $f_1 \to f_2$.

Таким образом, существует резонансное поглощение энергии на частоте ЯМР ω_n (44). Интенсивность этого резонанса определяется переменным полем $h_z(t)$, порядок величины которого можно оценить из соотношения [12]

$$h_z(t) \approx (\alpha F) E_i(t), \quad i = x, y,$$

где магнитоэлектрическая восприимчивость $\alpha \approx \approx 10^{-5}$–$10^{-2}$ ед. СГС, а константа сверхтонкого взаимодействия $F \approx 10^2$–10^3. В магнетиках с $\alpha F \approx 1$ величина $h_z(t)$ может быть достаточной для наблюдения ЯМР в электрическом поле $E_i(t)$, $i = x, y$.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В группе тетрагональных трирутилов — четырехподрешеточных антиферромагнетиков — магнитные ионы занимают нецентросимметричную позицию, что определяет в них наличие как магнитоэлектрического, так и антиферроэлектрического взаимодействий. Кроме того, в них имеются два типа обменных магнитных структур с центроантисимметричными базисными векторами $\mathbf{L}_b^0$ и $\mathbf{L}_c^0$ (см. табл. 7.1 в [1]) с различными ориентационными состояниями — легкоосным и легкоплостными, коллинеарными и слабоколлинеарными. В целом это делает их весьма богатым объектом для развития рассматриваемой здесь спиновой динамики, связанной с проявлением в достаточно широком плане указанных взаимодействий. При этом оказываются возможными не только чисто антиферромагнитные магноны (электроактивные антимагноны) с обменными собственными частотами (в чистом виде им соответствуют формулы (23) и (40)), но и полурелятивистские квазиантиферромагнитные магноны, возбуждаемые полями $\mathbf{E}(t)$ и $\mathbf{H}(t)$ (формулы (16) и (43)) или же, как в обычных антиферромагнетиках, только полем $\mathbf{H}(t)$, ввиду отсутствия для них соответствующих магнитоэлектрического и антиферроэлектрического взаимодействий. Это моды Γ_{17} и Γ_{27} (см., например, частоту (32) для последней). Имеются также электро- и магнитоактивные чисто релятивистские магноны (28) и (41), пожалуй, самые низкочастотные из всех возбуждаемых полем $\mathbf{E}(t)$. Наконец, обменные магноны, которым соответствуют формулы (18), оказываются электроактивными антимагнонами лишь в определенном приближении.

Физические явления, связанные с большим числом типов магнонов, возбуждаемых как магнитным, так и электрическим полями, могут сыграть практическую роль. Путем анализа приведенных результатов представляется возможным уточнить или решить спорный вопрос относительно магнитной структуры и ориентационного состояния исследуемых трирутилов дополнительно к данным, полученным из нейтронографии и статического магнитоэлектрического эффекта [1].

Так, если основной базисный вектор ($\mathbf{L}_b^0$ или $\mathbf{L}_c^0$) направлен по ребрам базисного квадрата $\langle 100 \rangle$, то вопрос в пользу $\mathbf{L}_b^0$ и $\mathbf{L}_c^0$ решается сравнением мод $\Gamma_{18}(M_x, L_{ay}, L_{cz})$ и $\Gamma_{28}(M_y, L_{ax}, L_{cz})$ при $\mathbf{E} \parallel z$ в обоих случаях. Наблюдение первой из них с обменной частотой (31), но с очень малой интенсивностью (или ненаблюдение из-за таковой) соответствовало бы легкоплоскостной структуре с вектором $\mathbf{L}_b^0$, а существование квазиантиферромагнитной моды Γ_{28} с полурелятивистской частотой (43) подтверждало бы структуру с главным базисным вектором $\mathbf{L}_c^0$.

В то же время вопрос о том, направлены ли базисные векторы $\mathbf{L}_b^0$ и $\mathbf{L}_c^0$ по ребру или по диагонали базисного квадрата (в последнем случае один из них равен нулю — структура коллинеарная [1]), решается также в случае поля $\mathbf{E} \parallel \langle 100 \rangle$. Если при этом возбуждается квазиантиферромагнитная мода с релятивистской частотой ω_{rb} (28) (или ω_{rc} (41)), то вектор $\mathbf{L}_b^0$ (или $\mathbf{L}_c^0$), как и $\mathbf{E}$, также направлен по ребру. А если возбуждается квазиантиферромагнитная мода с обменной частотой ω_{Lb} (23) (или ω_{Lc} (40)), то вектор $\mathbf{L}_b^0$ (или $\mathbf{L}_c^0$) направлен по диагонали.

Аналогичным образом может помочь в определении магнитной структуры эксперимент по ядерному магнитоэлектрическому резонансу: при направлении главного базисного вектора $\mathbf{L}_b^0$ (или $\mathbf{L}_c^0$) по ребру $\langle 100 \rangle$ полная ядерная намагниченность, вызванная полем $\mathbf{E}(t) \parallel y$ (или $\mathbf{E}(t) \parallel x$), равна нулю: $\mathbf{m} = \sum_\nu \Delta \mathbf{m}_\nu = 0$, тогда как при $\mathbf{L}_b^0$ или $\mathbf{L}_c^0$, направленных по диагонали в системе координат с полем $\mathbf{E}'_x \parallel [110]$, полная компонента

$$m'_y = \sum_\nu \Delta m'_{\nu y} = 0,$$

а полная компонента $m_z = \sum_\nu \Delta m_{\nu z} = 4\chi_n(\omega) h_z^M$ отлична от нуля.

Таким образом, приведенные здесь результаты показывают, что необходимы экспериментальные исследования по антиферромагнитному, антиферроэлектрическому и ядерному магнитоэлектрическому резонансам в трирутилах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-16440).

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Туров, А. В. Колчанов, В. В. Меньшенин и др., *Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков*, Физматлит, Москва (2001).
2. Д. А. Яблонский, В. Н. Криворучко, ФНТ **14**, 656 (1988).
3. В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, ЖЭТФ **94**, 268 (1988).
4. Д. А. Яблонский, В. Н. Криворучко, ФТТ **30**, 2069 (1988).
5. В. В. Еременко, В. Н. Криворучко, Н. М. Лавриненко и др., ФТТ **30**, 3605 (1988).
6. Д. А. Яблонский, В. Н. Криворучко, в сб. *Проблемы физической кинетики и физики твердого тела*, Наукова думка, Киев (1990), с. 444.
7. Е. А. Туров, Письма в ЖЭТФ **73**, 92 (2001).
8. Е. А. Туров, А. В. Колчанов, в сб. *Магнетизм переходных металлов и сплавов*, Изд-во УрО РАН, Екатеринбург (2000), с. 85.
9. E. A. Turov and A. V. Kolchanov. Phys. Met. Metallogr., Suppl. **92**, S67 (2001).
10. A. V. Kolchanov and E. A. Turov, Phys. Met. Metallogr., Suppl. **92**, S82 (2001).
11. И. Ф. Мирсаев, Е. А. Туров, ЖЭТФ **121**, 419 (2002).
12. Е. А. Туров, Препринт ИФМ УрО РАН, Екатеринбург (2001).
13. В. В. Лесковец, М. И. Куркин, В. В. Николаев и др., ФТТ **44**, 1272 (2002).
14. Е. А. Туров, И. Ф. Мирсаев, ФНТ **28**, 822 (2002).
15. Е. А. Туров, А. В. Колчанов, В. В. Меньшенин и др., УФН **168**, 1303 (1998).
16. Ю. А. Изюмов, Н. А. Черноплеков, *Нейтронная спектроскопия*, сер. Нейтроны и твердые тела, т. 3, под ред. Р. П. Озерова, Энергоатомиздат, Москва (1983), с. 101.
17. В. Г. Барьяхтар, И. М. Витебский, Д. А. Яблонский, ЖЭТФ **76**, 1381 (1979).