ЖЭТФ, 2003, том 124, вып. 3 (9), стр. 516–528

ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ В ОПТИЧЕСКОЙ БЛИЖНЕПОЛЬНОЙ МИКРОСКОПИИ И ОПТИЧЕСКИЕ РАЗМЕРНЫЕ РЕЗОНАНСЫ

О. Н. Гадомский[*], *А. С. Кадочкин*

Ульяновский государственный университет
432700, Ульяновск, Россия

Поступила в редакцию 30 декабря 2002 г.

Решена граничная задача, в которой шаровой зонд взаимодействует с плоской поверхностью диэлектрика в поле внешнего оптического излучения. Шаровой зонд и среда представляются как системы двухуровневых атомов. Показано, что при взаимодействии шарового зонда с плоской поверхностью диэлектрика в поле внешнего оптического излучения возникают оптические размерные резонансы, частоты которых существенно отличаются от собственных частот двухуровневых атомов в среде и зонде с учетом поправок на локальное поле, зависят от расстояния между центром зонда и поверхностью, от размеров шарового зонда, от концентрации двухуровневых атомов в зонде и среде, от ширины спектральных линий и от инверсии атомов. Вычислены поля внутри и вне шарового зонда и полубесконечного диэлектрика в ближней и волновой зонах. Показано, что представленная электродинамическая теория оптической ближнепольной микроскопии согласуется с экспериментальными измерениями.

PACS: 07.60.Pb, 78.60.-b

1. ВВЕДЕНИЕ

В экспериментах по оптической ближнепольной микроскопии зонд аппроксимируется сферой радиуса $a = 10$–20 нм, которая взаимодействует с образцом, находящимся на расстоянии $R \ll \lambda$ от зонда, где λ — длина волны излучения, возбуждающего систему зонд–образец. При этом сигнал, образованный в области взаимодействия зонда с образцом, имеет ту же длину волны, что и внешнее излучение, и направлен противоположно направлению падения внешнего излучения [1–4]. Пространственная разрешающая способность таких оптических ближнепольных микроскопов не превышает 10 нм.

Теоретическое обоснование экспериментальных данных в оптической ближнепольной микроскопии основано на применении электростатического приближения при вычислении поляризуемости зонда и его взаимодействия с образцом. В ряде случаев это приводит к качественному согласию с экспериментом. Однако для достижения полного согласия теории с экспериментом необходимо построение соответствующей электродинамической теории оптического ближнепольного микроскопа. В данной статье решена одна из типовых граничных задач, в которой зонд взаимодействует с образцом, представляющим собой плоскую поверхность полубесконечного диспергирующего диэлектрика (рис. 1*а*). Дано теоретическое обоснование формирования ближнепольной волны, распространяющейся в направлении, обратном направлению падения внешней волны. На основе полученного решения исследованы амплитудные и фазовые свойства оптических полей в ближней и волновой зонах по отношению к области взаимодействия зонда с образцом.

Теоретическому описанию метода сканирующей ближнепольной оптической микроскопии посвящено значительное число работ [5–14], в которых используется как макроскопический, так и микроскопический подходы. Однако в этих работах для описания оптических полей в ближней зоне используется приближение точечного диполя. Следствием такого приближения, что согласуется также с электростатическим приближением, является то, что напряженность электрического поля зонда зависит от расстояния по закону $1/R^3$, где R — расстояние от центра зонда до точки наблюдения. При этом поле внутри зонда является однородным. В данной ста-

[*]E-mail: qed_group@mail.ru

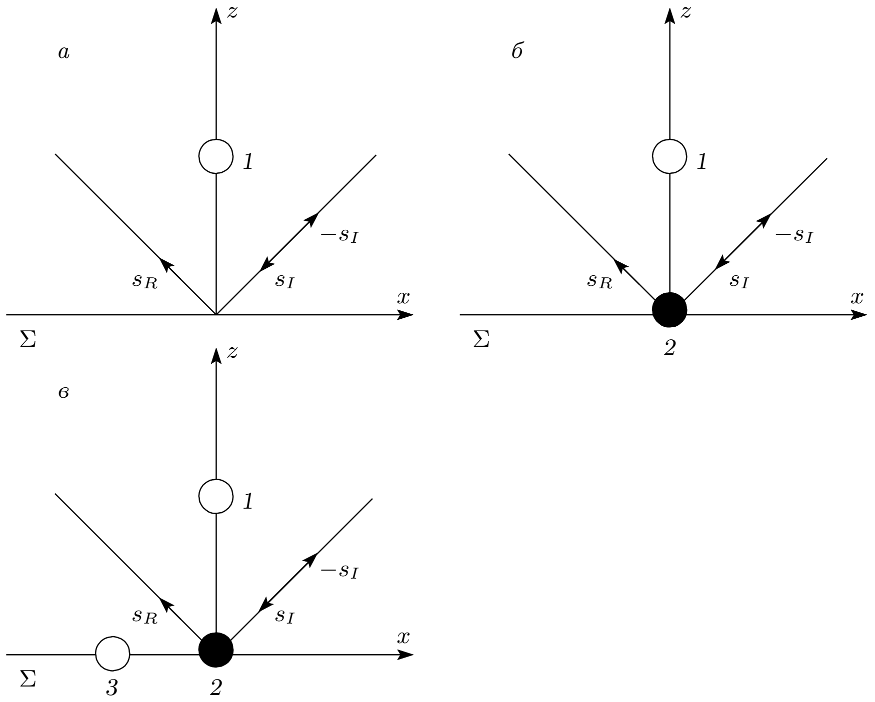

Рис. 1. Типы граничных задач в ближнепольной оптической микроскопии: *а* — зонд *1* взаимодействует с плоской чистой поверхностью образца Σ; *б* — зонд *1* взаимодействует с частицей *2* на плоской поверхности полубесконечного диэлектрика Σ; *в* — зонд *1* взаимодействует с частицей *2* с учетом поляризующего влияния частицы *3* и полубесконечной оптической среды. $\mathbf{s}_I$ — единичный вектор в направлении падения внешней волны, $\mathbf{s}_R$ — единичный вектор в направлении френелевского отражения, $-\mathbf{s}_I$ — единичный вектор в направлении распространения рассеянного сигнала

тье на основе решения соответствующей граничной задачи рассматриваются шаровые зонды конечных размеров с неоднородным полем внутри зонда и с учетом диспергирующих свойств зонда. Вследствие такого описания оптическое поле изменяется по законам $1/R^4$, $1/R^3$, $1/R^2$, $1/R$ в ближней и волновой зонах по отношению к центру зонда. При этом в ближней зоне доминирующая роль принадлежит закону $1/R^4$, по которому напряженность электрического поля уменьшается по мере удаления от центра зонда. Нами вычислены геометрические факторы, которые позволяют вычислить поля внутри и вне зонда с учетом самосогласованного взаимодействия зонда и образца в поле внешнего излучения.

С нашей точки зрения важно выделить три основных типа граничных задач в оптической ближнепольной микроскопии. В оптической схеме на рис. 1*а* шаровой зонд взаимодействует с чистой поверхностью полубесконечной среды. При этом наряду с френелевской компонентой отражения формируется волна, распространяющаяся в обратном внешнему полю направлении. Рисунок 1*б* иллюстрирует тип граничных задач, в которых исследуются частицы на поверхности подложки, при высокой селективности взаимодействия, когда влиянием других частиц можно пренебречь. На рис. 1*в* представлен случай, когда роль «третьих» частиц на подложке является значительной. В данной статье решена граничная задача, показанная на рис. 1*а*. От успешного решения этой задачи зависит решение и остальных типовых граничных задач оптической ближнепольной микроскопии.

В работах [15–17] нами были обнаружены оптические размерные резонансы в двухуровневых системах, частоты которых существенно отличаются от частот перехода в спектре взаимодействующих атомов. Как было показано в [18], размерные резонансы обнаруживаются экспериментально в спектрах анизотропного отражения света от поверхности арсенида галлия в димерах мышьяка и галлия. С нашей точки зрения, оптические размерные резонансы должны присутствовать и в других системах, состоящих из небольшого числа атомов, например, в композитах, кластерах, фуллеренах, в самоорганизующихся цепочках атомов на поверхности твердых тел и т. п. В данной статье показано, что в системе шаровой зонд – подложка возникает новая разновидность оптических размерных резонансов, зависящих от состава шарового зонда и оптических свойств подложки. Отметим при этом, что авторы работ [19, 20] упоминают о так называемых конфигурационных резонансах при взаимодействии шарового металлического микрозонда с поверхностью полубесконечной оптической среды, пренебрегая, однако, квантовыми свойствами электронов в микрозонде. В эффекте оптических размерных резонансов значительную роль играют квантовые свойства взаимодействующих атомов. Как будет показано ниже, и в случае оптических размерных резонансов в системе шаровой зонд – подложка квантовые свойства двухуровневых атомов играют важную роль, которая проявляется, в частности, через инверсию двухуровневых атомов.

В данной статье шаровой зонд представляется как система двухуровневых атомов. Это означает, что зонд рассматривается как диэлектрическая частица. Например, двухуровневые атомы можно представить как примесные атомы в стекле, и в зависимости от концентрации двухуровневых атомов изменяется ширина спектральной линии. Как будет показано ниже, чем меньше ширина спектральной линии, тем выше пространственная разрешающая способность и чувствительность микроскопа. Однако в рамках двухуровневого приближения можно рассмотреть и другие типы шаровых зондов, применяемых в оптической микроскопии, а именно, полупроводниковые и металлические зонды. При этом необходимо учитывать, что в шаровых зондах с радиусом 10–30 нм проявляется размерное квантование электронов и дырок и такие шаровые зонды являются квантовыми точками.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Оптическое поле в произвольной точке наблюдения $\mathbf{r}$ определяется с помощью напряженностей электрического $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ и магнитного $\mathbf{H}(\mathbf{r},t)$ полей, которые удовлетворяют следующим интегродифференциальным уравнениям:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r},t) + \int \operatorname{rot}\operatorname{rot}\frac{\mathbf{P}_1(t-R_1'/c)}{R_1'}\,dV_1' + \int \operatorname{rot}\operatorname{rot}\frac{\mathbf{P}(\mathbf{r}',t-R_1'/c)}{R'}\,dV', \quad (2.1\text{а})$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}_I(\mathbf{r},t) + \frac{1}{c}\int \operatorname{rot}\frac{(\partial/\partial t)\mathbf{P}_1(t-R_1'/c)}{R_1'}\,dV_1' + \frac{1}{c}\int \operatorname{rot}\frac{(\partial/\partial t)\mathbf{P}(\mathbf{r}',t-R_1'/c)}{R'}\,dV'. \quad (2.1\text{б})$$

Здесь $\mathbf{E}_I(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{H}_I(\mathbf{r},t)$ — напряженности электрического и магнитного полей внешней волны, $R_1' = |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1'|$, $\mathbf{r}_1'$ — некоторый радиус-вектор в шаре радиуса a, представляющем собой зонд (рис. 1*а*) в данной задаче, $R' = |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$, $\mathbf{r}'$ — произвольный радиус-вектор внутри или на поверхности исследуемого диэлектрика, $\mathbf{P}_1$ — индуцированный дипольный момент единицы объема зонда, $\mathbf{P}$ — вектор поляризации среды, c — скорость света в вакууме. Дифференцирование в уравнениях (2.1) проводится по координатам точки наблюдения, а интегрирование — по всем координатам $\mathbf{r}'$, $\mathbf{r}_1'$, если точка наблюдения находится вне среды и зонда. Если же точка наблюдения находится внутри среды, то интегрирование в (2.1) проводится по всему объему среды, ограниченному внешней поверхностью Σ и малой сферической поверхностью σ_0 с радиусом $L_0 \to 0$, окружающей точку наблюдения. Поле дискретно распределенных диполей внутри сферы Лоренца σ_0 радиуса L_0 будем считать равным нулю, что с высокой степенью точности верно для замкнутых сфер Лоренца в отсутствие эффекта ближнего поля [15]. Аналогичная ситуация имеет место в нашем рассмотрении и для точек наблюдения внутри зонда в отсутствие эффекта ближнего поля, когда можно пренебречь ролью дискретно распределенных атомов. При вычислении векторов поляризации $\mathbf{P}$ и $\mathbf{P}_1$ в данной граничной задаче мы будем учитывать только электрический вектор, пренебрегая релятивистским вкладом магнитного вектора. Напряженность магнитного поля будет учтена при вычислении дипольного излучения в волновой зоне по отношению к местоположению зонда.

Представим векторы $\mathbf{P}$ и $\mathbf{P}_1$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_1 &= N_1\mathbf{p}_1 = \frac{1}{2}N_1\mathbf{X}_1\exp(-i\omega t) + \text{c.c.},\\ \mathbf{P} &= N\mathbf{p} = \frac{1}{2}N\mathbf{X}\exp(-i\omega t) + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где ω — частота оптического поля, N, N_1 — не зависящие от координат концентрации индуцированных дипольных моментов внутри, соответственно, среды и зонда. Квантовомеханические средние величины $\mathbf{X}$ и $\mathbf{X}_1$ подчиняются модифицированным оптическим уравнениям Блоха [17], которые в данной граничной задаче для зонда имеют вид

$$\frac{d\mathbf{X}_1}{dt} = -i\mathbf{X}_1\Delta_1 - \frac{2i}{\hbar}w_1|\mathbf{d}_{01}|^2\mathbf{E}_{01} - \frac{1}{T'_{21}}\mathbf{X}_1, \quad (2.3а)$$

$$\frac{dw_1}{dt} = \frac{i}{\hbar}\mathbf{X}_1^*\cdot\mathbf{E}_{01} - \frac{i}{\hbar}\mathbf{X}_1\cdot\mathbf{E}_{01}^* - \frac{1}{T_{11}}(w_1 - w_{01}). \quad (2.3б)$$

Здесь $\Delta = \omega_{01} - \omega$ — отстройка от изолированного резонанса с частотой ω_{01} в зонде, $\mathbf{d}_{01}$ — дипольный момент перехода в зонде, w_1 — инверсия и w_{01} — начальная инверсия в зонде, определяющая разность населенностей квантовых состояний зонда, между которыми существует дипольно-разрешенный квантовый переход, T'_{21}, T_{11} — времена фазовой и энергетической релаксации в зонде для рассматриваемого квантового перехода, $\mathbf{E}_{01}$ — действующее поле в центре зонда.

Аналогичным образом представляются модифицированные оптические уравнения Блоха для индуцированных дипольных моментов исследуемой среды в окрестности изолированного резонанса с частотой ω_0. Эти уравнения имеют следующий вид:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = -i\mathbf{X}\Delta - \frac{2i}{\hbar}w|\mathbf{d}_0|^2\mathbf{E}_0 - \frac{1}{T'_2}\mathbf{X}, \quad (2.4а)$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{i}{\hbar}\mathbf{X}^*\cdot\mathbf{E}_0 - \frac{i}{\hbar}\mathbf{X}\cdot\mathbf{E}_0^* - \frac{1}{T_1}(w - w_0), \quad (2.4б)$$

где $\Delta = \omega_0 - \omega$ — отстройка от резонанса, а величины $w, w_0, \mathbf{d}_0, T'_2, T_1$ имеют соответствующий физический смысл для дипольно-разрешенного квантового перехода в спектре атомов (молекул) исследуемой среды.

Действующие микроскопические поля $\mathbf{E}_{01}$ и $\mathbf{E}_0$ в уравнениях (2.3), (2.4) представим в соответствии с уравнениями (2.1), отбрасывая временной множитель $\exp(-i\omega t)$, следующим образом:

$$\mathbf{E}_{01}(\mathbf{r}_1) = \mathbf{E}_{0I}\exp(i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}_1) + \hat{a}_R(\mathbf{r}_1)\mathbf{X}N + \hat{a}_{T1}(\mathbf{r}_1)\mathbf{X}_1N_1, \quad (2.5а)$$

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}') = \mathbf{E}_{0I}\exp(i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}') + \hat{a}_T(\mathbf{r}')\mathbf{X}N + \hat{a}_{R1}(\mathbf{r}')\mathbf{X}_1N_1, \quad (2.5б)$$

где $\mathbf{E}_{0I}$ — амплитуда внешней волны, $\mathbf{k}_0$ — волновой вектор внешней волны, $|\mathbf{k}_0| \equiv k_0 = \omega/c$, $\mathbf{r}_1$ — радиус-вектор центра шарового зонда (рис. 1*а*), геометрические факторы $\hat{a}_R$, $\hat{a}_{R1}$, $\hat{a}_T$, $\hat{a}_{T1}$ вычислены в приложении к данной статье.

Уравнения (2.3)–(2.5) образуют замкнутую систему, решение которой позволяет учесть самосогласованное взаимодействие зонда с полубесконечным диэлектриком и вычислить поля в различных точках наблюдения в ближней и волновой зонах.

3. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

В поле непрерывного оптического излучения индуцирование дипольных моментов и изменение инверсии компенсируется релаксационными процессами, поэтому мы решим уравнения (2.3), (2.4) с учетом условий

$$\frac{d\mathbf{X}_1}{dt} = \frac{d\mathbf{X}}{dt} = 0, \quad \frac{dw_1}{dt} = \frac{dw}{dt} = 0. \quad (3.1)$$

Тогда уравнения (2.3), (2.4) образуют в общем случае систему нелинейных алгебраических уравнений.

Введем квантовые поляризуемости

$$\alpha_1 = \frac{e^2}{m}f_1\frac{1}{\omega_{01}(\Delta_1 - i\gamma_1/2)}, \quad \alpha = \frac{e^2}{m}f\frac{1}{\omega_0(\Delta - i\gamma/2)}, \quad (3.2)$$

где e, m — заряд и масса электрона,

$$f_1 = \frac{2m\omega_{01}}{\hbar e^2}|\mathbf{d}_{01}|^2, \quad f = \frac{2m\omega_0}{\hbar e^2}|\mathbf{d}_0|^2 \quad (3.3)$$

— силы осцилляторов переходов, соответственно, в зонде и среде, γ_1 и γ — ширины спектральных линий атомов (молекул), составляющих зонд и среду. При этом учтем, что

$$\frac{\gamma_1}{2} = \frac{1}{T'_{21}}, \quad \frac{\gamma}{2} = \frac{1}{T'_2}. \quad (3.4)$$

Рассмотрим случай, когда индуцированные дипольные моменты в зонде и среде являются линейными функциями действующего поля, т. е.

$$\mathbf{X}_1 = -w_1\alpha_1\mathbf{E}_{01}, \quad \mathbf{X} = -w\alpha\mathbf{E}_0. \quad (3.5)$$

Это возможно, если $w_1 \approx w_{01}$, $w \approx w_0$. Действительно, подставим (3.5) в уравнения (2.3б), (2.4б) для инверсии. Тогда из (2.3) получим

$$w_1 = \frac{w_{01}}{T_{11}\left(\frac{2}{\hbar}|\mathbf{E}_{01}|^2\operatorname{Im}\alpha_1 + \frac{1}{T_{11}}\right)}, \quad (3.6)$$

и инверсия w_1 будет мало отличаться от своего равновесного значения, если

$$\frac{2}{\hbar}|\mathbf{E}_{01}|^2\operatorname{Im}\alpha_1 \ll \frac{1}{T_{11}}, \quad (3.7)$$

где величина $|\mathbf{E}_{01}|^2$ определяется с помощью соотношений (2.5). Таким образом, в линейном приближении для вычисления индуцированных дипольных моментов будем использовать только уравнения (2.3а) и (2.4а), подставляя в них вместо инверсий w_1 и w их равновесные значения.

С учетом (3.1) из уравнений (2.3а), (2.4а) получим следующие выражения:

$$
\begin{aligned}
X_1^y &= E_{0I}^y \frac{w_{10}\alpha_1(1+w_0\alpha N a_T^y) - w_{10}\alpha_1 w_0 \alpha N a_R^y}{-(1+w_{10}\alpha_1 N_1 a_{T1})(1+w_0\alpha N a_T^y) + w_0\alpha N a_R^y w_{10}\alpha_1 N_1 a_{R1}^y} \equiv \alpha_{eff1}^y E_{0I}^y, \\
X^y &= E_{0I}^y \frac{w_1\alpha_1(1+w_{10}\alpha_1 N_1 a_{T1}) - w_{10}\alpha_1 w_0 \alpha N_1 a_{R1}^y}{-(1+w_{10}\alpha_1 N_1 a_{T1})(1+w_0\alpha N a_T^y) + \alpha w_0 N a_R^y \alpha_1 w_{10} N_1 a_{R1}^y} \equiv \alpha_{eff}^y E_{0I}^y,
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

где α_{eff1}^y, α_{eff}^y — эффективные поляризуемости, соответственно, зонда и образца для индуцированных дипольных моментов, поляризованных перпендикулярно плоскости падения xz. Для векторов поляризации, лежащих в плоскости падения, имеем

$$
\begin{aligned}
X_1^\beta &= E_{0I}^\beta \frac{w_{10}\alpha_1(1+w_0\alpha N a_T^\beta) - w_{10}\alpha_1 w_0 \alpha N a_R^\beta}{-(1+w_{10}\alpha_1 N_1 a_{T1})(1+w_0\alpha N a_T^\beta) + w_0\alpha N a_R^\beta w_{10}\alpha_1 N_1 a_{R1}^\beta} \equiv \alpha_{eff1}^\beta E_{0I}^\beta, \\
X^\beta &= E_{0I}^\beta \frac{w_1\alpha_1(1+w_{10}\alpha_1 a_{T1} N_1) - w_0\alpha w_{10}\alpha_1 N_1 a_{R1}^\beta}{-(1+w_{10}\alpha_1 N_1 a_{T1})(1+w_0\alpha N a_T^\beta) + w_0\alpha N a_R^\beta w_{10}\alpha_1 N_1 a_{R1}^\beta} \equiv \alpha_{eff}^\beta E_{0I}^\beta,
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

где $\beta = x, z$. В формулах (3.8), (3.9), в соответствии с Приложением, использованы следующие геометрические факторы:

$$
\begin{aligned}
a_T^y &= -\frac{\pi}{n^2-1}\frac{\sin(\varphi+\vartheta_T)}{\cos\varphi\sin\vartheta_T} + \frac{2\pi}{3}\frac{n^2+2}{n^2-1}, \\
a_T^x &= \frac{\pi}{n^2-1}\frac{\sin(\varphi+\vartheta_T)}{\cos\varphi\sin\vartheta_T}\left(\sin\varphi\cos\varphi - \cos^2\varphi\right) + \frac{2\pi}{3}\frac{n^2+2}{n^2-1}, \\
a_T^z &= \frac{\pi}{n^2-1}\frac{\sin(\varphi+\vartheta_T)}{\cos\varphi\sin\vartheta_T}\left(\sin\varphi\cos\varphi - \sin^2\varphi\right) + \frac{2\pi}{3}\frac{n^2+2}{n^2-1}, \\
a_R^y &= -\frac{\pi}{n^2-1}\frac{\sin(\varphi-\vartheta_T)}{\cos\varphi\sin\vartheta_T}, \\
a_R^x &= \frac{\pi}{n^2-1}\frac{\sin(\varphi-\vartheta_T)}{\cos\varphi\sin\vartheta_T}\left(\sin\vartheta_R\cos\vartheta_R - \cos^2\vartheta_R\right), \\
a_R^z &= \frac{\pi}{n^2-1}\frac{\sin(\varphi-\vartheta_T)}{\cos\varphi\sin\vartheta_T}\left(\sin\vartheta_R\cos\vartheta_R - \sin^2\vartheta_R\right),
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

геометрические факторы a_{T1} и $\hat{a}_{R1}$ определяются выражениями (П.14) и (П.17), углы φ, ϑ_T и ϑ_R определены в Приложении. Для френелевского отражения и преломления внешней волны, падающей под углом ϑ_I на поверхность Σ (рис. 1a), имеем следующие значения углов:

$$
\varphi = \vartheta_I, \quad n\sin\vartheta_T = \sin\vartheta_I, \quad \vartheta_R = \pi - \vartheta_I. \tag{3.11}
$$

Ниже будут исследованы дисперсионные зависимости эффективных поляризуемостей (3.8), (3.9) при различных углах φ, ϑ_T и ϑ_R.

4. ОПТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В БЛИЖНЕЙ И ВОЛНОВОЙ ЗОНАХ ПО ОТНОШЕНИЮ К ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДЫ

Индуцированные дипольные моменты (3.8), (3.9) позволяют определить поле в любой точке наблюдения. Действительно, для точек наблюдения $\mathbf{r}$ вне зонда и среды, согласно уравнению (2.1а), имеем следующее выражение:

$$
\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{0I}\exp(i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}) + \hat{a}_R(\mathbf{r})\mathbf{X}N + \hat{a}_{R1}(\mathbf{r})\mathbf{X}_1 N_1. \tag{4.1}
$$

Здесь

$$
\hat{a}_R(\mathbf{r}) = \hat{a}_R(0)\exp(ik_0\mathbf{r}\cdot\mathbf{s}_R),
$$

$\hat{a}_R(0)$ определяется формулами (3.10), а геометрический фактор $\hat{a}_{R1}(\mathbf{r})$ определяется из равенства

$$
N_1\hat{a}_{R1}(\mathbf{r})\mathbf{X}_1 = \operatorname{rot}\operatorname{rot}\int\limits_{\Sigma_1}\left(\mathbf{Q}_1\frac{\partial G_p}{\partial\nu_1'} - G_p\frac{\partial\mathbf{Q}_1}{\partial\nu'}\right)dS_1', \tag{4.2}
$$

где $G_p = \exp(ik_0R_1')/R_1'$ — функция Грина, зависящая от точки наблюдения $\mathbf{r}$. Поверхностный интеграл вычислен в Приложении к данной статье и в частном случае $\mathbf{r} \parallel \mathbf{z}$ определяется формулой (П.14), когда оператор $\operatorname{rot}\operatorname{rot}$ сводится к вычислению второй производной по z_0 от поверхностного интеграла (4.2). Для произвольных точек наблюдения геометрический фактор $\hat{a}_{R1}(\mathbf{r})$ определяется по формуле (4.2), где оператор $\operatorname{rot}\operatorname{rot}$ имеет общий вид, и на основании (4.1) можно вычислить поле в ближней и волновой зонах.

Рассмотрим оптическое поле в волновой зоне при $k_0r \gg 1$. В этом случае можно учесть в геометрическом факторе $\hat{a}_{R1}(\mathbf{r})$ только члены, пропорциональные $1/R_1'$, где R_1' — расстояние от центра зонда до точки наблюдения $\mathbf{r}$. Тогда для $\hat{a}_{R1}(\mathbf{r})$ получим следующее выражение:

$$\hat{a}_{R1}\mathbf{X}_1 = \frac{2\pi a_1}{n_1^2-1}\,\frac{1}{R_1'}\,\times \\ \times\left[\mathbf{n}_1'(\mathbf{n}_1'\cdot\mathbf{X}_1) - \mathbf{X}_1\right]\exp(ik_0R_1'), \quad (4.3)$$

где $\mathbf{n}_1' = \mathbf{R}_1'/R_1'$.

Аналогичным образом с помощью уравнения (2.1б) определим напряженность магнитного поля в волновой зоне при $k_0r \gg 1$. Вектор $\mathbf{H}$ без временного множителя $\exp(-i\omega t)$ имеет вид

$$\mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{0I}\exp(i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}) + \\ + \hat{b}_R(\mathbf{r})\mathbf{X}N + \hat{b}_{R1}(\mathbf{r})\mathbf{X}_1N_1, \quad (4.4)$$

где геометрические факторы $\hat{b}_R$ и $\hat{b}_{R1}$ определяются выражениями

$$\hat{b}_R\mathbf{X} = -\frac{\pi}{n^2-1}\,\times \\ \times\frac{\sin(\varphi-\vartheta_T)}{\cos\varphi\sin\vartheta_T}\,\mathbf{s}_R\times\mathbf{X}\exp(ik_0\mathbf{r}\cdot\mathbf{s}_R), \quad (4.5)$$
$$\hat{b}_{R1}\mathbf{X}_1 = -\frac{2\pi a_1}{n^2-1}\,\frac{1}{R_1'}\,\mathbf{n}_1'\times\mathbf{X}_1\exp(ik_0R_1').$$

Энергия, протекающая через элемент сферической поверхности $\Delta\sigma = (R_1')^2\Delta\Omega$ в единицу времени, определяется с помощью векторов поля (4.1), (4.4), а именно:

$$S\Delta\sigma = \frac{c}{4\pi}|\mathbf{E}_0\times\mathbf{H}_0|(R_1')^2\Delta\Omega. \quad (4.6)$$

Для волновой зоны, где $k_0R_1' \gg 1$ поля определяются с помощью геометрических факторов (4.3), (4.5) и эффективных поляризуемостей (3.8), (3.9), зависящих от ближнепольных геометрических факторов (3.10), (П.14), (П.17).

Показатели преломления n_1 и n в приведенных выше формулах можно определить в данной граничной задаче из уравнения (2.1а), помещая поочередно точку наблюдения внутрь зонда и внутрь среды. Выделяя члены, определенные в соответствующих точках наблюдения, получим следующие выражения:

$$\frac{n_1^2-1}{n_1^2-2} = \frac{4\pi}{3}N_1\alpha_1, \quad \frac{n^2-1}{n^2-2} = \frac{4\pi}{3}N\alpha, \quad (4.7)$$

где поляризуемости имеют вид (3.2). Эти формулы соответствуют случаю замкнутой сферы Лоренца, окружающей точку наблюдения. При учете дискретно распределенных атомов внутри усеченной сферы Лоренца в строгой теории возникает эффект ближнего поля [15]. В данной работе предполагается, что роль этого эффекта незначительна.

5. ЛИНЕЙНЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ РАЗМЕРНЫЕ РЕЗОНАНСЫ В СИСТЕМЕ ШАРОВОЙ ЗОНД НАД ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СРЕДОЙ

Исследуем дисперсионные зависимости эффективных поляризуемостей (3.8), (3.9) в различных физических ситуациях. Рассмотрим вначале случай, когда зонд является шаром из стекла с примесными атомами натрия, резонансно поглощающими излучение с длиной волны $\lambda = 589$ нм при переходе из основного состояния $3S$ в возбужденное состояние $3P$ (желтая линия атома натрия). Естественная ширина линии перехода $3S$–$3P$ равна 10 МГц, дипольный момент перехода $d_{01} = 6.236\cdot10^{-18}$ ед. СГСЭ, частота перехода $\omega_{01}/c = 1.066\cdot10^5$ см$^{-1}$. Показатель преломления n_1 такого зонда определяется по формуле

$$\frac{n_1^2-1}{n_1^2+2} = \frac{4\pi}{3}(N_{01}\alpha_{01} + N_1\alpha_1), \quad (5.1)$$

где N_{01}, α_{01} — концентрация и поляризуемость атомов (молекул) стекла. Будем считать, что

$$N_{01}\alpha_{01} \approx N_1\alpha_1 \quad (5.2)$$

и показатель преломления $n_1 \approx 1.5$ не зависит от частоты в широком частотном диапазоне. Пусть радиус зонда $a_1 = 20$ нм и концентрация атомов натрия равна $N_1 = 10^{18}$–10^{21} см$^{-3}$. При этом концентрация атомов стекла составляет $N_{01} = 10^{22}$ см$^{-3}$.

В качестве примера исследуемого образца рассмотрим полубесконечную изотропную оптическую среду в окрестности узкого резонанса с длиной волны $\lambda_0 = 694.3$ нм (R_1-линия рубина при $T = 300$ K) с частотой перехода $\omega/c = 0.905\cdot10^5$ см$^{-1}$, дипольным моментом перехода $d = 1.8\cdot10^{-20}$ ед. СГСЭ и шириной спектральной линии $(T_2')^{-1} = 3\cdot10^{11}$ Гц. Концентрация ионов Cr^{3+} составляет $N = 2\cdot10^{19}$ см$^{-3}$, что соответствует розовому рубину [21].

Влияние сред, в которые погружены примесные атомы в зонде и образце, проявляется в нашем рассмотрении следующим образом. Во-первых, окружающие атомы изменяют собственные частоты, дипольные моменты перехода и ширину спектральных линий примесных атомов. Во-вторых, среда, окружающая примесные атомы, создает дополнительное поляризующее влияние на взаимодействие зонда и образца. Это влияние в рассматриваемой граничной задаче учитывается добавлением к векторам поляризации $\mathbf{P}$ и $\mathbf{P}_1$ векторов поляризации $\mathbf{P}' = N_0\alpha_0\mathbf{E}$ и $\mathbf{P}_1' = N_{01}\alpha_{01}\mathbf{E}$ для точек наблюдения, соответственно, внутри образца и зонда. Таким образом, с учетом линейности уравнений (2.3), (2.4) и выражения для действующих полей (2.5) такое преобразование векторов приводит к тому, что в решение (3.8), (3.9) следует внести соответствующие поправки к действующему полю, а в геометрических факторах $\hat{a}_{R1}$ и $\hat{a}_R$ следует подставить показатели преломления, определяемые по формулам (5.1) и

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = \frac{4\pi}{3}(N_0\alpha_0 + N\alpha), \tag{5.3}$$

где N_0, α_0 — концентрация и поляризуемость атомов (молекул), окружающих двухуровневые атомы образца.

Действующие поля в центре зонда и на поверхности полубесконечной среды с учетом поляризующего влияния нерезонансных атомов имеют вид

$$\begin{aligned} E_{01}^x &= \frac{a_{22}^x\exp(i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}_1) - a_{12}^x}{a_{11}^x a_{22}^x - a_{12}^x a_{21}^x}\,E_{0I}^x,\\ E_0^x &= \frac{a_{11}^x - a_{21}^x\exp(i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}_1)}{a_{11}^x a_{22}^x - a_{12}^x a_{21}^x}\,E_{0I}^x. \end{aligned} \tag{5.4}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a_{11}^x &= 1 - a_{T1}^x N_{01}\alpha_{01} + a_{T1}^x w_1\alpha_1 N_1,\\ a_{12}^x &= a_R^x w\alpha N - a_R^x N_0\alpha_0,\\ a_{21}^x &= a_{R1}^x w_1\alpha_1 N_1 - a_{R1}^x N_{01}\alpha_{01},\\ a_{22}^x &= 1 - a_T^x N_0\alpha_0 + a_T^x w\alpha N. \end{aligned} \tag{5.5}$$

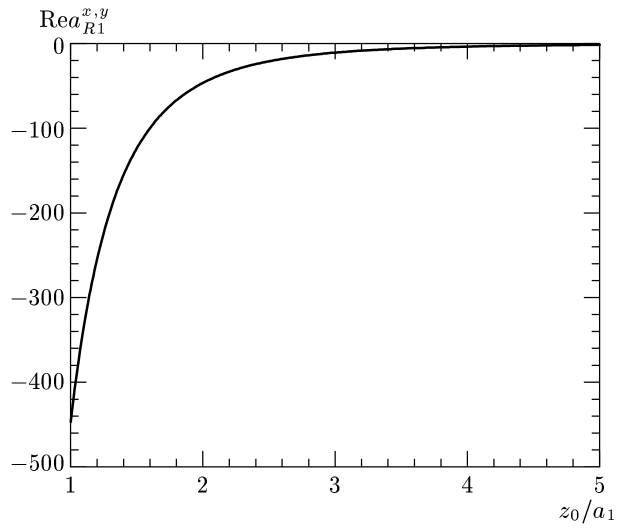

Рис. 2. Зависимость действительной части геометрического фактора $a_{R1}^{x,y}$ шарового зонда от относительного расстояния z_0/a_1 между центром зонда и поверхностью образца; $n_1 = 1.5$, $k_0 = 1.066\cdot10^5$ см$^{-1}$, $a_1 = 20$ нм

Чтобы получить остальные компоненты действующих полей, необходимо в коэффициентах (5.5) сделать соответствующие замены геометрических факторов, учитывая выражения (3.10), (П.14), (П.17). Таким образом, индуцированные дипольные моменты резонансных атомов имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= -w_1\alpha_1\mathbf{E}_{01} \equiv \hat{\alpha}_{eff1}\mathbf{E}_{0I},\\ \mathbf{X} &= -w\alpha\mathbf{E}_0 \equiv \hat{\alpha}_{eff}\mathbf{E}_{0I}, \end{aligned} \tag{5.6}$$

где, в отличие от (3.8), (3.9), учитывается поляризующее влияние нерезонансных подсистем в зонде и образце.

На рис. 2 представлена зависимость геометрического фактора $a_{R1}^{x,y}$ от относительного расстояния z_0/a_1 между центром зонда и поверхностью образца. На малых расстояниях, для которых $k_0 z_0 \ll 1$, т. е. в ближней зоне по отношению к поверхности полубесконечной среды, основную роль играют члены, пропорциональные $1/z_0^4$, а не $1/z_0^3$, как это имеет место для точечных диполей [15]. На больших расстояниях от зонда, для которых $k_0 z_0 \gg 1$, основную роль играют члены, пропорциональные $1/z_0$.

На рис. 3 приведены дисперсионные зависимости эффективных поляризуемостей двухуровневых примесных атомов натрия в зонде и ионов Cr^{3+} в образце с учетом поляризующего влияния стекла и корунда.

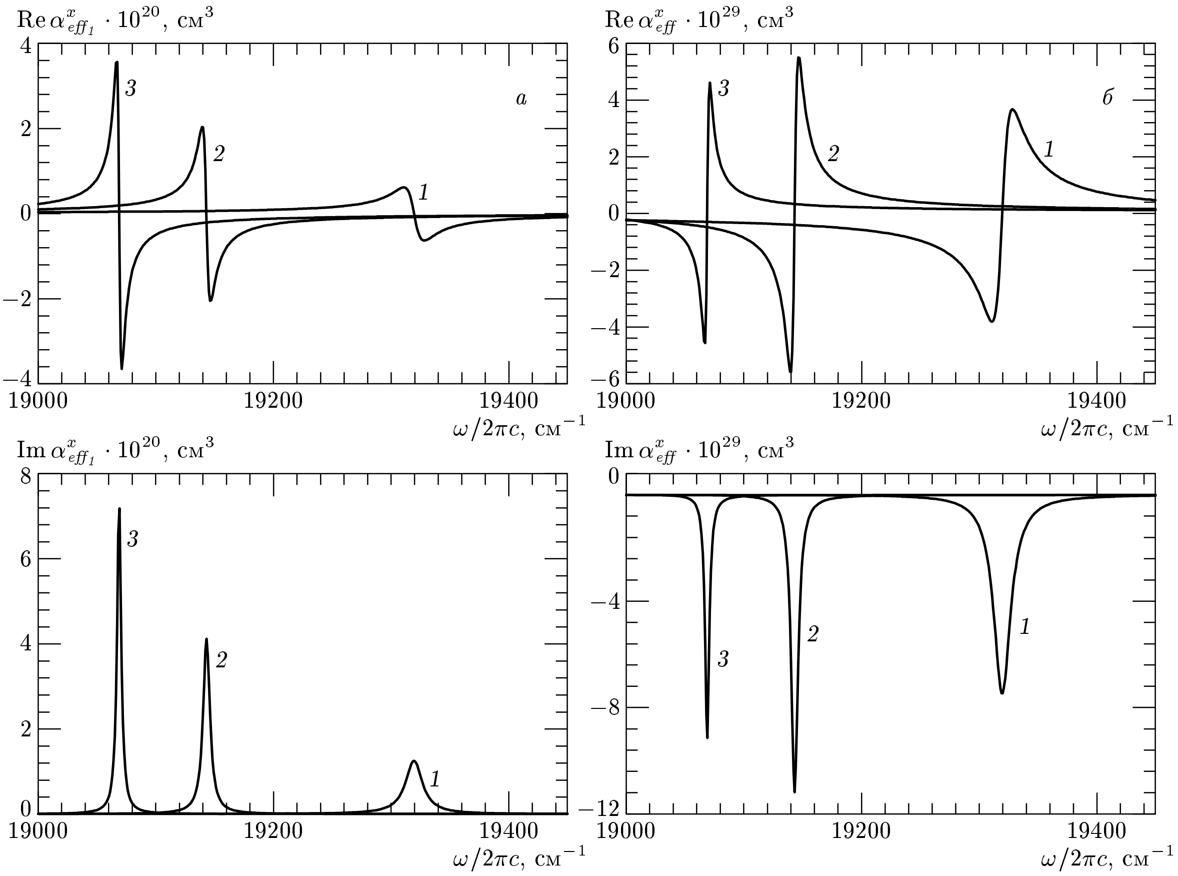

Рис. 3. Дисперсионные зависимости действительных и мнимых частей эффективных поляризуемостей двухуровневых примесных атомов натрия в зонде (*а*) и ионов Cr^{3+} в полубесконечной среде (*б*) с учетом поляризующего влияния, соответственно, стекла и корунда, $z_0 = 30$ (*1*), 50 (*2*), 60 (*3*) нм; $n_{01} = 1.5$, $n_0 = 1.78$, $a_1 = 20$ нм

Для поляризации внешнего излучения в плоскости падения xz в системе взаимодействующих зонда и поверхности образца образуется один размерный резонанс, частота которого существенно отличается от собственных частот атомов Na и ионов Cr^{3+} без учета взаимодействия. Частота размерного резонанса сильно зависит от расстояния z_0 между центром зонда и поверхностью образца. Так, при $z_0 = 30$ нм, как видно на рис. 3, частота размерного резонанса составляет $\omega/2\pi c = 19320$ см$^{-1}$, при $z_0 = 50$ нм — $\omega/2\pi c = 19140$ см$^{-1}$, а при $z_0 = 70$ нм — $\omega/2\pi c = 19070$ см$^{-1}$. Для внешнего излучения, поляризованного перпендикулярно плоскости падения, частоты размерных резонансов остаются такими же, т. е. для системы рубин–зонд из стекла с примесью натрия эффект не зависит от поляризации. Изменение ширин спектральных линий атомов Na и ионов Cr^{3+}, как показывают численные расчеты, приводит к уширению размерных резонансов, однако частоты размерных резонансов остаются без изменения.

6. ОПТИЧЕСКАЯ БЛИЖНЕПОЛЬНАЯ МИКРОСКОПИЯ В ОБЛАСТИ НЕПРЕРЫВНЫХ СПЕКТРОВ

Выше было получено решение граничной задачи по схеме, представленной на рис. 1*а*, в которой рассматривалось взаимодействие диэлектрического наношара-зонда с поверхностью полубесконечной диэлектрической оптической среды. При этом спектры зонда и образца содержат узкие линии, соответствующие двухуровневым примесным атомам. С помощью выражений (5.4), (5.6) можно учесть поляризующее влияние зонда и образца. При этом возможны ситуации, в которых поляризующее влияние на оптические поля в ближней и волновой зонах примесных атомов окружения сравнимы по величине, либо поляризующее влияние нерезонансного окружения значительно превосходит поляризующее влияние примесных атомов. В последнем случае взаимодействие зонда и образца обусловлено статическими поляризуемостями атомов зонда и образца.

Взаимодействие зонда и образца, изготовленных из полупроводниковых материалов, может быть описано на основе полученного решения граничной задачи при учете соответствующих свойств квантовых поляризуемостей. В приближении однородно уширенной линии квантовая поляризуемость имеет вид (3.2) [22, 23], где $d_{0(1)}$ представляет собой дипольные моменты рекомбинационного перехода в образце и зонде соответственно, $\omega_{0(1)}$ — частоты переходов между уровнями. Для массивного полупроводника GaAs дипольный момент перехода равен приблизительно $1.5 \cdot 10^{-17}$ ед. СГСЭ [24]. Зонд представляет собой квантовую точку, однако можно предположить, что дипольный момент перехода в нем приблизительно совпадает со значением дипольного перехода в массивном полупроводнике. Принято считать [24], что для массивного полупроводника при комнатной температуре однородная ширина имеет значение $2\pi/T_2' \approx 10^{13}$ с$^{-1}$. Основной вклад в эту величину вносит взаимодействие носителей между собой. В случае квантовой точки можно ожидать, что ширина $2\pi/T_{21}'$ определяется электрон-фононным и дырочно-фононным взаимодействиями. В теории полупроводниковых лазеров взаимодействие носителей с фононами считается на порядок более слабым, чем взаимодействие носителей между собой, поэтому можно предположить, что для зонда однородная ширина линии $2\pi/T_{21}' \approx 10^{12}$ с$^{-1}$. Следует, однако, принять во внимание уширение линии, обусловленное разбросом размеров зонда в различных направлениях. Положение энергетических уровней квантовой точки сферической формы зависит от ее радиуса a_1 [25]:

$$E_{nk} = \frac{\hbar^2}{2ma_1^2}\alpha_{nk}^2, \tag{6.1}$$

где α_{nk} — k-ый корень функции Бесселя $J_{n+1/2}(z)$. Эту формулу можно получить, если использовать стационарное сферически-симметричное решение уравнения Шредингера [26]. Неопределенность энергетических уровней ΔE_{nk} пропорциональна неопределенности радиуса квантовой точки Δa_1, т. е.

$$\Delta E_{nk}^{e,h} = \frac{\hbar^2}{m_{e,h}a_1^2}\alpha_{nk}^2\frac{\Delta a_1}{a_1}, \tag{6.2}$$

где $m_{e,h}$ — эффективная масса электрона или дырки. Неоднородное уширение линии,

$$\frac{\Delta E_{01}}{\hbar} = \frac{\Delta E_{01}^e + \Delta E_{01}^h}{\hbar},$$

равно сумме двух членов, соответствующих уширению электронного и дырочного уровней. Если линейные размеры квантовой точки могут соблюдаться с точностью до 99 % ($\Delta a_1/a_1 \approx 0.01$), то для GaAs ($m_e = 0.067m$, $m_h = 0.45m$, m — масса свободного электрона) $\Delta E_{01}/\hbar = 10^{12}$ с$^{-1}$, т. е. эта величина сравнима с однородной шириной $2\pi/T_{21}'$.

Рассмотрим взаимодействие металлического зонда с поверхностью полубесконечного диэлектрика. В экспериментах, описанных в работе [27], исследуется рассеяние света в обратном направлении от образца, покрытого островками из золота, в качестве зонда используется шар радиуса $a_1 = 10$–30 нм из золота, серебра или платины, а образцом является полярный диэлектрик SiC, имеющий область остаточных лучей в диапазоне от 790 до 950 нм. В этой области частот отражательные способности массивного золота и SiC не зависят от частоты и равны для золота приблизительно 0.99, а для SiC — приблизительно 0.97 [27]. Для шара из золота радиусом 10 нм частота перехода, соответствующая формуле (6.1), составляет $E_{01}/\hbar = 1.44 \cdot 10^{12}$ с$^{-1}$. Поэтому в области остаточных лучей для SiC квантовая поляризуемость зонда практически не зависит от частоты и может быть определена по формуле [20]

$$\alpha_1(a_1,\omega) = 12\pi\varepsilon_0 a_1^3 \int_0^1 \frac{\varepsilon(R_1,\omega)-1}{\varepsilon(R_1,\omega)+2}\,R_1^2 dR_1. \tag{6.3}$$

Здесь

$$\varepsilon(R_1,\omega) = 1 - n(R_1)\frac{\omega_p^2}{\omega(\omega+i\Gamma)}, \tag{6.4}$$

ω_p — плазменная частота, Γ — феноменологическая постоянная затухания, $n(R_1)$ — нормированная плотность электронов в шаре,

$$n(R_1) = \frac{4}{3N_1V_1}\sum_{k,l}(2l+1)\left(\frac{J_l(\alpha_{kl}R_1)}{J_{l+1}(\alpha_{kl})}\right)^2, \tag{6.5}$$

где J_l, J_{l+1} — функции Бесселя порядка, соответственно, l и $l+1$, α_{kl} — k-ый корень функции Бесселя порядка l, N_1V_1 — число электронов в шарике, R_1 — расстояние от центра сферы, отнесенное к ее радиусу a_1, ε_0 — электрическая постоянная, $\varepsilon_0 = 1/4\pi$. Таким образом, в экспериментах по ближнепольной микроскопии, описанных в работе [27], рассматривается взаимодействие зонда и образца в непрерывной по отношению к зонду области спектра.

На рис. 4*а* представлены экспериментальные данные по частотной зависимости нормированного сигнала $|S_{\mathrm{SiC}}/S_{\mathrm{Au}}|$ дипольного излучения от поверхности карбида кремния, частично покрытого островками золота. Внешнее излучение в виде плоской волны падает на исследуемый образец под углом $\vartheta_I = \pi/4$,

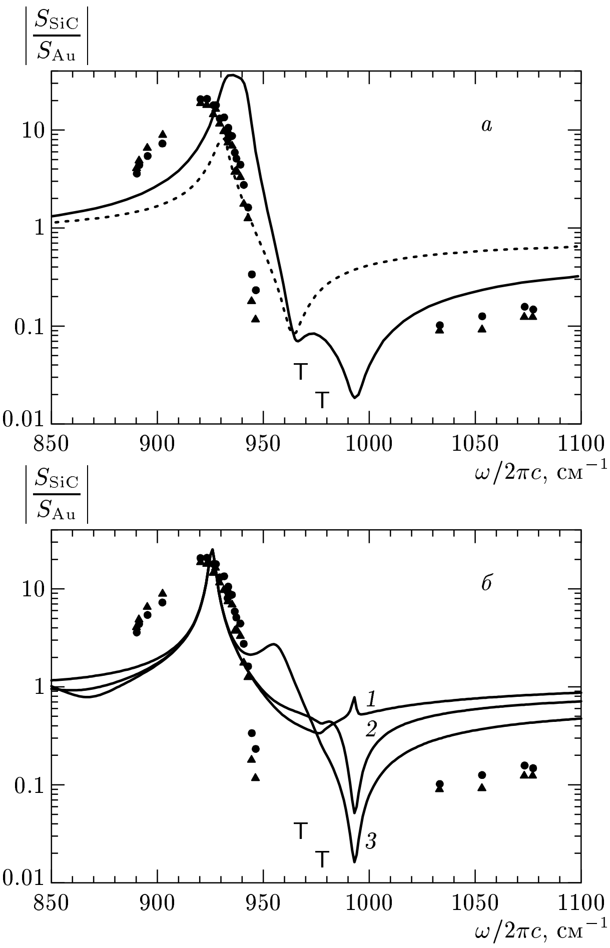

Рис. 4. Дисперсионная зависимость сигнала, рассеянного в обратном направлении, в системе зонд (Pt) над полубесконечной средой. $S_{\rm SiC}/S_{\rm Au}$ — отношение сигнала, рассеянного от карбида кремния, к сигналу, рассеянному от золота, *а* — дисперсионные зависимости, полученные в работе [27], *б* — дисперсионные зависимости по формуле (4.6); $z_0 = 30$ (*1*), 50 (*2*), 80 (*3*) нм. T — точки, соответствующие уровню шума в эксперименте

а сигнал фиксируется в направлении, обратном направлению падения внешней волны. Радиус зонда $a_1 = 20$ нм, и внешняя волна поляризована в плоскости падения — плоскости xz (рис. 1*а*). Расстояние между зондом и поверхностью в экспериментах, представленных в работе [27], изменялось в диапазоне от 0 до 40 нм. Сплошная кривая на рис. 4*а* соответствует теоретическим данным авторов работы [27], которая получена на основе теоретических работ [5–14], согласно которым $S_{\rm SiC} \sim |\alpha_{eff}|^2$, где

$$\alpha_{eff} = \frac{\alpha(1+\beta)}{1-\alpha\beta/16\pi(a_1+z_0)^3}\,. \qquad (6.6)$$

Здесь, согласно обозначениям, используемым в работе [27],

$$\beta = \frac{\varepsilon_s - 1}{\varepsilon_s + 1},$$

ε_s — диэлектрическая проницаемость образца,

$$\alpha = 4\pi a_1^3(\varepsilon_p - \varepsilon_m)(\varepsilon_p + 2\varepsilon_m)$$

— поляризуемость сферического зонда, ε_m — диэлектрическая проницаемость вещества, из которого изготовлен зонд. Точки, обозначенные треугольниками и сплошными кругами соответствуют различным участкам на поверхности карбида кремния, окруженным островками золота. Как следует из рис. 4*а*, теоретическая интерпретация авторов работы [27] является весьма приблизительной. Пунктирная кривая на рис. 4*а* соответствует сигналу дипольного излучения от зонда из платины вблизи поверхности карбида кремния. На рис. 4*б* представлены частотные зависимости нормированного сигнала $|S_{\rm SiC}/S_{\rm Au}|$ при различных расстояниях z_0 от центра зонда до исследуемой поверхности образца карбида кремния, рассчитанные на основе представленной в данной статье теории. Эта зависимость получена из формул (4.6), (4.7), (3.9), (3.2), (6.3), при этом в области непрерывного спектра зонда показатель преломления составляет $n_1 = 2.63+3.54i$, а зависимость диэлектрической проницаемости SiC от частоты дается выражением

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty + \frac{4\pi\rho\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega}, \qquad (6.7)$$

где $\varepsilon_\infty = 6.49$, $\omega_0 = 788$ см$^{-1}$ — частота перехода, $\rho = 0.257$ — сила осциллятора фононного перехода, $\Gamma = 6.8\cdot 10^{-3}$ см$^{-1}$ — ширина линии, показатель преломления n в формулах (3.10) определяется из выражения (4.7), где вместо n^2 следует подставить ε.

Как видно на рис. 4*б*, сигнал достигает максимума при 927 см$^{-1}$, что с высокой точностью совпадает с экспериментальным значением. Этот максимум, согласно нашему рассмотрению, соответствует оптическому размерному резонансу, который образуется в результате самосогласованного взаимодействия шарового зонда из платины и поверхностью карбида кремния. Для узких резонансов малое изменение расстояния между взаимодействующими диполями приводит к заметному смещению частоты размерного резонанса. Такая ситуация имеет место для взаимодействующих атомов, которые рассматриваются как точечные диполи [15]. Такая же ситуация имеет место для зонда и образца, обладающих узкими резонансами, см. разд. 5 данной статьи. В эксперименте, описанном в работе [27], зонд обладает непрерывным спектром, поэтому размерный резонанс при $\omega/2\pi c = 927$ см$^{-1}$ менее чувствителен к изменению расстояния z_0 между центром зонда и поверхностью образца. Но при этом, как видно на рис. 4*б*, при $z_0 = 30$ нм возникает дополнительный размерный резонанс на частоте $\omega/2\pi c = 990$ см$^{-1}$. Область частот от 950 до 1030 см$^{-1}$ не исследована авторами работы [27], поэтому выявить на ее основе наличие данного резонанса в эксперименте не представляется возможным. Поляризующее влияние краев золотой пленки, как следует из сравнения нашей теории с экспериментальными данными, представленными на рис. 4*а*, по-видимому, является незначительным для частот, близких к резонансу, однако при небольших амплитудах рассеянного от поверхности сигнала оно может дать существенный вклад в результирующий сигнал, что может объяснить наблюдающееся в диапазоне 1000–1100 см$^{-1}$ расхождение между экспериментальными результатами работы [27] и расчетами по формуле (4.6). Подобное влияние легко учесть на основе изложенной выше теории, для чего необходимо располагать более точными данными о форме краев островка. Заметное различие ширины резонанса теоретических и экспериментальных кривых, на наш взгляд, может объясняться различием времен релаксации, используемых в работе [27] и в данной статье, хотя этот вопрос еще требует дополнительного исследования.

Итак, в данной работе представлена электродинамическая теория оптической ближнепольной микроскопии, в которой рассмотрено самосогласованное взаимодействие шарового зонда с плоской поверхностью образца. При этом данная теория позволяет рассматривать зонды и образцы из различных материалов в области дискретных и непрерывных спектров. Наличие же на поверхности инородных частиц или островков может быть легко учтено путем введения в наше рассмотрение соответствующих объемных интегралов, учитывающих их поляризующее влияние.

Работа поддержана грантом Министерства образования России (грант № РД02-1.2-68).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычисление геометрических факторов

Вычислим объемный интеграл, входящий в выражения (2.5),

$$\mathbf{P}_{0M}(\mathbf{r}) = \int \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{P}_0(\mathbf{r}')G_M(R)dV' \equiv \equiv N\hat{a}_T\mathbf{X}\exp(-i\omega t), \quad (\text{П}.1)$$

для точек наблюдения внутри среды, где

$$\mathbf{P}_0 = \frac{1}{2}N\mathbf{X}, \quad G_M = \frac{\exp(ik_0R')}{R'}.$$

Для этого учтем, что

$$\mathbf{P}_0 = (n^2-1)k_0^2\mathbf{Q}, \quad k_0 = \frac{\omega}{c},$$

где n — показатель преломления среды, а функция координат $\mathbf{Q}$ удовлетворяет следующим уравнениям:

$$\nabla^2\mathbf{Q} + n^2k_0^2\mathbf{Q} = 0, \quad \operatorname{div}\mathbf{Q} = 0.$$

Тогда, применяя лемму [28] для вынесения оператора rot rot за знак интеграла и теорему Грина, получим следующее равенство:

$$\mathbf{P}_{0M} = \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{I}_\Sigma + \frac{4\pi}{3}(n^2+2)k_0^2\mathbf{Q}, \quad (\text{П}.2)$$

где поверхностный интеграл

$$\mathbf{I}_\Sigma = \int\limits_\Sigma \left(\mathbf{Q}\frac{\partial G_M}{\partial \nu'} - G_M\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \nu'}\right) dS', \quad (\text{П}.3)$$

символ $\partial/\partial\nu'$ означает дифференцирование вдоль внешней нормали к поверхности Σ. Величина $\mathbf{P}_{0M}$ в выражении (П.2) определяется в точке наблюдения $\mathbf{r}$, находящейся внутри подстилающей среды либо на ее поверхности. Если точка наблюдения находится вне среды, например, в месте расположения зонда, то

$$\mathbf{P}'_{0M} = \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{I}'_\Sigma, \quad (\text{П}.4)$$

где $\mathbf{I}'_\Sigma$ отличается от $\mathbf{I}_\Sigma$ расположением точки наблюдения.

Пусть величина $\mathbf{Q}$ имеет вид

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_0\exp(ik_0n\mathbf{r}\cdot\mathbf{s}_T), \quad (\text{П}.5)$$

где $\mathbf{Q}_0$ — постоянный вектор, а единичный вектор $\mathbf{s}_T$ определяется с помощью угла преломления ϑ_T в плоскости падения xz. Введем также единичный вектор $\mathbf{s}$ следующим образом:

$$s_x = -\sin\varphi, \quad s_y = 0, \quad s_z = -\cos\varphi.$$

Тогда поверхностный интеграл (П.3) примет вид

$$\mathbf{I}_\Sigma = I_\Sigma^{(0)}\mathbf{Q}_0\exp(ik_0\mathbf{r}\cdot\mathbf{s}), \quad (\text{П}.6)$$

где

$$I_\Sigma^{(0)} = -2\pi\frac{\sin(\varphi+\vartheta_T)}{\cos\varphi\sin\vartheta_T}. \quad (\text{П}.7)$$

Как показано в работе [15], это значение поверхностного интеграла имеет место для различных точек наблюдения на поверхности Σ и в непосредственной близости от нее внутри среды. На однородной поверхности Σ имеем

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}_I, \quad \varphi = \vartheta_I,$$

и в частном случае нормального падения, когда $\vartheta_I = 0$, получим

$$I_\Sigma^{(0)} = -2\pi(n+1).$$

Подставляя это значение в (П.2), запишем следующее выражение (на поверхности Σ):

$$\mathbf{P}_{0M} = \mathbf{P}_0 \frac{4\pi}{n^2-1}\left(\frac{n^2+2}{3} - \frac{n+1}{2}\right) \equiv \mathbf{P}_0 a_T. \quad (\text{П.8})$$

Для точек наблюдения вне среды, включая точку $\mathbf{r}_1$ (рис. 1*a*), согласно выражению (П.4) получим

$$\mathbf{P}_{0M} = -2\pi \mathbf{P}_0 \frac{n+1}{n^2-1} \equiv \mathbf{P}_0 a_R. \quad (\text{П.9})$$

Для точек наблюдения вне среды ($z > 0$) поверхностный интеграл $\mathbf{I}'_\Sigma$ вычисляется аналогично (П.6). Различие заключается в том, что координата z' меняет свой знак на противоположный. Это эквивалентно замене s_z на $-s_z$, т. е. замене φ на ϑ_R, где ϑ_R — угол отражения. Вместо единичного вектора $\mathbf{s}$ введем теперь единичный вектор $\mathbf{s}_R$ с помощью

$$s_{Rx} = -\sin\vartheta_R, \quad s_{Ry} = 0, \quad s_{Rz} = -\cos\vartheta_R.$$

Тогда поверхностный интеграл

$$\mathbf{I}'_\Sigma = -2\pi \frac{\sin(\varphi - \vartheta_T)}{\cos\varphi \sin\vartheta_T} \mathbf{Q} \exp(ik_0 \mathbf{r}\cdot\mathbf{s}_R). \quad (\text{П.10})$$

При $\vartheta_I \neq 0$ величины $\hat{a}_R$ и $\hat{a}_T$ определяются с помощью общих выражений интегралов (П.6), (П.10).

Вычислим теперь геометрический фактор $\hat{a}_{R1}$, входящий в выражение (2.5б), помещая точку наблюдения на расстоянии z_0 от центра шарового зонда. В этом случае имеем

$$\int\limits_{V_1} \operatorname{rot}\operatorname{rot} N_1 \frac{\mathbf{p}_1(t - R'_1/c)}{R'_1} dV'_1 =$$
$$= \exp(-i\omega t)\hat{a}_{R1} N_1 \mathbf{X}_1 = \exp(-i\omega t)(n_1^2-1)k_0^2 \times$$
$$\times \operatorname{rot}\operatorname{rot} \int\limits_{V_1} \mathbf{Q}_1 G_p(R'_1) dV'_1, \quad (\text{П.11})$$

где $V_1 = (4\pi/3)a_1^3$, a_1 — радиус зонда, n_1 — показатель преломления зонда,

$$N_1 \mathbf{p}_1 = \mathbf{P}_1 = (n_1^2-1)k_0^2 \mathbf{Q}_1 \exp(-i\omega t),$$

при этом

$$\nabla^2 \mathbf{Q}_1 + n_1^2 k_0^2 \mathbf{Q}_1 = 0, \quad \nabla^2 G_p + k_0^2 G_p = 0. \quad (\text{П.12})$$

Тогда объемный интеграл в выражении (П.11) согласно теореме Грина имеет вид

$$\int\limits_{V_1} \mathbf{Q}_1 G_p(R'_1) dV'_1 =$$
$$= \frac{1}{(n_1^2-1)k_0^2} \int\limits_{\Sigma_1} \left(\mathbf{Q}_1 \frac{\partial G_p}{\partial \nu'} - G_p \frac{\partial \mathbf{Q}_1}{\partial \nu'}\right) dS'_1, \quad (\text{П.13})$$

где $\partial/\partial\nu'_1$ — производная по внешней нормали ν'_1 к поверхности зонда Σ_1.

Вычислим поверхностный интеграл (П.13), учитывая, что

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_{01} \frac{\exp(ik_0 n_1 R_1)}{R_1} \quad (\text{П.14})$$

удовлетворяет волновому уравнению (П.12), $\mathbf{Q}_{01}$ — постоянный вектор, R_1 — точка внутри зонда. Переходя к сферическим координатам, после вычисления интеграла (П.13) получим

$$a_{R1}^{x,y} = -\frac{2\pi a_1}{(n_1^2-1)k_0^2} \frac{d^2}{dz_0^2} \times$$
$$\times \left[\frac{1}{z_0} \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2+z_0^2}} \exp\left(ik_0\sqrt{a_1^2+z_0^2}\right) - \right.$$
$$-\frac{1}{z_0} \exp\left(ik_0\sqrt{a_1^2+z_0^2}\right)\left(n_1 + \frac{i}{a_1 k_0}\right) -$$
$$- \frac{1}{z_0} \exp\left(ik_0|a_1 - z_0|\right) \times$$
$$\left. \times \left(1 - n_1 - \frac{i}{a_1 k_0}\right)\right], \quad a_{R1}^z = 0. \quad (\text{П.15})$$

Аналогичным образом вычислим геометрический фактор $\hat{a}_{T1}$ для точек наблюдения внутри шарового зонда, учитывая, что

$$\int\limits_{V_1} \operatorname{rot}\operatorname{rot} N_1 \frac{\mathbf{p}_1(t - R'_1/c)}{R'_1} dV'_1 =$$
$$= \exp(-i\omega t)\hat{a}_{T1} N_1 \mathbf{X}_1 = \exp(-i\omega t)(n_1^2-1)k_0^2 \times$$
$$\times \int\limits_{V_1} \operatorname{rot}\operatorname{rot} \mathbf{Q}_1 G_p(R'_1) dV'_1. \quad (\text{П.16})$$

Вынося оператор rot rot за знак интеграла и применяя теорему Грина, получим, что выражение (П.16) приобретает следующий вид:

$$\exp(-i\omega t) \times \\ \times \operatorname{rot}\operatorname{rot}\left[\int\limits_{\Sigma_1}\left(\mathbf{Q}_1\frac{dG_p}{dR_1}-G_p\frac{d\mathbf{Q}_1}{dR_1}\right)dS_1'- \right. \\ \left. -\int\limits_{\sigma}\left(\mathbf{Q}_1\frac{dG_p}{dR_1}-G_p\frac{d\mathbf{Q}_1}{dR_1}\right)dS_1'\right]- \\ -\frac{8\pi}{3}(n_1^2-1)k_0^2\mathbf{Q}_1\exp(-i\omega t), \quad (\text{П.17})$$

где σ_0 — сферическая поверхность, окружающая точку наблюдения в центре шарового зонда. Принимая во внимание вид функции $\mathbf{Q}$ (П.14), вычислим поверхностные интегралы в (П.17). Интеграл по внешней поверхности Σ_1 шарового зонда имеет вид

$$\int\limits_{\Sigma_1}\left(\mathbf{Q}_1\frac{dG_p}{dR_1}-G_p\frac{d\mathbf{Q}_1}{dR_1}\right)dS_1' = \\ = -4\pi\frac{n_1-1}{n_1+1}\mathbf{Q}_{01}\exp(ik_0z)\left[\exp\left(ik_0a_1(n_1+1)\right)-1\right].$$

Аналогичный вид имеет поверхностный интеграл по внутренней поверхности σ_0, если заменить a_1 на L_0, где L_0 — радиус сферы σ_0. При $k_0a_1 \ll 1$ тензор $\hat{a}_{T1}$ превращается в скаляр и поэтому

$$\hat{a}_{T1} = a_{T1} = -\frac{4\pi}{3}. \quad (\text{П.18})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Hillenbrand and F. Keilmann, Appl. Phys. Lett. **80**, 25 (2002).
2. M. Speht, J. D. Pedaring, W. M. Heckl, and T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **68**, 476 (1992).
3. B. Knoll and F. Keilmann, Nature **399**, 134 (1999).
4. W. L. Barnes, J. Mod. Opt. **45**, 661 (1998).
5. L. Salomon, F. De Fornel, and J. P. Goudonnet, J. Opt. Soc. Amer. A **8**, 2009 (1991).
6. W. Denk and D. W. Pohl, J. Vac. Sci. Technol. B **9**, 510 (1991).
7. D. Van Lebeke and D. Barchiesi, J. Opt. Soc. Amer. A **9**, 732 (1992).
8. S. Berntsen, E. Bozhevolnaya, and S. Bozhevolnyi, J. Opt. Soc. Amer. A **10**, 878 (1993).
9. B. Labani, C. Girard, D. Courjon, and D. Van Lebeke, J. Opt. Soc. Amer. B **7**, 936 (1990).
10. C. Girard and X. Bouju, J. Chem. Phys. **95**, 2056 (1991).
11. C. Girard and X. Bouju, J. Opt. Soc. Amer. B **9**, 298 (1992).
12. C. Girard and D. Courjon, Phys. Rev. B **42**, 9430 (1990).
13. C. Girard, Appl. Opt. **31**, 5380 (1992).
14. C. Girard and M. Sparjes, Appl. Opt. **29**, 3726 (1990).
15. О. Н. Гадомский, УФН **170**, 1145 (2000).
16. О. Н. Гадомский, Т. Т. Идиатуллов, ЖЭТФ **119**, 1222 (2001).
17. О. Н. Гадомский, Ю. В. Абрамов, Опт. и спектр. **93**, 953 (2002).
18. О. Н. Гадомский, К. Ю. Моисеев, Опт. и спектр. **92**, 613 (2002).
19. O. Keller, M. Xiao, and S. Bozhevolnyi, Surf. Sci. **280**, 217 (1993).
20. M. Xiao, S. Bozhevolnyi, and O. Keller, Appl. Phys. A **62**, 115 (1996).
21. В. М. Файн, Я. И. Ханин, *Квантовая радиофизика*, Сов. радио, Москва (1965), с. 562.
22. А. Н. Ораевский, *Молекулярные генераторы*, Наука, Москва (1964).
23. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1993).
24. G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Semiconductor Lasers*, Van Nostrand Reinhold, New York (1993).
25. А. Н. Ораевский, М. Скалли, В. Л. Величанский, КЭ **25**, 211 (1998).
26. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Физматгиз, Москва (1963).
27. R. Hillenbrand, T. Taubner, and F. Keilmann, Nature **418**, 159 (2002).
28. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973), с. 698.