ЖЭТФ, 2003, том 124, вып. 3 (9), стр. 596–611

НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ СТАЦИОНАРНОСТИ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В РАССЕИВАЮЩИХ СРЕДАХ

И. А. Васильева *

Институт теплофизики экстремальных состояний
Объединенного института высоких температур Российской академии наук
127412, Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 ноября 2002 г.

Выводится условие стационарности с учетом поляризации излучения в общем случае рассеивающей неоднородной среды в излучателе произвольной формы. В излучателях, где одновременно идут процессы появления и исчезновения излучения, необходимым условием стационарности является полное исчезновение всего появляющегося излучения. Анализируется исчезновение излучения в результате поглощения средой и выхода за пределы излучателя. Условие стационарности представляет собой запись того, что исчезновение излучения есть событие достоверное, вероятность которого равна единице. Прохождение излучения в среде описывается на основе линейной теории переноса с помощью матриц функций Грина. Условие стационарности включает в себя характеристики поляризации излучения, исчезновение которого анализируется, коэффициенты поглощения среды и элементы матриц функций Грина, определяемые оптическими и геометрическими характеристиками излучателя. На основе полученного условия стационарности выведены соотношения между слагаемыми скалярной интенсивности, наблюдаемой в произвольном месте излучателя. Соотношения включают в себя, помимо коэффициентов поглощения и элементов матриц функций Грина, мощности первично появляющегося излучения. Рассматриваются возможные применения условия стационарности и соотношений между слагаемыми интенсивности в расчетах и экспериментальных исследованиях.

PACS: 44.40.+a, 94.10.Gb, 95.30.Jx

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе исследуется стационарное излучение в рассеивающих средах с учетом поляризации. Излучение характеризуется четырьмя параметрами Стокса или, что то же самое, векторной интенсивностью [1, 2]. Векторная интенсивность обычно описывается стационарным уравнением переноса, аналогичным скалярному уравнению, которое используется в отсутствие эффектов поляризации. Результаты решения уравнения весьма разнообразны и зависят от конкретных условий в излучателе. В этой связи публикуется много работ, содержащих решения стационарных уравнений переноса в различных случаях.

Ниже развивается другое направление работ по описанию излучения объектов с рассеивающими средами. Целью работы является получение соотношений между характеристиками излучения, которые справедливы в различных условиях, т. е. не зависят от формы, неоднородности и других конкретных особенностей излучателя. Такие соотношения невозможно получить из анализа или решения уравнений, описывающих рассматриваемый процесс переноса излучения. Для вывода требуется привлекать достаточно общие условия, не содержащиеся в уравнениях. Далее в качестве такого условия анализируется и используется необходимое условие стационарности излучения.

В стационарном излучателе непрерывно происходит возникновение и исчезновение излучения. Излучение обычно возникает в результате перехода энергии вещества внутри излучателя в энергию излучения или в результате прихода лучистого потока из-

*E-mail: vasilieva@mtu-net.ru

вне. Исчезновение может происходить в обратных или иных процессах. Важно, что все излучение заданной частоты, возникающее за некоторое время, исчезает за то же самое время. Исчезновение может происходить совсем не в тех частях излучателя, где излучение возникает, т. е. детального равновесия, которое имеет место только в равновесных условиях, не требуется. Условие полного исчезновения возникающего излучения является необходимым условием стационарности. Должно исчезать излучение, образующее любой стационарный поток, так как все потоки являются результатом прохождения через среду первично возникшего излучения.

Ранее необходимое условие стационарности было получено в случае рассмотрения излучения без учета поляризации [3–6]. Условие стационарности записывалось как условие того, что исчезновение возникающего излучения есть событие достоверное и его вероятность равна единице. Было показано, что условие стационарности приводит к новым возможностям описания излучения и может быть полезным при проведении экспериментов и расчетов. Условие стационарности было получено как в случае применимости теории переноса излучения, так и в случае, когда внутри рассеивающей среды ее использовать нельзя.

В настоящей работе рассматривается необходимое условие стационарности как условие полного исчезновения излучения в случае, когда надо учитывать поляризацию. Имеется в виду учет как поляризации первичного излучения, так и влияния рассеяния в среде на поляризацию. Прохождение излучения в среде описывается с помощью матриц функций Грина. Рассмотрение проводится в предположении, что линейная теория переноса излучения применима как при описании наблюдаемых потоков излучения, так и при описании исчезновения излучения. При использовании теории переноса можно считать, что процессы возникновения и исчезновения излучения в излучателе компенсируются мгновенно, так как обычно рассматривается излучение, усредненное за времена, много большие времен его возникновения, исчезновения и распространения.

В достаточно общем случае излучатель занимает некоторый объем, содержащий неоднородную излучающую, поглощающую и рассеивающую среду. Объем окружен ограничивающей поверхностью. Первичное излучение может возникать в среде внутри объема и входить в него с ограничивающей поверхности. Заданная интенсивность входящего извне излучения выступает в качестве краевого условия задачи при решении уравнений переноса. Вообще говоря, ограничивающая поверхность может быть проведена достаточно произвольно. Важно лишь, чтобы на выбранной поверхности было задано входящее в объем излучение. Часто в качестве ограничивающей поверхности выбирается реальная поверхность, например, поверхность стенок газоразрядного или плазменного излучателя. Интенсивность излучения в любом месте излучателя определяется путем решения уравнения переноса, если известны объемные первичные источники излучения, характеристики взаимодействия излучения с веществом внутри объема и входящее в объем излучение.

Остановимся на условиях применимости линейной теории переноса в излучателях с существенным рассеянием. Линейная теория переноса может использоваться при выполнении следующих основных требований.

Во-первых, при описании распространения излучения в среде внутри объема излучателя необходимо, чтобы была применима геометрическая оптика [7, 8]. При этом в рассеивающей среде важным является требование достаточной удаленности друг от друга областей сильной неоднородности, на которых происходит рассеяние. Рассеиватели должны находиться на расстояниях больших, чем расстояние от рассеивателя до волновой зоны. На таких расстояниях электромагнитные волны можно считать квазиплоскими и геометрическая оптика применима [8]. Геометрическая оптика должна быть применима везде внутри ограничивающей поверхности.

Во-вторых, необходимо, чтобы была справедлива линейная теория. Все характеристики взаимодействия излучения с веществом внутри объема должны быть заданы, т. е. не должны зависеть от рассматриваемого излучения. Также не должен зависеть от рассматриваемого излучения поток, входящий в излучатель извне через граничную поверхность. Это учитывается в описанном выше краевом условии, в соответствии с которым интенсивность входящего излучения задана заранее. Но требование независимости входящего извне потока от анализируемого излучения означает, что поток, поступающий на ту же граничную поверхность изнутри, не должен возвращаться в излучающий объем. Иначе говоря, излучение, попадающее изнутри на граничную поверхность, должно полностью исчезнуть из излучателя, что и принято в данной работе.

Таким образом, как возникновение, так и исчезновение излучения в рассматриваемой задаче происходит в одной и той же области, а именно, в объеме, окруженном ограничивающей поверхностью, и на этой поверхности. Именно в этой области должна быть применима линейная теория переноса.

Исчезновение излучения, выходящего на какую-либо реальную поверхность, обеспечивается в тех случаях, когда поверхность полностью поглощает это излучение или полностью пропускает наружу. Случаи с отражением или рассеянием на граничной поверхности далее не рассматриваются. На первый взгляд кажется, что это сильно ограничивает область возможного применения результатов. На самом деле проблема решается во многих случаях просто, потому что, как сказано выше, граничная поверхность выбирается достаточно произвольно и часто может быть выбрана так, что условие полного исчезновения выходящего излучения выполняется.

При получении необходимого условия стационарности будет рассматриваться исчезновение любого потока излучения в излучателе. Исчезновение излучения определяется поглощением в веществе внутри объема излучателя и полным исчезновением при попадании на ограничивающую поверхность.

На основе условия стационарности выводятся соотношения между слагаемыми интенсивности излучения. В соотношения входят величины, являющиеся предметом теоретических и экспериментальных исследований. Так как условие стационарности и соотношения между слагаемыми справедливы в достаточно общем случае, они могут использоваться при теоретических и экспериментальных исследованиях различных излучателей.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ И ЕГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СО СРЕДОЙ

Далее рассматривается эллиптически поляризованное излучение, так как излучение с произвольной степенью поляризации всегда можно представить как смесь двух независимых эллиптически поляризованных излучений [1].

Поляризованное излучение будет описываться с помощью параметров Стокса I, Q, U, V. Здесь I — полная скалярная интенсивность, определяемая как удельный поток излучения, рассчитанный на единичные интервалы времени, частоты излучения, телесного угла и площади, перпендикулярной потоку. Этот поток включает в себя все излучение независимо от поляризации и не отличается от скалярной интенсивности, используемой в случае, когда поляризация не учитывается. Состояние поляризации описывается параметрами Q, U, V. Параметры Q и U зависят от эллиптичности (отношения большой и малой осей эллипса поляризации) и ориентации эллипса, а параметр V — от эллиптичности и направления движения электрического вектора $\mathbf{E}$ (см. рис. 1). На рис. 1 эллиптичность определяется углом β, а ориентация в системе координат x, y, z — углом χ. Параметры Q, U, V описываются как [1]

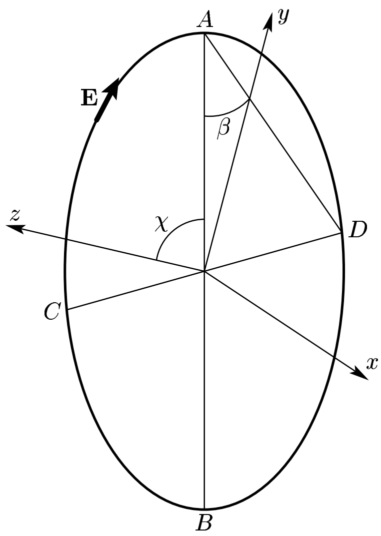

Рис. 1. Эллипс поляризации: x, y, z — произвольно выбранная система координат; AB и CD — большая и малая оси эллипса; χ — угол, определяющий ориентацию эллипса в системе x, y, z; β — угол, определяющий эллиптичность поляризации

$$\begin{aligned} Q &= I\cos(2\beta)\cos(2\chi), \\ U &= I\cos(2\beta)\sin(2\chi), \\ V &= I\sin(2\beta). \end{aligned} \tag{2.1}$$

Все параметры Стокса пропорциональны общей интенсивности излучения I и имеют ту же размерность. В случае неполяризованного излучения $Q = U = V = 0$, в случае линейно поляризованного излучения при $\chi = 0$ имеем $U = V = 0$.

Введем следующие обозначения для тригонометрических множителей в выражениях (2.1):

$$\begin{gathered} q \equiv \cos(2\beta)\cos(2\chi), \quad u \equiv \cos(2\beta)\sin(2\chi), \\ v \equiv \sin(2\beta). \end{gathered} \tag{2.2}$$

Все параметры Стокса записываются обычно как вектор интенсивности $\mathbf{I}$, т. е. как матрица размерностью 1×4. Используя обозначения (2.2), вектор интенсивности можно представить в одном из следующих видов:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = I \times \begin{bmatrix} 1 \\ q \\ u \\ v \end{bmatrix} = I \times [1, q, u, v]^T. \quad (2.3)$$

Здесь и далее ^{T} есть знак транспонирования.

В векторном уравнении переноса излучения изменение параметров Стокса в каждом акте рассеяния определяется фазовой матрицей, которая в общем случае может быть записана в следующем виде:

$$\mathbf{Z}[(\mathbf{u}' \to \mathbf{u})] = \begin{bmatrix} Z_{II} & Z_{IQ} & Z_{IU} & Z_{IV} \\ Z_{QI} & Z_{QQ} & Z_{QU} & Z_{QV} \\ Z_{UI} & Z_{UQ} & Z_{UU} & Z_{UV} \\ Z_{VI} & Z_{VQ} & Z_{VU} & Z_{VV} \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Здесь $\mathbf{u}'$ и $\mathbf{u}$ — единичные векторы, определяющие направления излучения до и после рассеяния. Фазовая матрица и ее элементы зависят от этих направлений.

Отдельные элементы матрицы (2.4) описывают преобразование каждого из параметров Стокса при однократном рассеянии. В соответствии с принятыми в литературе обозначениями второй индекс каждого элемента указывает преобразуемый параметр, а первый — получающийся параметр. Например, Z_{QI} описывает то изменение параметра Q, которое возникает в результате изменения параметра I.

Фазовая матрица $\mathbf{Z}[\mathbf{r}, (\mathbf{u}' \to \mathbf{u})]$ определяет преобразование вектора интенсивности $\mathbf{I}(\mathbf{r}, \mathbf{u}')$ в вектор $\mathbf{I}_{scat1}(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ при однократном рассеянии соотношением

$$\mathbf{I}_{scat1}(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \mathbf{Z}[\mathbf{r}, (\mathbf{u}' \to \mathbf{u})] \times \mathbf{I}(\mathbf{r}, \mathbf{u}'). \quad (2.5)$$

Здесь отмечено, что фазовая матрица $\mathbf{Z}$ в общем случае может быть различной в разных местах излучателя, т. е. может зависеть от радиус-вектора $\mathbf{r}$ (см. рис. 2). Когда рассеиватели обладают какой-либо симметрией, характеристики рассеяния могут удовлетворять тем или иным соотношениям симметрии [9]. В дальнейшем понадобится соотношение взаимности, которое связывает фазовые функции в прямом и обратном рассеяниях. В работе [10] показано, что когда рассеяние происходит на хаотически ориентированных частицах, которые обладают плоскостью симметрии, соотношение взаимности имеет следующий вид:

$$\mathbf{Z}(-\mathbf{u} \to -\mathbf{u}') = \mathbf{e}_3 \mathbf{Z}^T(\mathbf{u}' \to \mathbf{u}) \mathbf{e}_3. \quad (2.6)$$

Здесь $(\mathbf{u}' \to \mathbf{u})$ определяет изменение направления излучения в прямом однократном рассеянии, а

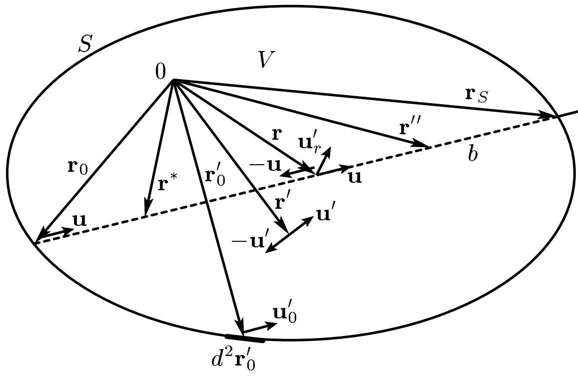

Рис. 2. Схема прохождения излучения в рассеивающей среде: b — луч света; $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}'$, $\mathbf{r}''$, $\mathbf{r}^*$ — радиус-векторы точек внутри объема V; $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}'_0, \mathbf{r}_S$ — радиус-векторы точек на поверхности S; $\mathbf{u}$, $-\mathbf{u}$, $\mathbf{u}'$, $-\mathbf{u}'$, $\mathbf{u}'_r$, $\mathbf{u}'_0$ — единичные векторы, определяющие направление излучения

$(-\mathbf{u} \to -\mathbf{u}')$ — в обратном; $\mathbf{e}_3 \equiv \mathrm{diag}[1, 1, -1, 1]$ — диагональная матрица. Умножение на эту матрицу в соответствии с (2.6) изменяет знаки недиагональных элементов третьего столбца и третьей строки матрицы $\mathbf{Z}^T$, что описывает изменение знака параметра Стокса U [10, 11]. Это необходимо, так как при изменении направления потока излучения на противоположное изменяется знак угла χ (рис. 1) и, в соответствии с формулами (2.1), знак U.

Когда рассеиватели имеют произвольную форму, соотношение взаимности (2.6) имеет место лишь в некоторых специальных случаях. Например, в случае рэлеевского рассеяния, когда хаотически ориентированные рассеиватели малы по сравнению с длиной волны излучения.

В настоящей работе взаимодействие излучения с веществом описывается не только фазовой матрицей, но и коэффициентами поглощения (k_{abs}), рассеяния (k_{scat}) и экстинкции ($k_{ext} = k_{abs} + k_{scat}$). Принято, что коэффициенты поглощения и рассеяния (и экстинкции) не зависят от направления излучения и его поляризации, но могут зависеть от положения рассматриваемой области в излучателе. Показатель преломления среды, определяющий распространение излучения между актами рассеяния, считается равным единице.

В данной работе рассматривается только упругое рассеяние, когда частота излучения при рассеянии не изменяется. Все введенные характеристики излучения и его взаимодействия со средой обычно зависят от частоты, обозначение которой опускается здесь и далее для краткости.

3. МАТРИЦЫ ФУНКЦИЙ ГРИНА И ВЫРАЖЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ЧЕРЕЗ ПЕРВИЧНЫЕ ИСТОЧНИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ

В настоящем разделе будет записано уравнение переноса в общем случае, введены матрицы функций Грина и представлено решение уравнения с помощью этих матриц. Функции Грина будут использованы в разд. 4 для получения условия стационарности. Решение уравнения переноса потребуется при получении соотношений между слагаемыми интенсивности излучения в разд. 5.

Запишем стационарное уравнение переноса поляризованного излучения. Пусть в объеме V имеется неоднородная рассеивающая, поглощающая и излучающая среда (рис. 2). Первичное излучение среды может быть поляризованным. Объем V окружен произвольной невогнутой поверхностью S, с которой в объем может поступать излучение с заданной векторной интенсивностью $\mathbf{I}_S(\mathbf{r}_0,\mathbf{u}_0)$. Этим определяются граничные условия задачи. Уравнение переноса для вектора интенсивности имеет вид [1, 12]

$$\frac{\partial \mathbf{I}(\mathbf{r},\mathbf{u})}{\partial b} = \mathbf{j}(\mathbf{r},\mathbf{u}) - k_{ext}\mathbf{I}(\mathbf{r},\mathbf{u}). \tag{3.1}$$

Здесь $\partial/\partial b$ обозначает дифференцирование вдоль луча b, проходящего через точку $\mathbf{r}$ в направлении $\mathbf{u}$. Вектор $\mathbf{j}$ есть функция источников, описывающая испускание излучения единицей объема среды в единичных интервалах телесного угла, частоты и времени. В рассматриваемом случае можно написать

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},\mathbf{u}) = k_{scat}(\mathbf{r})\int\limits_{4\pi} d\mathbf{u}'_{\mathbf{r}}\mathbf{Z}(\mathbf{r},\mathbf{u}'_{\mathbf{r}}\to\mathbf{u})\mathbf{I}(\mathbf{r},\mathbf{u}'_{\mathbf{r}}) + {} + \mathbf{p}_V(\mathbf{r},\mathbf{u}) + \mathbf{p}_S(\mathbf{r},\mathbf{u}), \tag{3.2}$$

где первое слагаемое правой части — источник, определяемый рассеянием излучения, приходящего со всех сторон; $\mathbf{u}'_{\mathbf{r}}$ — направление приходящего излучения; $d\mathbf{u}'_{\mathbf{r}}$ — элемент телесного угла; $\mathbf{p}_V(\mathbf{r},\mathbf{u})$ — первичный источник излучения внутри объема V; $\mathbf{p}_S(\mathbf{r},\mathbf{u})$ — первичный скачкообразный поверхностный источник, определяемый следующим выражением:

$$\mathbf{p}_S(\mathbf{r},\mathbf{u}) = \mathbf{I}_S(\mathbf{r}_0,\mathbf{u}_0)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\delta(\mathbf{u}-\mathbf{u}_0). \tag{3.3}$$

С помощью такого поверхностного источника граничные условия, заданные на поверхности S, вводятся в само уравнение переноса, как это сделано в работе [13] в случае неполяризованного излучения. Векторы первичных объемных источников $\mathbf{p}_V$ и интенсивностей входящего в объем излучения $\mathbf{I}_S$ считаются заданными.

Введенные векторы источников $\mathbf{j}$, $\mathbf{p}$ определяются параметрами Стокса аналогично вектору интенсивности, описываемому формулами (2.3). Так, вектор первичных источников можно представить в виде

$$\mathbf{p}_V(\mathbf{r},\mathbf{u}) = p_V(\mathbf{r},\mathbf{u})[1, q_p, u_p, v_p]^T. \tag{3.4}$$

Здесь $p_V(\mathbf{r},\mathbf{u})$ — общая мощность первичного источника, включающая в себя излучение любой поляризации. Поляризация же первичного источника определяется вектором $[1, q_p, u_p, v_p]^T$, в его записи для краткости опущены аргументы ($\mathbf{r}$, $\mathbf{u}$). Нижние индексы p обозначают тригонометрические характеристики поляризации первичных источников. Поляризация источника $\mathbf{p}_S$, как видно из (3.3), не отличается от поляризации интенсивности $\mathbf{I}_S(\mathbf{r}_0,\mathbf{u}_0)$.

Решение линейного уравнения переноса, т. е. выражение вектора интенсивности $\mathbf{I}$ через первичные источники $\mathbf{p}_V, \mathbf{p}_S$, можно записать с помощью матриц функций Грина $\mathbf{G}$ [14–17]. Матрица функции Грина в общем случае имеет вид

$$\mathbf{G}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] = \begin{bmatrix} G_{II} & G_{IQ} & G_{IU} & G_{IV} \\ G_{QI} & G_{QQ} & G_{QU} & G_{QV} \\ G_{UI} & G_{UQ} & G_{UU} & G_{UV} \\ G_{VI} & G_{VQ} & G_{VU} & G_{VV} \end{bmatrix}. \tag{3.5}$$

Она описывает изменение параметров Стокса при прохождении излучения из точки $(\mathbf{r}',\mathbf{u}')$ в точку ($\mathbf{r}$, $\mathbf{u}$) внутри объема излучателя. Смысл индексов элементов этой матрицы подобен смыслу индексов фазовой матрицы в том отношении, что второй индекс обозначает преобразуемый параметр Стокса, а первый — получающийся. Существенная же разница состоит в том, что преобразуемый параметр характеризует излучение в начальной точке $(\mathbf{r}',\mathbf{u}')$ переноса излучения через среду, а получающийся — в конечной точке ($\mathbf{r}$, $\mathbf{u}$). Каждый элемент матрицы описывает это преобразование начального параметра в конечный. Так, G_{UI} описывает преобразование параметра I, характеризующего излучение в точке $(\mathbf{r}',\mathbf{u}')$, в параметр U, относящийся к излучению в конечной точке ($\mathbf{r}$, $\mathbf{u}$).

Функция $\mathbf{G}$ имеет смысл функции отклика. Точнее, функция $\mathbf{G}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]$ описывает ту часть потока излучения, имевшего в точке $\mathbf{r}'$ направление $\mathbf{u}'$, которая приходит в точку $\mathbf{r}$ в направлении $\mathbf{u}$. При этом состояние поляризации излучения изменяется. При прохождении излучения через излучатель рассеяние может происходить в любом месте объема

V и любое число раз, а последнее рассеяние происходит в любом месте $\mathbf{r}^*$ луча b между точками $\mathbf{r}_0$ и $\mathbf{r}$ (см. рис. 2). Если излучение попадает из объема V на поверхность S, оно исключается из последующего рассмотрения, так как интенсивность излучения, входящего в объем V с поверхности S, уже учтена в рассматриваемой задаче заданием граничной интенсивности $\mathbf{I}_S(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}_0)$.

Функция $\mathbf{G}$ рассчитана на единичные интервалы площади и телесного угла в конечной точке прохождения излучения, т. е. в $(\mathbf{r}, \mathbf{u})$. Так как процесс переноса является статистическим, функции $\mathbf{G}$ имеют вероятностный смысл. Так, $\mathbf{G}[(\mathbf{r}', \mathbf{u}') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]$ представляет плотность вероятности того, что излучение пройдет через среду произвольными путями внутри объема V из точки $(\mathbf{r}', \mathbf{u}')$ в точку $(\mathbf{r}, \mathbf{u})$.

Уравнение, определяющее матрицу функции отклика, можно составлять на основе вероятностного смысла, учитывая все возможности прохождения излучения в рассеивающей среде из одной точки в другую подобно тому, как это сделано в разд. 3.2 работы [3] без учета поляризации. Поэтому во избежание повторения здесь соответствующее уравнение составляться не будет.

Матрица $\mathbf{G}$ и все ее элементы зависят от совокупности введенных выше оптических характеристик взаимодействия излучения с веществом и, следовательно, могут зависеть от частоты излучения. Функции отклика зависят также и от геометрических характеристик излучателя. С другой стороны, матрицы функций отклика описывают прохождение в среде любого произвольного излучения заданной частоты и не зависят от характеристик этого излучения, а также от того, является ли рассматриваемое излучение первично появившимся.

Можно показать, что, когда верно соотношение взаимности для фазовых функций (2.6), а коэффициенты поглощения и экстинкции не зависят от направления, такое же соотношение верно для матриц функций Грина:

$$\mathbf{G}_{\uparrow\downarrow}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] = \\ = \mathbf{e}_3 \mathbf{G}^T[(\mathbf{r}', \mathbf{u}') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]\mathbf{e}_3. \quad (3.6)$$

Доказательство правильности соотношения (3.6) проводится аналогично тому, как это сделано в работе [13] для случая неполяризованного излучения на основе анализа уравнений для функции Грина. Подобные соотношения плодотворно используются в различных исследованиях (см., например, [14, 15]).

Выражение вектора интенсивности через первичные источники с помощью матриц функций Грина в произвольной точке излучателя записывается в виде

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \int\limits_V d^3\mathbf{r}' \int\limits_{4\pi} d\mathbf{u}' \mathbf{G}[(\mathbf{r}', \mathbf{u}') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]\mathbf{p}_V(\mathbf{r}', \mathbf{u}') + \\ + \int\limits_S d^2\mathbf{r}'_0 \int\limits_{2\pi} d\mathbf{u}'_0 \mathbf{G}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0) \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]\mathbf{I}_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0). \quad (3.7)$$

Здесь $d^3\mathbf{r}', d^2\mathbf{r}'_0$ — элементы объема и поверхности, $d\mathbf{u}', d\mathbf{u}'_0$ — элементы телесных углов. Представление вектора интенсивности в виде сумм и интегралов здесь и далее является следствием линейности уравнения переноса и некоррелированности первичных источников излучения.

Первое слагаемое в (3.7) учитывает приход в точку $(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ излучения всех первичных объемных источников $p_V(\mathbf{r}', \mathbf{u}')$, второе слагаемое — всех поверхностных источников $I_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0)$. Обозначим первое слагаемое в правой части (3.7) как $\mathbf{I}_V(\mathbf{r}, \mathbf{u})$, а второе — как $\mathbf{I}_S(\mathbf{r}, \mathbf{u})$. Кроме того, введем вместо подынтегральных выражений парциальные слагаемые интенсивности $\mathbf{i}$ наблюдаемого в точке $(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ излучения. Каждое парциальное слагаемое интенсивности $\mathbf{i}$ обусловлено первичным излучением той или другой части объема или поверхности, при этом первичное излучение рассчитано на единицу объема или поверхности и единицу телесного угла:

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \mathbf{I}_V(\mathbf{r}, \mathbf{u}) + \mathbf{I}_S(\mathbf{r}, \mathbf{u}), \quad (3.8)$$

$$\mathbf{I}_V(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \int\limits_V d^3\mathbf{r}' \int\limits_{4\pi} d\mathbf{u}' \mathbf{i}_{\mathbf{V}}[(\mathbf{r}', \mathbf{u}') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})], \quad (3.9)$$

$$\mathbf{I}_S(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \int\limits_S d^2\mathbf{r}'_0 \int\limits_{2\pi} d\mathbf{u}'_0 \mathbf{i}_S[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0) \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]. \quad (3.10)$$

Запишем более подробно парциальные скалярные интенсивности, т. е. парциальные слагаемые параметра Стокса I. Учтем, что i_V, i_S определяются подынтегральными выражениями из (3.7), где функции Грина описываются матрицами (3.5), а первичные источники — векторами (3.4) при $(\mathbf{r} = \mathbf{r}', \mathbf{u} = \mathbf{u}')$ или (2.3) при $I = I_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0)$. Тогда парциальные скалярные интенсивности определяются произведением первой строки матрицы (3.5) на столбец вектора (3.4) или (2.3). Учтем также, что тригонометрические множители первичных источников зависят от радиус-векторов и направлений этих источников. В результате получаем

$$i_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] = \\ = p_V(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\{G_{II}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] + \\ + G_{IQ}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]q_p(\mathbf{r}',\mathbf{u}') + \\ + G_{IU}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]u_p(\mathbf{r}',\mathbf{u}') + \\ + G_{IV}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]v_p(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\}, \quad (3.11)$$

$$i_S[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] = \\ = I_S(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\{G_{II}[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] + \\ + G_{IQ}[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]q(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0) + \\ + G_{IU}[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]u(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0) + \\ + G_{IV}[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]v(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\}. \quad (3.12)$$

Отсюда следует, что парциальные скалярные интенсивности существенно зависят от скалярных и тригонометрических характеристик первичных источников, а также (через элементы функции Грина) от всех геометрических и оптических характеристик объекта.

4. НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ СТАЦИОНАРНОСТИ

Утверждение, что в стационарном излучателе возникновение излучения должно компенсироваться его исчезновением, относится к любому потоку излучения. Проанализируем все возможности исчезновения стационарного потока, который в точке $\mathbf{r}$ имеет направление $\mathbf{u}$ и характеризуется интенсивностью $\mathbf{I}(\mathbf{r},\mathbf{u})$.

В рассматриваемой задаче излучение может исчезать только в результате поглощения средой или выхода за пределы излучателя, т. е. на окружающую поверхность S. Исчезновение излучения, в отличие от рассеяния, сказывается лишь на скалярных характеристиках потоков и не влияет на их поляризацию, так как поглощение средой, определяемое скалярным коэффициентом поглощения k_{abs}, и исчезновение на окружающей поверхности не зависят от поляризации.

Рассматриваемый поток проходит через излучатель и, вообще говоря, в результате рассеяния может попасть в любую точку объема V или поверхности S. Когда прохождение излучения описывается с помощью функций Грина, тогда приход из $(\mathbf{r},\ \mathbf{u})$ в любую точку $(\mathbf{r}',\ \mathbf{u}')$ может быть представлен в виде

$$\mathbf{i}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')] = \mathbf{G}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')]\mathbf{I}(\mathbf{r},\mathbf{u}). \quad (4.1)$$

Аналогично выражениям (3.11) и (3.12) можно записать выражения для парциальных скалярных интенсивностей излучения, приходящего из $(\mathbf{r},\ \mathbf{u})$ в разные части объема и поверхности излучателя:

$$i_V[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')] = \\ = I(\mathbf{r},\mathbf{u})\{G_{II}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')] + \\ + G_{IQ}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')]q(\mathbf{r},\mathbf{u}) + \\ + G_{IU}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')]u(\mathbf{r},\mathbf{u}) + \\ + G_{IV}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')]v(\mathbf{r},\mathbf{u})\}, \quad (4.2)$$

$$i_S[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)] = \\ = I(\mathbf{r},\mathbf{u})\{G_{II}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)] + \\ + G_{IQ}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)]q(\mathbf{r},\mathbf{u}) + \\ + G_{IU}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)]u(\mathbf{r},\mathbf{u}) + \\ + G_{IV}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)]v(\mathbf{r},\mathbf{u})\}. \quad (4.3)$$

Эти потоки рассчитаны на единицу площади, перпендикулярной соответственно направлениям $\mathbf{u}'$ и $\mathbf{u}'_0$. Чтобы определить поток, поглощаемый средой в единице объема в окрестности $\mathbf{r}'$, надо умножить полученное выражение на коэффициент поглощения $k_{abs}(\mathbf{r}')$. Чтобы найти, какая доля скалярного потока $I(\mathbf{r},\mathbf{u})$ поглотится в окрестности $\mathbf{r}'$ в той же единице объема, надо результат разделить на этот поток. В результате находим, что в окрестности $(\mathbf{r}',\mathbf{u}')$ в единице объема поглощается следующая доля того излучения, которое в точке $\mathbf{r}$ имело направление $\mathbf{u}$:

$$D_V[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')] = \\ = k_{abs}(\mathbf{r}')\{[G_{II}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')] + \\ + G_{IQ}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')]q(\mathbf{r},\mathbf{u}) + \\ G_{IU}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')]u(\mathbf{r},\mathbf{u}) + \\ + G_{IV}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',\mathbf{u}')]v(\mathbf{r},\mathbf{u})\}. \quad (4.4)$$

Аналогично можно записать выражение для доли того же излучения из точки $(\mathbf{r},\ \mathbf{u})$, которая пришла в произвольное место граничной поверхности S, где излучение по условию задачи исчезает полностью:

$$D_S[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)] = G_{II}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)] + \\ + G_{IQ}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)]q(\mathbf{r},\mathbf{u}) + \\ + G_{IU}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)]u(\mathbf{r},\mathbf{u}) + \\ + G_{IV}[(\mathbf{r},\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)]v(\mathbf{r},\mathbf{u}). \quad (4.5)$$

Введенные доли потока имеют, как и функции отклика, вероятностный смысл, а именно, каждая из таких долей есть плотность вероятности того, что излучение, имевшее в точке $\mathbf{r}$ направление $\mathbf{u}$, пройдет произвольным путем в точку $(\mathbf{r}',\mathbf{u}')$ или $(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)$ и там исчезнет в единице объема или на единице поверхности. Чтобы получить выражение полного исчезновения потока излучения $I(\mathbf{r},\mathbf{u})$ где угодно, надо проинтегрировать D_V и D_S, соответственно по объему и поверхности. Кроме того, надо провести интегрирование по телесному углу, чтобы учесть, что излучение может приходить в область своего исчезновения с разных направлений:

$$\int_V d^3\mathbf{r}' \int_{4\pi} d\mathbf{u}' D_V[(\mathbf{r},\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}',\mathbf{u}')] + \\ + \int_S d^2\mathbf{r}'_0 \int_{2\pi} d\mathbf{u}'_0 D_S[(\mathbf{r},\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)] = 1. \quad (4.6)$$

Это и есть необходимое условие стационарности, т. е. условие того, что все рассматриваемое излучение, имевшее в точке $\mathbf{r}$ направление $\mathbf{u}$, полностью исчезает внутри или на поверхности излучателя. Иначе говоря, равенство (4.6) означает, что вероятность исчезновения излучения, наблюдаемого в любой части излучателя, есть событие достоверное. Условие (4.6) включает в себя характеристики поляризации первичного излучения, коэффициенты поглощения и элементы первой строки матрицы Грина (3.5). Важно, что интегрирование и суммирование в (4.6) охватывают все возможности исчезновения выбранного излучения как в объеме, так и на поверхности.

Когда условие (4.6) не выполняется, излучение не может быть стационарным.

В случае естественного излучения в точке $(\mathbf{r},\ \mathbf{u})$ при $q = u = v = 0$ выражения для долей исчезающего излучения (4.4), (4.5) упрощаются:

$$\begin{aligned} &D_V[(\mathbf{r},\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}',\mathbf{u}')] = \\ &\qquad = k_{abs}(\mathbf{r}')G_{II}[(\mathbf{r},\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}',\mathbf{u}')], \\ &D_S[(\mathbf{r},\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)] = \\ &\qquad = G_{II}[(\mathbf{r},\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

В случае отсутствия рассеяния ($k_{ext} = k_{abs}$) излучение в среде поглощается только на пути из точки $\mathbf{r}$ в направлении $\mathbf{u}$ вдоль луча b (в точках $\mathbf{r}''$) вплоть до точки $\mathbf{r}_S$, где оно исчезает на поверхности (см. рис. 2). При этом для функции Грина имеем

$$G[(\mathbf{r},\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'',\mathbf{u})] = \exp[-t(\mathbf{r} \to \mathbf{r}'')], \quad (4.8)$$

где

$$t(\mathbf{r} \to \mathbf{r}'') = \left| \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}''} k_{ext}(\mathbf{r})d\mathbf{r} \right| \quad (4.9)$$

— оптическая плотность между точками $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}''$. Интегрирование ведется вдоль луча b, проходящего через эти точки. Экспонента в выражении (4.8) описывает вероятность того, что излучение проходит из $\mathbf{r}$ в $\mathbf{r}''$ без взаимодействия со средой.

Вместо (4.6) в этом случае получаем

$$\int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}_S} k_{abs}(\mathbf{r}'') \exp[-t(\mathbf{r} \to \mathbf{r}'')]d\mathbf{r}'' + \exp[-t(\mathbf{r} \to \mathbf{r}_S)] = 1.$$

Теперь рассмотрим исчезновение излучения, первично возникающего в точке $\mathbf{r}$ в направлении $-\mathbf{u}$. Поток такого излучения, выходящий из единицы объема, определяется вектором первичного источника $\mathbf{p}_V(\mathbf{r},-\mathbf{u})$ по формуле (3.4). Это излучение в точке $\mathbf{r}$ образует поток с направлением, противоположным направлению того потока, что описывался ранее выражениями (3.7)–(3.12) и рассматривался при получении условия стационарности (4.6). При этом тригонометрический параметр u, а следовательно, и параметр Стокса U противоположны по знаку таким же параметрам наблюдаемого в $(\mathbf{r},\ \mathbf{u})$ излучения.

Запишем вектор первичного источника в рассматриваемой точке $(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ в соответствии с (3.4):

$$\mathbf{p}_V(\mathbf{r},-\mathbf{u}) = p_V(\mathbf{r},-\mathbf{u}) \times \\ \times [1, q_p(\mathbf{r},-\mathbf{u}), u_p(\mathbf{r},-\mathbf{u}), v_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})]^T. \quad (4.10)$$

Рассмотрим все возможности исчезновения выбранного потока излучения внутри объема V и на поверхности S с помощью функций Грина $\mathbf{G}_{\uparrow\downarrow}$, которые описывают приход излучения из $(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ в произвольное место объема или поверхности излучателя. Так, через единицу площади в единичном телесном угле в окрестности $(\mathbf{r}', -\mathbf{u}')$ внутри объема V проходит следующая парциальная интенсивность:

$$\begin{aligned} &\mathbf{i}_{\uparrow\downarrow}[(\mathbf{r},-\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}',-\mathbf{u}')] = \\ &\quad = \mathbf{G}_{\uparrow\downarrow}[(\mathbf{r},-\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}',-\mathbf{u}')]\mathbf{p}_V(\mathbf{r},-\mathbf{u}) = \\ &\quad = \mathbf{G}_{\uparrow\downarrow}[(\mathbf{r},-\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}',-\mathbf{u}')]p_V(\mathbf{r},-\mathbf{u}) \times \\ &\quad \times [1, q_p(\mathbf{r},-\mathbf{u}), u_p(\mathbf{r},-\mathbf{u}), v_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})]^T. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Запишем матрицу $\mathbf{G}_{\uparrow\downarrow}$ в виде, аналогичном (3.5):

$$\mathbf{G}_{\uparrow\downarrow}[(\mathbf{r},-\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}',-\mathbf{u}')] = \\ = \begin{bmatrix} G_{\uparrow\downarrow II} & G_{\uparrow\downarrow IQ} & G_{\uparrow\downarrow IU} & G_{\uparrow\downarrow IV} \\ G_{\uparrow\downarrow QI} & G_{\uparrow\downarrow QQ} & G_{\uparrow\downarrow QU} & G_{\uparrow\downarrow QV} \\ G_{\uparrow\downarrow UI} & G_{\uparrow\downarrow UQ} & G_{\uparrow\downarrow UU} & G_{\uparrow\downarrow UV} \\ G_{\uparrow\downarrow VI} & G_{\uparrow\downarrow VQ} & G_{\uparrow\downarrow VU} & G_{\uparrow\downarrow VV} \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

После перемножения, в соответствии с (4.11), получаем для скалярной интенсивности потока, приходящего из точки $(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ в точку $(\mathbf{r}', -\mathbf{u}')$:

$$i_{\uparrow\downarrow}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] = \\ = [G_{\uparrow\downarrow II} + G_{\uparrow\downarrow IQ} q_p(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) + G_{\uparrow\downarrow IU} u_p(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) + \\ + G_{\uparrow\downarrow IV} v_p(\mathbf{r}, -\mathbf{u})] p_V(\mathbf{r}, -\mathbf{u}). \quad (4.13)$$

Этот поток рассчитан на единицу площади, перпендикулярной направлению $-\mathbf{u}'$. Далее следует полностью повторить рассуждения об исчезновении излучения, приведшие ранее к формулам (4.4)–(4.6). Вместо этих формул находим

$$D_V[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] = k_{abs}(\mathbf{r}') \times \\ \times \{[G_{\uparrow\downarrow II}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] + \\ + G_{\uparrow\downarrow IQ}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] q_p(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) + \\ + G_{\uparrow\downarrow IU}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] u_p(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) + \\ + G_{\uparrow\downarrow IV}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] v_p(\mathbf{r}, -\mathbf{u})\}. \quad (4.14)$$

$$D_S[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0)] = \\ = G_{\uparrow\downarrow II}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0)] + \\ + G_{\uparrow\downarrow IQ}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0)] q_p(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) + \\ + G_{\uparrow\downarrow IU}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0)] u_p(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) + \\ + G_{\uparrow\downarrow IV}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0)] v_p(\mathbf{r}, -\mathbf{u}). \quad (4.15)$$

$$\int\limits_V d^3\mathbf{r}' \int\limits_{4\pi} d(-\mathbf{u}') D_V[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] + \\ + \int\limits_S d^2\mathbf{r}'_0 \int\limits_{2\pi} d(-\mathbf{u}'_0) \times \\ \times D_S[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0)] = 1. \quad (4.16)$$

Это выражение тоже является необходимым условием стационарности, т. е. все излучение, первично появляющееся в точке $\mathbf{r}$ в направлении $-\mathbf{u}$, полностью исчезает внутри объема или на поверхности излучателя. Отличие от (4.6) заключается в том, что оно записано для случая исчезновения первичного излучения и его направление не $\mathbf{u}$, а $-\mathbf{u}$. Доли же D_V, D_S включают в себя характеристики поляризации излучения, поглощение которого анализируется.

Когда рассматриваемое излучение в точке $(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ не поляризовано ($q_p = u_p = v_p = 0$), аналогично (4.7) получаем

$$D_V[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] = \\ = k_{abs}(\mathbf{r}') G_{\uparrow\downarrow II}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')], \\ D_S[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0)] = \\ = G_{\uparrow\downarrow II}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0)]. \quad (4.17)$$

Эти доли D_V и D_S не отличаются от полученных ранее [3] вероятностей исчезновения стационарного излучения в объеме и на граничной поверхности.

При отсутствии рассеяния рассматриваемое здесь излучение поглощается только на пути из точки $\mathbf{r}$ в направлении $-\mathbf{u}$ вдоль луча b до точки $\mathbf{r}_0$, а оставшееся исчезает на поверхности в точке $\mathbf{r}_0$.

Полученные условия стационарности (4.4)–(4.6) или (4.14)–(4.16) являются лишь необходимыми, но не достаточными. Чтобы получить достаточное условие, надо наложить ограничение на источники излучения. Они должны быть неизменными во времени. Легко понять, что если источники излучения затухают, то и при выполнении полученных условий результирующее излучение тоже будет затухать.

Необходимое условие исчезновения возникающего излучения (4.4)–(4.6) или (4.14)–(4.16) записано в виде связей между элементами матриц функций Грина, когда заданы коэффициенты поглощения среды и характеристики поляризации анализируемого излучения. Функции Грина определяются всеми оптическими и геометрическими характеристиками объекта, поэтому полученное условие стационарности есть записанная в неявном виде необходимая для стационарности связь между этими характеристиками. Приведем простейший пример того, как необходимое условие стационарности не выполняется из-за особенностей геометрии излучателя. Пусть имеется стационарный источник излучения, помещенный в чисто рассеивающую среду, окруженную замкнутой абсолютно зеркальной поверхностью. Ограничивающую поверхность S с заданной входящей в излучатель интенсивностью в этом случае можно провести лишь снаружи зеркала. Но туда излучение объекта не доходит, т. е. соответствующие функции отклика и доли приходящего туда излучения равны нулю. Кроме того, излучение внутри излучателя не поглощается, поэтому $D_V = D_S = 0$ и условие (4.6) или (4.16) не может быть выполнено. Ясно, что излучение в этом случае накапливается и стационарным быть не может.

5. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ СЛАГАЕМЫМИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Выведенные условия стационарности позволяют получить соотношения между составляющими интенсивности излучения. Для получения требуемых соотношений воспользуемся условием стационарности (4.16) и решениями стационарного уравнения переноса в виде (3.11), (3.12). Свяжем парциальную интенсивность излучения в точке $(\mathbf{r},\mathbf{u})$, пришедшую туда из точки $(\mathbf{r}',\mathbf{u}')$ или из точки $(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)$, с долей поглощения в этих точках излучения, распространяющегося в противоположном направлении из $(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$.

Из (3.11) и (4.14) находим

$$D_V[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',-\mathbf{u}')] = \frac{k_{abs}(\mathbf{r}')i_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]}{p_V(\mathbf{r}',\mathbf{u}')}\times g_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})], \quad (5.1)$$

где введено обозначение

$$g_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] \equiv \frac{G_{\uparrow\downarrow II}+G_{\uparrow\downarrow IQ}q_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})+G_{\uparrow\downarrow IU}u_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})+G_{\uparrow\downarrow IV}v_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})}{G_{II}+G_{IQ}q_p(\mathbf{r}',\mathbf{u}')+G_{IU}u_p(\mathbf{r}',\mathbf{u}')+G_{IV}v_p(\mathbf{r}',\mathbf{u}')}. \quad (5.2)$$

Аналогично из (3.12) и (4.15) получаем

$$D_S[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,-\mathbf{u}'_0)] = \frac{i_S[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]}{I_S(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)}g_S[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})], \quad (5.3)$$

где

$$g_S[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] \equiv \frac{G_{\uparrow\downarrow II}+G_{\uparrow\downarrow IQ}q_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})+G_{\uparrow\downarrow IU}u_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})+G_{\uparrow\downarrow IV}v_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})}{G_{II}+G_{IQ}q(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)+G_{IU}u(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)+G_{IV}v(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)}. \quad (5.4)$$

Аргументы функций G_{mk} в выражениях для g_V есть $[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]$, для g_S — $[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]$. Аргументы функций $G_{\uparrow\downarrow mk}$ в выражениях для g_V есть $[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',-\mathbf{u}')]$, для g_S — $[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,-\mathbf{u}'_0)]$.

Функции g_V и g_S зависят от первых строк матриц Грина, которые определяют скалярные интенсивности в конечной точке пути при прохождении поляризованного излучения между двумя точками. Кроме того, функции g_V и g_S зависят от поляризации излучения в начальной точке каждого такого пути.

Обратим внимание на важную особенность выражений (5.1), (5.3). Входящие в них отношения

$$\frac{i_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]}{p_V(\mathbf{r}',\mathbf{u}')}, \quad \frac{i_S[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]}{I_S(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)},$$

как видно из формул (3.11), (3.12), определяются поляризацией первичного излучения и функциями Грина, но не зависят от величин скалярных первичных источников p_V, I_S. Следовательно, выражения (5.1), (5.3) имеют смысл и при сколь угодно малых значениях этих источников. Когда $p_V\to 0$, $I_S\to 0$, неопределенности типа 0/0 раскрываются с помощью выражений (3.11), (3.12) и равны знаменателям выражений для g_V, g_S.

Используя выражения (5.1), (5.3), условие стационарности (4.16) можно записать в виде

$$D_V(\mathbf{r},-\mathbf{u})+D_S(\mathbf{r},-\mathbf{u}) = 1, \quad (5.5)$$

где

$$D_V(\mathbf{r},-\mathbf{u}) = \int\limits_V d^3\mathbf{r}'\int\limits_{4\pi} d(-\mathbf{u}')\frac{k_{abs}(\mathbf{r}')i_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]}{p_V(\mathbf{r}',\mathbf{u}')}\times g_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})], \quad (5.6)$$

$$D_S(\mathbf{r},-\mathbf{u}) = \int\limits_S d^2\mathbf{r}'_0\int\limits_{2\pi} d(-\mathbf{u}'_0)\frac{i_S[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]}{I_S(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)}\times g_S[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]. \quad (5.7)$$

Условие стационарности (5.5) с учетом (5.6), (5.7) отражает связь между парциальными слагаемыми i_V, i_S скалярной интенсивности излучения. Сюда входят величины $i_V, k_{abs}/p_V, i_S, I_S$, представляющие собой предмет исследования в спектроскопических экспериментах и расчетах.

Сделаем два замечания по поводу полученных соотношений. Во-первых, соотношение (5.5) справедливо при любой частоте излучения, хотя входящие туда величины $k_{abs}, i_V, i_S, p_V, I_S$ могут радикально меняться при изменении частоты. Во-вторых, при получении соотношений в необходимом условии стационарности использовалось решение стационарного уравнения переноса, в которое уже заложена неизменность первичных источников излучения. Следовательно, можно полагать, что соотношение представляет собой не только необходимое, но и достаточное условие стационарности.

Из интегралов в выражениях для D_V и D_S можно выделять отдельные составляющие. Это особенно полезно в тех случаях, когда эти составляющие могут быть непосредственно определены экспериментально. Так, по крайней мере две составляющие интеграла в (5.7) могут определяться экспериментально в разных случаях.

Во-первых, относительная величина парциальной интенсивности, приходящей непосредственно из точки $\mathbf{r}_0$ поверхности S в точку $\mathbf{r}$ в направлении $\mathbf{u}$, без взаимодействия со средой, определяется экспонентой от оптической плотности $\exp[-t(\mathbf{r} \to \mathbf{r}_0)]$. Интеграл D_S из формулы (5.7) неявно содержит в себе соответствующую экспоненциальную составляющую. Если выделить эту составляющую из интеграла D_S, оставшиеся парциальные интенсивности будут описывать излучение, пришедшее с поверхности S в точку $(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ только после рассеяния. Чтобы подчеркнуть это, можно обозначить соответствующие парциальные интенсивности как $i_{S,scat}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0) \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]$. Оптическая плотность может быть измерена экспериментально по ослаблению внешнего излучения. Особенно просто измерения проводятся, когда точка наблюдения $\mathbf{r}$ тоже находится на поверхности, в противоположной по отношению к $\mathbf{r}_0$ точке излучателя, т. е. $\mathbf{r} = \mathbf{r}_S$ (см. рис. 2).

Во-вторых, пусть поверхность S состоит из излучающей части S_{rad}, где $I_S \neq 0$, и не излучающей и не освещенной снаружи части $S_{non\text{-}rad}$, где $I_S = 0$. В этом случае имеем

$$S = S_{rad} + S_{non\text{-}rad}.$$

Возможны измерения доли первичного излучения, выходящей через поверхность $S_{non\text{-}rad}$ (см. разд. 5.3). Обозначим эту долю первичного излучения как $D_{S,ex}$. Измерения доли $D_{S,ex}$ особенно просты, когда точка наблюдения находится на поверхности, т. е. $\mathbf{r} = \mathbf{r}_S$.

Выделение обоих описанных слагаемых из $D_S(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ дает возможность записать

$$D_S(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) = D_{S_{rad},scat}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) + D_{S,ex}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) + \\ + \exp[-t(\mathbf{r} \to \mathbf{r}_0)]. \quad (5.8)$$

Здесь

$$D_{S_{rad},scat}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) = \int\limits_{S_{rad}} d^2\mathbf{r}'_0 \int\limits_{2\pi} d(-\mathbf{u}'_0) \times \\ \times \frac{i_{S,scat}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0) \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]}{I_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0)} \times \\ \times g_S[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0) \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]. \quad (5.9)$$

Величина $D_{S_{rad},scat}(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ отличается от $D_S(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ областью интегрирования по поверхности и тем, что она учитывает выход излучения на поверхность S только после рассеяния. Подстановка (5.8), (5.9) в (5.5) приводит к соотношению между слагаемыми излучения, аналогичному тому, что было получено ранее в работе [3] для случая, когда поляризация не учитывалась. Ясно, что можно выделить и другие слагаемые из $D_S(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$, когда это требуется.

Таким образом, характеристики исчезновения излучения $D(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$, входящие в формулы (5.5)–(5.9), зависят от поляризации рассматриваемого излучения в точке $(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ и элементов матриц функций Грина $\mathbf{G}_{\uparrow\downarrow}$, которые описывают прохождение этого излучения в разные части объекта. Кроме того, использование интенсивности излучения, которое имеет в точке $\mathbf{r}$ направление $\mathbf{u}$ (см. (5.1), (5.3)), привело к появлению характеристик поляризации первичного излучения и элементов матриц функций Грина, которые описывают приход этого излучения в точку $(\mathbf{r}, \mathbf{u})$. Они входят в знаменатели функций g, определяемых формулами (5.2), (5.4).

5.1. Функции g_V и g_S

Функции g_V и g_S в соотношениях (5.5)–(5.7) непосредственно учитывают поляризацию излучения. Остановимся на них подробнее, рассмотрев частные случаи.

1. Используем соотношение взаимности (3.6) между функциями $\mathbf{G}$ и $\mathbf{G}_{\uparrow\downarrow}$, чтобы заменить элементы матрицы $\mathbf{G}_{\uparrow\downarrow}[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',-\mathbf{u}')]$ на элементы матрицы $\mathbf{G}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]$. Для этого надо выполнить операции перемножения матриц в правой части (3.6) и результат поэлементно сравнить с матрицей левой части. Такое сравнение элементов матриц приводит к вполне ожидаемому результату для элементов, входящих в выражение (5.2):

$$\begin{aligned} G_{\uparrow\downarrow II}[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',-\mathbf{u}')] &= \\ &= G_{II}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})], \\ G_{\uparrow\downarrow IQ}[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',-\mathbf{u}')] &= \\ &= G_{QI}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})], \\ G_{\uparrow\downarrow IU}[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',-\mathbf{u}')] &= \\ &= -G_{UI}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})], \\ G_{\uparrow\downarrow IV}[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',-\mathbf{u}')] &= \\ &= G_{VI}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]. \end{aligned} \qquad (5.10)$$

Учтя это в (5.2), находим

$$g_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] = \frac{G_{II}+G_{QI}q_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})-G_{UI}u_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})+G_{VI}v_p(\mathbf{r},-\mathbf{u})}{G_{II}+G_{IQ}q_p(\mathbf{r}',\mathbf{u}')+G_{IU}u_p(\mathbf{r}',\mathbf{u}')+G_{IV}v_p(\mathbf{r}',\mathbf{u}')}. \qquad (5.11)$$

Здесь все элементы матрицы Грина зависят от начальной и конечной точек пути излучения, т. е. от $[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]$.

Для элементов матриц Грина, входящих в выражение (5.4) для g_S, справедливы равенства, аналогичные (5.10). При записи этих равенств надо заменить $(\mathbf{r}',\mathbf{u}')$ на $(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)$ и $(\mathbf{r}',-\mathbf{u}')$ на $(\mathbf{r}'_0,-\mathbf{u}'_0)$.

Таким образом, когда верно соотношение (3.6), функции g_V и g_S определяются поляризацией первичных источников, а также первой строкой и первым столбцом матрицы функции отклика, описывающей прохождение излучения из точек появления излучения в точку его наблюдения $(\mathbf{r},\mathbf{u})$.

2. Теперь рассмотрим функцию g в частных случаях различной поляризации первичного излучения.

Пусть в излучателе первично возникает неполяризованное, естественное излучение, которое характерно для тепловых источников. Тогда в точках $(\mathbf{r}',\mathbf{u}')$ и $(\mathbf{r},-\mathbf{u})$ имеем $q_p=u_p=v_p=0$. Если излучение, поступающее в излучатель с поверхности S, тоже является естественным, то в точках $(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)$ поверхности тоже имеем $q=u=v=0$.

В этом случае из выражений (5.2) и (5.4) получаем

$$\begin{aligned} g_V &= \frac{G_{\uparrow\downarrow II}[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}',-\mathbf{u}')]}{G_{II}[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]}, \\ g_S &= \frac{G_{\uparrow\downarrow II}[(\mathbf{r},-\mathbf{u})\to(\mathbf{r}'_0,-\mathbf{u}'_0)]}{G_{II}[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})]}. \end{aligned} \qquad (5.12)$$

Когда же верно и соотношение взаимности (3.6), а следовательно, (5.10), имеем

$$\begin{aligned} g_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}')\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] &= \\ &= g_S[(\mathbf{r}'_0,\mathbf{u}'_0)\to(\mathbf{r},\mathbf{u})] = 1. \end{aligned} \qquad (5.13)$$

Таким образом, соотношение между слагаемыми излучения, получаемое из условия стационарности (5.5) после использования (5.8), (5.9), в точности совпадает с полученным для случая, когда поляризация не учитывалась изначально, т. е. излучение считалось естественным везде, а в каждом акте рассеяния выполнялось соотношение взаимности [3].

Как известно, при прохождении естественного излучения через рассеивающую среду, оно может поляризоваться [18]. Это видно и из формулы (2.5), описывающей однократное рассеяние. Действительно, если хотя бы один недиагональный элемент первого столбца фазовой матрицы $\mathbf{Z}$ отличен от нуля, то в выражении (2.5) для $\mathbf{I}_{scat1}$ после перемножений в правой части возникают отличные от нуля характеристики поляризации даже при $q'=u'=v'=0$. В первом столбце $\mathbf{Z}$ обычно имеются ненулевые недиагональные элементы. Несмотря на возникновение поляризации при рассеянии естественного излучения, величина общей (скалярной) интенсивности рассеянного излучения определяется только скалярной величиной первичного потока и первым элементом функции отклика G_{II} (или $G_{\uparrow\downarrow II}$).

Когда излучение, первично возникающее в излучателе или на его поверхности, плоско поляризовано, тогда в областях его возникновения имеем $u_p=v_p=0$ и $u=v=0$ и соответствующие слагаемые в числителях и знаменателях функций g_v и g_S

отсутствуют. Возможны разные комбинации характера первичного излучения. Пусть, например, в объеме излучателя первично возникает лишь естественное излучение, а освещение снаружи плоско поляризовано. Такой случай может осуществляться, когда тепловой излучатель снаружи облучается лазером. Тогда $g_V = 1$ везде внутри объема, а для g_S находим из (5.4)

$$g_S[(\mathbf{r}_0', \mathbf{u}_0') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})] = \frac{G_{\uparrow\downarrow II}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}_0, -\mathbf{u}_0')]}{G_{II}[(\mathbf{r}_0', \mathbf{u}_0') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})] + G_{IQ}[(\mathbf{r}_0', \mathbf{u}_0') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]q(\mathbf{r}_0', \mathbf{u}_0')}. \tag{5.14}$$

Когда верны соотношения (5.10), из (5.4) получаем

$$g_S[(\mathbf{r}_0', \mathbf{u}_0') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})] = \frac{1}{1 + G_{IQ}[(\mathbf{r}_0', \mathbf{u}_0') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]q(\mathbf{r}_0', \mathbf{u}_0')/G_{II}[(\mathbf{r}_0', \mathbf{u}_0') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]}. \tag{5.15}$$

Таким образом, в разных конкретных случаях той или иной поляризации функции g упрощаются.

5.2. Соотношения между слагаемыми излучения в частных случаях

Соотношение (5.5) с учетом (5.6), (5.7) получено в общем виде. При практическом применении такое соотношение обычно не требуется. Но из него легко получаются соотношения для различных частных случаев. Рассмотрим три из них.

1. Часто при экспериментальном и теоретическом исследованиях излучения принимается, что основные характеристики среды, а также первичные источники внутри излучателя и на его поверхности не изменяются. Пусть можно положить, что отношение p_V/k_{abs} внутри объема, интенсивность на граничной поверхности I_S, а также функции g_V и g_S постоянны, т. е. не зависят от координат $\mathbf{r}, \mathbf{r}_0$ и направлений $\mathbf{u}, \mathbf{u}_0$. Вынося их из-под знаков интегралов в формулах (5.6), (5.7) и учитывая выражения интенсивностей (3.9), (3.10), можно написать условие стационарности (5.5) в следующем виде:

$$\frac{I_V(\mathbf{r}, \mathbf{u})}{p_V/k_{abs}} g_V(\mathbf{r}, \mathbf{u}) + \frac{I_S(\mathbf{r}, \mathbf{u})}{I_S} g_S(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = 1. \tag{5.16}$$

Это соотношение представляет собой связь между слагаемыми скалярной интенсивности I.

2. Пусть I_S отлично от нуля и постоянно только на излучающей поверхности S_{rad}. Тогда можно воспользоваться соотношениями (5.8) и (5.9) для $D_S(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ и вместо (5.16) находим

$$\frac{I_V(\mathbf{r}, \mathbf{u})}{p_V/k_{abs}} g_V(\mathbf{r}, \mathbf{u}) + \frac{I_{S_{rad},scat}(\mathbf{r}, \mathbf{u})}{I_S} g_S(\mathbf{r}, \mathbf{u}) + \\ + D_{S,ex}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) + \exp[-t(\mathbf{r} \to \mathbf{r}_0)] = 1. \tag{5.17}$$

Смысл слагаемых и соответствующих индексов здесь такой же, как в (5.8) и (5.9).

3. Пусть рассеивающая и излучающая среда представляет собой смесь из k различных компонент и верны соотношения

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_V(\mathbf{r}, \mathbf{u}) &= \sum_k \mathbf{p}_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}), \\ k_{abs}(\mathbf{r}) &= \sum_k k_{abs,k}(\mathbf{r}), \\ k_{ext}(\mathbf{r}) &= \sum_k k_{ext,k}(\mathbf{r}). \end{aligned} \tag{5.18}$$

По аналогии с (3.4) вектор первичного источника k-й компоненты запишем, предположив, что поляризация первичного излучения всех компонент одинакова:

$$\mathbf{p}_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \\ = p_k(\mathbf{r}, \mathbf{u})[1, q_p(\mathbf{r}, \mathbf{u}), u_p(\mathbf{r}, \mathbf{u}), v_p(\mathbf{r}, \mathbf{u})]^T. \tag{5.19}$$

Скалярные парциальные интенсивности каждой компоненты i_k и $i_{k\uparrow\downarrow}$ записываются аналогично выражениям (3.11) и (4.13), где p_V заменяется на p_k. Поглощение излучения в окрестности $(\mathbf{r}', -\mathbf{u}')$ на отдельных компонентах складывается в соответствии с (5.18). Поэтому вместо соотношения (4.14) находим для относительной доли первичного излучения k-й компоненты смеси, появившегося в точке $(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ и поглощаемого в точке $(\mathbf{r}', -\mathbf{u}')$,

$$D_{V,k}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}) \to (\mathbf{r}', -\mathbf{u}')] = \frac{i_k[(\mathbf{r}', \mathbf{u}') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]}{p_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}')} \times \\ \times \sum_k k_{abs,k}(\mathbf{r}') g_V[(\mathbf{r}', \mathbf{u}') \to (\mathbf{r}, \mathbf{u})]. \tag{5.20}$$

Это выражение записано по аналогии с (5.1). Здесь g_V определяется формулой (5.2).

После интегрирования (5.20) по объему и направлениям получаем

$$D_{V,k}(\mathbf{r},-\mathbf{u}) = \int\limits_V d^3\mathbf{r}' \int\limits_{4\pi} d(-\mathbf{u}') \frac{i_k[(\mathbf{r}',\mathbf{u}') \to (\mathbf{r},\mathbf{u})]}{p_k(\mathbf{r}',\mathbf{u}')} \times \\ \times \sum_k k_{abs,k}(\mathbf{r}') g_V[(\mathbf{r}',\mathbf{u}') \to (\mathbf{r},\mathbf{u})]. \quad (5.21)$$

Выражение (5.21) можно использовать вместо D_V в соотношении между слагаемыми интенсивности (5.5).

Излучение, проходя через излучатель, взаимодействует со всеми компонентами среды, следовательно, элементы матриц Грина и функции g_V, g_S зависят от оптических свойств всех этих компонент.

5.3. О возможных применениях условий и соотношений стационарности

Условие стационарности (4.6) (или (4.16)), включающее в себя элементы матриц Грина, не зависит от формы или размеров излучателя. Оно остается справедливым независимо от частоты излучения, тех или иных значений характеристик рассеяния и поглощения излучения или их изменения внутри среды. В то же время функции Грина существенно зависят от всех этих величин. Условие стационарности является точным, когда применима линейная теория переноса излучения и выполнены основные предположения относительно взаимодействия излучения с веществом (рассеяние происходит упруго, коэффициенты поглощения не зависят от направления и поляризации излучения, показатель преломления среды между актами рассеяния равен единице). Отсюда следует, что условие (4.6) может быть полезным при определениях функций Грина. Действительно, в различных конкретных излучателях рассчитываются матрицы функций Грина (см., например, [14–17, 19]). Несмотря на многие конкретные обстоятельства, необходимое условие стационарности должно выполняться. Оно относится к любому месту и направлению излучения в излучателе, заданные первичные источники излучения тоже могут быть произвольными и располагаться внутри объема V или на поверхности S. Если заданы характеристики поляризации излучения в одном из мест объекта и коэффициенты поглощения в излучателе, то (4.6) с учетом (4.4), (4.5) представляет собой связь между элементами матриц функций Грина. Так как эти элементы определяются только оптическими характеристиками среды и влияют на поляризацию, но сами от поляризации анализируемого излучения не зависят, можно задавать разные характеристики поляризации в точке ($\mathbf{r}$, $\mathbf{u}$), тем самым выделяя отдельные элементы матриц в соответствии с выражениями (4.4) и (4.5). Так, в случае естественного излучения в выражениях для D_V и D_S остаются только элементы G_{II}, а в случае плоско поляризованного излучения добавляются G_{IQ}. Условие стационарности в разных задачах может быть использовано по-разному, в частности, с его помощью можно проверять правильность расчетов функций Грина аналогично тому, как проверялись расчеты излучения в работе [3], когда поляризация не учитывалась.

Соотношения (5.5)–(5.7), (5.16), (5.17) включают в себя величины, которые являются предметом исследования в различных экспериментах. В спектроскопических экспериментах обычно измеряются суммарные интенсивности излучения и некоторые их слагаемые при разных частотах. Величины $D_{S,ex}$ также могут быть измерены в некоторых случаях, например, когда рассматривается излучение в среде, освещенной снаружи. При этом для определения $D_{S,ex}$ надо получить отношение потока, выходящего во все стороны из среды, к падающему потоку [3]. Как уже говорилось, измерению подлежит и оптическая плотность t.

С другой стороны, в спектроскопических опытах представляют интерес, но не так просто измеряются, такие величины, как отношения p_V/k_{abs} и характеристики поляризации первичного излучения вместе с функциями Грина g_V и g_S. Условия стационарности могут помочь в нахождении этих величин.

Как сказано выше, когда первичное излучение не является поляризованным и $g = 1$ (см. (5.2), (5.4)), соотношения (5.5), (5.16) не отличаются от случая, когда поляризация не учитывается. Отсюда следует, что все описанные ранее применения соотношений между слагаемыми интенсивности [3] можно применять и здесь. Перечислим некоторые из применений: определение отдельных неизвестных слагаемых суммарного излучения по другим, известным; определение относительных населенностей уровней или соответствующих температур излучателя, когда известны все слагаемые излучения. Определение отдельных слагаемых использовалось в реальных экспериментах по исследованию влияния макрочастиц на контуры атомарных спектральных линий в пылевой плазме. С помощью стационарных соотношений между слагаемыми измерялась температура сильно рассеивающих твердых пористых материалов. Теория переноса излучения в них неприменима, но (см. Введение) стационарные соотношения между слага-

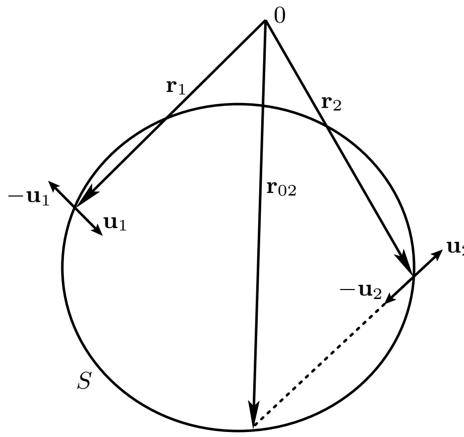

Рис. 3. Схема опытов по исследованию влияния поляризации на прохождение излучения через рассеивающую среду: $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ — радиус-векторы областей внешнего освещения и измерения на поверхности S; $\mathbf{u}_1$, $-\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2$, $-\mathbf{u}_2$ — единичные векторы, определяющие направления освещения и измерения; $\mathbf{r}_{02}$ — радиус-вектор точки, куда излучение из $(\mathbf{r}_2, -\mathbf{u}_2)$ может приходить без рассеяния

емыми были получены и в этом случае.

Рассмотрим пример возможного использования соотношений между слагаемыми излучения при экспериментальном исследовании влияния поляризации излучения на прохождение внешнего излучения через чисто рассеивающую среду, окруженную прозрачной поверхностью. Пусть коллимированное внешнее освещение можно направлять на рассеивающую среду поочередно в окрестности двух произвольно выбранных точек $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ (см. рис. 3). Пусть в окрестности точки $\mathbf{r}_1$ направление освещения определяется вектором $\mathbf{u}_1$, а в окрестности точки $\mathbf{r}_2$ — вектором $-\mathbf{u}_2$. В тех же областях можно вести и измерение скалярной интенсивности выходящего из среды излучения, в частности, в направлениях, соответственно, $-\mathbf{u}_1$ и $\mathbf{u}_2$. Области освещения и наблюдения можно менять местами.

Пусть окрестность точки $(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1)$ освещается произвольно поляризованным излучением со скалярной интенсивностью I_1 и при этом скалярная интенсивность рассеянного излучения, измеряемого в окрестности точки $(\mathbf{r}_2, \mathbf{u}_2)$, равна I_2. Положим, что внутри областей освещения и измерения скалярные интенсивности и поляризация не изменяются. Если области освещения и наблюдения не слишком велики, то и функции g_S внутри этих областей постоянны. В этом случае можно воспользоваться формулой (5.17). При $I_V = 0$ находим

$$\frac{I_2}{I_1} g_S[(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) \to (\mathbf{r}_2, \mathbf{u}_2)] + D_{S,ex}(\mathbf{r}_2, -\mathbf{u}_2) + \\ + \exp[-t(\mathbf{r}_2 \to \mathbf{r}_{02})] = 1. \quad (5.22)$$

В это соотношение непосредственно входит величина $D_{S,ex}$, описывающая прохождение рассеянного излучения через среду. Для определения этой величины надо измерить отношение интенсивностей I_2/I_1 и оптическую плотность $t(\mathbf{r}_2 \to \mathbf{r}_{02})$. Кроме того, надо знать характеристику поляризации g_S. Для ее вычисления по формуле (5.4) достаточно измерять те же скалярные интенсивности, меняя характер поляризации внешнего освещения и используя освещение в обеих точках $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$. Действительно, выпишем выражение наблюдаемой скалярной интенсивности, пользуясь решением уравнения переноса (3.10), (3.12) и сделанными предположениями. При освещении точки $(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1)$ имеем

$$\begin{aligned} I_2 = I_1\{ & G_{II}[(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) \to (\mathbf{r}_2, \mathbf{u}_2)] + \\ & + G_{IQ}[(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) \to (\mathbf{r}_2, \mathbf{u}_2)] q(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) + \\ & + G_{IU}[(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) \to (\mathbf{r}_2, \mathbf{u}_2)] u(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) + \\ & + G_{IV}[(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) \to (\mathbf{r}_2, \mathbf{u}_2)] v(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1)\}. \quad (5.23) \end{aligned}$$

Пусть внешнее освещение в точке $(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1)$ не поляризовано, тогда

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) = I_1[1, 0, 0, 0]^T. \quad (5.24)$$

В этом случае в правой части (5.23) остается только первое слагаемое, и по измеренным интенсивностям определяется элемент

$$G_{II}[(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) \to (\mathbf{r}_2, \mathbf{u}_2)].$$

Пусть внешнее освещение в точке $(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1)$ плоско поляризовано, например, создается лазером, и

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1) = I_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{u}_1)[1, 1, 0, 0]^T. \quad (5.25)$$

В этом случае в правой части (5.23) остаются два слагаемых. Так как первый элемент G_{II} уже определен, можно по измерениям скалярных интенсивностей найти G_{IQ}. Таким образом, усложняя поляризацию падающего излучения, можно найти и оставшиеся два элемента.

Таким же точно путем можно измерять элементы матрицы Грина, описывающие прохождение излучения в противоположном направлении, из точки $(\mathbf{r}_2, -\mathbf{u}_2)$ в точку $(\mathbf{r}_1, -\mathbf{u}_1)$.

Представленный набор измерений скалярных интенсивностей дает возможность находить требуемые элементы матриц функции Грина по формуле (5.23) и исследовать влияние поляризации на пропускание излучения рассеивающим объектом по стационарному соотношению (5.22).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выведено необходимое условие стационарности в рассеивающей среде, (4.4)–(4.6) или (4.14)–(4.16), на основе анализа исчезновения излучения в результате поглощения средой и выхода на поверхность излучателя. Условие стационарности получено в предположении справедливости линейной теории переноса при описании излучения и его исчезновения, а также в следующих предположениях относительно взаимодействия излучения с веществом: рассеяние упруго, коэффициенты поглощения и экстинкции среды не зависят от направления излучения и его поляризации, показатель преломления среды между рассеивающими центрами равен единице.

2. Условие стационарности представляет собой связь между элементами первых строк матриц функций Грина при заданных поляризационных характеристиках излучения, исчезновение которого анализируется, и заданных коэффициентах поглощения среды. Условие справедливо при произвольной частоте излучения.

3. Получены соотношения между составляющими скалярной интенсивности стационарного излучения в интегральной форме (5.5)–(5.9). В подынтегральных выражениях в качестве множителя выделена функция, учитывающая влияние поляризации излучения.

4. Рассмотрены частные случаи общего соотношения между составляющими скалярной интенсивности: при различных характеристиках поляризации первичного излучения, при справедливости соотношений взаимности, в случае многокомпонентной среды (разд. 5.1 и 5.2). Получены практически полезные соотношения в алгебраической форме, когда первичные источники не меняются внутри объема и на излучающих частях поверхности излучателя, см. (5.16), (5.17), (5.22).

5. Показано, что, когда первичное излучение не поляризовано, условия стационарности и соотношения между составляющими не отличаются от таковых в отсутствие поляризации. Следовательно, стационарные условия и соотношения в этом случае можно использовать в расчетах и экспериментальных исследованиях так же, как и в отсутствие поляризации, хотя излучение при рассеянии может поляризоваться. Когда первичное излучение поляризовано, появляются дополнительные возможности, в частности, по исследованию элементов матриц функций Грина.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Чандрасекар, *Перенос лучистой энергии*, Изд-во иностр. лит., Москва (1953).
2. В. В. Соболев, *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет*, Гостехиздат, Москва (1956).
3. И. А. Васильева, УФН **171**, 1317 (2001).
4. I. A. Vasil'eva, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **66**, 223 (2000).
5. И. А. Васильева, ТВТ **38**, 274 (2000).
6. I. A. Vasilieva, Radiat. Effects and Defects in Solids **154**, 61 (2001).
7. Дж. Бекефи, *Радиационные процессы в плазме*, Мир, Москва (1971).
8. Л. А. Апресян, Ю. А. Кравцов, *Теория переноса излучения: статистические и волновые аспекты*, Наука, Москва (1983).
9. Г. ван де Хюлст, *Рассеяние света малыми частицами*, Изд-во иностр. лит., Москва (1961).
10. J. W. Hovenier, J. Atmospheric Sci. **26**, 488 (1969)
11. D. W. Mueller, Jr., and A. L. Crosbie, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **57**, 81 (1997).
12. G. C. Pomraning, *The Equations of Radiation Hydrodynamics*, Pergamon Press, Oxford–New York (1973).
13. К. Кейз, П. Цвайфель, *Линейная теория переноса*, Мир, Москва (1972).
14. H. Domke and E. G. Yanovitskij, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **26**, 389 (1981).
15. E. P. Zege and L. I. Chaikovskaya, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **55**, 19 (1996).
16. E. P. Zege and L. I. Chaikovskaya, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf. **64**, 413 (2000).
17. C. E. Siewert, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **64**, 227 (2000).
18. К. Борен, Д. Нафмен, *Поглощение и рассеяние света малыми частицами*, Наука, Москва (1986).
19. H. Domke, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer **30**, 119 (1983).