ЖЭТФ, 2004, том 125, вып. 2, стр. 356–361

ВЛИЯНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ НА КРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМ С ЭФФЕКТАМИ ДАЛЬНОДЕЙСТВИЯ

С. В. Белим[*]

Омский государственный университет
644077, Омск, Россия

Поступила в редакцию 25 июня 2003 г.

Осуществлено теоретико-полевое описание поведения слабонеупорядоченных упруго-изотропных сжимаемых систем с эффектами дальнодействия непосредственно в трехмерном пространстве при различных значениях параметра дальнодействия. В двухпетлевом приближении с применением техники суммирования Паде–Бореля проведен анализ ренормгрупповых уравнений и выделены фиксированные точки, соответствующие критическому и трикритическому поведению систем. Показано, что упругие деформации приводят к смене режима как критического, так и трикритического поведения неупорядоченных сжимаемых систем с эффектами дальнодействия. Получены критические индексы, характеризующие систему в критической и трикритической областях.

PACS: 64.60.-i

Влияние эффектов дальнодействия, описываемого на больших расстояниях степенным законом $1/r^{-D-a}$, было исследовано аналитически в рамках ε-разложения [1–3] и численно методом Монте-Карло [4–6] для двумерных и одномерных систем и показало существенность влияния эффектов дальнодействия на критическое поведение изинговских систем для значений параметра $a < 2$. Исследование непосредственно в трехмерном пространстве в двухпетлевом приближении [7] подтвердило предсказание ε-разложения для однородных систем с дальнодействием.

При структурных фазовых переходах с отсутствием пьезоэффекта в парафазе упругие деформации играют роль вторичного параметра порядка, флуктуации которого в большинстве случаев не являются критическими [8, 9]. В связи с тем, что в критической области основной вклад в стрикционные эффекты дает зависимость обменного интеграла от расстояния, в дальнейшем рассматриваются лишь упруго-изотропные системы.

Как показано в работах [10, 11], взаимодействие флуктуаций параметра порядка с упругими деформациями может приводить как к смене режима критического поведения, так и к появлению на фазовой диаграмме трикритических точек и критических точек четвертого порядка. Введение в систему замороженных точечных примесей приводит как к изменению режима критического поведения, так и к исчезновению мультикритических точек [12]. Исследование влияния замороженных дефектов структуры на спиновые системы с дальнодействием, проведенное в работе [13], показало увеличение граничного значения параметра дальнодействия, при котором происходит переход к среднеполевому характеру критического поведения. Влияние упругих деформаций на однородные системы с дальнодействием также приводит к смене режима критического поведения [14]. В связи с этим представляет интерес описание совместного влияния дефектов структуры и упругих деформаций на системы с дальнодействием.

В данной работе проводится описание критического поведения неупорядоченных сжимаемых систем с учетом эффектов дальнодействия непосредственно в трехмерном пространстве при различных значениях параметра дальнодействия a.

Гамильтониан неупорядоченной модели Изинга с учетом упругих деформаций и эффектов дальнодей-

[*]E-mail: belim@univer.omsk.su

ствия может быть записан в виде

$$H_0 = \frac{1}{2}\int d^D q(\tau_0+q^a)S_q S_{-q}+\frac{1}{2}\int d^D q\Delta\tau_q S_q S_{-q}+ \\ + u_0\int d^D q S_{q1}S_{q2}S_{q3}S_{-q1-q2-q3} + \\ + a_3\int d^D q y_{q1}S_{q2}S_{-q1-q2} + \\ + \frac{a_3^{(0)}}{\Omega}y_0\int d^D q S_q S_{-q} + \frac{1}{2}a_1\int d^D q y_q y_{-q} + \\ + \frac{1}{2}\frac{a_1^{(0)}}{\Omega}y_0^2 + \int d^D q h_q y_q + \frac{h_0}{\Omega}y_0, \quad (1)$$

где S_q — параметр порядка, u_0 — положительная константа, $\tau_0 \sim |T-T_c|/T_c$, T_c — температура фазового перехода, a — параметр дальнодействия, $\Delta\tau_q$ — случайное поле примесей типа случайной температуры, a_1, a_2 — константы упругости кристалла, a_3 — параметр квадратичной стрикции. Взаимодействие примесей с нефлуктуирующим параметром порядка

$$y(x) = \sum_{\alpha=1}^{3} u_{\alpha\alpha}(x),$$

где $u_{\alpha\beta}$ — тензор деформаций, задается величиной h_q — случайным полем, термодинамически сопряженным $u_{\alpha\alpha}(x)$. В уравнении (1) проведено интегрирование по слагаемым, зависящим от нефлуктуирующих переменных, не взаимодействующих с параметром порядка S_q, а также выделены слагаемые y_0, описывающие однородные деформации. Как показано в работе [8], такое разделение необходимо, так как неоднородные деформации y_q отвечают за обмен акустическими фононами и приводят к эффектам дальнодействия, которые отсутствуют при однородных деформациях.

При малой концентрации примесей распределение случайных полей $\Delta\tau_q, h_q, h_0$ можно считать гауссовым и задать функцией

$$P[\Delta\tau, h, h_0] = A\exp\left[-\frac{1}{8b_1}\int \Delta\tau_q^2 d^D q - \right. \\ - \frac{1}{8b_2}\int h_q^2 d^D q - \frac{1}{8b_3}\int h_0 d^D q - \\ \left. -\frac{1}{4b_4}\int \Delta\tau_q h_q d^D q - \frac{1}{4b_5}\int \Delta\tau_q h_0 d^D q\right], \quad (2)$$

где A — нормировочная константа, а b_i — положительные константы, пропорциональные концентрации замороженных дефектов структуры.

Применяя репличную процедуру для усреднения по случайным полям, задаваемым замороженными дефектами структуры, получим эффективный гамильтониан системы:

$$H_R = \frac{1}{2}\int d^D q(\tau_0+q^a)\sum_{a=1}^{m} S_q^a S_{-q}^a - \\ - \frac{\delta_0}{2}\sum_{a,b=1}^{m}\int d^D q(S_{q1}^a S_{q2}^a)(S_{q3}^b S_{-q1-q2-q3}^b) + \\ + u_0\sum_{a=1}^{m}\int d^D q S_{q1}^a S_{q2}^a S_{q3}^a S_{-q1-q2-q3}^a + \\ + g_0\sum_{a=1}^{m}\int d^D q y_{q1}^a S_{q2}^a S_{-q1-q2}^a + \\ + \frac{g_0^{(0)}}{\Omega}\sum_{a=1}^{m} y_0^a\int d^D q S_q^a S_{-q}^a + \frac{1}{2}\lambda\int d^D q y_q y_{-q} + \\ + \frac{1}{2}\frac{\lambda_0}{\Omega}y_0^2. \quad (3)$$

Здесь введены положительные константы $\delta_0, g_0, g_0^{(0)}$, λ, λ_0, выражаемые через константы a_i, b_i. Свойства исходной системы могут быть получены в пределе числа реплик (образов) $m \to 0$.

Определим эффективный гамильтониан системы, зависящий только от сильно флуктуирующего параметра порядка S, следующим образом:

$$\exp\{-H[S]\} = B\int \exp\{-H_R[S,y]\}\prod dy_q. \quad (4)$$

Если эксперимент осуществляется при постоянном объеме, то y_0 является константой, интегрирование в (4) проводится только по неоднородным деформациям, а однородные деформации не вносят вклада в эффективный гамильтониан. При постоянном давлении в гамильтониан добавляется слагаемое $P\Omega$, объем представляется в терминах компонент тензора деформации в виде

$$\Omega = \Omega_0\left[1 + \sum_{\alpha=1} u_{\alpha\alpha} + \sum_{\alpha\neq\beta} u_{\alpha\alpha}u_{\beta\beta} + O(u^3)\right] \quad (5)$$

и интегрирование в (4) осуществляется также и по однородным деформациям. Как отмечено в [15], учет в (5) квадратичных слагаемых может оказаться важным в случае высоких давлений и кристаллов с большими стрикционными эффектами. В результате

$$H=\frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_0+q^a)\sum_{a=1}^{m}S_q^aS_{-q}^a+\left(u_0-\frac{z_0}{2}\right)\sum_{a=1}^{m}\int d^D\{q_i\}S_{q1}^aS_{q2}^aS_{q3}^aS_{-q1-q2-q3}^a-$$
$$-\frac{\delta}{2}\sum_{a,b=1}^{m}\int d^D\{q_i\}(S_{q1}^aS_{q2}^a)(S_{q3}^bS_{-q1-q2-q3}^b)+\frac{1}{2\Omega}(z_0-w_0)\sum_{a=1}^{m}\int d^D\{q_i\}(S_{q1}^aS_{-q1}^a)(S_{q2}^aS_{-q2}^a), \quad (6)$$
$$z_0=g_0^2/\lambda, \quad w_0=g_0^{(0)2}/\lambda_0.$$

Возникающий в гамильтониане эффективный параметр взаимодействия $v_0=u_0-z_0/2$ за счет влияния стрикционных эффектов, определяемых параметром g_0, может принимать не только положительные, но и отрицательные значения. В результате данный гамильтониан описывает фазовые переходы как первого, так и второго рода. При $v_0=0$ в системе реализуется трикритическое поведение. В свою очередь, эффективное взаимодействие в (6), определяемое разностью параметров z_0-w_0, также может приводить к смене рода фазового перехода. Из данного вида эффективного гамильтониана следует возможность появления критической точки более высокого порядка, в которой пересекаются трикритические кривые, при одновременном выполнении условий $v_0=0$, $z_0=w_0$ [16]. Следует отметить, что при трикритическом условии $z_0=w_0$ гамильтониан модели (6) изоморфен гамильтониану неупорядоченной модели Изинга с эффектами дальнодействия.

Проводя стандартную ренормгрупповую процедуру на основе техники фейнмановских диаграмм [17, 18] с пропагатором $G(\mathbf{k})=1/(\tau+|\mathbf{k}|^a)$, получаем выражения для функций β_v,β_δ, β_z,β_w,γ_φ и γ_t, задающих дифференциальное уравнение ренормгруппы:

$$\begin{aligned}
\beta_v&=-(4-D)v\left[1-36vJ_0+24\delta J_0+1728\left(2J_1-J_0^2-\frac{2}{9}G\right)v^2-\right.\\
&\left.-2304\left(2J_1-J_0^2-\frac{1}{6}G\right)v\delta+672\left(2J_1-J_0^2-\frac{2}{3}G\right)\delta^2\right],\\
\beta_\delta&=-(4-D)\delta\left[1-24vJ_0+16\delta J_0+576\left(2J_1-J_0^2-\frac{2}{3}G_1\right)v^2-\right.\\
&\left.-1152\left(2J_1-J_0^2-\frac{1}{3}G\right)v\delta+352\left(2J_1-J_0^2-\frac{1}{22}G\right)\delta^2\right],\\
\beta_z&=-(4-D)z\left[1-24vJ_0-2zJ_0+8\delta J_0+576\left(2J_1-J_0^2-\frac{2}{3}G\right)v^2-\right.\\
&\left.-120\left(2J_1-J_0^2-\frac{8}{5}G\right)v\delta+96\left(2J_1-J_0^2-\frac{2}{3}G\right)\delta^2\right],\\
\beta_w&=-(4-D)w\left[1-24vJ_0+8\delta J_0-4zJ_0+2wJ_0+576\left(2J_1-J_0^2-\frac{2}{3}G\right)v^2-\right.\\
&\left.-120\left(2J_1-J_0^2-\frac{8}{5}G\right)v\delta+96\left(2J_1-J_0^2-\frac{2}{3}G\right)\delta^2\right],\\
\gamma_t&=(4-D)\left[-12vJ_0+4\delta J_0-2zJ_0+2wJ_0+288\left(2J_1-J_0^2-\frac{1}{3}G\right)v^2-\right.\\
&\left.-288\left(2J_1-J_0^2-\frac{2}{3}G\right)v\delta+32\left(2J_1-J_0^2-\frac{1}{2}G\right)\delta^2\right],\\
\gamma_\varphi&=(4-D)64G(3v^2-3v\delta+\delta^2),\\
J_1&=\int\frac{d^Dqd^Dp}{(1+|\mathbf{q}|^a)^2(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}|^{a/2})},\\
J_0&=\int\frac{d^Dq}{(1+|\mathbf{q}|^a)^2},\\
G&=-\frac{\partial}{\partial|\mathbf{k}|^a}\int\frac{d^Dqd^Dp}{(1+|q^2+k^2+2\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}|^a)(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}|^{a/2})}.
\end{aligned} \quad (7)$$

Введем новые эффективные вершины взаимодействия:

$$v_1 = \frac{v}{J_0}, \quad v_2 = \frac{\delta}{J_0}, \quad v_3 = \frac{z}{J_0}, \quad v_4 = \frac{w}{J_0}. \tag{8}$$

В результате приходим к следующему выражению для функций β_i, γ_φ и γ_t:

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= -(4-D)\left[1 - 36v_1 + 24v_2 + 1728\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_1^2 - \right.\\
&\left. - 2304\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{1}{6}\widetilde{G}\right)v_1v_2 + 672\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2\right],\\
\beta_2 &= -(4-D)\delta\left[1 - 24v_1 + 8v_2 + 576\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2 - \right.\\
&\left. - 1152\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G}\right)v_1v_2 + 352\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{1}{22}\widetilde{G}\right)v_2^2\right],\\
\beta_3 &= -(4-D)v_3\left[1 - 24v_1 + 16v_2 - 2v_3 + 576\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2 - \right.\\
&\left. - 120\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{8}{5}G\right)v_1v_2 + 96\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{2}{3}G\right)v_2^2\right],\\
\beta_4 &= -(4-D)v_4\left[1 - 24v_1 + 8v_2 - 4v_3 + 2v_4 + 576\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2 - \right.\\
&\left. - 120\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{8}{5}G\right)v_1v_2 + 96\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{2}{3}G\right)v_2^2\right],\\
\gamma_t &= (4-D)\left[-12v_1 + 4v_2 - 2v_3 + 2v_4 + 288\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2 - \right.\\
&\left. - 192\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1v_2 + 32\left(2\widetilde{J}_1 - 1 - \frac{1}{2}\widetilde{G}\right)v_2^2\right],\\
\gamma_\varphi &= (4-D)64\widetilde{G}(3v_1^2 - 3v_1v_2 + v_2^2).
\end{aligned} \tag{9}$$

Такое переопределение приобретает смысл при значениях $a \le D/2$. При этом J_0, J_1, G становятся расходящимися функциями. Введя же параметр обрезания Λ и рассмотрев предел отношений

$$\begin{aligned}
\frac{J_1}{J_0^2} &= \frac{\int_0^\Lambda \int_0^\Lambda d^Dq d^Dp/((1+|\mathbf{q}|^a)^2(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}|^a))}{\left[\int_0^\Lambda d^Dq/(1+|\mathbf{q}|^a)^2\right]^2},\\
\frac{G}{J_0^2} &= \frac{-\partial/(\partial|\mathbf{k}|^a)\int_0^\Lambda \int_0^\Lambda d^Dq d^Dp/((1+|q^2+k^2+2\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}|^a)(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}|^a))}{\left[\int_0^\Lambda d^Dq/(1+|\mathbf{q}|^a)^2\right]^2},
\end{aligned} \tag{10}$$

при $\Lambda \to \infty$ получаем конечные выражения.

Значения интегралов находились численно. Для случая $a \le D/2$ строилась последовательность значений J_1/J_0^2 и G/J_0^2 при различных значениях Λ и аппроксимировалась на бесконечность.

Известно, что ряды теории возмущений являются асимптотическими, а вершины взаимодействия флуктуаций параметров порядка во флуктуационной области достаточно велики, чтобы можно было непосредственно применять выражения (9). Поэтому с целью извлечения из полученных выражений нужной физической информации был применен обобщенный на четырехпараметрический случай метод Паде–Бореля. При этом прямое и обратное пре-

Значения фиксированных точек и собственных значений матрицы устойчивости (для комплексных собственных значений приведены только их действительные части)

№	v_1^*	v_2^*	v_3^*	v_4^*	b_1	b_2	b_3	b_4
$a = 1.8$								
1	0.064189	0.046878	0	0	0.626*	0.626*	−0.123	−0.123
2	0.064189	0.046878	0.066101	0	0.626*	0.626*	0.124	0.125
3	0.064189	0.046878	0.066101	0.066101	0.626*	0.626*	0.124	−0.124
$a = 1.9$								
4	0.066557	0.040818	0	0	0.559*	0.559*	−0.118	−0.118
5	0.066557	0.040818	0.065716	0	0.559*	0.559*	0.119	0.119
6	0.066557	0.040818	0.065716	0.065716	0.559*	0.559*	0.119	−0.119

образования Бореля имеют вид

$$f(v,\delta,z,w) = \sum_{i_1,\ldots,i_4} c_{i_1,\ldots,i_4} v_1^{i_1} v_2^{i_2} v_3^{i_3} v_4^{i_4} = \\ = \int\limits_0^\infty e^{-t} F(v_1 t, v_2 t, v_3 t, v_4 t)\, dt, \\ F(v,\delta,z,w) = \\ = \sum_{i_1,\ldots,i_4} \frac{c_{i_1,\ldots,i_4}}{(i_1+\ldots+i_4)!} v_1^{i_1} v_2^{i_2} v_3^{i_3} v_4^{i_4}. \tag{11}$$

Для аналитического продолжения борелевского образа функции вводится ряд по вспомогательной переменной θ:

$$\tilde{F}(v,\delta,z,w,\theta) = \\ = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \sum_{i_1,\ldots,i_4} \frac{c_{i_1,\ldots,i_4}}{k!} v_1^{i_1} v_2^{i_2} v_3^{i_3} v_4^{i_4} \delta_{i_1+\ldots+i_4,k}\ , \tag{12}$$

к которому применяется аппроксимация Паде [L/M] в точке $\theta = 1$. Данная методика была предложена и апробирована в работах [19–22] для описания критического поведения ряда систем, характеризующихся несколькими вершинами взаимодействия флуктуаций параметра порядка. Выявленное в [19–22] свойство сохранения симметрии системы в процессе применения паде-аппроксимант по переменной θ становится существенным при описании многовершинных моделей. В двухпетлевом приближении для вычисления β-функций были использованы аппроксиманты [2/1].

Режим критического поведения полностью определяется устойчивыми неподвижными точками ренормгруппового преобразования, которые могут быть найдены из условия равенства нулю β-функций:

$$\beta_i(v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*) = 0 \quad (i = 1,2,3,4). \tag{13}$$

Требование устойчивости фиксированной точки сводится к условию положительности собственных значений b_i матрицы

$$B_{i,j} = \frac{\partial \beta_i(v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*)}{\partial v_j}. \tag{14}$$

Индекс ν, характеризующий рост радиуса корреляции в окрестности критической точки ($R_c \propto |T - T_c|^{-\nu}$) находится на основе соотношения

$$\nu = \frac{1}{2}(1+\gamma_t)^{-1}.$$

Индекс Фишера η, описывающий поведение корреляционной функции в окрестности критической точки в пространстве волновых векторов ($G \propto k^{2+\eta}$), определяется на основе скейлинговой функции γ_φ: $\eta = \gamma_\varphi(v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*)$. Значения остальных критических индексов могут быть определены на основе скейлинговых соотношений.

Устойчивые фиксированные точки ренормгруппового преобразования и собственные значения матрицы устойчивости в фиксированной точке для значений параметра $a = 1.8$ и $a = 1.9$ приведены в таблице. Как было показано в [13], для неупорядоченных систем устойчивые фиксированные точки в физической области ($v_i^* > 0$) существуют лишь при значениях параметра дальнодействия $a \geq 1.8$. Для всех значений $a < 1.8$ устойчивые точки трехмерных примесных систем характеризуются отрицательным значением вершины v_1^*.

Анализ критических точек и их устойчивости показывает, что критические фиксированные точки неупорядоченных систем с дальнодействием (№ 1 и № 4) неустойчивы относительно влияния упругих деформаций. Критическое поведение неупорядоченных сжимаемых систем с дальнодействием описывается своими фиксированными точками (№ 2 и № 5). На фазовой диаграмме вещества могут реализовываться трикритические точки, задаваемые фиксированными точками № 3 и № 6.

Расчет критических индексов для устойчивых фиксированных точек (№ 2 и № 5) дал следующие результаты:

$$\begin{aligned} &a = 1.9, \quad \nu = 0.685, \quad \eta = 0.034, \\ &a = 1.8, \quad \nu = 0.682, \quad \eta = 0.051. \end{aligned} \tag{15}$$

Для трикритических точек № 3 и № 6 критические индексы соответственно равны

$$\begin{aligned} &a = 1.9, \quad \nu = 0.652, \quad \eta = 0.034, \\ &a = 1.8, \quad \nu = 0.649, \quad \eta = 0.051. \end{aligned} \tag{16}$$

Таким образом, для трехмерных неупорядоченных изинговских систем с эффектами дальнодействия влияние упругих деформаций приводит к смене режима как критического, так и трикритического поведения.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. E. Fisher, S.-k. Ma, and B. G. Nickel, Phys. Rev. Lett. **29**, 917 (1972).

2. J. Honkonen, J. Phys. A **23**, 825 (1990).

3. E. Luijten and H. Mebingfeld, Phys. Rev. Lett. **86**, 5305 (2001).

4. E. Bayong and H. T. Diep, Phys. Rev. B. **9**, 18, 11920 (1999).

5. E. Luijten, Phys. Rev. E **60**, 7558 (1999).

6. E. Luijten and H. W. J. Bloöte, Phys. Rev. B **56**, 8945 (1997).

7. С. В. Белим, Письма в ЖЭТФ **77**, 118 (2003).

8. А. И. Ларкин, С. А. Пикин, ЖЭТФ **56**, 1664 (1969).

9. D. J. Bergman and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **13**, 4, 2145 (1976).

10. V. M. Laptev and Yu. N. Skryabin, Phys. Stat. Sol. B **91**, K143 (1979).

11. Y. N. Skryabin and A. V. Shchanov, Phys. Lett. A **234**, 147 (1997).

12. С. В. Белим, В. В. Прудников, ФТТ **45**, 1299 (2001).

13. С. В. Белим, Письма в ЖЭТФ **77**, 509 (2003).

14. С. В. Белим, Письма в ЖЭТФ **77**, 659 (2003).

15. M. A. de Maura, T. C. Lubensky, Y. Imry, and A. Aharony, Phys. Rev. B **13**, 2177 (1976).

16. Y. Imry, Phys. Rev. Lett. **33**, 1304 (1974).

17. D. Amit, *Field Theory, the Renormalization Group and Critical Phenomena*, New York, McGraw-Hill (1976).

18. J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*, Clarendon Press, Oxford (1989).

19. S. A. Antonenko and A. I. Sokolov, Phys. Rev. B **49**, 15901 (1994).

20. К. Б. Варнашев, А. И. Соколов, ФТТ **38**, 3665 (1996).

21. A. I. Sokolov, K. B. Varnashev, and A. I. Mudrov, Int. J. Mod. Phys. B **12**, 12/13, 1365 (1998).

22. A. I. Sokolov and K. B. Varnashev, Phys. Rev. B **59**, 8363 (1999).