

# ГЕНЕРАЦИЯ ТРЕТЬЕЙ ОПТИЧЕСКОЙ ГАРМОНИКИ В ОДНОМЕРНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ И МИКРОРЕЗОНАТОРАХ

*М. Г. Мартемьянов\**, *Т. В. Долгова*, *А. А. Федянин\*\**

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119992, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 25 августа 2003 г.

В рамках формализма матриц нелинейного распространения развивается феноменологическая модель кубичного нелинейно-оптического отклика одномерных фотонных кристаллов и микрорезонаторов. Показана возможность резонансного усиления генерации третьей гармоники (ТГ) при частотно-угловой подстройке излучения накачки в области краев запрещенной фотонной зоны и в микрорезонаторную моду. Обнаружена сильная зависимость положения и амплитуды резонансов интенсивности ТГ на краю запрещенной фотонной зоны от величины и знака дисперсии показателей преломления слоев, составляющих фотонный кристалл. На основе модельных расчетов определены роли основных механизмов усиления генерации ТГ — фазового синхронизма и пространственной локализации полей накачки и ТГ внутри фотонного кристалла. Для микрорезонатора, изготовленного на основе пористого кремния, продемонстрировано согласие экспериментального спектра интенсивности ТГ с расчетными зависимостями.

PACS: 42.65.Ky, 42.70.Qs, 75.75.+a

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Фотонные кристаллы (ФК) интенсивно исследуются в последнее время благодаря своим уникальным дисперсионным свойствам и возможности модуляции спектральной плотности мод оптического поля, проявляющейся в формировании запрещенной фотонной зоны (ЗФЗ) [1]. Фундаментальный интерес к исследованию ФК, в частности, обусловлен специфичным проявлением нелинейно-оптических эффектов, например, явлений бистабильности [2] и оптического переключения [3], которые основаны на модуляции показателя преломления слоев одномерного ФК, индуцированной мощным световым полем и приводящей к динамическому или квазистационарному сдвигу ЗФЗ фотонного кристалла с кубичной нелинейностью. В таких фотонных кристаллах с кубичной нелинейностью возможно наблюдение четырехволнового смешения и возбуждение волноводной моды на антистоксовой частоте, распространяющейся вдоль границ раздела слоев [4]. В средах

с модуляцией только нелинейной восприимчивости с периодом порядка длины волны наблюдаются эффекты нелинейной дифракции [5].

Использование фотонных кристаллов для эффективной генерации излучения на частоте второй гармоники было предложено в работе [6] и впервые экспериментально осуществлено в работе [7]. Фазовая расстройка волн накачки и второй гармоники минимизируется за счет добавления к волновым векторам взаимодействующих волн вектора обратной решетки периодической среды. При подстройке одной из частот на край ЗФЗ выполняется условие фазового синхронизма волн накачки и второй гармоники, приводящее к усилению генерации второй гармоники в ФК [8–11].

Генерация излучения на частоте третьей гармоники (ТГ) в ФК может происходить либо напрямую за счет кубичной восприимчивости, либо каскадно за счет квадратичной восприимчивости. Первый процесс был рассмотрен для случая бесконечного ФК в работе [12], где было показано, что существуют оптические толщины слоев структуры, при которых одновременно выполняются условия фазо-

\*E-mail: misha@shg.ru

\*\*URL: <http://www.shg.ru>

вого синхронизма для волн накачки и второй гармоники, а также накачки и третьей гармоники. При этих параметрах исследовалась временная эволюция интенсивностей волн второй и третьей гармоник и была показана невозможность концентрации всей энергии моды накачки в одной из мод на частоте второй или третьей гармоники. В случае каскадной генерации ТГ в одномерном ФК за счет квадратичной восприимчивости [13, 14] также возможно одновременное выполнение условий фазового синхронизма для волн накачки, второй и третьей гармоник, достигаемое подбором оптических толщин слоев ФК. В работе [13] расчеты проводились для фотонного кристалла с бесконечным числом слоев, поэтому исследовались только эффекты, связанные с фазовым синхронизмом. В работе [14] рассматривался ФК с конечным числом слоев и учитывались эффекты пространственной локализации полей, связанные с его ограниченностью. Усилить эффекты локализации поля накачки можно введением дефекта в фотонный кристалл. В таком микрорезонаторе (МР) с распределенными зеркалами происходит эффективная локализация электромагнитного поля, резонансного моде микрорезонатора, обуславливающая усиление генерации второй [15, 16] или третьей гармоники [17]. Усиление генерации волн гармоник на краю запрещенной фотонной зоны и в микрорезонаторной моде будет результатом совместного действия эффектов фазового синхронизма, связанных с периодичностью брэгговских зеркал, и эффектов локализации полей, возникающих из-за наличия резонаторного слоя и ограниченности ФК [11]. Ключевым параметром, определяющим величину усиления генерации ТГ, является дисперсия показателей преломления слоев в ФК или МР, компенсация которой и составляет смысл фазового синхронизма на краях ЗФЗ фотонного кристалла и в моде микрорезонатора. Тем не менее зависимость величины и спектрального положения резонансов ТГ от величины и знака дисперсии слоев, составляющих ФК или МР, до сих пор не исследована.

В данной работе исследуется генерация третьей оптической гармоники в одномерных конечных фотонных кристаллах и микрорезонаторах с кубической нелинейностью  $\chi^{(3)}$ . На основе формализма нелинейных матриц распространения определяется роль каждого из механизмов усиления генерации ТГ — фазового синхронизма и локализации полей накачки и третьей гармоники — при резонансе волны накачки с микрорезонаторной модой или с краем запрещенной фотонной зоны. В приближении заданного поля накачки рассчитываются спектры интен-

сивности ТГ в спектральном диапазоне, содержащем ЗФЗ с микрорезонаторной модой и область вне нее. Исследуется зависимость усиления генерации ТГ от дисперсии показателей преломления слоев, образующих ФК, определяющей взаимное расположение запрещенных фотонных зон и микрорезонаторных мод на длинах волн накачки и третьей гармоники. Результаты расчетов сравниваются с экспериментальным спектром третьей гармоники, генерируемой в микрорезонаторе, изготовленном из мезопористого кремния.

## 2. МЕТОД НЕЛИНЕЙНЫХ МАТРИЦ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ГЕНЕРАЦИИ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ В ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

### 2.1. Метод нелинейных матриц распространения

Существует несколько подходов к расчету генерации оптических гармоник в одномерных фотонных кристаллах. Один из них заключается в решении системы укороченных уравнений, полученных в рамках метода медленно меняющихся амплитуд [12–14, 18]. Этот подход позволяет рассматривать процесс генерации гармоник с учетом перекачки энергии из волны накачки в волну гармоники, случай одновременной генерации второй и третьей гармоник, а также изучать временную эволюцию волн накачки, второй и третьей гармоник, что важно при исследовании генерации гармоник фемтосекундными импульсами. В приближении заданного поля накачки процесс генерации гармоники определяется только одним неоднородным уравнением, которое можно решать напрямую с помощью функций Грина многослойной структуры [4, 19]; решение строится на основе линейно-независимых решений однородного волнового уравнения, которые могут быть найдены в рамках формализма матриц распространения [20]. Наконец, удобный метод состоит в расширении формализма матриц распространения на описание процесса генерации гармоник. Он применим в приближении заданного поля накачки и в случае стационарности полей, т. е. при условии, что длительность импульса накачки много больше времени распространения излучения накачки внутри ФК. Здесь существуют два эквивалентных подхода: первый, описанный в работе [21], использует формализм функций Грина, предложенный ранее Сайпом [22]; второй, представленный в работе [23], основан на формализме связанной и свобод-

ной волн гармоник, введенном Бломбергенем и Першаном [24]. Оба метода являются разновидностями прямого решения неоднородного волнового уравнения с помощью функций Грина фотонного кристалла и позволяют в процессе решения получать дополнительную информацию о рассматриваемых нелинейно-оптических процессах, например, вычисление вкладов в вышедшую из структуры волну ТГ от отдельных слоев.

Метод матриц нелинейного распространения, предложенный в работе [23], удобен для расчета нелинейно-оптических эффектов в одномерных ФК в силу его простоты и оптимальной для численных расчетов формы. Задача о генерации третьей гармоники в ФК логически разделяется на три последовательных стадии. Сначала описывается распространение волны накачки в многослойной линейной структуре с учетом многолучевой интерференции и рассчитывается пространственное распределение поля накачки внутри ФК. На втором этапе вычисляется кубичная поляризация, наводимая в среде с ненулевой  $\hat{\chi}^{(3)}$ . Наконец, решается линейная задача о распространении волн ТГ в слоистой структуре с учетом интерференции связанных и свободных волн и рассчитывается интенсивность вышедшей из ФК волны третьей гармоники.

Пусть ось  $z$  перпендикулярна поверхности ФК, и  $xz$  — плоскость падения волны накачки (рис. 1а). В полупространстве 1 под углом  $\theta_1$  к нормали к поверхности ФК распространяется плоская монохроматическая линейно-поляризованная волна накачки с частотой  $\omega$ , волновым вектором  $\mathbf{k}_1^+$  и амплитудой  $\mathbf{E}_1^+$ . Полагая ФК оптически неактивным и немагнитным, случаи  $s$ - и  $p$ -поляризованных волн будем рассматривать отдельно. Электромагнитное поле в  $j$ -ом слое является суперпозицией двух плоских волн, бегущих вперед (в положительном направлении оси  $z$ ) и назад :

$$\mathbf{E}_j^\omega(z, t) = \mathbf{E}_j^+ \exp[ik_{z,j}^\omega(z - d_{ij}) + (ik_{x,j}^\omega x - i\omega t)] + \mathbf{E}_j^- \exp[-ik_{z,j}^\omega(z - d_{ij}) + (ik_{x,j}^\omega x - i\omega t)], \quad (1)$$

где

$$k_{z,j}^\omega = |\mathbf{k}_j| \cos \theta_j, \quad k_{x,j}^\omega = |\mathbf{k}_j| \sin \theta_j,$$

$d_{ij}$  —  $z$ -координаты границы  $i$ -го и  $j$ -го слоев,  $\mathbf{k}_j$  — волновой вектор и  $\theta_j$  — угол прохождения волны накачки в  $j$ -ом слое. Далее член  $\exp(ik_{x,j}^\omega x - i\omega t)$  будет опущен из-за трансляционной инвариантности в плоскости  $xy$  и стационарности задачи. Поле на левой границе  $j$ -го слоя представляется в виде двухкомпонентного вектора  $\mathbf{E}_j \equiv (E_j^+, E_j^-)$ , где его первая компонента — это амплитуда волны, бегущей в

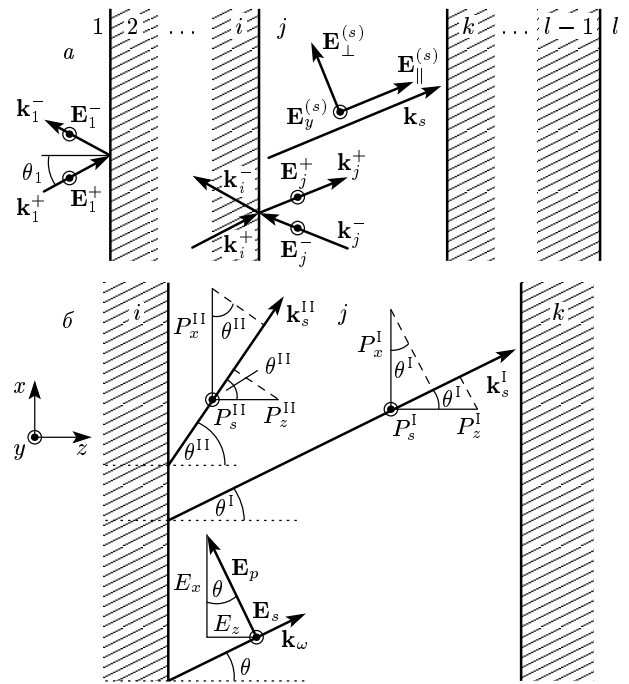


Рис. 1. а — Схема одномерного фотонного кристалла (слои 2...l - 1) (полупространства 1 и l обозначают вакуум и подложку), показана s-поляризованная волна накачки. б — Схема генерации третьей гармоники в нелинейном  $j$ -м слое

положительном направлении оси  $z$ , а вторая — волны, бегущей назад. Связь между полем  $\mathbf{E}_j$  и полем  $\mathbf{E}_k$  в  $k$ -ом слое на его левой границе осуществляется посредством двух матриц размером  $2 \times 2$ :

$$\begin{pmatrix} E_k^+ \\ E_k^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/t_{kj} & r_{kj}/t_{kj} \\ r_{kj}/t_{kj} & 1/t_{kj} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \exp(ik_{z,j}^\omega d_j) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_{z,j}^\omega d_j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_j^+ \\ E_j^- \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь первая матрица, в которую входят френелевские коэффициенты отражения  $r_{kj}$  и прохождения  $t_{kj}$  для волны, падающей из  $k$ -го в  $j$ -ый слой, связывает поля слева и справа от  $kj$ -ой границы раздела. В дальнейшем эта матрица прохождения будет обозначаться  $\mathbf{M}_{kj}$ . Вторая матрица,  $\Phi_j(d_j)$ , описывает распространение поля в  $j$ -ом слое толщиной  $d_j$  от его левой границы к правой. Таким образом, можно связать поля в полупространствах 1 и  $l$ . В предположении, что в полупространстве  $l$  волна, бегущая назад, отсутствует, а на границу 1-2 падает волна с единичной амплитудой, получаем

$$\begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь  $r$  и  $t$  — коэффициенты отражения и пропускания всего ФК, определяемые из выражения (3) и равные

$$r = -\frac{T_{21}}{T_{22}}, \quad t = \frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}},$$

где  $T_{\alpha\beta}$  — элементы матрицы прохождения всего ФК  $\mathbf{T} \equiv \mathbf{M}_{l(l-1)}\Phi_{(l-1)} \dots \mathbf{M}_{21}$ . Распределение поля накачки внутри ФК определяется как

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_j^\omega(z) = \\ = \Phi_j(z - d_{j(j-1)})\mathbf{M}_{j(j-1)}\Phi_{(j-1)} \dots \mathbf{M}_{21} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

По известному пространственному распределению поля накачки (4) вычисляется пространственное распределение волны кубичной поляризации и связанной волны ТГ, что будет сделано в следующем разделе.

Третий этап решения задачи о генерации ТГ в одномерном ФК может быть существенно упрощен. В приближении заданного поля накачки кубичная поляризация в каждом слое является независимым от остальных слоев источником ТГ. Следовательно, можно решить задачу о генерации и распространении волны ТГ для случая, когда только один из слоев ФК имеет ненулевую кубичную восприимчивость. Поле ТГ, генерируемое всем ФК, можно получить, просуммировав такие парциальные поля ТГ от всех слоев на выходе из ФК с учетом их фаз.

Пусть нелинейным будет  $j$ -й слой. Интерференция связанной,  $\mathbf{E}^{(s)}$ , и свободной,  $\mathbf{E}_j$ , волн ТГ учитывается в граничных условиях, которые для  $ij$ -й и  $jk$ -й границ имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi_i \mathbf{E}_i = \mathbf{M}_{ij} \mathbf{E}_j + \mathbf{M}_i^{(s)} \mathbf{E}^{(s)}, \\ \mathbf{M}_{kj} \Phi_j \mathbf{E}_j + \mathbf{M}_k^{(s)} \Phi^{(s)} \mathbf{E}^{(s)} = \mathbf{E}_k. \end{aligned} \quad (5)$$

В выражении (5) амплитуда связанной волны ТГ вычисляется в  $j$ -ом нелинейном слое на его левой границе, а все свободные волны — волны ТГ. Матрицы  $\mathbf{M}$  с индексом «(s)» строятся аналогично обычным матрицам распространения, только в коэффициенты Френеля, стоящие в элементах этих матриц, входят показатели преломления для связанной волны ТГ в нелинейном слое и свободной волны ТГ в слое с номером, равным нижнему индексу матрицы. Матрица  $\Phi^{(s)}$  аналогична матрице  $\Phi_j$  и получается заменой в ней волновых векторов свободной волны ТГ

на волновые векторы связанной волны. Совместное решение системы уравнений (5) приводит к выражению

$$\mathbf{E}_k = \mathbf{M}_{kj} \Phi_j (\mathbf{M}_{ji} \Phi_i \mathbf{E}_i + \mathbf{S}_j), \quad (6)$$

где для удобства выделен вектор

$$\mathbf{S}_j = (\bar{\Phi}_j \mathbf{M}_j^{(s)} \Phi^{(s)} - \mathbf{M}_j^{(s)}) \mathbf{E}^{(s)}. \quad (7)$$

Матрица  $\bar{\Phi}_j$  — обратная к  $\Phi_j$ . Выражение (6) задает поле ТГ в  $k$ -ом слое как суперпозицию волны, прошедшей из  $i$ -го слоя, и волны, генерированной в  $j$ -ом слое за счет нелинейных источников. В выражении (7) выписан вклад в волну ТГ от нелинейного  $j$ -го слоя, причем в скобках учитывается интерференция свободной и связанной волн. В предположении, что на ФК не падает внешнее поле на частоте волны ТГ, выражение (6) переписывается в виде

$$\mathbf{R}_{jl} \begin{bmatrix} E_l^+(j) \\ 0 \end{bmatrix} - \mathbf{L}_{j1} \begin{bmatrix} 0 \\ E_1^-(j) \end{bmatrix} = \mathbf{S}_j, \quad (8)$$

где матрицы

$$\mathbf{R}_{jl} \equiv \bar{\Phi}_j \mathbf{M}_{jk} \bar{\Phi}_k \mathbf{M}_{k(k+1)} \dots \bar{\Phi}_{(l-1)} \mathbf{M}_{(l-1)l},$$

$$\mathbf{L}_{j1} \equiv \mathbf{M}_{ji} \Phi_i \mathbf{M}_{i(i-1)} \dots \Phi_2 \mathbf{M}_{21}$$

характеризуют распространение свободных волн ТГ от полупространств 1 и  $l$  к  $j$ -му слою. Таким образом, зная  $\mathbf{S}_j$ , можно найти амплитуду и фазу волн ТГ  $E_1^-(j)$  и  $E_l^+(j)$ , генерированных в  $j$ -ом слое ФК и вышедших из ФК в вакуум (полупространство 1) и в подложку (полупространство  $l$ ). Полное поле ТГ в подложке или в вакууме равно сумме по всем слоям полей  $E_l^+(j)$  или  $E_1^-(j)$ , соответственно.

## 2.2. Связанные волны третьей гармоники в фотонном кристалле

Получим выражения для связанных волн ТГ в случае прямой генерации ТГ на кубичной восприимчивости  $\hat{\chi}^{(3)}$ . Выражения для случая каскадной генерации ТГ за счет квадратичной восприимчивости  $\hat{\chi}^{(2)}$  могут быть получены аналогично. Каскадным процессом можно пренебречь в случае, когда нелинейная среда имеет центр инверсии: при этом генерация дипольной объемной второй гармоники запрещена и вторая гармоника генерируется только дипольными поверхностными или объемными квадрупольными источниками, в то время как генерация дипольной объемной ТГ разрешена. В результате каскадный процесс оказывается менее эффективным.

Рассмотрим нелинейный слой фотонного кристалла как среду, вращательно изотропную в плоскости. Такая среда характеризуется предельными точечными группами симметрии  $\infty/m\bar{m}$  и  $\infty 2$  — цилиндры и  $\infty m$  — конус с осью симметрии бесконечного порядка, перпендикулярной поверхности слоя. Последней группе симметрии соответствуют среды с анизотропией в направлении нормали к поверхности слоя. Выражения для связанных волн ТГ в случае других групп симметрии могут быть получены аналогично. Тензор дипольной кубичной восприимчивости  $\hat{\chi}^{(3)}$ , инвариантный относительно групп  $\infty m$ ,  $\infty 2$  и  $\infty/m\bar{m}$  и симметричный по перестановкам трех последних индексов, имеет четыре независимые ненулевые компоненты [25]:

$$\begin{aligned} \chi_1 &\equiv \chi_{xyxy} = \chi_{yxyx} = \frac{1}{3}\chi_{xxxx} = \frac{1}{3}\chi_{yyyy}, \\ \chi_2 &\equiv \chi_{yyzz} = \chi_{zzzz}, \\ \chi_3 &\equiv \chi_{zzzz}, \\ \chi_4 &\equiv \chi_{zzxx} = \chi_{zzyy}. \end{aligned} \quad (9)$$

Пусть  $j$ -й слой с кубичной восприимчивостью находится между двумя линейными слоями  $i$  и  $k$  (рис. 1). Определим амплитуду поля связанной волны ТГ,  $\mathbf{E}^{(s)}$ , на  $ji$ -ой границе раздела, зная амплитуду поля накачки  $\mathbf{E}_j$  на этой же границе. Угол между волновым вектором накачки

$$k_\omega = n_\omega \frac{\omega}{c},$$

где  $n_\omega$  — показатель преломления на частоте накачки, и осью  $z$  равен  $\theta$ . Здесь и далее индекс  $j$  номера слоя будем опускать. Дипольная кубичная поляризация задается сверткой

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{3\omega} &= \hat{\chi}^{(3)} : (\mathbf{E}^+ \exp(ik_z^\omega z) + \mathbf{E}^- \exp(-ik_z^\omega z))^3 \equiv \\ &\equiv \mathbf{P}^{I+} \exp(ik_z^{s,I} z) + \mathbf{P}^{I-} \exp(-ik_z^{s,I} z) + \\ &+ \mathbf{P}^{II+} \exp(ik_z^{s,II} z) + \mathbf{P}^{II-} \exp(-ik_z^{s,II} z). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $k_z^\omega = k_\omega \cos \theta$  — проекция волнового вектора волны накачки на нормаль к границе слоев. В выражении (10) все члены кубичной поляризации разделены на два типа: первые имеют  $z$ -компоненту волнового вектора  $k_z^{s,I} = 3k_z^\omega$  и получают сверткой трех волн накачки, бегущих в одном направлении; другие — с нормальной проекцией волнового вектора  $k_z^{s,II} = k_z^\omega$  — сверткой трех волн накачки, одна из которых имеет  $z$ -компоненту волнового вектора, противоположную проекциям двух других волн. Распространение волн кубичной поляризации и связанных волн ТГ определяется эффективной диэлектрической проницаемостью, вычисляемой из выражения

$$k^{s,(I,II)} = \frac{3\omega}{c} \sqrt{\epsilon^{I,II}}.$$

Для волн типа  $I$

$$k^{s,I} = 3k_\omega = \frac{3\omega}{c} \sqrt{\epsilon(\omega)},$$

т. е.

$$\epsilon^I = \epsilon(\omega)$$

и волна поляризации распространяется в среде коллинеарно волне накачки,  $\theta^I = \theta$ . Аналогичные вычисления для волны поляризации типа  $II$  дают выражение

$$\epsilon^{II} = \epsilon(\omega)(1 + 8 \sin^2 \theta)/9.$$

Угол с осью  $z$ , под которым распространяется волна поляризации типа  $II$  отличен от  $\theta$  и определяется как

$$\theta^{II} = \arctg(3k_x^\omega/k_z^\omega).$$

С учетом ненулевых компонент (9) тензора  $\hat{\chi}^{(3)}$  проекции двухкомпонентных векторов  $\mathbf{P}^I = (P^{I+}, P^{I-})$  и  $\mathbf{P}^{II} = (P^{II+}, P^{II-})$  на координатные оси, выраженные через  $s$ - и  $p$ -поляризованные компоненты волны накачки, имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_x^I &= \chi_1 (\mathbf{E}_p^3 \cos^3 \theta + \mathbf{E}_s^2 \mathbf{E}_p \cos \theta) + \\ &+ \chi_2 \mathbf{E}_p^3 \cos \theta \sin^2 \theta, \\ \mathbf{P}_y^I &= \chi_1 (\mathbf{E}_s^3 + \mathbf{E}_s \mathbf{E}_p^2 \cos^2 \theta) + \chi_2 \mathbf{E}_s \mathbf{E}_p^2 \sin^2 \theta, \\ \mathbf{P}_z^I &= -\frac{1}{3} \chi_3 \mathbf{E}_p^3 \sin^3 \theta - \\ &- \chi_4 (\mathbf{E}_p \mathbf{E}_s^2 \sin \theta + \mathbf{E}_p^3 \sin \theta \cos^2 \theta) \end{aligned} \quad (11)$$

для  $\mathbf{P}^I$  и

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_x^{II} &= \chi_1 (3\mathbf{E}_p^3 \cos^3 \theta + 2\mathbf{E}_p \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s \cos \theta + \\ &+ \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s \mathbf{E}_p \cos \theta) + 3\chi_2 \mathbf{E}_p^3 \sin^2 \theta \cos \theta, \\ \mathbf{P}_y^{II} &= \chi_1 (3\mathbf{E}_s^3 + 2\mathbf{E}_s \mathbf{E}_p \mathbf{E}_p \cos^2 \theta + \\ &+ \mathbf{E}_p \mathbf{E}_p \mathbf{E}_s \cos^2 \theta) + \\ &+ \chi_2 (\mathbf{E}_p \mathbf{E}_p \mathbf{E}_s \sin^2 \theta + 2\mathbf{E}_s \mathbf{E}_p \mathbf{E}_p \sin^2 \theta), \\ \mathbf{P}_z^{II} &= -\chi_3 \mathbf{E}_p^3 \sin^3 \theta - \\ &- \chi_4 \sin \theta (3\mathbf{E}_p^3 \cos^2 \theta + \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s \mathbf{E}_p + 2\mathbf{E}_p \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s) \end{aligned} \quad (12)$$

для  $\mathbf{P}^{II}$ . Здесь используются равенства

$$E_y = E_s, \quad E_x = E_p \cos \theta, \quad E_z = -E_p \sin \theta.$$

Произведение трех двухкомпонентных векторов для волн типа  $I$  задается правилом

$$\mathbf{E}_a \mathbf{E}_b \mathbf{E}_c = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_a^+ \cdot \mathbf{E}_b^+ \cdot \mathbf{E}_c^+ \\ \mathbf{E}_a^- \cdot \mathbf{E}_b^- \cdot \mathbf{E}_c^- \end{pmatrix}, \quad (13)$$

а для волн типа  $II$  правилом

$$\mathbf{E}_a \mathbf{E}_b \mathbf{E}_c = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_a^+ \cdot \mathbf{E}_b^+ \cdot \mathbf{E}_c^- \\ \mathbf{E}_a^- \cdot \mathbf{E}_b^- \cdot \mathbf{E}_c^+ \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Кубичную поляризацию удобно разложить на компоненты, поляризованные перпендикулярно и параллельно волновому вектору кубичной поляризации, и *s*-поляризованную компоненту:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\parallel}^{I,II} &= \mathbf{P}_x^{I,II} \sin(\theta^{I,II}) + \mathbf{P}_z^{I,II} \cos(\theta^{I,II}), \\ \mathbf{P}_{\perp}^{I,II} &= \mathbf{P}_x^{I,II} \cos(\theta^{I,II}) - \mathbf{P}_z^{I,II} \sin(\theta^{I,II}), \\ \mathbf{P}_y^{I,II} &. \end{aligned} \quad (15)$$

Для таких компонент переход к связанным волнам третьей гармоники наиболее прост [24]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(s)I,II} &= \frac{4\pi}{\epsilon^{I,II} - \epsilon(3\omega)} \left( \mathbf{P}_y^{I,II} + \mathbf{P}_{\perp}^{I,II} \right) - \\ &- \frac{4\pi}{\epsilon(3\omega)} \mathbf{P}_{\parallel}^{I,II}. \end{aligned} \quad (16)$$

Выражения (16) для связанных волн ТГ затем подставляются в выражение (7). Сведение общей задачи генерации третьей гармоники в ФК к проблеме генерации ТГ в ФК с единственным слоем с кубичной восприимчивостью позволяет находить частичные вклады от каждого слоя фотонного кристалла в суммарную вышедшую волну ТГ. В сочетании с возможностью вычисления пространственного распределения поля накачки в каждой точке внутри ФК это является удобным инструментом анализа механизмов нелинейно-оптических явлений в одномерных фотонных кристаллах. Изменение начальных параметров расчета, например длины волны излучения накачки или его угла падения, позволяет получать частотные и угловые спектры линейного коэффициента отражения, интенсивности и фазы волн третьей гармоники.

Отметим, что выражения (11), (12) и (15) позволяют понять, какую поляризацию могут иметь волны ТГ. При *s*-поляризованной накачке существует только *s*-поляризованная волна ТГ (первый член компоненты  $P_y$ ), при *p*-поляризованной волне накачки волна ТГ *p*-поляризована (первые члены компонент  $P_x$  и  $P_z$ ).

### 3. ГЕНЕРАЦИЯ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ В ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

#### 3.1. Случай отсутствия дисперсии

Расчеты усиления генерации ТГ на краю запрещенной фотонной зоны проводятся для фотонно-

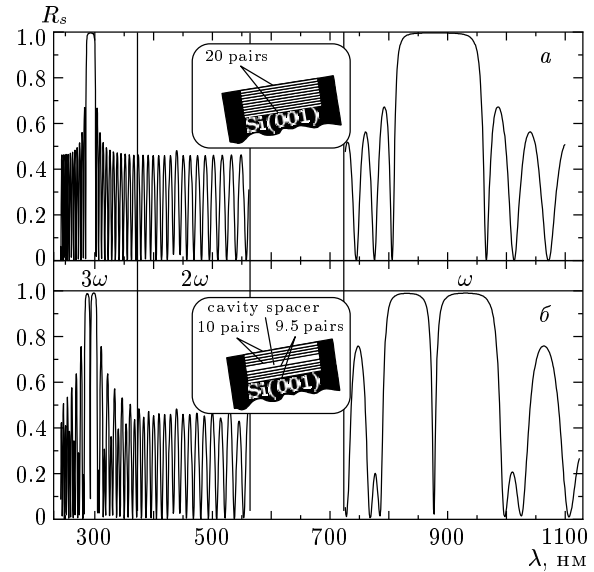
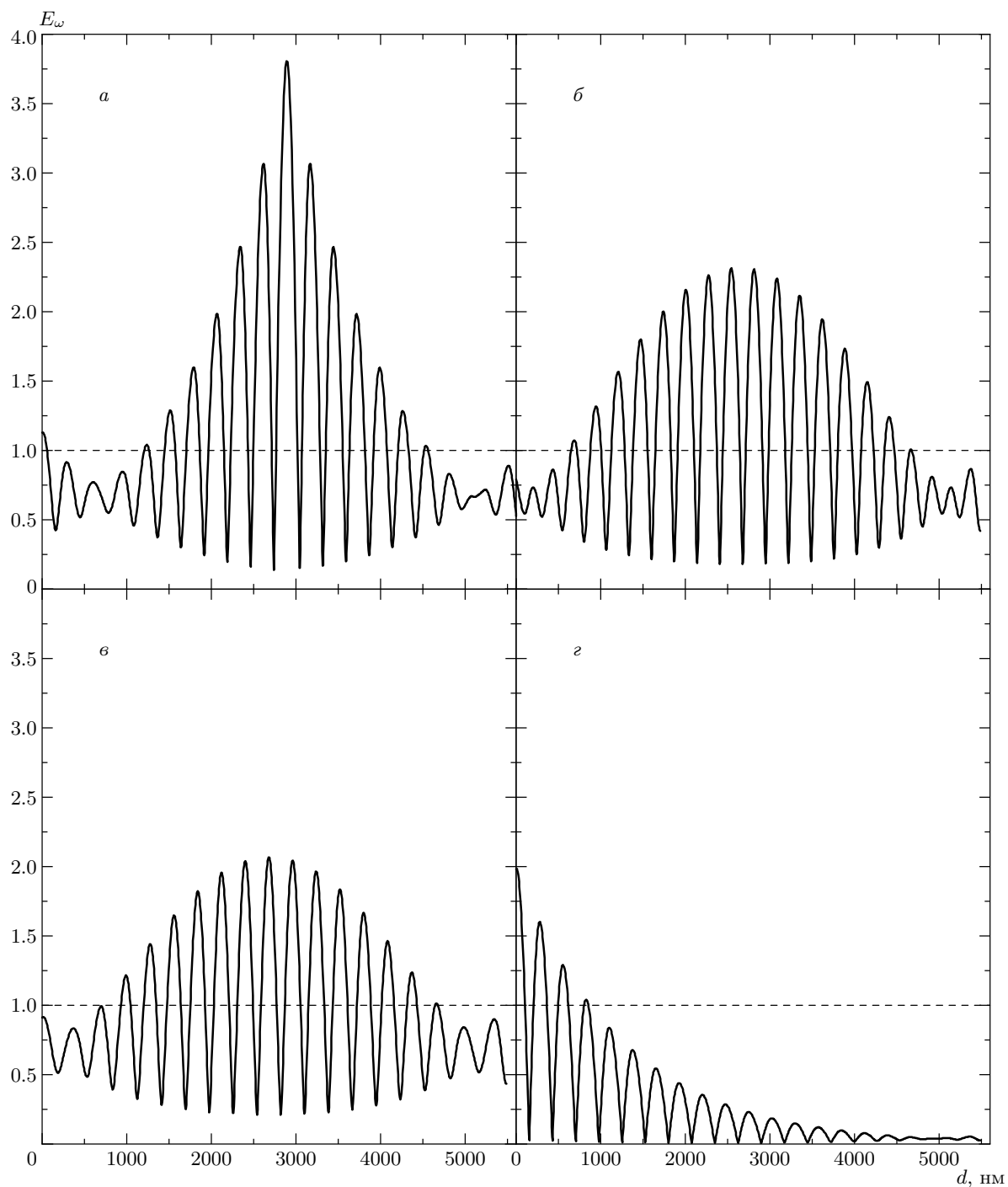


Рис. 2. Зависимости линейного коэффициента отражения *s*-поляризованной волны накачки от ее длины волны, рассчитанные для фотонного кристалла (*a*) и для микрорезонатора (*б*). На вставках изображены схемы фотонного кристалла и микрорезонатора

го кристалла. В случае микрорезонатора исследуются эффекты усиления генерации ТГ, появляющиеся при попадании излучения накачки в область в частотно-угловом пространстве, соответствующую разрешенной моде микрорезонатора, поскольку на краю ЗФЗ влияние микрорезонаторного слоя мало и усиление ТГ аналогично случаю фотонного кристалла. Модельный ФК состоит из 20 пар чередующихся слоев с показателями преломления  $n_{\omega}^H = 1.93$  и  $n_{\omega}^L = 1.61$  и оптическими толщинами  $\lambda_0/4$  с  $\lambda_0 = 960$  нм (рис. 2). Показатели преломления выбираются близкими к реальным показателям преломления слоев пористого кремния, из которого изготовлен микрорезонатор, исследуемый экспериментально в данной работе. Микрорезонатор получается удвоением толщины центрального двадцать первого слоя. Полагается, что ФК и МР помещены между двумя полупространствами — воздухом и линейной средой с показателем преломления, равным показателю преломления кремния. Генерацией ТГ кремниевой подложкой пренебрегается. Излучение накачки падает со стороны воздуха. Исследование механизмов усиления интенсивности волны ТГ проводится в частотном пространстве, т. е. при изменении длины волны накачки, позволяющем для одного и того же образца наблюдение обоих краев ЗФЗ, что



**Рис. 3.** Пространственное распределение амплитуды поля накачки внутри фотонного кристалла и микрорезонатора. *a* — в моде МР, длина волны накачки  $\lambda_\omega = 877$  нм; *б* — на коротковолновом краю запрещенной зоны ФК,  $\lambda_\omega = 806$  нм; *в* — на длинноволновом краю ЗФЗ,  $\lambda_\omega = 966$  нм; *г* — внутри ЗФЗ,  $\lambda_\omega = 870$  нм. Штриховая линия обозначает амплитуду падающей волны, равную единице

невозможно в варианте угловой спектроскопии ТГ, в которой длина волны накачки фиксирована, а перестройка нормальной компоненты волнового вектора накачки осуществляется изменением угла падения. Все частотные спектры вычисляются при угле падения  $\theta_1 = 45^\circ$ . Длина волны накачки  $\lambda_\omega$  задается в диапазоне от 730 до 1100 нм. Показатели преломления слоев ФК полагаются постоянными в спектральной области длин волн накачки и ТГ.

На рис. 2 показаны спектры линейного коэффициента отражения фотонного кристалла и микрорезонатора. Там же показаны спектр линейного коэффициента отражения в области длин волн второй гармоники от 360 до 560 нм, обозначаемого далее как  $R_{2\omega}$ , и третьей гармоники — от 240 до 370 нм, обозначенного как  $R_{3\omega}$ . В области длин волн от 820 до 940 нм коэффициент отражения  $R_\omega$  близок к единице — это проявление ЗФЗ. В спектре  $R_{3\omega}$  также есть область длин волн с близким к единице коэффициентом отражения — ЗФЗ на длинах волн ТГ, в то время как в спектре  $R_{2\omega}$  запрещенная зона отсутствует. Это связано с тем, что разность фаз между волнами, отраженными от слоев с оптической толщиной  $\lambda/4$  или  $3\lambda/4$ , равна  $\pi n$ , где  $n$  — четное число, и волны складываются в фазе. Если оптическая толщина слоев равна  $\lambda/2$ , то разность фаз между волнами, отраженными от таких слоев, равна  $\pi m$ , где  $m$  — нечетное число, и волны интерferируют деструктивно. Наличие резонаторного слоя проявляется в спектре линейного коэффициента отражения в виде провала внутри ЗФЗ, соответствующего микрорезонаторной моде. Микрорезонаторная мода появляется и в спектре  $R_\omega$ , и в спектре  $R_{3\omega}$ .

На рис. 3 показаны пространственные распределения амплитуды поля накачки, вычисленные при длинах волн, соответствующих ближайшим к ЗФЗ минимумам в спектре линейного коэффициента отражения (рис. 3б, в), области внутри запрещенной зоны ФК (рис. 3г) и в разрешенной моде микрорезонатора (рис. 3а). Амплитуда поля накачки  $E_\omega = |E_j^+ + E_j^-|$ , где  $E_j^+$  и  $E_j^-$  — комплексные компоненты двухкомпонентного вектора поля накачки  $\mathbf{E}_j^\omega$ , задаваемого выражением (4). При попадании  $\lambda_\omega$  внутрь ЗФЗ поле накачки экспоненциально затухает с глубиной (рис. 3д). Волна накачки, находящаяся в резонансе с микрорезонаторной модой, сильно локализуется в окрестности резонаторного слоя. При выбранных параметрах микрорезонатора  $E_\omega$  возрастает примерно в 4 раза. На коротковолновом и длинноволновом краях запрещенной зоны ФК поле накачки локализуется слабее, усиливаясь при этом в 2.1–2.3 раза. Этот эффект обусловлен ограниченно-

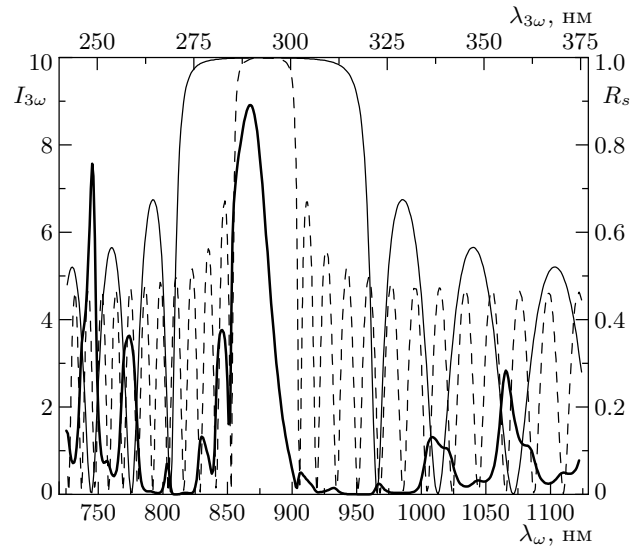


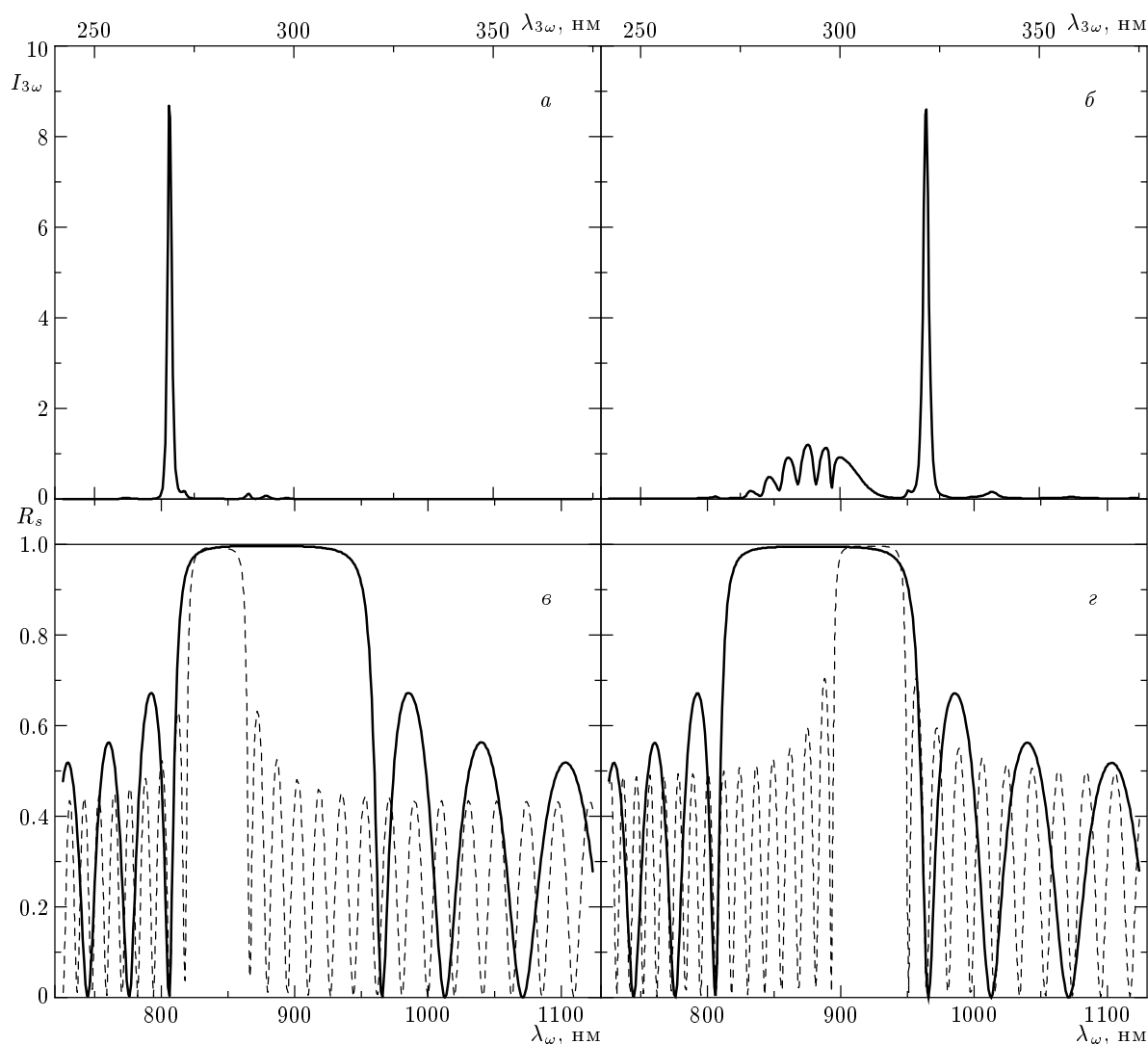
Рис. 4. Сплошная толстая линия — спектр интенсивности ТГ фотонного кристалла, вычисленный для  $s$ -поляризованных излучений накачки и ТГ ( $SS$ -геометрия); сплошная тонкая и штриховая линии — спектры коэффициента отражения  $s$ -поляризованной волны, вычисленные соответственно в диапазоне длин волн накачки и ТГ. Интенсивность ТГ  $I_{3\omega}$  измеряется в относительных единицах

стью ФК, и при увеличении количества слоев поле накачки будет распределено по ФК более равномерно. В случае микрорезонатора амплитуда поля накачки, резонансного моде, достигает максимума в резонаторном слое и резко уменьшается в нескольких соседних слоях, тогда как в случае фотонного кристалла поле накачки, попадающее на края ЗФЗ, более равномерно распределено по всему объему ФК. Это означает, что в случае фотонного кристалла для эффективной генерации ТГ будет важна синхронизация фаз свободных волн ТГ, генерированных различными слоями и имеющих амплитуду одного порядка.

Спектр интенсивности третьей гармоники  $I_{3\omega}$ , генерируемой в ФК при отсутствии дисперсии показателей преломления слоев, показан на рис. 4. В спектре ТГ наблюдаются множественные пики, находящиеся как внутри ЗФЗ, так и около каждого минимума спектра  $R_\omega$  справа и слева вне запрещенной зоны. Усиление ТГ на краю ЗФЗ выражено слабее, а в следующих минимумах линейного коэффициента отражения амплитуда пиков ТГ возрастает.

При попадании длины волны накачки в запрещенную фотонную зону амплитуда поля накачки убывает экспоненциально с глубиной ФК, и источ-





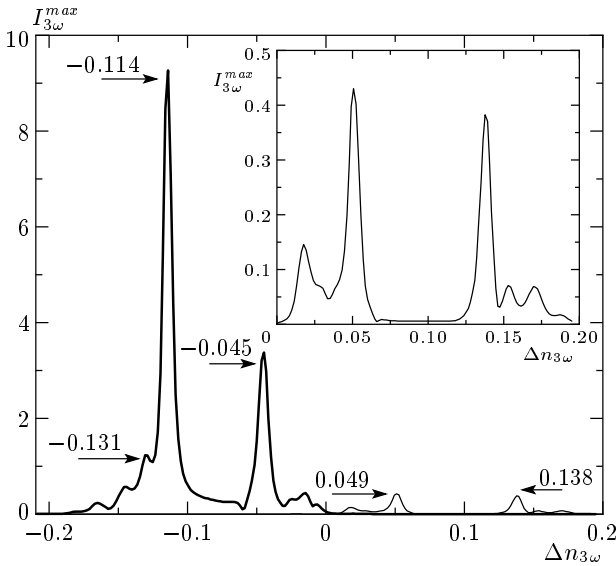
**Рис. 5.** *a, б* — Спектры интенсивности ТГ фотонного кристалла, вычисленные в *SS*-геометрии при наличии дисперсии слоев ФК; *в, г* — спектры коэффициента отражения *s*-поляризованной волны, вычисленные в диапазоне длин волн накачки (сплошная линия), в диапазоне длин волн ТГ (штриховая). Единицы интенсивностей ТГ на рис. 5*a, б* и 4 несоизмерны

ником генерации ТГ являются несколько его приповерхностных слоев. При перестройке  $\lambda_{\omega}$  в минимум коэффициента отражения поле накачки эффективно проникает внутрь ФК, и все его слои становятся источниками волн ТГ. Между тем амплитуда пиков интенсивности ТГ при попадании  $\lambda_{\omega}$  внутрь ЗФЗ и в минимумы спектра коэффициента отражения оказываются соразмерными. Это указывает на несфазированность волн ТГ, приходящих от разных слоев ФК, деструктивно между собой интерферирующих. Можно ожидать, что при введении дисперсии в расчеты (когда показатели преломления слоев ФК

на длинах волн накачки и ТГ различаются) фазы парциальных волн ТГ, приходящих от разных слоев, изменятся, и пики, соответствующие минимуму  $R_{\omega}$ , станут интенсивнее.

### 3.2. Усиление генерации ТГ в фотонных кристаллах при наличии дисперсии

На рис. 5*a, б* представлены характерные спектры интенсивности ТГ, вычисленные при наличии дисперсии показателей преломления слоев ФК. На



**Рис. 6.** Зависимости максимальной интенсивности пиков ТГ на правом (тонкая линия) и левом (толстая линия) краях ЗФЗ от величины дисперсии  $\Delta n_{3\omega}$ . Стрелки указывают величины дисперсии, соответствующие характерным максимумам интенсивности ТГ. На вставке — область с положительным  $\Delta n_{3\omega}$  в увеличенном масштабе

нижних графиках приведены спектры линейного коэффициента отражения  $R_\omega$  и  $R_{3\omega}$ . Рисунки 5а, в получены при дисперсии показателей преломления оптически менее плотных слоев ФК  $\Delta n_{3\omega} = n_{3\omega}^L - n_\omega^L = -0.045$ , а рис. 5б, г — при  $\Delta n_{3\omega} = n_{3\omega}^L - n_\omega^L = 0.051$ . Показатель преломления на длине волны накачки берется равным  $n_\omega^L = 1.610 + i \cdot 0.00003$ , т. е. поглощение практически отсутствует. Дисперсия показателей преломления оптически более плотных слоев ФК берется равной  $\Delta n_{3\omega} n_\omega^H / n_\omega^L$ . Спектры  $I_{3\omega}(\lambda_\omega)$  демонстрируют резонансное возрастание интенсивности ТГ в спектральной области краев ЗФЗ. При  $\Delta n_{3\omega} < 0$  интенсивность пика ТГ, попадающего на первый минимум в спектре  $R_\omega$  слева от запрещенной зоны (коротковолновый край ЗФЗ), возрастает не меньше чем на два порядка по сравнению с интенсивностью пиков, находящихся внутри ЗФЗ. При  $\Delta n_{3\omega} > 0$  примерно на порядок усиливается интенсивность ТГ на длинноволновом краю ЗФЗ.

Соответствие знака дисперсии и спектрального положения пика интенсивности ТГ относительно запрещенной фотонной зоны однозначно: при  $\Delta n_{3\omega} < 0$  резонанс интенсивности ТГ появляется только на коротковолновом, при  $\Delta n_{3\omega} > 0$  — толь-

ко на длинноволновом краях ЗФЗ. Это хорошо видно на рис. 6, где показаны зависимости амплитуды пиков интенсивности третьей гармоники,  $I_{3\omega}^{max}$ , расположенных на коротковолновом и длинноволновом краях ЗФЗ, от величины дисперсии  $\Delta n_{3\omega}$ . Основной вывод состоит в том, что одновременного усиления ТГ на обоих краях ЗФЗ не наблюдается. Зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$  имеют осцилляционный характер, максимумы в ней, появляющиеся, например, при величине дисперсии  $\Delta n_{3\omega}$ , равной 0.051, -0.114 и -0.045, достигаются, когда  $\lambda_\omega$  совпадает с минимумом спектра коэффициента отражения волны накачки  $R_\omega$ , а на длине волны ТГ наблюдается один из минимумов спектра  $R_{3\omega}$  (рис. 5в, г). Чем более дальний от ЗФЗ минимум в спектре  $R_{3\omega}$  совпадает с краем запрещенной зоны в спектре  $R_\omega$ , тем слабее резонанс ТГ. Таким образом, основным фактором усиления ТГ является попадание длины волн накачки на край запрещенной фотонной зоны и длины волны ТГ в минимум коэффициента отражения  $R_{3\omega}$ .

Резонансы третьей гармоники наблюдаются не только на краю ЗФЗ, но и на длинах волн накачки, при которых спектр  $R_\omega$  имеет второй, третий и т. д. минимумы. Эти резонансы усиливаются в меньшей степени по сравнению с пиками на краю ЗФЗ. Это хорошо видно на рис. 7, где показана совокупность всех частотных спектров ТГ, полученных при изменении  $\Delta n_{3\omega}$  от -0.21 до 0.19 с шагом 0.002 и с шагом по длине волны 1 нм. Выделяются пики на краях ЗФЗ, причем усиление на коротковолновом краю более интенсивное. Усиление в других минимумах спектра  $R_\omega$  существенно слабее.

Резонансное усиление генерации ТГ на краю запрещенной фотонной зоны определяется многолучевой интерференцией как волн накачки, так и волн ТГ, поскольку наибольшее усиление ТГ наблюдается при попадании длины волны ТГ в минимум спектра  $R_{3\omega}$ . Для выяснения роли интерференционных эффектов на длине волны накачки, используя выражение (4), вычисляется пространственное распределение амплитуды волны накачки внутри ФК, показанное на рис. 3, а также амплитуда связанных волн ТГ на границе каждого слоя, задаваемая выражением (16). Роль многолучевой интерференции волн на длине волны ТГ выделяется из сравнения амплитуды и фазы свободной волны ТГ  $E_1^-(j)$  на поверхности ФК, генерируемой отдельно каждым  $j$ -ым слоем (парциальные вклады слоев в суммарную волну ТГ, выражение (8)), с амплитудой и фазой связанных волн ТГ на границе каждого слоя.

На рис. 8а представлено пространственное распределение амплитуды связанной волны ТГ внутри

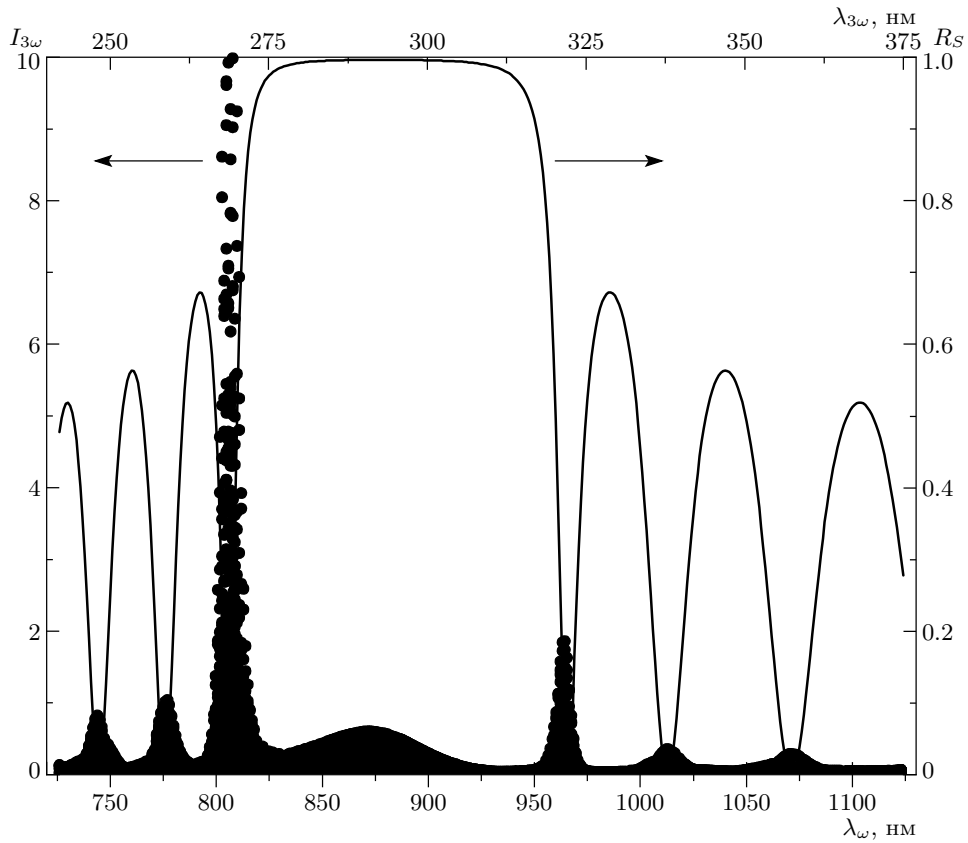


Рис. 7. Точки — совокупность спектров интенсивности ТГ, полученных при изменении  $\Delta n_{3\omega}$  от  $-0.21$  до  $0.19$ ; сплошная линия — спектр линейного коэффициента отражения

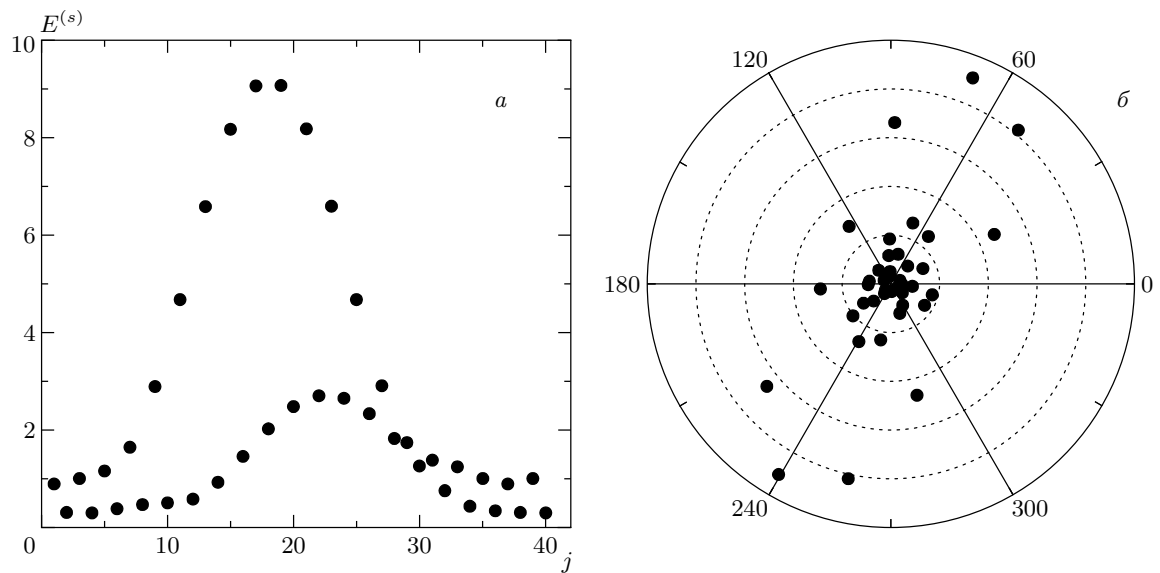


Рис. 8. *a* — Зависимость амплитуды связанной волны ТГ, определяемой выражением (16), от номера слоя ФК; *b* — амплитуды связанных волн ТГ с учетом их фазы. Вычисления проведены при  $\Delta n_{3\omega} = 0$

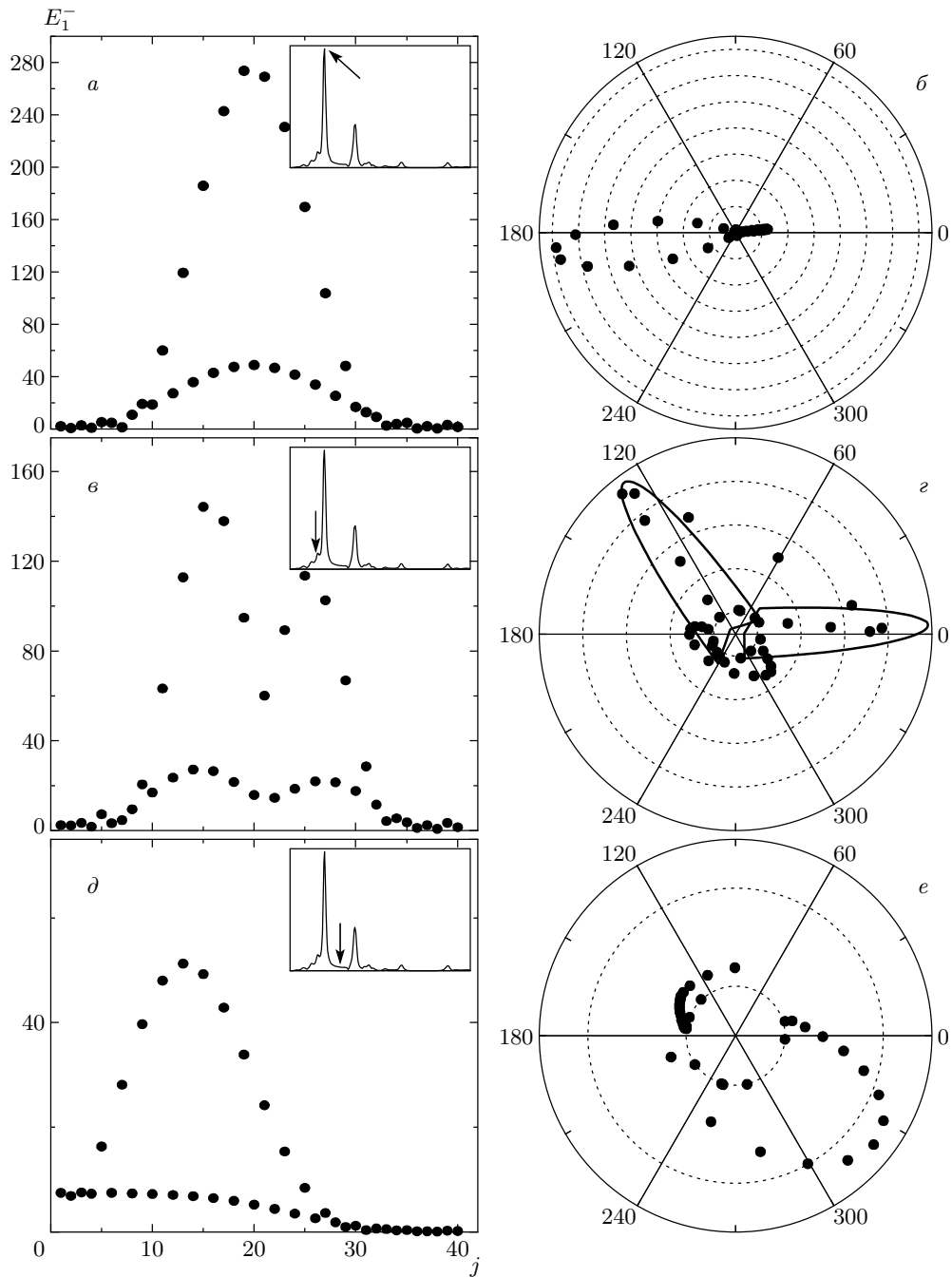


Рис. 9. а, б, д — Зависимости амплитуды парциальной волны ТГ  $E_1^-$  от номера слоя  $j$ , вычисленные при попадании длины волны накачки на край ЗФЗ при величине дисперсии  $\Delta n_{3\omega}$ , равной соответственно  $-0.114$ ,  $-0.131$  и  $-0.085$ . б, з, е — Парциальные волны ТГ с учетом их фазы. На вставках схематично представлен график зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$ , построенный на рис. 6. Стрелками отмечены точки, в которых проводились вычисления

фотонного кристалла при попадании  $\lambda_\omega$  на край ЗФЗ. Зависимость  $E^{(s)}(j)$  повторяет по форме распределение амплитуды волны накачки. При введении в расчеты дисперсии  $\Delta n_{3\omega}$  вид зависимости  $E^{(s)}(j)$  не меняется, сохраняя усиление в середине

ФК, обусловленное локализацией поля накачки, а амплитуда связанной волны уменьшается с увеличением  $\Delta n_{3\omega}$ . Распределение фазы связанной волны ТГ на границе каждого слоя определяется фазой поля накачки на той же границе. Разность фаз полей

связанных волн ТГ в соседних слоях с одинаковым показателем преломления близка к  $\pi$ . Поэтому на полярной диаграмме амплитуд связанных волн ТГ с учетом их фазы, представленной на рис. 8б, для каждой точки найдется другая со сравнимой амплитудой и почти противоположной фазой. При  $\Delta n_{3\omega} \neq 0$  фаза связанных волн не изменяется.

На рис. 9 показаны зависимости амплитуд и фаз парциальных волн ТГ  $E_1^-$ , вышедших из ФК, от номера слоя  $j$ , вычисленные в максимумах зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$  (рис. 9а-г) и в ее минимуме (рис. 9д,е). Амплитуда связанных волн ТГ в минимуме и в максимуме зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$  одного порядка (рис. 8), а амплитуда вышедших свободных волн ТГ в минимуме зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$  не менее чем в 3 раза меньше, чем в максимуме. Это означает существование дополнительного амплитудного усиления вышедшей волны ТГ за счет конструктивной многолучевой интерференции волн ТГ: парциальная волна ТГ, генерируемая в нелинейном  $j$ -ом слое, на выходе из ФК достигает интерференционного максимума. При этом происходит синхронизация фаз парциальных полей ТГ на выходе из ФК, фазы волн  $E_1^-$  оказываются локализованными в узком угловом интервале. Наихудшая синхронизация фаз парциальных волн ТГ наблюдается в минимуме зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$ . Перескок фазы на  $2\pi/3$  на рис. 9г объясняет причину максимального усиления ТГ при совмещении краев ЗФЗ в спектре  $R_\omega$  и ближайших к ЗФЗ минимумов в спектре  $R_{3\omega}$ : чем больше  $\Delta n_{3\omega}$ , тем сильнее меняется фаза парциальных волн ТГ и тем сильнее их деструктивная интерференция. В итоге максимальное значение интенсивности вышедшей суммарной волны ТГ достигается как за счет возрастания амплитуды вышедших парциальных волн ТГ, так и за счет синхронизации их фаз (рис. 9а, б). Наименьшее значение  $I_{3\omega}^{max}$  наблюдается, когда краю ЗФЗ в спектре  $R_\omega$  соответствует запрещенная зона в спектре  $R_{3\omega}$  (рис. 9д, е). При этом максимум зависимости  $E_1^-(j)$  для выбранных параметров ФК оказывается сдвинут на шесть слоев в сторону границы фотонного кристалла с воздухом относительно максимума пространственного распределения амплитуды связанной волны ТГ. Это объясняется тем, что длина волны ТГ попадает в ЗФЗ в спектре  $R_{3\omega}$ , и вклады в вышедшую волну ТГ от более глубоких слоев экспоненциально уменьшаются.

Графики на рис. 9 построены для значений  $\Delta n_{3\omega} < 0$ , при которых наблюдается резонанс ТГ на коротковолновом краю запрещенной зоны. В случае  $\Delta n_{3\omega} > 0$  все зависимости аналогичны.

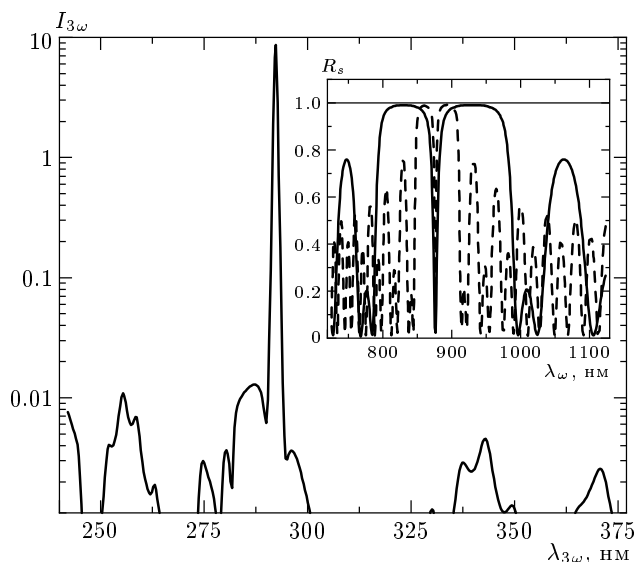
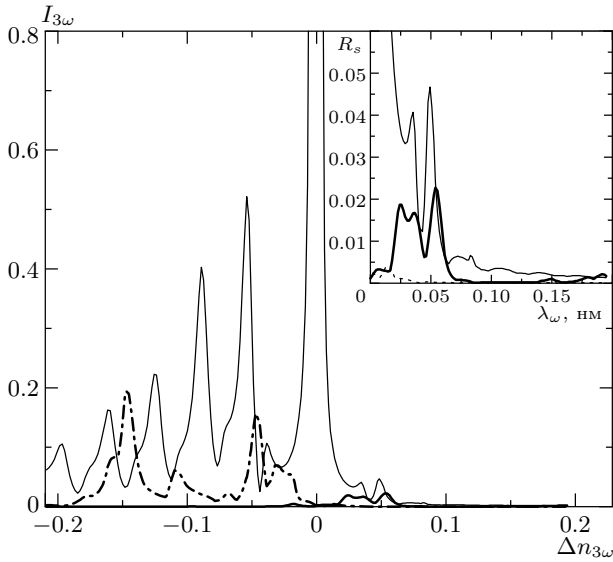


Рис. 10. Спектр интенсивности ТГ, генерируемой в микрорезонаторе, вычисленный в  $SS$ -геометрии. Вставка: спектры коэффициента отражения  $s$ -поляризованной волны, вычисленные в диапазонах длин волн накачки (сплошная линия) и ТГ (пунктирная линия). Спектр  $R_{3\omega}$  построен в утроенном масштабе длин волн

#### 4. ГЕНЕРАЦИЯ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ В МИКРОРЕЗОНАТОРАХ

Зависимость интенсивности ТГ, генерируемой в микрорезонаторе, от ее длины волны при  $\Delta n_{3\omega} = 0$  показана на рис. 10. В спектре ТГ наблюдается пик, соответствующий резонансу излучения накачки с микрорезонаторной модой. Его интенсивность более чем на три порядка превышает интенсивность ТГ в других частях спектра. Усиление на краю ЗФЗ при этом отсутствует. При  $\Delta n_{3\omega} \neq 0$  амплитуда резонансного пика существенно меняется и появляется усиление генерации ТГ на краю ЗФЗ. На рис. 11 показаны зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$  максимумов пиков интенсивности ТГ, генерируемых при резонансе накачки с модой, а также коротковолновым и длинноволновым краями ЗФЗ. При  $\Delta n_{3\omega} < 0$  происходит усиление амплитуды резонансов в микрорезонаторной моде и на левом краю ЗФЗ. При  $\Delta n_{3\omega} > 0$  кроме пика в моде выделяется резонанс на правом краю ЗФЗ. Усиление ТГ в микрорезонаторной моде достигает максимума при нулевой дисперсии. При наличии дисперсии его амплитуда уменьшается примерно на порядок, осциллируя как функция  $\Delta n_{3\omega}$ .

Локализация поля накачки, резонансного моде, приводит к такому существенному увеличению ам-



**Рис. 11.** Зависимость максимальной интенсивности пиков ТГ, генерируемых в микрорезонаторной моде (тонкая линия), на длинноволновом (толстая линия) и коротковолновом (штрих-пунктирная линия) краях запрещенной фотонной зоны от величины дисперсии  $\Delta n_{3\omega}$ ; на вставке увеличены зависимости в области  $\Delta n_{3\omega} > 0$

плитуды парциальных волн ТГ, зависящих от третьей степени амплитуды поля накачки, что независимо от разности их фаз минимальная интенсивность вышедшей волны ТГ не меньше максимальной амплитуды волны ТГ, генерируемой на краю запрещенной зоны. С изменением  $\Delta n_{3\omega}$  амплитуды парциальных волн ТГ в микрорезонансной моде остаются почти одинаковыми, в то время как их фазы существенно меняются. В максимумах зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$  фазы волн  $E_1^-(j)$  практически одинаковые (рис. 12а); в минимуме зависимости, достигаемом при  $\Delta n_{3\omega} = -0.04$  (рис. 12б), парциальные волны  $E_1^-(j)$  расфазированы и интерферируют деструктивно.

Таким образом, при попадании длины волны накачки в область краев запрещенной зоны и микрорезонаторной моды, волна накачки локализуется в окрестности резонаторного слоя, причем в последнем случае усиление амплитуды поля накачки больше. В результате возрастает амплитуда парциальных связанных волн ТГ. При определенных значениях дисперсии  $\Delta n_{3\omega}$  из-за многолучевой интерференции амплитуды парциальных свободных волн ТГ становятся максимальными, а их фазы близки друг к другу. Это приводит к резонансному возрастанию интенсивности ТГ. Пик интенсивности ТГ в микро-

резонаторной моде менее чувствителен к синхронизации фаз парциальных волн в силу большего усиления амплитуды поля накачки. Усиление генерации ТГ в микрорезонаторной моде наблюдается практически при любой величине дисперсии, тогда как пики на коротковолновом краю ЗФЗ появляются при отрицательной дисперсии, а на длинноволновом — при положительной.

### 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ В МИКРОРЕЗОНАТОРАХ

Эффект усиления генерации третьей гармоники в микрорезонаторе был исследован экспериментально. В качестве образца использовался одномерный микрорезонатор, изготовленный на основе мезопористого кремния путем электрохимического травления пластины высоколегированного кремния *p*-типа кристаллографической ориентации (100) в растворе плавиковой кислоты по методике, описанной в работе [11]. Образец представляет собой два одномерных фотонных кристалла, состоящих из пяти пар четвертьволновых ( $\lambda_0 = 1300$  нм) слоев пористого кремния, разделенных резонаторным полуволновым слоем. Величина  $\lambda_0$  указывает спектральное положение моды микрорезонатора при нормальном падении излучения накачки. Показатель преломления и толщина оптически более плотных слоев составляли  $n_{\omega}^H \approx 1.93$  и  $d_H \approx 170$  нм, менее плотных слоев —  $n_{\omega}^L \approx 1.61$  и  $d_L \approx 200$  нм, соответственно. Резонаторный слой пористого кремния имеет показатель преломления  $n^L = 1.61$  и толщину  $d_{res} = 400$  нм. Для измерения спектральных зависимостей интенсивности ТГ использовался перестраиваемый лазер на основе параметрического генератора света, выходное линейно-поляризованное излучение которого имеет следующие характеристики: длительность импульса 4 нс, энергия в импульсе около 10 мДж на длине волны 800 нм, диапазон перестройки сигнальной волны равен 410–690 нм, холостой волны — 735–2200 нм. В эксперименте использовался второй диапазон перестройки, поскольку в нем находится ЗФЗ и разрешенная мода исследуемого микрорезонатора. Излучение ТГ, отраженное от образца МР, выделялось УФ-фильтрами и детектировалось фотоэлектронным умножителем. Частотные спектры интенсивности ТГ измерялись для волн накачки и ТГ, поляризованных в плоскости образца (*SS*-геометрия), при угле падения волны накачки  $60^\circ$ .

Спектр интенсивности ТГ показан на рис. 13б, а

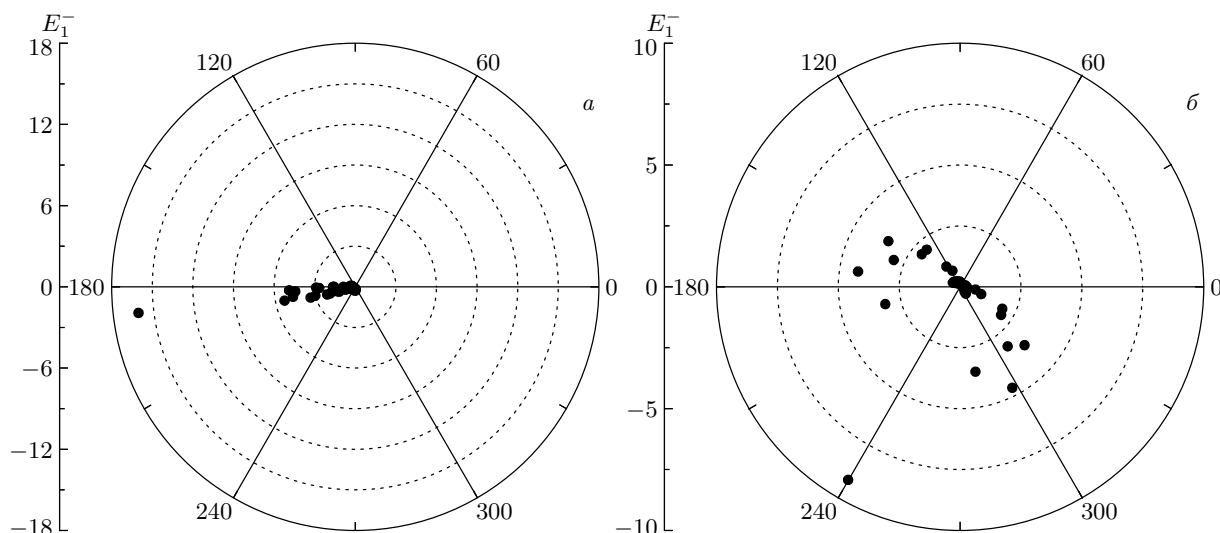


Рис. 12. Полярные диаграммы комплексных парциальных волн ТГ  $E_1^-(j)$ , соответствующие максимуму зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$ ,  $\Delta n_{3\omega} = 0$  (а) и одному из минимумов зависимости  $I_{3\omega}^{max}(\Delta n_{3\omega})$ ,  $\Delta n_{3\omega} = -0.04$  (б)

спектр линейного коэффициента отражения волны накачки — на рис. 13а. Спектральная зависимость  $I_{3\omega}(\lambda_\omega)$  имеет резонанс при длине волны накачки  $\lambda_\omega \approx 1075$  нм, совпадающей с положением микрорезонаторной моды, которая сдвинута в коротковолновую область относительно  $\lambda_0$  при скользящем угле падения. Также наблюдаются резонансные особенности ТГ при перестройке  $\lambda_\omega$  в спектральной области края и вне запрещенной зоны (вставка на рис. 13). Интенсивность ТГ в этих резонансных пиках на три порядка меньше по сравнению с интенсивностью ТГ в микрорезонаторной моде. Наблюдается корреляция положения резонансов интенсивности третьей гармоники и минимумов спектра линейного коэффициента отражения накачки.

### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развита феноменологическая модель генерации третьей оптической гармоники в одномерных фотонных кристаллах и микрорезонаторах, основанная на формализме матриц распространения и позволяющая описывать генерацию и распространение волны третьей гармоники через фотонный кристалл с учетом множественных отражений волн накачки и ТГ на границах слоев, а также с учетом интерференции свободной и связанных волн ТГ. На примере нелинейно-оптических сред с предельными точечными группами симметрии  $\infty 2$ ,  $\infty m$  или  $\infty /mm$ , составляющих слои ФК, изучены спектры интенсивности ТГ в фотонных кристаллах и микрорезона-

торах в спектральном диапазоне длин волн–углов падения волны накачки, содержащем запрещенную фотонную зону и область около ее краев. При резонансе волны накачки с микрорезонаторной модой интенсивность третьей гармоники возрастает более чем на три порядка. При попадании длины волны накачки на края запрещенной фотонной зоны наблюдается резонансное усиление интенсивности ТГ, зависящее от величины и знака дисперсии. Если показатели преломления слоев ФК на длине волны ТГ,  $n_{3\omega}$ , меньше показателей преломления на длине волны накачки,  $n_\omega$ , то наблюдается резонансное (более чем в 100 раз) возрастание интенсивности ТГ на коротковолновом краю запрещенной фотонной зоны. При  $n_{3\omega} > n_\omega$  происходит усиление генерации ТГ на длинноволновом краю запрещенной зоны.

Основным механизмом резонансного усиления генерации ТГ в разрешенной моде является локализация поля накачки, проявляющаяся в возрастании его амплитуды в 4–10 раз. Дополнительным фактором усиления является фазовая синхронизация вышедших из микрорезонатора парциальных волн ТГ от каждого его слоя. Усиление генерации ТГ на краях запрещенной фотонной зоны обусловлено в большей степени усилением амплитуды вышедших парциальных волн ТГ и синхронизацией их фаз за счет многолучевой интерференции волн ТГ, и в меньшей — локализацией волны накачки внутри ФК.

Экспериментально исследованный спектр интенсивности ТГ, генерируемой в одномерном микрорезонаторе на основе пористого кремния, ана-

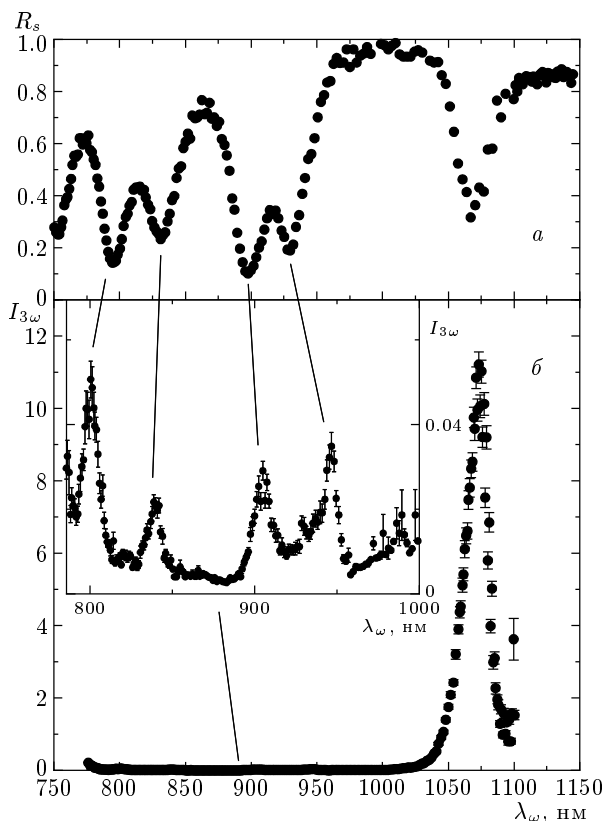


Рис. 13. *a* — Спектр коэффициента отражения *s*-поляризованной волны накачки; *b* — зависимость интенсивности *s*-поляризованной волны ТГ от длины волны *s*-поляризованной накачки. Образец — микрорезонатор на основе пористого кремния с  $\lambda_0 = 1300$  нм

логично расчетным спектрам ТГ, демонстрирует возрастание интенсивности ТГ примерно в 1000 раз в микрорезонаторной моде. Дополнительные пики ТГ наблюдаются на левом краю запрещенной зоны и вне нее. Спектральное положение резонансов в пределах нескольких нанометров соответствует минимумам линейного коэффициента отражения волны накачки.

Авторы выражают глубокую признательность О. А. Акципетрову за постановку задачи и многочисленные полезные дискуссии.

### ЛИТЕРАТУРА

1. К. Sakoda, *Optical Properties of Photonic Crystals*, Springer, Berlin (2001).
2. W. Chen and D. L. Mills, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 160 (1987).

3. M. Scalora, J. P. Dowling, C. M. Bowden, and M. J. Bloemer, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1368 (1994).
4. A. V. Andreev, A. V. Balakin, A. B. Kozlov et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 1865 (2002).
5. I. Freund, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 1404 (1968).
6. N. Bloembergen and J. Sievers, *Appl. Phys. Lett.* **17**, 483 (1970).
7. J. P. van der Ziel and M. Illegems, *Appl. Phys. Lett.* **28**, 437 (1976).
8. J. Martorell, R. Vilaseca, and R. Corbalan, *Appl. Phys. Lett.* **70**, 702 (1997).
9. A. V. Balakin, V. A. Bushuev, N. I. Koroteev et al., *Opt. Lett.* **24**, 793 (1999).
10. Y. Dumeige, P. Vidakovic, S. Sauvage et al., *Appl. Phys. Lett.* **78**, 3021 (2001).
11. Т. В. Долгова, А. И. Майдыковский, М. Г. Мартемьянов et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 2129 (2002).
12. V. V. Konotop and V. Kuzmiak, *J. Opt. Soc. Am. B* **16**, 1370 (1999).
13. V. V. Konotop and V. Kuzmiak, *J. Opt. Soc. Am. B* **17**, 1874 (2000).
14. M. Centini, G. D'Aguanno, M. Scalora et al., *Phys. Rev. E* **64**, 46606 (2001).
15. Т. В. Долгова, А. И. Майдыковский, М. Г. Мартемьянов и др., *Письма в ЖЭТФ* **73**, 6 (2001).
16. Т. В. Долгова, А. И. Майдыковский, М. Г. Мартемьянов et al., *Appl. Phys. Lett.* **81**, 2725 (2002).
17. Т. В. Долгова, А. И. Майдыковский, М. Г. Мартемьянов, А. А. Федянин, О. А. Акципетров, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 17 (2002).
18. G. D'Aguanno, M. Centini, M. Scalora et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 2111 (2002).
19. A. V. Andreev, A. V. Balakin, A. B. Kozlov et al., *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 2083 (2002).
20. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, New York (1964).
21. N. Hashizume, M. Ohashi, T. Kondo, and R. Ito, *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 1894 (1995).
22. J. E. Sipe, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 481 (1987).
23. D. S. Bethune, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 910 (1989).
24. N. Bloembergen and P. S. Pershan, *Phys. Rev.* **128**, 606 (1962).
25. Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская, *Основы кристаллофизики*, Наука, Москва (1979).