ЖЭТФ, 2004, том 125, вып. 4, стр. 850–853

КРИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ТРЕХМЕРНЫХ СПИНОВЫХ СИСТЕМ С ЭФФЕКТАМИ ДАЛЬНОДЕЙСТВИЯ

С. В. Белим [*]

Омский государственный университет
644077, Омск, Россия

Поступила в редакцию 21 октября 2003 г.

Осуществлено теоретико-полевое описание динамики критического поведения изинговских систем с эффектами дальнодействия в двухпетлевом приближении непосредственно в трехмерном пространстве с применением техники суммирования Паде-Бореля. Показано, что влияние эффектов дальнодействия приводит к изменению времени релаксации системы.

PACS: 64.60.-i

Как показано в [1], эффекты дальнодействия оказывают существенное влияние на критическое поведение изинговских систем. Ренормгрупповой подход к описанию спиновых систем с эффектами дальнодействия, проведенный в [2] непосредственно для трехмерных систем, позволил получить значения статических критических индексов в двухпетлевом приближении. Однако подобные расчеты отсутствуют при описании критической динамики данных систем.

В предлагаемой работе осуществляется теоретико-полевое описание критической динамики однородных спиновых систем с эффектами дальнодействия непосредственно при $D = 3$ в двухпетлевом приближении. Рассматриваемая модель представляет собой классическую спиновую систему с обменным интегралом, зависящим от расстояния между спинами, описываемую гамильтонианом

$$H = \frac{1}{2}\sum_{i,j} J(|r_i - r_j|) S_i S_j, \tag{1}$$

где S_i — спиновая переменная, $J(|r_i - r_j|)$ — интегралы обменного взаимодействия. Данная модель термодинамически эквивалентна $O(n)$-симметричной модели Гинзбурга–Ландау–Вильсона, определяемой эффективным гамильтонианом

$$H = \int d^D q \left\{ \frac{1}{2}(\tau_0 + q^a)\varphi^2 + u_0\varphi^4 \right\}, \tag{2}$$

где φ — флуктуации параметра порядка, D — размерность пространства, $\tau_0 \propto |T - T_c|$, T_c — критическая температура, u_0 — положительная константа. Критическое поведение существенно зависит от параметра a, задающего скорость убывания взаимодействия с расстоянием. Как показано в работе [3], влияние эффектов дальнодействия существенно при $0 < a < 2$, а при $a \geq 2$ критическое поведение эквивалентно короткодействующим системам. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся случаем $0 < a < 2$.

Динамическое поведение спиновых систем в релаксационном режиме вблизи критической температуры может быть описано кинетическим уравнением для параметра порядка типа уравнения Ланжевена:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\lambda_0 \frac{\delta H}{\delta\varphi} + \eta + \lambda_0 \mathbf{h}, \tag{3}$$

где λ_0 — кинетический коэффициент, $\eta(x,t)$ — гауссовская случайная сила, характеризующая влияние теплового резервуара и задаваемая функцией распределения

$$P_\eta = A_\eta \exp\left[-(4\lambda_0)^{-1}\int d^d x\, dt\, \eta^2(x,t)\right] \tag{4}$$

с нормировочной константой A_η, $\mathbf{h}(t)$ — внешнее поле, термодинамически сопряженное параметру порядка. Временная корреляционная функция $G(x,t)$ параметра порядка определяется путем решения уравнения (3) с гамильтонианом $H[\varphi]$, задаваемым формулой (2), относительно $\varphi[\eta, \mathbf{h}]$ с последующим усреднением по гауссовской случайной силе η с помощью P_η и выделением линейной по $\mathbf{h}(0)$ части решения, т. е.

[*] E-mail: belim@univer.omsk.su

$$G(x,t) = \frac{\delta}{\delta \mathbf{h}(0)} \left[\langle \varphi(x,t) \rangle\right]|_{h=0}, \quad (5)$$

где

$$[\langle \varphi(x,t) \rangle] = B^{-1} \int D\{\eta\} \varphi(x,t) P_\eta, \quad (6)$$

$$B = \int D\{\eta\} P_\eta. \quad (7)$$

При применении стандартной ренормгрупповой техники к данной динамической модели приходится сталкиваться со значительными трудностями. Однако для однородных систем в отсутствие эффектов дальнодействия было показано [4], что при описании критической динамики модель, основанная на уравнении типа Ланжевена, полностью эквивалентна стандартной лагранжевой системе [5] с лагранжианом

$$L = \int d^d x\, dt \left\{ \lambda_0^{-1} \varphi^2 + i\varphi^* \left(\lambda_0^{-1} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\delta H}{\delta \varphi} \right) \right\}, \quad (8)$$

где введено вспомогательное поле φ^*. При этом корреляционная функция $G(x,t)$ параметра порядка для однородной системы определяется как

$$G(x,t) = \langle \varphi(0,0)\varphi(x,t) \rangle =$$
$$= \Omega^{-1} \int D\{\varphi\} D\{\varphi^*\} \varphi(0,0)\varphi(x,t) \exp(-L[\varphi,\varphi^*]),$$

где

$$\Omega = \int D\{\varphi\} D\{\varphi^*\} \exp(-L[\varphi,\varphi^*]). \quad (9)$$

Вместо корреляционной функции удобнее рассматривать ее вершинную часть, которую можно представить в формализме фейнмановских диаграмм в двухпетлевом приближении в виде

$$\Gamma^{(2)}(k,\omega;\tau_0,u_0,\lambda_0) = \tau_0 + k^a - \frac{i\omega}{\lambda_0} - 96{u_0}^2 D_0, \quad (10)$$

$$D_0 = \frac{3}{4} \int \frac{d^D q\, d^D p}{(1+|\mathbf{q}|^a)(1+|\mathbf{p}|^a)(3+|\mathbf{q}|^a+|\mathbf{p}|^a+|\mathbf{p}+\mathbf{q}|^a - i\omega/\lambda)}.$$

Следующим шагом в теоретико-полевом подходе является определение скейлинговых функций β, γ_τ, γ_φ и γ_λ, задающих дифференциальное уравнение ренормгруппы для вершинных функций:

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta \frac{\partial}{\partial u} - \gamma_\tau \tau \frac{\partial}{\partial \tau} + \gamma_\lambda \lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} - \frac{m}{2}\gamma_\varphi\right] \Gamma^{(m)}(k,\omega;\tau,u,\lambda,\mu) = 0, \quad (11)$$

где масштабный параметр μ вводится для приведения величин к безразмерному виду.

Для дальнейшего обсуждения динамического поведения нам потребуется только функция β и динамическая скейлинговая функция γ_λ.

Явный вид функций β в двухпетлевом приближении был получен в работе [2]:

$$\beta = -(4-D)\left[1 - 36uJ_0 + 1728\left(2J_1 - J_0^2 - \frac{2}{9}G\right)u^2)\right],$$

$$J_1 = \int \frac{d^D q\, d^D p}{(1+|\mathbf{q}|^a)^2(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{pq}|^{a/2})},$$

$$J_0 = \int \frac{d^D q}{(1+|\mathbf{q}|^a)^2},$$

$$G = -\frac{\partial}{\partial |\mathbf{k}|^a} \int \frac{d^D q\, d^D p}{(1+|q^2+k^2+2\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}|^{a/2})(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}|^{a/2})}.$$

Вычисления функции γ_λ в двухпетлевом приближении дали

$$\gamma_\lambda = (4-D)2(D'-G)u^2,$$
$$D' = \frac{\partial D_0}{\partial(-i\omega/\lambda)}|_{k=0,\omega=0}. \quad (12)$$

Переопределим эффективную вершину взаимодействия:

$$v = \frac{u}{J_0}. \tag{13}$$

В результате приходим к следующему выражению для функций β и γ_λ:

$$\begin{gathered}\beta = -(4-D)\left[1 - 36v + 1728\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v^2)\right],\\ \gamma_\lambda = (4-D)96(\widetilde{D} - \widetilde{G})v^2, \\ \widetilde{J_1} = \frac{J_1}{J_0^2}, \quad \widetilde{G} = \frac{G}{J_0^2}, \quad \widetilde{D} = \frac{D'}{J_0^2}.\end{gathered} \tag{14}$$

Такое переопределение приобретает смысл при значениях $a \le D/2$. При этом J_0, J_1, G и D' становятся расходящимися функциями. Вводя же параметр обрезания Λ и рассматривая предел отношений

$$\begin{gathered}\frac{J_1}{J_0^2} = \frac{\int\limits_0^\Lambda\int\limits_0^\Lambda d^Dqd^Dp/((1+|\mathbf{q}|^a)^2(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}|^a))}{\left[\int\limits_0^\Lambda d^Dq/(1+|\mathbf{q}|^a)^2\right]^2},\\ \frac{G}{J_0^2} = \frac{-\partial/(\partial|\mathbf{k}|^a)\int\limits_0^\Lambda\int\limits_0^\Lambda d^Dqd^Dp/((1+|q^2+k^2+2\mathbf{k}\cdot\mathbf{q}|^a)(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}|^a))}{\left[\int\limits_0^\Lambda d^Dq/(1+|\mathbf{q}|^a)^2\right]^2},\\ \frac{D'}{J_0^2} = \frac{3/4\int d^Dqd^Dp/((1+|\mathbf{q}|^a)(1+|\mathbf{p}|^a)(3+|\mathbf{q}|^a+|\mathbf{p}|^a+|\mathbf{p}+\mathbf{q}|^a)^2)}{\left[\int\limits_0^\Lambda d^Dq/(1+|\mathbf{q}|^a)^2\right]^2},\end{gathered} \tag{15}$$

при $\Lambda \to \infty$ получаем конечные выражения.

Значения интегралов находились численно. Для случая $a \le D/2$ строилась последовательность значений J_1/J_0^2 и G/J_0^2 при различных значениях Λ и аппроксимировалась на бесконечность.

Режим критического поведения полностью определяется устойчивыми неподвижными точками ренормгруппового преобразования, которые могут быть найдены из условия равенства нулю β-функций:

$$\beta(v^*) = 0. \tag{16}$$

Значения эффективных вершин взаимодействия для устойчивых фиксированных точек ренормгруппового преобразования были получены в работе [2].

Подстановка величин эффективных зарядов в фиксированной точке в скейлинговую функцию γ_λ позволяет определить динамический критический индекс z, характеризующий критическое замедление процессов релаксации,

$$z = 2 + \gamma_\lambda. \tag{17}$$

Устойчивые фиксированные точки ренормгруппового преобразования и значения динамического критического индекса для значений параметра $1.5 \le a \le 1.9$ приведены в таблице. Для значений параметра $0 < a < 1.5$ существует только гауссовская фиксированная точка $v^* = 0$, не являющаяся устойчивой.

Значения фиксированных точек и динамического критического индекса для трехмерных систем

a	v^*	z
1.5	0.015151	2.000072
1.6	0.015974	2.000180
1.7	0.020485	2.000777
1.8	0.023230	2.001529
1.9	0.042067	2.006628

Сопоставление полученных результатов со значением динамического критического индекса для трехмерных систем с короткодействием [6] $z = 2.017$ показывает значительное влияние эффектов дальнодействия на критическую динамику спиновых систем, выражающееся в увеличении времени релаксации системы ($t \propto |T - T_c|^{\nu z}$, где ν — критический индекс, характеризующий рост радиуса корреляции). Для критической динамики трехмерных систем с дальнодействием, как и для статического поведения [2], наблюдается приближение к гауссовскому режиму при уменьшении параметра дальнодействия a. При значениях $a \leq 1.8$ критическое поведение практически неотличимо от гауссовского.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Luijten and H. Mebingfeld, Phys. Rev. Lett. **86**, 5305 (2001).
2. С. В. Белим, Письма в ЖЭТФ **77**, 118 (2003).
3. M. E. Fisher, S.-K. Ma, and B. G. Nickel, Phys. Rev. Lett. **29**, 917 (1972).
4. C. De Dominicis, Nuovo Cimento Lett. **12**, 567 (1975).
5. E. Brezin et al., Phys. Rev. **D8**, 434, 2418 (1973).
6. В. В. Прудников, С. В. Белим, А. В. Иванов, Е. В. Осинцев, А. А. Федоренко, ЖЭТФ **114**, 972 (1998).