

# НОВЫЕ МИКРОМАГНИТНЫЕ СОСТОЯНИЯ МАГНИТОМЯГКИХ НАНОЧАСТИЦ С ФОРМОЙ, БЛИЗКОЙ К КУБИЧЕСКОЙ

*Б. А. Иванов\*, Е. В. Тартаковская*

*Институт магнетизма Национальной академии наук Украины  
03142, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 12 ноября 2003 г.

Основное состояние частиц неэллипсоидальной формы может быть неоднородным за счет влияния размагничивающего поля. Предложен подход к исследованию таких частиц, базирующийся на комбинации симметрийного анализа и применении теории возмущений. Обсуждена общая формулировка подхода, который позволяет проводить анализ слабонеоднородных состояний для частиц достаточно сложной формы. Проведен аналитический расчет основного состояния кубических частиц магнитомягких материалов и исследовано влияние малых деформаций кубических частиц на распределение намагниченности в них. На примере кубических магнитомягких частиц показано, что даже при незначительном отклонении формы частицы от симметричной в таких частицах может существовать особый вид магнитного состояния, в котором симметрия распределения намагниченности ниже, чем симметрия частицы. При изменении параметров частицы может произойти существенное изменение ее магнитных свойств вплоть до фазового перехода в состояние с другой симметрией.

PACS: 75.10.Hk, 75.50.Tt, 75.75.+a

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие с развитием технологии напыления и электронно-лучевой литографии стало возможным создание нанометровых искусственных магнитных частиц (магнитных точек) и их упорядоченных систем (сверхрешеток), см. [1, 2]. Магнитные точки могут иметь различную форму и чаще всего изготавливаются из расположенных на немагнитной подложке магнитомягких ферромагнетиков, таких как Co, Fe, пермалloy. Сверхрешетки магнитных точек важны с практической точки зрения, в частности, они перспективны при разработке новых устройств для высокоплотной магнитной записи [3, 4], датчиков магнитного поля [5], логических элементов компьютеров [6].

Сверхрешетки магнитных точек интересны также и как принципиально новый объект фундаментальной физики магнетизма. Действительно, с точки зрения традиционной физики магнетизма магнитные точки, размер которых порядка десятков или сотен нанометров, что меньше размера однодо-

менности или сравнимо с ним, представляют собой типичные однодоменные частицы, которые изучаются уже более пятидесяти лет. Однако их детальное исследование, проведенное в последние годы, продемонстрировало ряд особенностей, не обсуждавшихся ранее. Основным является то, что в таких частицах могут реализоваться различные неоднородные распределения намагниченности. Если размер частицы становится больше определенного критического значения, оставаясь при том меньшим размером однодоменности, то в частице реализуется вихревое состояние [7]. При меньших размерах в случае неэллипсоидальных частиц основным состоянием является специфическая слабонеоднородная магнитная конфигурация, определяемая магнитным dipольным взаимодействием, см. работы [8–12]. В работах [8–10] было показано, как определить микромагнитную картину такого распределения в случае, когда среднее направление магнитного момента известно. Такое упрощение возможно для магнитожестких частиц, где среднее направление намагниченности определяется магнитной анизотропией, а также для частиц вытянутой формы (например, в виде цилиндра или параллелепипеда), в которых

\*E-mail: bivanov@i.com.ua

среднее направление магнитного момента определяется однородным размагничивающим полем (анизотропией формы). Однако наиболее удобными для применения и изготовления оказались магнитомягкие частицы симметричной формы, плоские квадратные (толщина меньше стороны квадрата) или кубические. В таких частицах анизотропия пренебрежимо мала, а однородное размагничивающее поле обладает высокой степенью симметрии и не определяет однозначно среднее направление магнитного момента. В этом случае как среднее направление намагниченности, так и неоднородные отклонения от него определяются неоднородным размагничивающим полем и задача должна решаться самосогласованно. Как следствие, вопрос об основном состоянии подобных квазиоднодоменных частиц оказался весьма непростым, и его исследованию только в случае квадратных пермаллоевых и супермаллоевых частиц был посвящен цикл статей [13–16]. Авторами этих статей была использована весьма плодотворная идея о том, что среднее направление магнитного момента в симметричных частицах определяется слабой неоднородной составляющей размагничивающего поля. Экспериментально и методами численного моделирования для квадратных частиц было показано, что в зависимости от отношения размера стороны квадрата к толщине частицы в ней могут существовать два основных микромагнитных состояния, так называемое состояние «цветок» («flower»), при котором среднее направление магнитного момента параллельно стороне квадрата, и состояние «лист» («leaf»), когда среднее направление магнитного момента параллельно диагонали квадрата. Авторы данного цикла статей проводили также и численные вариационные расчеты соответствующих микромагнитных состояний на основе выбора некоторых простых пробных функций. Однако развитый ими подход не допускал обобщения на случай частиц более сложной формы (например, кубических или прямоугольных). В этих работах расчет проводился без учета естественных граничных условий для намагниченности, см. [17, 18]. Поэтому эти исследования в целом не дали окончательного ответа на вопрос о том, каким будет основное состояние малой частицы даже в случае частиц простейшей формы. Не обсуждался и важный, на наш взгляд, вопрос о том, как изменяется основное состояние частицы при небольших, экспериментально весьма вероятных отклонениях частиц от точной заданной формы, т. е. при слабом понижении симметрии однородного размагничивающего поля.

Построение аналитической теории в применении

к микромагнитным состояниям было начато в работе [10], где микромагнитная структура была рассчитана на основе теории возмущений по малым отклонениям относительно известного среднего направления магнитного момента в тонком цилиндре. Малым параметром теории служит квадрат отношения размера частицы к обменной длине материала, что отвечает отношению магнитодипольной и обменной энергий. Поэтому критерий малости данного параметра соответствует выполнению стандартного критерия однодоменности наночастицы. В предыдущих работах [19, 20] мы обобщили эту теорию и применили ее к расчету среднего направления магнитного момента и соответствующих микромагнитных состояний в плоских симметричных частицах. Расчеты однородного и неоднородного размагничивающих полей теперь рассматриваются соответственно как нулевое и первое приближения теории возмущений. Для квадратных частиц результаты наших расчетов количественно согласуются с экспериментальными данными [14–16]. Для плоских прямоугольных частиц мы указали на существование нового микромагнитного состояния, которое мы назвали промежуточным. Направление среднего по объему частицы магнитного момента  $\langle \mathbf{M}_0 \rangle \equiv \mathbf{M}_0$  для такого состояния не связано с какими-либо осями симметрии частицы. В области промежуточного состояния средний момент направлен под углом к наибольшей стороне прямоугольника, причем величина этого угла зависит от соотношения однородной и неоднородной составляющих размагничивающего поля, а микромагнитное распределение содержит слагаемые, по симметрии соответствующие как состоянию типа «цветок», так и состоянию типа «лист». Результаты расчетов были полностью подтверждены с помощью численного моделирования [20].

Настоящая работа посвящена аналитическому расчету основного состояния частиц более высокой симметрии, чем плоские, а именно, частиц кубической формы. Использованный подход базируется на комбинации симметрийного анализа и расчетов по теории возмущений. Мы исследовали также влияние малых деформаций кубических частиц на распределение намагниченности в них. Если в частице квадратной формы однородное размагничивающее поле «укладывает» магнитный момент в плоскость квадрата, а расчет следующего порядка теории возмущений необходим только для определения направления момента в плоскости, то в кубической частице направление магнитного момента  $\mathbf{M}_0$  в пространстве определяется только неоднородной составляющей размагничивающего поля. Численное моделиро-

вание, проведенное в [8], показывает, что в частице кубической формы реализуется состояние типа «цветок», т. е. вектор  $\mathbf{M}_0$  параллелен одному из ребер куба.

В следующем разделе работы дана общая формулировка подхода, который позволяет проводить анализ слабонеоднородных состояний для частиц достаточно сложной формы. Разложение энергии системы по степеням компонент вектора  $\mathbf{M}_0$ , которое естественно возникает при применении теории возмущений, верифицировано симметрийным анализом эффективной энергии как функции  $\mathbf{M}_0$ . Далее в разд. 3 кратко обсуждается случай частицы кубической формы. Раздел 4 посвящен определению магнитного состояния, в частности, среднего направления магнитного момента в частицах непрямоугольной формы, близкой к кубической. В этом разделе показано, что в таких частицах может существовать особый вид промежуточного состояния, в котором симметрия распределения намагниченности ниже, чем симметрия частицы. Отметим, что в непрямоугольных частицах применение стандартного метода компьютерного моделирования, который предполагает дискретизацию задачи путем разбиения объема частицы на малые области, форма которых повторяет форму частицы [21], весьма затруднительно. Поэтому расчет на основе данного подхода является важным способом их теоретического исследования. Заключительный раздел работы содержит обсуждение результатов и возможных обобщений развитой схемы, например, ее применимость для описания перемагничивания частиц, находящихся в слабонеоднородном состоянии.

## 2. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ И ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Функционал энергии частицы изотропного ферромагнетика с учетом обменного и магнитодипольного взаимодействий запишем в следующем виде:

$$W = \int_V d\mathbf{r} \left\{ \frac{l_e^2}{2} [(\nabla \mathbf{M})^2] - \frac{1}{2} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_m \right\}, \quad (1)$$

где размагничивающее поле определено обычным образом,

$$\mathbf{H}_m = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \int d\mathbf{r}' \left[ \mathbf{M}(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}'} \right] \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|},$$

$l_e = \sqrt{A/M_0^2}$  — обменная длина,  $M_0$  — намагниченность насыщения,  $A$  — константа неоднородного

обмена, интегрирование проводится по объему частицы. Распределение намагниченности определяется уравнением

$$(l_e^2 \nabla^2 \mathbf{M} + \mathbf{H}_m) \times \mathbf{M} = 0 \quad (2)$$

с граничными условиями [17, 18]

$$(\partial \mathbf{M} / \partial x_i) n_i = 0, \quad (3)$$

где  $\mathbf{n}_i$  — вектор нормали к поверхности частицы. Если характерный размер частицы  $l$  меньше обменной длины, то

$$l_e^2 |\nabla \mathbf{M}|^2 \propto (l_e/l)^2 M_0^2 \gg M H_m \propto 4\pi M_0^2$$

и энергия магнитного дипольного взаимодействия мала по сравнению с обменной энергией. В случае  $(l/l_e) \rightarrow 0$  распределение намагниченности становится однородным и при  $(l/l_e) \ll 1$  можно считать, что неоднородная часть намагниченности  $\delta \mathbf{M}$  мала,  $|\delta \mathbf{M}| \ll M_0$ . В этом случае можно построить рекуррентную процедуру, исходя из того, что в нулевом приближении по  $(l/l_e)$  намагниченность однородна. Тогда в первом приближении по  $(l/l_e)^2$  размагничивающее поле  $\mathbf{H}_m = \mathbf{H}_m^{(0)}$  вычисляется для однородной намагниченности  $\mathbf{M}_0$ . При этом  $\mathbf{H}_m^{(0)}$  можно записать через тензор эффективных размагничивающих факторов  $N_{ik}(\mathbf{r})$ ,  $H_{m,i}^{(0)} = N_{ik}(\mathbf{r}) M_{0,k}$ , и магнитное поле  $\mathbf{H}_m^{(0)}$  зависит от координат только в силу координатной зависимости  $N_{ik}(\mathbf{r})$ .

Наличие неоднородного поля вызывает малые неоднородные отклонения  $\mathbf{M}$  от  $\mathbf{M}_0$ ,  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \delta \mathbf{M}$ , амплитуда которых пропорциональна  $(l/l_e)^2$ . Именно эти отклонения и связанное с ними размагничивающее поле определяют характер основного состояния малой неэллипсоидальной частицы. Направление  $\mathbf{M}_0$  будем описывать угловыми переменными, которые удобно выбрать в виде

$$\mathbf{M}_0 = M_0 [\mathbf{e}_z \sin \theta + \cos \theta (\mathbf{e}_x \cos \varphi + \mathbf{e}_y \sin \varphi)].$$

Для вычисления  $\delta \mathbf{M}$  удобно перейти в систему координат, в которой орт  $\mathbf{e}_3$  направлен вдоль средней намагниченности,  $M_0 \mathbf{e}_3 = \mathbf{M}_0$ , остальные орты определяются формулами  $M_0 \mathbf{e}_1 = \partial \mathbf{M}_0 / \partial \theta$ ,  $M_0 \mathbf{e}_2 = (\partial \mathbf{M}_0 / \partial \varphi) / \sin \theta$ . Тогда векторное уравнение (2) в линейном приближении по  $\delta \mathbf{M} = m_1 \mathbf{e}_1 + m_2 \mathbf{e}_2$  легко переписать в виде двух независимых уравнений

$$\begin{aligned} l_e^2 \nabla^2 m_1 + \frac{\partial}{\partial \theta} (M_{0,i} N_{ik} M_{0,k}) &= 0, \\ l_e^2 \nabla^2 m_2 + \frac{\partial}{\sin \theta \partial \varphi} (M_{0,i} N_{ik} M_{0,k}) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Энергия частицы в данном приближении с учетом уравнений (4) может быть записана в виде функционала, квадратичного по  $m_1$  и  $m_2$ ,

$$W^{(2)} = - \int_V d\mathbf{r} \frac{l_e^2}{2} \{ (\nabla m_1)^2 + (\nabla m_2)^2 \}. \quad (5)$$

Для решения уравнений (4) для данной формы частицы представим компоненты тензора  $N_{ik}(\mathbf{r})$  в виде разложения по полному ортонормированному набору функций  $f_\alpha(\mathbf{r})$ , являющихся решением уравнения Даламбера и удовлетворяющих граничным условиям (3) на поверхности частицы:

$$\begin{aligned} \nabla^2 f_\alpha(\mathbf{r}) + l_e^2 \lambda_\alpha f_\alpha(\mathbf{r}) &= 0, \\ \int_V d\mathbf{r} f_\alpha(\mathbf{r}) f_\beta(\mathbf{r}) &= \delta_{\alpha\beta}, \quad \frac{\partial f_\alpha(\mathbf{r})}{\partial r_i} n_i = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Записав

$$N_{ik}(\mathbf{r}) = \sum_\alpha \nu_{ik}^{(\alpha)} f_\alpha(\mathbf{r}),$$

легко получить явные выражения для  $m_1$  и  $m_2$  через коэффициенты  $\nu_{ik}^{(\alpha)}$ , например

$$m_1 = \frac{1}{2} \sum_\alpha f_\alpha(\mathbf{r}) \frac{l_e^2}{l_e^2 \lambda_\alpha} \frac{\partial}{\partial \theta} (M_{0,i} \nu_{ik}^{(\alpha)} M_{0,k}). \quad (7)$$

Далее выражение для энергии  $W^{(2)}$  можно представить в универсальном виде

$$W^{(2)} = -\frac{1}{2} \left( \frac{l}{l_e} \right)^2 \Lambda_{ik,lm} (u_{ik} u_{lm} + v_{ik} v_{lm}), \quad (8)$$

где тензор  $\Lambda_{ik,lm} = \Lambda_{ki,lm} = \Lambda_{lm,ik}$  определяется только формой частицы,

$$\Lambda_{ik,lm} = \sum_\alpha \frac{1}{\lambda_\alpha} v_{ik}^{(\alpha)} v_{lm}^{(\alpha)}, \quad (9)$$

а симметричные тензоры второго ранга  $u_{ik}$  и  $v_{ik}$  определяются выражениями

$$\begin{aligned} u_{ik} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \theta} (M_{0,i} M_{0,k}), \\ v_{ik} &= \frac{1}{2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (M_{0,i} M_{0,k}). \end{aligned} \quad (10)$$

Важные свойства тензора  $\Delta_{ik,lm}$ , в частности, число его независимых компонент, могут быть определены без вычислений только из соображений симметрии. В частности, для важного случая таких частиц, которыми можно плотно заполнить трехмерное пространство, можно воспользоваться формальным сходством каждого из слагаемых в формуле (8) с выражением для упругой энергии деформированного

кристалла, см. [22]. В этом случае структура тензора  $\Lambda_{ik,lm}$  такая же, как у тензора упругих модулей для кристалла, форма элементарной ячейки которого совпадает с формой частицы. Однако по существу число независимых компонент  $\Lambda_{ik,lm}$  меньше, чем у тензора упругих модулей для кристалла, так как компоненты тензоров  $u_{ik}$  и  $v_{ik}$  связаны очевидными соотношениями

$$u_{ii} = v_{ii} = 0, \quad u_{ik} u_{ik} = v_{ik} v_{ik} = 1, \quad (11)$$

следующими из условия  $M^2 = M_0^2 = \text{const}$ . Фактически, запись энергии (8) при известных коэффициентах  $\Lambda_{ik,lm}$  можно еще упростить, заметив, что входящие в энергию комбинации  $u_{ik} u_{lm} + v_{ik} v_{lm}$  (но не  $u_{ik} u_{lm}$  или  $v_{ik} v_{lm}$  по отдельности) пропорциональны соответствующим инвариантам, составленным из компонент намагниченности. Приведем в качестве примера следующие формулы:

$$\begin{aligned} u_{xx}^2 + v_{xx}^2 &= M_x^2 M_0^2 - M_x^4, \quad u_{xx} u_{yy} + v_{xx} v_{yy} = -M_x^2 M_y^2, \\ u_{xy}^2 + v_{xy}^2 &= \frac{1}{4} (M_x^2 + M_y^2) M_0^2 - M_x^2 M_y^2, \end{aligned}$$

остальные комбинации такого типа легко восстанавливаются перестановкой индексов.

Таким образом, в первом нетривиальном приближении по малому параметру  $(l/l_e)^2$  вычисление энергии частицы свелось к двум задачам: записи решения уравнения Клейна–Гордона для скалярной функции  $f_\alpha(\mathbf{r})$  внутри объема частицы и вычислению сумм в выражении (9) для  $\Lambda_{ik,lm}$ . Для многих случаев решение этой задачи известно, например, для частиц в форме цилиндра  $f_\alpha(\mathbf{r})$  записывается известным образом через функции Бесселя. Для уже упоминавшегося случая частиц, которые плотно заполняют пространство, обе эти задачи легко решаются в общем виде. Если при заполнении пространства путем переноса копии частицы получается решетка Браве с векторами трансляций  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ , то соответствующий полный набор определяется векторами обратной решетки  $\mathbf{g} = m\mathbf{b}_1 + n\mathbf{b}_2 + k\mathbf{b}_3$ ,  $(\mathbf{b}_i, \mathbf{a}_k) = \delta_{ik}$ . Для его построения надо из общего набора вида  $\exp(i\pi\mathbf{g} \cdot \mathbf{r})$  просто выделить те функции, что удовлетворяют граничным условиям (3) (здесь присутствует множитель  $\pi$  вместо стандартного  $2\pi$ , в силу того что в нашем случае интересны решения, для которых размер частицы есть полупериод). В этом случае  $\alpha$  есть набор целых чисел  $n, m, k$ , собственные числа  $\lambda_\alpha \equiv \lambda_{n,m,k} = \pi^2(n^2 + m^2 + k^2)$ . Для такого набора компоненты Фурье тензора  $N_{ik}(\mathbf{r})$  могут быть найдены аналитически, а суммы в (9) достаточно быстро сходятся и их вычисление легко может быть проведено численно.

### 3. КУБИЧЕСКАЯ ЧАСТИЦА

Применим развитую теорию для случая кубической частицы с размером стороны  $2l$ . Будем считать, что начало координат совпадает с центром куба, т. е. в предыдущих формулах

$$\int_V d\mathbf{r} = \int_{-l}^l dx \int_{-l}^l dy \int_{-l}^l dz.$$

В этом случае  $\mathbf{g} = (m\mathbf{e}_x + n\mathbf{e}_y + k\mathbf{e}_z)/2l$  и граничные условия выполнены для вещественных решений, содержащих  $\cos[p\pi\xi/l]$  и  $\sin[\pi(p+1/2)\xi/l]$ , где  $\xi = x, y$  или  $z$ ,  $p = m, n$  или  $k$ . Нам достаточно вычислить две независимые фурье-компоненты тензора  $N_{ik}(\mathbf{r})$ , диагональную и недиагональную, например

$$\begin{aligned} N_{xx} &= \sum_{m,n,k} v_{xx}^{(m,n,k)} \cos\left(\frac{m\pi x}{l}\right) \times \\ &\quad \times \cos\left(\frac{n\pi y}{l}\right) \cos\left(\frac{k\pi z}{l}\right), \\ N_{xy} &= \sum_{m,n,k} v_{xy}^{(m,n,k)} \sin\left(\frac{(2m+1)\pi x}{2l}\right) \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{(2n+1)\pi y}{2l}\right) \cos\left(\frac{k\pi z}{l}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} v_{xx}^{(m,n,k)} &= \frac{1}{l^3} \int_V d\mathbf{r} \cos\left(\frac{m\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{l}\right) \times \\ &\quad \times \cos\left(\frac{k\pi z}{l}\right) \frac{\partial}{\partial x} \int_V d\mathbf{r}' \frac{\partial}{\partial x'} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{xy}^{(m,n,k)} &= \frac{1}{l^3} \int_V d\mathbf{r} \sin\left(\frac{(2m+1)\pi x}{2l}\right) \times \\ &\quad \times \sin\left(\frac{(2n+1)\pi y}{2l}\right) \cos\left(\frac{k\pi z}{l}\right) \times \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial y} \int_V d\mathbf{r}' \frac{\partial}{\partial x'} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \end{aligned}$$

остальные компоненты получаются из (12) очевидной циклической перестановкой переменных ( $x, y, z$ ) и целых чисел  $m, n, k$ . Интегралы в формулах для  $v^{(m,n,k)}$  содержат только интегрируемые особенности, и эти коэффициенты могут быть легко найдены численно.

В случае кубической симметрии тензор  $\Lambda_{ik,lm}$  в формуле (8) содержит три независимых инварианта,  $\Lambda_{xx,xx}$ ,  $\Lambda_{xx,yy}$  и  $\Lambda_{xy,xy}$ . Но с учетом соотношений

(11) только один из трех квадратичных по  $u_{ik}$  или  $v_{ik}$  инвариантов является независимым. В результате энергия может быть записана в виде

$$\begin{aligned} W_{nonuniform} &= \\ &= -C \frac{Vl^2}{l_e^2 M_0^2} (u_{xy}^2 + u_{xz}^2 + u_{yz}^2 + v_{xy}^2 + v_{xz}^2 + v_{yz}^2), \end{aligned}$$

вычисление константы  $C$  дает  $C = 0.61$ . Переходя к компонентам намагниченности, получаем, что выражение в квадратных скобках равно  $(M_x^2 M_y^2 + M_x^2 M_z^2 + M_y^2 M_z^2)$ , т. е. оно совпадает со стандартным выражением для энергии кубической анизотропии. Отсюда находим искомое выражение для магнитной энергии в угловых переменных:

$$\begin{aligned} W_{nonuniform}(\varphi_0, \theta_0) &= \\ &= C \frac{M_0^2 V l^2}{2l_e^2} (\sin^2 2\varphi \cos^2 \theta + 4 \sin^2 \theta) \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку  $C > 0$ , функция  $W_{nonuniform}(\varphi, \theta)$  принимает минимальное значение, равное нулю, в шести точках, а именно, при  $\mathbf{M}_0 = \pm M_0 \mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{M}_0 = \pm M_0 \mathbf{e}_y$  или  $\mathbf{M}_0 = \pm M_0 \mathbf{e}_z$ . Понятно, что все эти случаи совершенно идентичны, поскольку означают среднюю ориентацию магнитного момента вдоль одного из ребер куба. Аналитические формулы для соответствующего микромагнитного состояния получаются особенно наглядными, если  $\theta = 0$ ,  $\varphi = 0$ , т. е. среднее значение  $\mathbf{M}_0 = M_0(1, 0, 0)$  параллельно оси  $x$ . Поскольку суммы в (12) хорошо сходятся [12, 20], для качественного анализа достаточно оставить в них лишь первые слагаемые. Тогда в рассматриваемом нами линейном приближении по  $\delta\mathbf{M}$  компоненты слабонеоднородной части магнитного момента зависят от координат стандартным для состояния типа «цветок» образом [19],

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{M} &= M_0 \frac{1}{\pi^2} \times \\ &\quad \times \frac{l^2}{l_e^2} v_{xy}^{(0,0,0)} \left(0, \sin \frac{\pi x}{2l} \sin \frac{\pi y}{2l}, \sin \frac{\pi x}{2l} \sin \frac{\pi z}{2l}\right), \end{aligned} \quad (14)$$

где численный коэффициент  $v_{xy}^{(0,0,0)} \approx -4.31$ . Как обычно, максимальное отклонение полного магнитного момента  $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \mathbf{M}_0 + \delta\mathbf{M}$  от среднего направления наблюдается в углах частицы, в то время как в центре  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  совпадает с  $\mathbf{M}_0$  (см. рис. 2а в работе [8]). Микромагнитное состояние при ориентации магнитного момента вдоль какого-либо другого ребра куба можно получить поворотом  $\mathbf{M}_0$  на  $\pi/2$  и циклической перестановкой  $x, y$  и  $z$  в (14).

Необходимо отметить, что хотя мы в данном разделе вычислили энергию частицы при произвольной ориентации вектора  $\mathbf{M}_0$ , по существу расчет может быть существенно упрощен, что может быть важным при необходимости рассматривать более высокие порядки теории возмущений. Действительно, форма энергии как инварианта группы симметрии куба не вызывает сомнений, а значение коэффициента  $C$  может быть найдено из расчета энергии для двух симметричных направлений  $\mathbf{M}_0$ .

#### 4. РАСЧЕТ СРЕДНЕГО НАПРАВЛЕНИЯ МАГНИТНОГО МОМЕНТА В ЧАСТИЦАХ С ФОРМОЙ, БЛИЗКОЙ К КУБИЧЕСКОЙ

В этом разделе мы рассмотрим физически важные примеры искажения кубической формы частицы, считая, что деформация сводится к растяжению или сжатию частицы вдоль одной из осей симметрии куба. Понятно, что для всех таких деформаций появится ненулевая анизотропия формы, обусловленная однородной частью размагничивающего поля. Симметрия этой анизотропии ниже, чем симметрия куба, и результирующее направление намагниченности определяется конкуренцией этих двух вкладов.

Проще всего ответить на вопрос, что произойдет при тетрагональной или ромбической деформации, т. е. при изменении размеров частицы вдоль направлений, параллельных одному из ребер куба. Понижение симметрии размагничивающего поля приведет к ориентации магнитного момента вдоль самого длинного ребра, т. е. в системе «выживает» состояние типа «цветок», которое для полученного таким образом вытянутого параллелепипеда было детально рассмотрено в предыдущих работах [12]. При немалом сжатии куба (соотношение сторон больше, чем 2.6–2.8) происходит переход в состояние типа «лист», но в данной работе мы ограничимся случаем малой деформации кубических частиц.

Более актуальным является нигде не обсуждавшийся ранее вопрос, каким может стать среднее направление магнитного момента при изменении углов, определяющих форму частицы. Поскольку куб не является механически жесткой фигурой, подобные спонтанные искажения формы могут быть вполне вероятны при изготовлении наночастиц. Кроме того, они возникают для частиц, внедренных в объем аморфной немагнитной матрицы при ее упругих деформациях.

Мы рассмотрим здесь два принципиально различных случая понижения кубической симметрии,

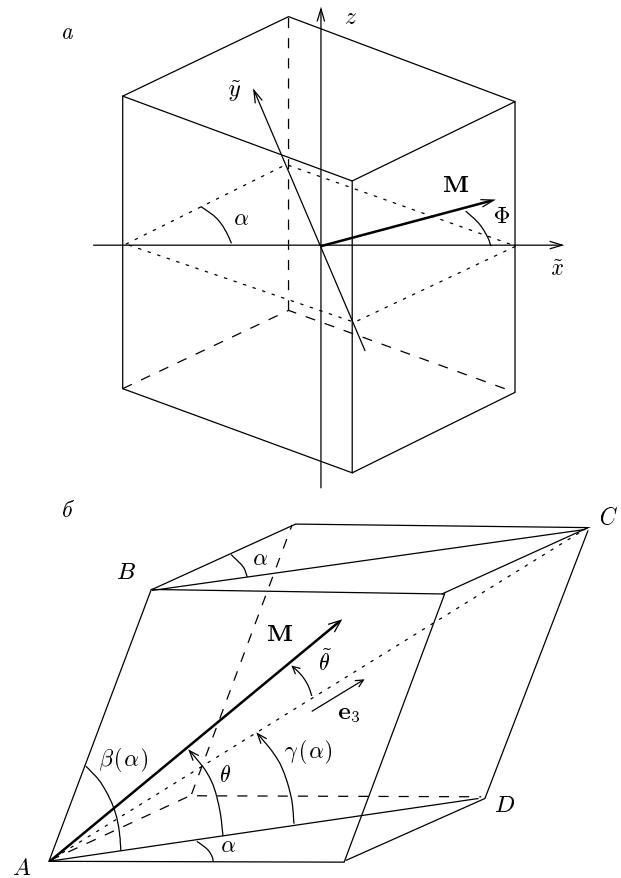


Рис. 1. Форма частиц, получаемых путем деформации куба вдоль симметричных направлений: а — призматическая деформация, растяжение вдоль диагонали грани; б — ромбоэдрическая деформация, растяжение вдоль главной диагонали куба

см. рис. 1. В первом случае куб вытягивается вдоль диагонали одной из граней (например, вдоль направления (110)), превращаясь в прямоугольную призму с ромбом в основании (рис. 1а). В качестве второго примера деформированной кубической частицы мы рассмотрим равносторонний ромбоэдр (рис. 1б), который получается, если вытянуть (сжать) куб вдоль главной диагонали (111). В обоих случаях мы считаем, что длина ребра остается неизменной, изменение формы частицы описывается всего одним параметром. В качестве этого параметра удобно выбрать угол  $\alpha$  между ребром частицы и диагональю (110) в плоскости  $xy$ . Деформация мала, если значение  $\delta\alpha = \alpha - \pi/4$  мало.

Чтобы понять, какие результаты мы можем ожидать в конкретных расчетах, попытаемся вначале качественно рассмотреть физические особенности задачи. При понижении симметрии частицы появит-

ся однородное размагничивающее поле, ориентирующее магнитный момент вдоль определенного направления. В случае, изображенном на рис. 1a, это направление (легкая ось анизотропии формы частицы) ориентирована вдоль более длинной диагонали грани (1, 1, 0). В случае ромбодрических искажений (рис. 1b) избранная ось ориентирована вдоль основной диагонали ромбоида (1, 1, 1). Она является легкой осью при растяжении ромбоида и трудной осью при его сжатии. Понятно, что в обоих случаях соответствующая энергия однородного размагничивающего поля пропорциональна  $\delta\alpha$ .

Как показывает расчет, проделанный в предыдущем разделе, неоднородное размагничивающее поле в частице кубической формы стремится ориентировать магнитный момент вдоль ребра куба. Энергия, связанная с этим полем, содержит дополнительный малый параметр  $(l/l_e)^2$ . Если форма частицы близка к кубической, т. е.  $\delta\alpha$  порядка  $(l/l_e)^2$ , то вклады от однородной и малой неоднородной составляющих магнитных полей могут быть сравнимы по величине. Их конкуренция создает условия для появления промежуточного состояния, которое для плоских частиц было рассмотрено в работе [20]. В этой работе путем сравнения численных данных и расчета по теории возмущений было продемонстрировано, что результаты анализа качественно справедливы и для случая  $l \sim l_e$ , для пермаллоя  $l_e \approx 18$  нм. Поэтому хотя в дальнейших расчетах мы будем использовать формальное неравенство  $l \ll l_e$ , необходимое для применимости теории возмущений, но полученные результаты могут быть использованы и для частиц больших размеров.

Отметим одно важное обстоятельство, существенно упрощающее расчет. Как мы убедимся в дальнейшем, область реализации промежуточного состояния оказывается малой,  $\delta\alpha \sim 2^\circ - 3^\circ$  даже при  $l \sim l_e$ . Следовательно, можно использовать неравенство  $\delta\alpha \ll 1$ . В интересующем нас случае малых деформаций в основном приближении по малым параметрам  $\delta\alpha$  и  $(l/l_e)^2$  для вклада неоднородного размагничивающего поля достаточно использовать формулу (13), полученную для кубической частицы. Анизотропный вклад неоднородного поля с учетом слабых искажений формы дает результат следующего порядка малости по параметрам  $\delta\alpha$  и  $(l/l_e)^2$  и не приводит к существенным эффектам, поэтому мы его здесь не учитываем.

**Призматическая деформация куба.** Перейдем к конкретному анализу частицы, изображенной на рис. 1a. Прежде всего следует найти магнитодипольную энергию однородных полей. Расчет наибо-

лее прост, если тензор размагничивающих коэффициентов имеет лишь диагональные компоненты. Это справедливо в том случае, если оси системы координат совпадают с осями симметрии системы. В данном случае достаточно оставить ось  $z$  прежней, а оси  $x$  и  $y$  повернуть так, чтобы они совпадали с перпендикулярными диагоналями ромба. Определим этот поворот так, как показано на рис. 1a, где ось  $\tilde{x}$  совпадает с длинной диагональю. Вклад в магнитную энергию однородных размагничивающих полей имеет вид квадратичной формы по компонентам намагниченности. С точностью до несущественной константы, выбранной так, чтобы эта энергия обращалась в нуль для кубической частицы, эту энергию можно записать в виде

$$W_{uniform}(\varphi, \theta) = \frac{VM_0^2}{2} \times \\ \times [(I_y - I_x) \cos^2 \theta \sin^2 \varphi + (I_z - I_x) \sin^2 \theta]. \quad (15)$$

Здесь параметры  $I_i$  пропорциональны проинтегрированным по объему частицы диагональным компонентам  $N_{ii}$  тензора размагничивающих коэффициентов,

$$I_i = -\frac{4\pi}{V} \iiint N_{ii}(x, y, z) dV.$$

В соответствующих интегралах есть только интегрируемые особенности в углах частицы [23], и они могут быть легко вычислены. Для определения среднего направления магнитного момента в данной системе следует искать минимум полной магнитной энергии

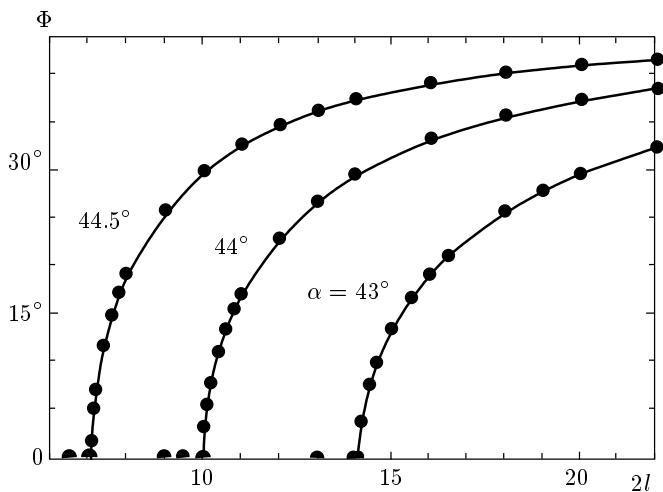
$$W(\varphi, \theta) = W_{uniform}(\varphi, \theta) + W_{nonuniform}(\varphi, \theta),$$

где для функции  $W_{nonuniform}(\varphi, \theta)$  можно использовать формулу (13), найденную для кубической частицы, заменив угол  $\varphi \rightarrow \tilde{\varphi} = \varphi + \pi/4$  в соответствии с поворотом системы координат. Если угол  $\alpha$  становится меньше своего значения  $\pi/4$  для куба, то параметры  $I_i$  должны удовлетворять соотношению  $I_x < I_z < I_y$ .

Минимизация полной энергии частицы по углу  $\theta_0$  дает, что могут существовать только два типа решений, с  $\theta_0 = 0$  и  $\theta_0 = \pi/2$ . Последнее отвечает состояниям с  $\mathbf{M}_0 = \pm M_0 \mathbf{e}_z$ , их энергия равна  $(M_0^2 V/2)(I_z - I_x)$ . Состояниям с  $\theta_0 = 0$  соответствует ориентация магнитного момента в плоскости  $xy$ ,

$$\mathbf{M}_0 = M_0 (\mathbf{e}_x \cos \varphi_0 + \mathbf{e}_y \sin \varphi_0),$$

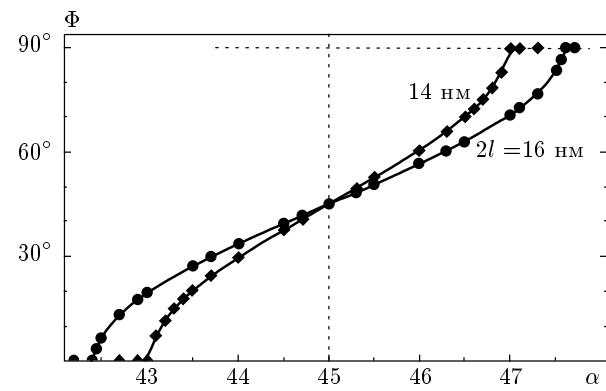
где значение угла  $\varphi_0$  определяется экстремумом функции одной переменной  $W(\varphi_0, \theta_0 = 0)$ .



**Рис. 2.** Зависимость угла  $\Phi$ , который описывает отклонение средней намагниченности от симметричного направления, от размера частицы  $l$  для трех значений призматической деформации куба. Здесь и в последующих рисунках численные значения получены для пермаллоя

Если не учитывать слабонеоднородное поле, что справедливо для очень малых частиц, то  $W_{nonuniform} \ll W_{uniform}(\varphi_0, \theta_0)$  и энергия размагничивающего поля минимальна при направлении среднего значения магнитного момента, параллельном оси  $\tilde{x}$ , т. е. при  $\varphi_0 = 0$ . При росте величины неоднородной энергии, т. е. увеличении размера частицы, минимум энергии в точке  $\varphi_0 = 0$  исчезает, и появляется новый минимум при  $\varphi_0 = \Phi \neq \pi k/2$ , где  $\cos 2\Phi = (I_y - I_x)l_e^2/4Cl^2$ . В этом состоянии направление  $\mathbf{M}_0$  не совпадает ни с одним из симметричных направлений тела, по аналогии с предыдущими работами мы назовем такое состояние промежуточным. Промежуточное состояние устойчиво во всем интервале своего существования  $0 < \cos 2\Phi < 1$ , оно реализуется в частицах с длиной ребра, большей некоторой критической величины  $2l_{crit}, l_{crit} = l_e \sqrt{(I_{yy} - I_{xx})/4C}$ .

Величина  $l_{crit}$  определяется обменной длиной материала и степенью деформации, ее значение мало при  $\alpha \rightarrow 45^\circ$ , но быстро растет при увеличении степени деформации частицы. Таким образом, возможность реализации промежуточного состояния в прямоугольной призме заданной формы зависит от ее размеров и обменной длины материала, из которого она сделана. Конкретные расчеты по теории возмущений мы проводили для пермаллоевых частиц. Результаты для прямоугольной призмы, изображенной на рис. 1а, приведены на рис. 2. Трем различ-



**Рис. 3.** Зависимость угла  $\Phi$  от значения угла  $\alpha$ , описывающего степень призматической деформации частицы, для двух размеров частицы  $l$

ным величинам  $\alpha$  соответствуют три кривые зависимости угла  $\Phi$  от размера частицы. Отметим, что при малой деформации величина  $l_c$  мала, много меньше обменной длины, что буквально соответствует применимости теории возмущений.

Таким образом, в слабо деформированной кубической частице направление среднего магнитного момента  $\mathbf{M}_0$  не совпадает с какой-либо осью симметрии частицы, но при увеличении степени деформации (или, что то же самое, при уменьшении линейного размера частицы) однородное магнитное поле разворачивает  $\mathbf{M}_0$  вдоль оси симметрии (более длинной диагонали основания) и далее магнитный момент остается параллельным этому симметричному направлению. Переориентацию среднего магнитного момента при изменении параметров частицы можно трактовать как некоторый переориентационный фазовый переход. Легко видеть, что данный фазовый переход является переходом второго рода, для которого параметром порядка служит угол  $\Phi$ . Действительно, состояния с любым  $\Phi \neq 0$  обладают более низкой симметрией, чем состояние с  $\Phi = 0$ , а зависимость  $\Phi(l)$  вблизи фазового перехода имеет характеристическую корневую зависимость:

$$\Phi = \begin{cases} 0, & l < l_{crit}, \\ \sqrt{l/l_{crit} - 1}, & l \geq l_{crit}. \end{cases} \quad (16)$$

Это поведение легко видеть на рис. 2, где кривые  $\Phi = \Phi(l)$  вблизи соответствующего каждому углу  $\alpha$  значения  $l_{crit}$  становятся практически вертикальными, т. е. имеют бесконечную производную. Картины фазовых переходов более ясно можно представить с помощью зависимости угла  $\Phi$  от угла  $\alpha$  при фиксированном размере частицы, представленной

на рис. 3. Здесь углы  $\alpha < 45^\circ$  описывают растяжение, а углы  $\alpha > 45^\circ$  — сжатие частицы вдоль направления (110). Появление двух фазовых переходов второго рода, вблизи которых намагниченность переориентируется к симметричным состояниям,  $\Phi \rightarrow 0$  (растяжение) и  $\Phi \rightarrow \pi/2$  (сжатие), объясняется тем, что в данной геометрии растяжение вдоль одной из диагоналей грани эквивалентно сжатию вдоль другой диагонали той же грани.

Таким образом, при деформации куба вдоль диагонали его грани симметричное состояние типа «цветок», характерное для идеального куба, не реализуется никогда. Вместо него могут реализоваться два типа состояний: для достаточно больших деформаций возникает более симметричное состояние с  $\Phi = 0$ , похожее на состояние типа «лист», известное ранее для плоских квадратных частиц, а при малых деформациях присутствует менее симметричное промежуточное состояние, в котором среднее направление намагниченности не связано с какими-либо осями симметрии частицы.

**Ромбоэдрическая деформация.** Рассмотрим теперь случай растяжения или сжатия куба в направлении его главной диагонали, на рис. 1б представлен случай растяжения. Ромбоид имеет одноосную анизотропию с главной осью третьего порядка, параллельной пространственной диагонали куба. Параметром задачи мы по-прежнему считаем угол  $\alpha$  между диагональю и стороной ромба, составляющую грань ромбоида. В системе с осью  $e_3$ , направленной вдоль главной оси ромбоида (отрезок  $AC$  на рисунке), энергия однородных размагничивающих полей зависит только от угла  $\tilde{\theta}$  между осью  $e_3$  и магнитным моментом. Ее можно свести к простому виду:

$$W_{uniform}(\theta_0) = \frac{1}{2} M_0^2 V B(\alpha) \sin^2 \tilde{\theta}, \quad (17)$$

где функция  $B(\alpha)$  положительна (отрицательна) в случае растяжения (сжатия) куба. В этой же системе координат энергия слабонеоднородных полей имеет вид

$$W_{nonuniform}(\tilde{\varphi}, \tilde{\theta}) = C \frac{M_0^2 V l^2}{2l_e^2} \times \\ \times \left( 2 \sin^2 \tilde{\theta} + \frac{7 \cos^4 \tilde{\theta}}{3} + \frac{4\sqrt{2} \cos 3\tilde{\varphi} \cos \tilde{\theta} \sin^3 \tilde{\theta}}{3} \right), \quad (18)$$

характерный для ромбоэдрической симметрии с осью  $C_3$ , параллельной оси  $e_3$ . Как обсуждалось выше, вид энергии (18) и значение константы  $C$

можно принять такими же, как в случае недеформированного куба. Первые два слагаемых в квадратных скобках описывают чисто одноосную анизотропию, последнее определяет анизотропию в базисной плоскости. Экстремум энергии по значению угла  $\varphi$  определяется соотношением  $\sin 3\tilde{\varphi} = 0$ , т. е.  $\cos 3\tilde{\varphi} = \pm 1$ . Далее, минимуму энергии отвечает значение  $\cos \tilde{\theta} \cos 3\tilde{\varphi} = -1$ , т. е. для каждого знака проекции намагниченности на ось  $C_3$  возникает тройное вырождение минимумов полной энергии  $W(\tilde{\varphi}, \tilde{\theta}) = W_{uniform}(\tilde{\theta}) + W_{nonuniform}(\tilde{\varphi}, \tilde{\theta})$ . Без уменьшения общности задачи мы можем исследовать поведение магнитного момента, лежащего в одной из трех выделенных плоскостей, выбрав, например, угол  $\tilde{\varphi} = 0$ , а остальные эквивалентные состояния получить поворотами вокруг оси  $e_3$  на угол  $120^\circ$  и изменениями направления вектора намагниченности  $M_0$ .

Итак, рассмотрим поворот магнитного момента в плоскости  $ABCD$ , проходящей через главную диагональ и соответствующие диагонали граней (см. рис. 1б). При таком развороте энергия магнетика определяется функцией  $W(\tilde{\theta}) \equiv W(\tilde{\varphi}, \tilde{\theta})|_{\tilde{\varphi}=0}$ . Отметим прежде всего, что уравнение  $\partial W(\tilde{\theta})/\partial \tilde{\theta} = 0$  всегда имеет решение  $\tilde{\theta} = 0$ , которое описывает ориентацию средней намагниченности вдоль оси  $C_3$ . Этому решению отвечает состояние типа «лист», оно является наиболее симметричным, но не реализуется в кубической частице. Характер этого экстремума зависит от знака деформации. Заметим, что в случае ромбоэдрической деформации растяжение и сжатие куба вдоль главной диагонали не являются физически эквивалентными действиями, как это было в случае растяжения и сжатия вдоль диагоналей граней. Опишем сначала случай растяжения.

Как отмечалось ранее, в недеформированном кубе устойчиво состояние типа «цветок», а решению  $\tilde{\theta} = 0$  (распределение намагниченности типа «лист») соответствует максимум энергии. При растяжении значение константы  $B(\alpha) > 0$ , ось  $C_3$  становится легкой осью наведенной анизотропии (17) и высокосимметричное состояние с  $\tilde{\theta} = 0$  и намагниченностью, параллельной этой оси, может стать устойчивым. Простой анализ энергии  $W(\tilde{\theta})$  с учетом формул (17) и (18) показывает, что это состояние устойчиво относительно малых отклонений от оси  $C_3$  при выполнении условия  $B(\alpha) > 8Cl^2/3l_e^2$ , т. е. при заданной амплитуде деформации  $\alpha$  оно устойчиво для достаточно малых размеров частицы,  $l < l_c^{(1)}(\alpha) = l_e \sqrt{3B(\alpha)/8C}$ . При увеличении размера больше соответствующего критического значения  $l_c^{(1)}(\alpha)$  действие неоднородных размаг-

ничивающих полей приводит к нарушению устойчивости этого состояния и к появлению нового состояния, в котором средний магнитный момент составляет с главной осью ромбоида некоторый угол  $\tilde{\theta} \neq 0$ . Напомним, что фактически таких состояний шесть, три из них получаются поворотами вокруг оси  $C_3$  на угол, кратный  $120^\circ$ , а остальные — заменой  $\mathbf{M}_0 \rightarrow -\mathbf{M}_0$ . Поворот вокруг оси  $C_3$  не меняет намагниченности в состоянии  $\tilde{\theta} = 0$ , следовательно, симметрия состояния с  $\tilde{\theta} \neq 0$  ниже, чем симметрия состояния с  $\tilde{\theta} = 0$ . Следовательно, состояния с  $\tilde{\theta} \neq 0$  являются типичным примером промежуточного состояния. Поиск решений уравнения  $\partial W(\tilde{\theta})/\partial \tilde{\theta} = 0$  представляет собой достаточно громоздкую задачу, и для наглядного представления результата эти состояния удобно проанализировать качественно, вернувшись к системе координат с осями  $(x, y, z)$ , направленными вдоль сторон недеформированного куба, и полярному углу  $\theta$ , углы  $\tilde{\theta}$  и  $\theta$  связаны соотношением  $\theta = \tilde{\theta} + \gamma(\alpha)$ , где  $\cos \gamma = 1/\sqrt{3} \cos \alpha \sqrt{4 \cos^2 \alpha - 1}$ , см. рис. 1б.

В терминах угла  $\theta$  при условии  $\tilde{\phi} = 0$  полная энергия частицы  $W = W_{uniform} + W_{nonuniform}$  может быть записана в виде

$$\frac{W(\theta)}{VM_0^2} = -\frac{\sqrt{2}B}{6} \sin 2\theta - \left( \frac{B}{12} - \frac{Cl^2}{4l_e^2} \right) \cos 2\theta + \frac{3Cl^2}{8l_e^2} \sin^2 2\theta. \quad (19)$$

Это выражение при замене  $\theta \rightarrow \Theta/2$  совпадает с формулой для энергии одноосного ферромагнетика

$$W_{ua}(\Theta) = -H_z \cos \Theta - H_x \sin \Theta + \frac{K}{2} \sin^2 \Theta$$

во внешнем магнитном поле, ориентированном произвольным образом относительно легкой оси (оси  $z$ ), и возникающие при этом состояния хорошо известны, см. [24]. В такой системе в области значений  $H_z^{2/3} + H_x^{2/3} \leq K^{2/3}$  существует область метастабильных состояний, а при  $H_z = 0, H_x < K$  имеет место существование двух фаз с различными намагниченностями, различающимися знаком  $z$ -проекции. Знак равенства в этом соотношении  $H_z^{2/3} + H_x^{2/3} = K^{2/3}$  определяет точку потери устойчивости одной из фаз. При подстановке соответствующих выражений из (19) в это условие получается найденное выше условие неустойчивости фазы с  $\tilde{\theta} = 0$ , а второй корень этого уравнения дает условие потери устойчивости фазы с  $\tilde{\theta} = 0$  в виде  $B(\alpha) = 3.0445Cl^2/l_e^2$ . Таким образом, несимметричная фаза стабильна при

$l > l_c^{(2)}(\alpha) = 0.573l_e \sqrt{B(\alpha)/C}$ . Условие обращения в нуль коэффициента при  $\cos 2\theta$  в формуле (19),  $B(\alpha) = 3Cl^2/l_e^2$ , дает точку  $l = l_t(\alpha)$ ,  $l_t(\alpha) = l_e \sqrt{B(\alpha)/3C}$  существования фазы с  $\tilde{\theta} = 0$  ( $\theta = \gamma(\alpha), \gamma(\alpha) \rightarrow 35.3^\circ$  при  $\alpha \rightarrow 45^\circ$ ) и несимметричной фазы, для которой в этой точке  $\theta \approx \pi/2 - \gamma(\alpha)$ ,  $\theta \rightarrow 54.7^\circ$  при  $\alpha \rightarrow 45^\circ$ ). Таким образом, симметричная фаза с  $\tilde{\theta} = 0$  реализует абсолютный минимум энергии частицы для достаточно малых размеров частицы,  $l < l_t(\alpha)$ , а при  $l > l_t(\alpha)$  выгодна несимметричная фаза. Заметим, что величины  $l_c^{(2)}$ , найденное выше значение размера частицы, при котором фаза с  $\tilde{\theta} = 0$  теряет устойчивость,  $l_c^{(1)} \approx 0.612l_e \sqrt{B(\alpha)/C}$ , и значение размера, при котором фазы существуют,  $l_t(\alpha) \approx 0.577l_e \sqrt{B(\alpha)/C}$ , удовлетворяют неравенству  $l_c^{(2)} < l_t(\alpha) < l_c^{(1)}$ .

Итак, общая картина состояний для ромбоэдрической частицы с данной величиной деформации (данным значением  $\alpha$ ) выглядит следующим образом. Для достаточно малых частиц,  $l < l_c^{(2)}$ , здесь реализуется только симметричное распределение типа состояния «лист». При  $l > l_c^{(2)}$  появляется менее симметричная промежуточная фаза, вначале как метастабильная. В достаточно узкой области,  $l_c^{(2)}(\alpha) < l < l_c^{(1)}(\alpha)$  (для пермаллоевых частиц с обменной длиной порядка 18 нм эта область порядка 1 нм), частица имеет два устойчивых состояния, одно из которых является основным, а другое — метастабильным. Переход между состояниями происходит при некотором значении  $l = l_t(\alpha)$ , этот переход отвечает скачкообразному изменению направления намагниченности. Когда длина ребра частицы становится больше второй критической величины  $2l_c^{(1)}(\alpha)$ , состояние со средним направлением магнитного момента вдоль главной диагонали теряет устойчивость и в системе остается одно устойчивое состояние, а именно, промежуточное. Значение  $\theta$  растет с увеличением размеров ромбоида, асимптотически стремясь к значению  $\pi/2 - \beta(\alpha)$ , где  $\beta(\alpha)$  — угол между диагональю грани и противоположной гранью частицы,  $\cos \beta = \cos 2\alpha / \cos \alpha$ , см. рис. 1б. Зависимость угла  $\tilde{\theta}$  от  $l$  для промежуточного состояния в пермаллоевых частицах в той области размеров, где оно устойчиво,  $l > l_c^{(2)}(\alpha)$ , при трех различных значениях  $\alpha$  изображена на рис. 4.

Таким образом, как и при призматической деформации, при достаточно сильном растяжении частицы вдоль главной диагонали однородное магнитное поле разворачивает магнитный момент вдоль оси деформации, что опять-таки можно трактовать как переориентационный фазовый переход при изме-

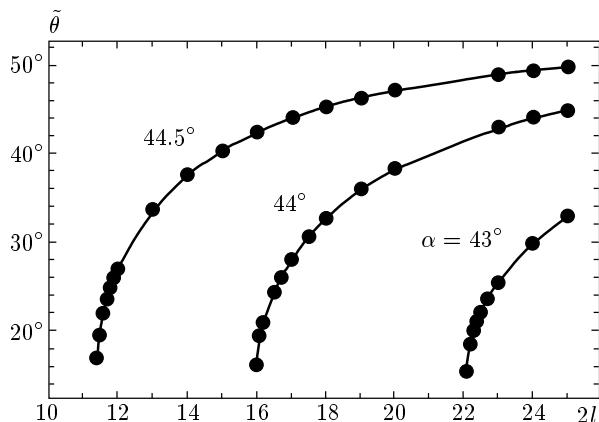


Рис. 4. Зависимость угла  $\tilde{\theta}$  между магнитным моментом и главной диагональю частицы в форме вытянутого ромбоида от размера частицы  $l$  для промежуточного состояния в той области, где это состояние устойчиво

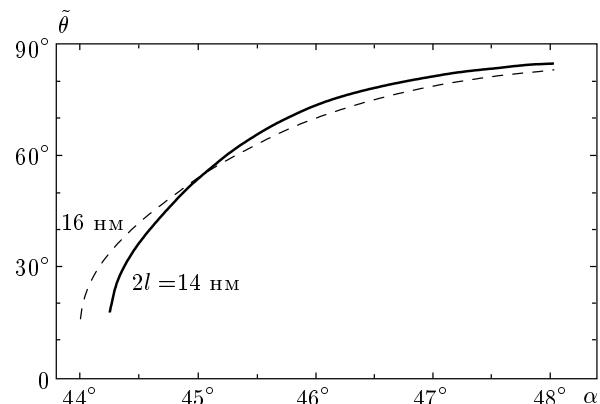


Рис. 5. Зависимость угла  $\tilde{\theta}$  между магнитным моментом частицы и главной диагональю ромбоида, полученного путем растяжения ( $\alpha < 45^\circ$ ) или сжатия ( $\alpha > 45^\circ$ ) куба вдоль его главной диагонали, от угла  $\alpha$  при двух фиксированных значениях длины ребра частицы

нении параметров частицы. Однако для данной деформации ситуация отлична от той, что мы получили выше. Хотя переориентация среднего магнитного момента происходит между состояниями с более высокой и более низкой симметрией, данный фазовый переход является типичным переходом первого рода, для которого есть область существования фаз  $l_c^{(2)}(\alpha) < l < l_c^{(1)}(\alpha)$ .

В случае сжатия куба вдоль главной диагонали куба наведенная анизотропия является легко-плоскостной и симметричной фазы с намагниченностью вдоль главной диагонали никогда не реализуется. В этом случае существует только промежуточное состояние, в котором при малых размерах частицы средний магнитный момент  $M_0$  асимптотически стремится к положению в плоскости, перпендикулярной главной диагонали,  $\tilde{\theta} \rightarrow \pi/2$ , или  $\theta \rightarrow \pi/2 + \gamma(\alpha)$ , а при достаточно больших  $l$  (или малых искажениях кубической формы) направление  $M_0$  приближается к грани частицы, которая противоположна диагонали грани  $AD$  на рис. 1б, т.е.  $\theta \rightarrow \beta(\alpha)$ , или  $\tilde{\theta} \rightarrow \beta(\alpha) - \gamma(\alpha)$ . Следовательно, в данной области параметров разворот среднего магнитного момента происходит монотонно, и переориентационные переходы отсутствуют.

Чтобы представить картину изменения среднего значения намагниченности частицы при различных деформациях, проследим за тем, как движется вектор  $M_0$  после фазового перехода первого рода при  $l = l_t(\alpha)$ , который существует при растяжении куба ( $\alpha < 45^\circ$ ), при увеличении  $\alpha$  до значения  $\alpha = 45^\circ$

и далее при дальнейшем сжатии куба при  $\alpha > 45^\circ$ . Зависимость угла  $\tilde{\theta}$  от угла  $\alpha$  в этом случае является монотонной функцией  $\alpha$ , принимающей значение  $\tilde{\theta} = \pi/2 - \gamma(45^\circ) \approx 54.775^\circ$  для недеформированного куба ( $\alpha = 45^\circ$ ), в этой точке пересекаются зависимости  $\tilde{\theta}(\alpha)$  для всех значений размера частицы. Найденные численно зависимости  $\tilde{\theta}(\alpha)$  при двух фиксированных длинах ребра для растяжения и сжатия куба (соответственно  $\alpha < 45^\circ$  и  $\alpha > 45^\circ$ ) вдоль главной оси изображены на рис. 5.

## 5. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На примере кубических магнитомягких частиц мы показали, что даже при незначительном отклонении формы частицы от симметричной может произойти существенное изменение магнитных свойств частицы, вплоть до фазового перехода в другое основное состояние с более низкой симметрией. Показано, что частицы одинаковой формы, изготовленные из одного материала, могут иметь разные основные состояния в зависимости от своего размера. Эти выводы особенно важны для больших массивов частиц правильной формы, которые легче всего изготавливать методами электронно-лучевой литографии. Именно такие физические объекты чаще исследуются в физическом эксперименте и могут иметь практическое использование [1–6]. Существование промежуточных магнитных состояний, описанных в данной статье, можно считать существен-

ным фактором, влияющим на свойства массива как целого. Скорее всего, в области существования таких состояний будет уменьшаться стабильность записи информации на отдельной частице и их присутствие будет нежелательным фактором в работе устройств записи информации на массивах магнитных наночастиц. С другой стороны, наличие таких состояний интересно с точки зрения фундаментальной физики магнетизма. Частицы в промежуточном состоянии должны проявлять все особенности, известные для объемных магнетиков вблизи переориентационных фазовых переходов. В частности, вблизи перехода в промежуточное состояние должны возникать особенности статической восприимчивости, размягчение мод собственных колебаний и так далее. Не исключено, что эти особенности физических свойств частиц в промежуточном магнитном состоянии и их упорядоченных массивов также смогут использоваться в устройствах функциональной электроники.

Обсудим теперь применимость метода, представленного в данной статье, для описания частиц с размерами до нескольких десятков нанометров (далее оценки приводятся для наиболее часто обсуждаемого случая пермаллоя), для которых существуют рассмотренные в нашей работе квазиоднородные состояния. (Для пермаллоевых частиц с размером больше 100 нм реализуется вихревое состояние с замкнутым магнитным потоком [7].) Подчеркнем, что предложенный метод базируется не только на теории возмущений, но является самосогласованным подходом к изучению свойств малых магнитных частиц. Расчеты, проведенные в рамках теории возмущений, можно рассматривать как первый шаг. Фактически, в результате этого расчета можно продемонстрировать, что статическое состояние описывается на основе эффективной энергии, записанной в виде комбинации степеней компонент среднего значения магнитного момента, инвариантной относительно группы симметрии частицы. Понятно, что качественно та же форма энергии применима и при  $l \geq l_e$ . Для выводов о характере основного состояния, в частности, присутствии или отсутствии фазовых переходов между симметрийно-обусловленными и промежуточными фазами и типа этих переходов часто важно знать только знак коэффициентов при этих инвариантах. Не удивительно, что результаты анализа на основе этого метода согласуются как с экспериментальными данными (например, вывод о том, что основному состоянию кубической частицы отвечает состояние типа «цветок»), так и с результатами, полученными с

помощью компьютерного моделирования, см. работу [20].

Проделанный в работе анализ позволяет исследовать частицы достаточно сложной формы, в частности такие, для которых дискретизация задачи путем разбиения объема частицы на малые области, форма которых повторяет форму частицы [21], весьма затруднительна. Важно отметить, что симметрийный подход зачастую позволяет сделать определенные выводы о характере состояний до проведения рутинного, но громоздкого расчета соответствующих вкладов в энергию по теории возмущений. Рассмотрим в качестве примера цилиндрическую частицу с осью симметрии вдоль оси  $z$ . Для нее, очевидно, присутствует анизотропия формы вида  $B M_z^2$  с коэффициентом  $B$ , зависящим от отношения высоты к диаметру, а также вклад неоднородного размагничивающего поля. Для последнего с точностью до членов порядка  $(l/l_e)^2$  слагаемые в энергии содержат, очевидно, сумму двух независимых инвариантов  $C_1 M_z^4 + C_2 (M_x^2 + M_y^2) M_z^2$ , что достаточно для описания переориентации магнитного момента от оси симметрии в плоскость при изменении формы частицы, т. е. коэффициента  $B$ . Другой пример: для частицы в форме правильной шестиугольной призмы ориентация намагниченности в плоскости базиса может быть полностью описана только при расчете слагаемых шестого порядка по степеням компонент магнитного момента, что требует учета членов порядка  $(l/l_e)^4$ . Однако этот достаточно громоздкий расчет может быть упрощен тем, что из соображений симметрии можно указать форму актуального слагаемого,  $C(l^4/M_0^4 l_e^4) [(M_x + iM_y)^6 + (M_x - iM_y)^6]$ , и для его нахождения, фактически, для расчета коэффициента  $C$ , достаточно рассмотреть задачу только для двух направлений  $\mathbf{M}_0$  в базисной плоскости.

Подобный подход будет полезен и для других проблем, в частности, для описания поведения среднего магнитного момента неэллипсоидальных частиц в достаточно сильном внешнем магнитном поле  $\mathbf{H}_0$ . Сюда относится и практически важная задача о перемагничивании неэллипсоидальных частиц. Отметим, что учет слабого поля, в частности, изучение индуцированной полем спиновой переориентации состояний с близкими  $\mathbf{M}_0$  вблизи переходов в промежуточное состояние, не представляет труда и может быть легко проведен на основе эффективной энергии типа (13), (15) или (18), с добавлением к ней зеemanовского слагаемого в форме  $-\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{M}_0$ . Однако наличие сильного внешнего поля,  $|\mathbf{H}| \sim 4\pi M_0$ , требует некоторой модификации расчета. В частности, меняется структура операторов

в уравнениях (4),  $-l_e^2 \nabla^2 m_{1,2} \rightarrow -l_e^2 \nabla^2 m_{1,2} + h_{1,2}$ , где  $h_{1,2} = H_{1,2}/M_0$ , а  $H_1$  и  $H_2$  — соответствующие компоненты внешнего поля. Однако такая модификация не представляет большого труда. В частности, собственные функции задачи остаются неизменными, а характер изменения собственных чисел задачи ясен: они увеличиваются при увеличении поля. Легко предсказать также и характер изменения результатов: если вклад однородного размагничивающего поля зависит только от геометрии частицы, то вклад следующих порядков теории возмущений, обратно пропорциональный собственным значениям  $\lambda_\alpha$ , эффективно уменьшается.

Мы благодарны Дж. Такеру (J. Tucker) и Н. Усову за плодотворные дискуссии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. B. Hillebrands, C. Mathieu, C. Hartmann, M. Bauer, O. Buettner, S. Riedling, B. Roos, S. O. Demokritov, B. Bartenlian, C. Chappert, D. Decanini, F. Rosseaux, E. Cambril, A. Muller, B. Hoffmann, and U. Hartmann, *J. Magn. Magn. Mat.* **175**, 10 (1997).
2. E. F. Wassermann, M. Thielen, S. Kirsch, A. Polmann, H. Weinforth, and A. Carl, *J. Appl. Phys.* **83**, 1753 (1998).
3. V. Novosad, Y. Otani, A. Ohsawa, S. G. Kim, K. Fukamichi, J. Koike, and K. Maruyama, *J. Appl. Phys.* **87**, 6400 (2000).
4. S. O. Demokritov, B. Hillebrands, and A. N. Slavin, *Phys. Rep.* **348**, 441 (2001).
5. R. P. Cowburn, D. K. Koltsov, A. O. Adeyeye, and M. E. Welland, *J. Appl. Phys.* **87**, 7082 (2000).
6. R. P. Cowburn and M. E. Welland, *Science* **287**, 1466 (2000).
7. N. A. Usov, *J. Magn. Magn. Mat.* **203**, 277 (1999).
8. M. E. Schabes and H. N. Bertram, *J. Appl. Phys.* **64**, 1347 (1988).
9. N. A. Usov, *J. Magn. Magn. Mat.* **125**, L7 (1991).
10. N. A. Usov and S. E. Peschany, *J. Magn. Magn. Mat.* **130**, 275 (1994).
11. N. A. Usov and S. E. Peschany, *J. Magn. Magn. Mat.* **174**, 247 (1997).
12. N. A. Usov and S. E. Peschany, *J. Magn. Magn. Mat.* **135**, 111 (1994).
13. R. P. Cowburn, A. Ercole, S. I. Gray, and J. A. C. Bland, *J. Appl. Phys.* **81**, 6879 (1997).
14. R. P. Cowburn, A. O. Adeyeye, and M. E. Welland, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5414 (1998).
15. R. P. Cowburn and M. E. Welland, *Appl. Phys. Lett.* **72**, 2041 (1998).
16. R. P. Cowburn and M. E. Welland, *Phys. Rev.* **58**, 9217 (1998).
17. W. F. Brown Jr., *Micromagnetics*, Interscience, New York (1963).
18. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
19. Е. В. Тартаковская и Б. А. Иванов, *Mat. Sci. Forum* **373–376**, 213 (2001).
20. Е. В. Тартаковская, Б. А. Иванов, и Дж. У. Тьюкер, *J. Appl. Phys.* **89**, 8348 (2001).
21. H. Fukushima, Y. Nakatani, and N. Hayashi, *IEEE Trans. Magn.* **34**, 193 (1998).
22. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1965).
23. A. Thiaville, D. Tomas, and J. Miltat, *Phys. Stat. Sol. (a)* **170**, 125 (1998).
24. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Гостехиздат, Москва (1957).