

# ПРОВОДИМОСТЬ ВИГНЕРОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

**Э. Г. Батыев\***

*Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 2 декабря 2003 г.

Предполагается, что в двумерной сильно коррелированной электронной системе (вигнеровской жидкости) на фоне подвижных носителей фермиевского типа возможно появление сравнительно малоподвижных объектов — кластеров из небольшого числа электронов. Эти образования могут «застревать» на неоднородностях и играть роль дополнительных рассеивателей. Обсуждаются кластеры из двух и трех электронов (для ближнего порядка в расположении электронов, как в треугольной решетке). Количество этих кластеров зависит как от температуры, так и от параллельного магнитного поля. Это приводит к соответствующим зависимостям сопротивления и намагниченности системы. В рамках простой модели при увеличении параллельного магнитного поля растет сопротивление и происходит переход металл–диэлектрик. Модель дает нелинейную зависимость намагниченности от магнитного поля.

PACS: 71.27.+a

Одной из интересных особенностей двумерных электронных систем малой плотности является сильная зависимость сопротивления от спиновой поляризации, которая вызывается параллельным магнитным полем (см. обзоры [1, 2]), так что сопротивление возрастает в несколько раз при увеличении магнитного поля. Кроме того, судя по температурному поведению сопротивления, при возрастании спиновой поляризации происходит переход металл–диэлектрик. Естественно возникает вопрос о причине такого поведения сопротивления.

Вообще говоря, можно представить различные механизмы роста сопротивления со спиновой поляризацией. Например, это могло бы быть, если бы эффективная масса квазичастиц возрастила с поляризацией. Эксперимент не показывает этого [2]. Другой причиной могло бы стать увеличение взаимодействия с примесями. Именно такой механизм рассматривался в работах [3, 4]. Возможно также изменение количества рассеивающих центров, как это предполагается в работе [5]. Наконец, в работе [6] причина усматривается в образовании неоднородного (двухфазного) состояния.

В настоящей работе предлагается другой подход, следующий из тех представлений о свойствах сильно коррелированной системы, которые обсуждались в работе [7]. В этой работе была получена оценка величины обменного взаимодействия частиц в системе двумерных электронов малой плотности (и, соответственно, эффективной массы ферми-воздушений). Использовалась модель, в которой были рассмотрены две частицы (ближайшие соседи), находящиеся в общей потенциальной яме, создаваемой окружением, и взаимодействующие друг с другом по закону Кулона. Каждая из частиц находится в основном в своем минимуме потенциала, и они изредка обмениваются местами. В работе [7] было вычислено возникающее при этом обменное расщепление уровней  $E_A - E_S$ , где  $E_A$  и  $E_S$  — энергии, соответствующие антисимметричной  $\Psi_A$  и симметричной  $\Psi_S$  функциям координат. Гамильтониан обменного взаимодействия  $H_{ex}$ , дающий это расщепление, можно представить в виде

$$H_{ex} = \lambda_S \left\{ (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2) + (\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2) + 4(\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2)(\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2) - \frac{1}{4} \right\}, \quad (1)$$

где индексы 1, 2 нумеруют частицы,  $\mathbf{S}$  — оператор спина частицы,  $\mathbf{Q}$  — оператор квазиспина частицы

---

\*E-mail: batyev@isp.nsc.ru

(в случае двух долин, как для двумерных электронов в инверсионном слое кремния, он равен  $1/2$ ), постоянная  $-1/4$  в скобках добавлена для удобства. Величина  $\lambda_S$  и эффективная масса  $m^*$  связаны с расщеплением уровня следующим образом:

$$2\lambda_S = E_A - E_S \sim n/m^*, \quad (2)$$

где  $n$  — концентрация носителей. Отметим симметрию выражения (1) между спином и квазиспином. Далее подразумевается двухдолинная ситуация, но выражение (1) можно использовать и в случае одной долины, когда квазиспина нет, как для частиц в пределах одной долины.

В связи с изложенным необходимо отметить следующее. В системе с малой плотностью электронов имеется следующая иерархия энергий.

1) Самая большая энергия соответствует кулоновскому взаимодействию электронов, примем эту энергию за единицу. Именно кулоновское взаимодействие приводит к образованию вигнеровского кристалла и обеспечивает ближний порядок в вигнеровской жидкости.

2) Характерная энергия плазменных колебаний, или энергия нулевых колебаний, порядка  $1/\sqrt{r_s}$ , где  $r_s$  — безразмерное расстояние между электронами ( $r_s \gg 1$ ). Нулевые колебания не позволяют электронам образовать кристалл вплоть до довольно больших значений  $r_s$  (по результатам работы [8] кристаллизация наступает при  $r_s \approx 37 \pm 5$ ).

3) Далее идет фермиевская энергия, которая порядка  $1/r_s$ , если ее рассчитывать, как в газе, используя неперенормированную (зонную) массу  $m$ . На самом деле, фермиевская энергия еще меньше, потому что  $m^* > m$ . Эта энергия порядка энергии обменного взаимодействия, см. (2), и именно об энергиях такого масштаба пойдет дальше речь.

**Исходная идея.** Далее, казалось бы, надо действовать согласно теории ферми-жидкости Ландау, т. е. рассматривать систему квазичастиц фермиевского типа (с перенормированной эффективной массой) по аналогии с ферми-газом, но со свойствами, зависящими от функции распределения квазичастиц. В этом месте возникает вопрос, достаточно ли этого в нашем случае. Действительно, можно представить ситуацию, когда, например, энергия (в расчете на одну частицу) пары соседних частиц, рассмотренных в упомянутой модели [7], меньше фермиевской энергии квазичастиц, и поэтому могло бы появиться некоторое число таких пар на фоне газа квазичастиц. Если так, то надо было бы учитывать влияние таких пар на свойства системы.

Можно рассматривать вместо пары какое-нибудь другое образование. Для ближнего порядка, как в вигнеровском кристалле (т. е. как в треугольной решетке), тройка ближайших соседей — это наиболее подходящий кандидат. Очевидно, что это (в расчете на одну частицу) более выгодно по энергии, чем образование пары. По этой причине, возможно, надо отдать предпочтение именно тройкам.

Рассматривать в жидкости более сложные образования вряд ли имеет смысл, потому что для этого требуется упорядоченное расположение не только ближайших соседей, но и следующих за ближайшими. Поэтому далее речь пойдет только о парах и тройках.

Количество таких кластеров явно будет зависеть от магнитного поля (потому что они имеют спин) и от температуры, поэтому и число подвижных носителей фермиевского типа (фермионов) тоже. Естественно считать, что такие кластеры малоподвижны, потому что амплитуда перескока для них меньше амплитуды перескока отдельной частицы (для тройки экспоненциально мала). Это означает, что они могут «застревать» даже на малых неоднородностях и тем самым исключаются из вклада в ток. На них могут рассеиваться подвижные носители (фермионы), что также будет влиять на проводимость системы. Приведенная картина есть основа предлагаемого описания.

Все это в какой-то мере напоминает модель, использованную в работе [5]. Но предлагаемая в настоящей работе картина связывается непосредственно со свойствами сильно коррелированной системы, внутренне присуща ей. И в этом смысле является универсальной, не зависящей от свойств образца.

В связи с работой [6] отметим следующее. В этой работе рассматривается неоднородное (двухфазное) состояние системы. Как отмечается, соответствующая область может быть невелика. Вне этой области имеется однородное состояние, и рассматриваемая в настоящей работе модель может быть применима в этом случае (для жидкости). В двухфазном состоянии наша модель может годиться для жидкой фазы.

**Кластеры.** Начнем с пары. Пара с низшей энергией соответствуют квантовые числа ( $S = 1, Q = 0$ ) и ( $S = 0, Q = 1$ ) (здесь  $S$  и  $Q$  — суммарные спин и квазиспин системы двух частиц). Используя выражение (1), нетрудно убедиться, что минимальная энергия  $E_2$  пары равна

$$E_2/2 = -3\lambda_S/8 \quad (3)$$

(здесь написана энергия в расчете на одну частицу).

Теперь об интересующем нас кластере из трех частиц, которые расположены по углам равностороннего треугольника, и каждая пара ближайших соседей взаимодействует согласно (1). Состояние с квантовыми числами ( $S = 3/2, Q = 3/2$ ) обладает максимальной энергией и нас не интересует (здесь  $S$  и  $Q$  — суммарные спин и квазиспин системы трех частиц).

Рассмотрим состояния с квантовыми числами ( $S = 3/2, Q = 1/2$ ) и ( $S = 1/2, Q = 3/2$ ), которые имеют одинаковую энергию. Для этой энергии, которую обозначим  $E_3(3/2)$  по максимально возможному спину, получается следующий результат:

$$\frac{1}{3}E_3\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{7}{12}\lambda_S \quad (4)$$

(тоже в расчете на одну частицу). Отметим двукратное вырождение состояний с заданными квантовыми числами  $S, S_3, Q, Q_3$ .

Наконец, рассмотрим состояние кластера из трех частиц с квантовыми числами ( $S = 1/2, Q = 1/2$ ). Для энергии  $E_3(1/2)$  такого состояния получим

$$E_3(1/2)/3 = -3\lambda_S/4. \quad (5)$$

Это состояние при заданных квантовых числах  $S, S_3, Q, Q_3$  не вырождено.

**Модель.** Принимается простейшая модель: газ подвижных носителей (фермионов) плюс кластеры. Энергия системы

$$E = \sum_{\mathbf{p}, \sigma} [\epsilon(\mathbf{p}) + H\sigma] n_\sigma(\mathbf{p}) + \sum_{\Sigma, \nu} \kappa(\Sigma) [\gamma(\Sigma) E_0(\Sigma, \nu) + HS_3] N(\Sigma, \nu). \quad (6)$$

Здесь первая сумма относится к фермионам (суммирование по импульсу и по проекции спина  $\sigma = \pm 1/2$ ,  $\epsilon$  и  $n_\sigma$  — соответственно энергия и концентрация фермионов). Второе слагаемое относится к кластерам. Для совокупности квантовых чисел введено обозначение

$$(S, S_3, Q, Q_3) \rightarrow \Sigma.$$

Суммирование происходит по этим квантовым числам и номеру состояния  $\nu$ . Величина  $\gamma(\Sigma) E_0(\Sigma, \nu)$  — это энергия соответствующего кластера в отсутствие магнитного поля (не зависит от проекций спина и квазиспина,  $S_3$  и  $Q_3$ ),  $\gamma(\Sigma)$  — число частиц в кластере. Постоянная  $\kappa(\Sigma)$  учитывает дополнительное вырождение уровня ( $\kappa = 2$  для состояний с энергией (4), в остальных случаях  $\kappa = 1$ ). Наконец,  $H$  — это магнитное поле в энергетических единицах,

$$g^* \mu_B B \rightarrow H.$$

Здесь  $g^*$  — эффективный  $g$ -фактор (считается одинаковым для фермионов и кластеров),  $\mu_B$  — магнетон Бора. Запись энергии в виде (6) годится для учета кластеров различных типов.

Далее подразумевается, что в каждом состоянии  $\nu$  может находиться только один кластер, а полное число этих состояний порядка полного числа частиц. Казалось бы, в жидкости надо было бы считать кластер частицей (с достаточно большой эффективной массой) и характеризовать эту частицу импульсом. Однако имеет смысл моделировать систему кластеров, предполагая для них локализованные состояния из-за неоднородностей.

**Равновесные свойства.** Характеристики кластеров можно найти при помощи статистической суммы  $Z(\nu)$  для данного состояния:

$$Z(\nu) = 1 = \sum_{\Sigma} \kappa(\Sigma) \exp\left\{-\frac{\gamma(\Sigma)[E_0(\Sigma, \nu) - \mu] + HS_3}{T}\right\}, \quad (7)$$

где  $\mu$  — химический потенциал системы. В случае квадратичной зависимости энергии фермиона от импульса,  $\epsilon(\mathbf{p}) = p^2/2m^*$ , для концентрации фермионов с данной проекцией спина для данной долины имеем

$$n_\sigma = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} n_\sigma(\mathbf{p}) = \frac{m^* T}{2\pi} \ln \left\{ 1 + \exp \left( \frac{\mu_\sigma}{T} \right) \right\}, \quad (8)$$

где

$$n_\sigma(\mathbf{p}) = \left\{ \exp \left[ \frac{\epsilon(\mathbf{p}) - \mu_\sigma}{T} \right] + 1 \right\}^{-1} \quad (9)$$

— фермионная функция распределения,

$$\mu_\sigma \equiv \mu - H\sigma.$$

Как обычно, химический потенциал определяется заданием числа частиц (число фермионов плюс число электронов в кластерах). Это условие в случае двух долин выглядит следующим образом:

$$n = n_F + n_\Gamma, \quad n_F = 2 \sum_{\sigma} n_\sigma, \\ n_\Gamma = \sum_{\Sigma, \nu} \frac{-T}{Z(\nu)} \frac{\delta Z(\nu)}{\delta E_0(\Sigma, \nu)}. \quad (10)$$

Здесь  $n$  — концентрация электронов,  $n_F$  — концентрация подвижных носителей (фермионов),  $n_\Gamma$  — концентрация электронов в кластерах (выражается через функциональную производную величины (7)).

До сих пор записывались выражения в общем виде с учетом кластеров, содержащих различное число электронов. Далее ограничимся кластерами из трех электронов, для которых получались более низкие энергии, чем для пар (см. (3)–(5)). Для них будем учитывать не только состояния со спином 1/2 (см. (5)), но и состояния (4), которые хотя и выше по энергии в отсутствие магнитного поля, но в достаточно большом магнитном поле вклад состояний со спином 3/2 может быть основным. Кроме того, для простоты будем пренебречь разбросом уровней кластеров, т. е. будем считать, что  $E_0$  не зависит от номера состояния  $\nu$ . Вместо обозначения  $E_0(\Sigma)$ , для которого надо указывать каждый раз набор квантовых чисел, удобно далее использовать другие обозначения:

$$\begin{aligned} E_0(1/2, 1/2) &\rightarrow \epsilon_0, \\ E_0(1/2, 3/2) = E_0(3/2, 1/2) &\rightarrow \epsilon_1 \end{aligned} \quad (11)$$

(аргументы соответствуют значениям спина и квазиспина). Как следует из (4) и (5),  $\epsilon_0 < \epsilon_1$ .

После этих замечаний статистическая сумма (7) запишется в виде

$$\begin{aligned} Z = 1 + 4 \exp\left[-\frac{3(\epsilon_0 - \mu)}{T}\right] \operatorname{ch} \frac{H}{2T} + \\ + 8 \exp\left[-\frac{3(\epsilon_1 - \mu)}{T}\right] \left\{ \operatorname{ch} \frac{3H}{2T} + 3 \operatorname{ch} \frac{H}{2T} \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Для концентрации электронов в кластерах имеем

$$n_\Gamma = 3n_0 \frac{Z-1}{Z}, \quad (13)$$

где  $n_0$  — концентрация состояний кластеров.

Теперь найдем спиновый момент  $M$  в зависимости от магнитного поля. Его отношение к максимально возможному значению  $M_m = n/2$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_m} = \eta \frac{2T}{3Z} \left( \frac{\partial Z}{\partial H} \right)_\mu + \\ + \frac{T}{2\epsilon_F} \left\{ \frac{H}{2T} + \ln \frac{\operatorname{ch}[(\mu + H/2)/(2T)]}{\operatorname{ch}[(\mu - H/2)/(2T)]} \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь первое слагаемое справа — вклад кластеров (см. (12)), а второе — вклад фермионов. Постоянная  $\eta$  соответствует максимальной доле электронов, которые могут быть помещены в кластерные состояния (по-видимому, надо считать, что  $\eta$  меньше (по-рядка) единицы),  $\epsilon_F$  — фермиевская энергия в двухдолинном случае при  $T = 0$  без учета кластеров:

$$\eta = \frac{3n_0}{n}, \quad \epsilon_F = \frac{\pi n}{2m^*}. \quad (15)$$

**Нулевая температура.** Пусть  $\epsilon_0 < \epsilon_F$ . В магнитном поле при нулевой температуре надо учитывать уровни кластеров только с минимальной энергией, т. е.

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 - \frac{H/2}{3}, \quad \epsilon_1 \rightarrow \epsilon_1 - \frac{H}{2}.$$

Смещение энергий фермионов  $\delta\epsilon_{\uparrow,\downarrow} = \pm H/2$ . В результате для концентраций фермионов (с разными проекциями спина) и электронов в кластерах (с наиболее выгодной проекцией спина) в интервале  $0 < H < 3\epsilon_0/2$  имеем

$$\begin{aligned} n_\uparrow &= \frac{m^*}{\pi} \left( \epsilon_0 - \frac{2H}{3} \right), \quad n_\downarrow = \frac{m^*}{\pi} \left( \epsilon_0 + \frac{H}{3} \right), \\ n_\Gamma &= n - \frac{m^*}{\pi} \left( 2\epsilon_0 - \frac{H}{3} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

В больших полях,

$$3\epsilon_0/2 < H < 3(2\epsilon_F - \epsilon_0), \quad (17)$$

происходит опустошение уровней кластеров вплоть до нуля и возрастание величины  $n_\downarrow$  до значения  $n$  (по линейному закону). Это все пока без учета уровня  $\epsilon_1$ , т. е. в случае  $\epsilon_1 > 2\epsilon_F$ .

Теперь пусть  $\epsilon_0 < \epsilon_1 < 2\epsilon_F$ . Уровень  $\epsilon_1$  вступает в игру в магнитном поле  $H/3 > \epsilon_1 - \epsilon_0$ . Могут быть два случая. Во-первых, этот уровень может «подключиться», когда  $n_\uparrow = 0$ , т. е. когда магнитное поле попадает в интервал (17). В этом случае уровни кластеров опустошаются, но не до конца (на левой границе интервала (17), т. е. при  $\epsilon_1 = 3\epsilon_0/2$ , вообще не опустошаются). Во-вторых, этот уровень подключается при  $n_\uparrow > 0$  ( $\epsilon_1 < 3\epsilon_0/2$ ). Остановимся на этом случае.

В интервале магнитных полей  $0 < H < 3(\epsilon_1 - \epsilon_0)$  имеют место прежние соотношения (16). В точке  $H/3 = \epsilon_1 - \epsilon_0$  происходит заполнение состояний кластеров с исходной энергией  $\epsilon_1$  вместо  $\epsilon_0$  (без учета разброса уровней кластеров это происходит скачком). В интервале магнитных полей  $3(\epsilon_1 - \epsilon_0) < H < \epsilon_1$  имеем

$$\begin{aligned} n_\uparrow &= \frac{m^*}{\pi}(\epsilon_1 - H), \quad n_\downarrow = \frac{m^*}{\pi}\epsilon_1, \\ n_\Gamma &= n - \frac{m^*}{\pi}(2\epsilon_1 - H). \end{aligned} \quad (18)$$

Это продолжается вплоть до магнитного поля  $H = \epsilon_1$ , когда наступает состояние полной поляризации ( $n_\uparrow = 0$ ), а величины  $n_\downarrow$ ,  $n_\Gamma$  выходят на насыщение. Для всех величин, в том числе и для сопротивления, получаются кривые с изломами,

а для магнитного момента даже со скачками. Разумеется, картина слаживается с температурой.

Отметим, что приведенные соотношения справедливы, пока получающееся количество электронов в кластерах меньше максимально возможного, т. е.  $n_\Gamma < 3n_0$ . Это имеет место при условии

$$1 - \frac{\epsilon_1}{2\epsilon_F} < \eta.$$

В противном случае эти соотношения годятся только до полного заполнения уровней кластеров. Например, если это происходит при  $3(\epsilon_1 - \epsilon_0) < H$ , то для соответствующего значения магнитного поля  $H_0$  получим

$$\frac{H_0}{2\epsilon_F} = \eta + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_F} - 1.$$

Теперь о магнитном моменте. Рассмотрим случай  $\epsilon_0 < \epsilon_F$ ,  $\epsilon_0 < \epsilon_1 < 3\epsilon_0/2$  (см. (16), (18) для двух областей изменения магнитного поля). Получим

$$\frac{M}{M_m} = \frac{5H}{9\epsilon_F} + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_F}\right), \quad 0 < H < 3(\epsilon_1 - \epsilon_0). \quad (19)$$

Это низкие поля. Для высоких полей вплоть до полной поляризации имеем

$$\frac{M}{M_m} = 1 + \frac{H - \epsilon_1}{\epsilon_F}, \quad 3(\epsilon_1 - \epsilon_0) < H < \epsilon_1. \quad (20)$$

Скачки магнитного момента имеются в точках  $H = 0$  и  $H = 3(\epsilon_1 - \epsilon_0)$ . (Разумеется, эти скачки слаживаются при конечной температуре, а также из-за вероятного разброса уровней кластера.) Отношение восприимчивостей в двух областях (низких и высоких полей) равно

$$\frac{\chi_1}{\chi_2} = \frac{5}{9}.$$

Отметим, что полная поляризация в этом случае наступает в магнитном поле  $H = \epsilon_1 < 3\epsilon_0/2 < 3\epsilon_F/2$ , в то время как в отсутствие кластеров — при  $H = 2\epsilon_F$ .

В связи со скачком магнитного момента вблизи  $H = 0$  отметим следующее. В работе [9] проводились непосредственные измерения магнитного момента в параллельном магнитном поле. Было обнаружено, что намагничивание ведет себя нелинейным образом, причем спиновая восприимчивость становится больше при уменьшении магнитного поля. Это обстоятельство интерпретируется как вклад локализованных спинов. Возможно, это и есть проявление кластеров, обсуждаемых в настоящей работе.

**Сопротивление.** Для удельного сопротивления  $\rho$  будем использовать обычное выражение:

$$\rho = \frac{m}{n_F e^2 \tau}, \quad (21)$$

где  $\tau$  — время релаксации. Вопрос в том, что брать в качестве  $\tau$ . Если взаимодействие с примесями слабое (заведомо не так для кластеров) или количество примесей мало, то время релаксации пропорционально их концентрации, т. е. в случае рассеяния на кластерах  $1/\tau \sim n_\Gamma$ . Для достаточно чистых образцов это главное. Возможно, что надо учитывать и другие рассеиватели с концентрацией  $n_i$ , и тогда вместо приведенного выражения в простейшем случае можно написать

$$1/\tau \propto n_\Gamma + \alpha n_i, \quad (22)$$

где множитель  $\alpha$  учитывает различие рассеивателей. В результате с учетом соотношений (13) и (10) можно записать

$$\rho \propto \frac{\eta(Z-1) + A Z}{(1-\eta)Z + \eta}, \quad A \equiv \alpha \frac{n_i}{n}. \quad (23)$$

Вклад с коэффициентом  $A$  в выражении (14) существен в отсутствие кластеров (при  $Z = 1$ ) и соответствует как бы остаточному сопротивлению. Это может быть при нулевой температуре без магнитного поля при условии  $\epsilon_0 > \epsilon_F$ . Если же кластеры всегда есть, то для достаточно чистых образцов можно считать, что  $A \rightarrow 0$ .

Рассмотрим поведение сопротивления при низких температурах  $T \ll \epsilon_F$ . При  $H = 0$  из (10), (13) имеем уравнение для определения химического потенциала:

$$n - \frac{2m^*\mu}{\pi} = \frac{3n_0}{(1/4)\exp[3(\epsilon_0 - \mu)/T] + 1} \quad (24)$$

(не учтены состояния кластеров с энергией  $\epsilon_1 > \epsilon_0$ ).

Запишем химический потенциал в виде

$$\mu = \epsilon_0 + \mu_1.$$

Тогда уравнение (24) перепишется так:

$$1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_F} = \frac{\mu_1}{\epsilon_F} + \frac{\eta}{(1/4)\exp(-3\mu_1/T) + 1}. \quad (25)$$

Если при абсолютном нуле температур состояния кластеров частично заполнены ( $\epsilon_0 < \epsilon_F$ ), то химический потенциал  $\mu \rightarrow \epsilon_0$  при  $T \rightarrow 0$ . При определенных параметрах имеется нулевое решение уравнения (24), именно:

$$1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_F} = \frac{4\eta}{5}, \quad \mu_1 = 0. \quad (26)$$

В этом случае число кластеров остается постоянным. Если справедливо соотношение (22), то сопротивление тоже постоянно, т. е. это есть условие для сепаратрисы.

При малом изменении параметров можно пренебречь первым слагаемым справа в (25), которое мало по сравнению с левой частью, так что приближенно получим

$$\frac{3\mu_1}{T} \approx -\ln \left( 5 \frac{\beta_R}{\beta_L} - 4 \right), \quad (27)$$

где для удобства для левой и правой частей соотношения (26) введены обозначения соответственно  $\beta_L$  и  $\beta_R$ . Отсюда видно, что при  $\beta_R/\beta_L > 1$  ( $\mu_1 < 0$ ) число фермионов уменьшается с ростом температуры, а число кластеров (рассеивающих центров) растет, т. е. сопротивление увеличивается. Это соответствует металлической фазе. В противном случае, при  $\beta_R/\beta_L < 1$  ( $\mu_1 > 0$ ), сопротивление убывает с ростом температуры, что соответствует диэлектрической фазе. В обоих случаях сопротивление изменяется линейно при низких температурах.

Поведение сопротивления с температурой зависит от величины магнитного поля. Рассмотрим магнитное поле в интервале, указанном для соотношения (18). В этом случае достаточно учесть состояния кластера со спином  $S = 3/2$  и квазиспином  $Q = 1/2$ . Получаются прежние выражения (24)–(26) с заменой

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_1 - H/2.$$

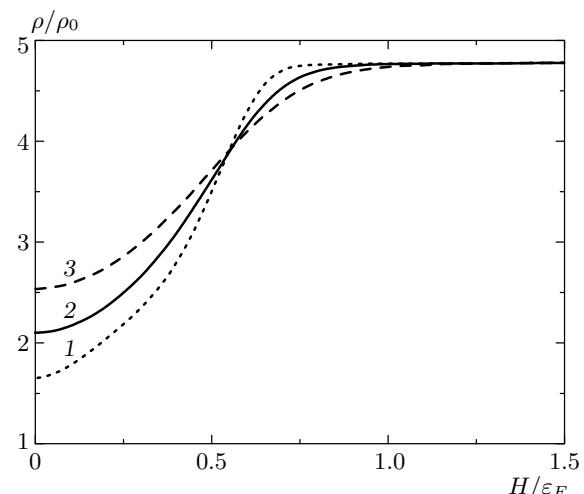
Так, вместо (26) имеем

$$1 - \frac{\epsilon_1 - H/2}{\epsilon_F} = \frac{4\eta}{5}, \quad \mu_1 = 0. \quad (28)$$

Учитывая, что  $H < \epsilon_1$ , получим условие появления сепаратрисы:

$$\frac{\epsilon_1}{2\epsilon_F} < 1 - \frac{4\eta}{5}.$$

При отклонении от условия (28) имеем выражение для  $\mu_1$ , совпадающее с (27), только под правой и левой частями надо понимать соответствующие части выражения (28). С ростом магнитного поля левая часть растет, в то время как правая часть остается постоянной. Поэтому, как следует из (27),  $\mu_1 < 0$  в меньших полях, число подвижных носителей уменьшается, а число рассеивающих центров увеличивается с ростом температуры, т. е. сопротивление растет с температурой, что по этому признаку соответствует металлической фазе. В больших полях все наоборот, т. е. имеется диэлектрическая фаза. Таким образом, если судить по температурному ходу сопротивления, с ростом спиновой поляризации возможен



Зависимость сопротивления от магнитного поля для разных температур: 1 —  $T/\epsilon_F = 0.05$ ; 2 —  $T/\epsilon_F = 0.10$ ; 3 —  $T/\epsilon_F = 0.15$

переход металл–диэлектрик. Такое поведение сопротивления качественно соответствует эксперименту.

Причина появления сепаратрисы (и перехода металл–диэлектрик) в рамках рассматриваемой модели понятна. Заполнение кластерных состояний возрастает с магнитным полем. Если это заполнение мало при нулевой температуре, то оно увеличивается с температурой. Если же заполнение кластерных состояний достаточно велико, то оно уменьшается с температурой. В некотором промежуточном случае (в некотором магнитном поле) заполнение кластерных состояний не изменяется с температурой, т. е. сопротивление остается постоянным, что по этому признаку соответствует точке перехода металл–диэлектрик.

Конкретное сопоставление с экспериментом не проводилось. В иллюстративных целях приведем кривые для сопротивления в случае, когда можно ограничиться учетом рассеяния на кластерах. На рисунке представлены зависимости сопротивления ( $\rho_0$  — сопротивление при  $T = H = 0$ ) от магнитного поля для разных температур. Были использованы соотношение (23) и параметры  $\epsilon_0/\epsilon_F = 0.95$ ,  $\epsilon_1/\epsilon_F = 1.1$ ,  $\eta = 0.2$  и  $A = 0$ . Здесь возможно заполнение всех кластерных состояний, что происходит в магнитном поле  $H > H_0 = 0.6\epsilon_F$  (при  $T = 0$ ), пока еще нет полной спиновой поляризации, но сопротивление в таких полях уже выходит на насыщение (выражение для  $H_0$  приведено между соотношениями (18) и (19)). Максимальное значение сопротивления  $(\rho/\rho_0)_{max} = 4.75$ .

В рассмотренном здесь примере число подвижных носителей (фермионов) уменьшается при возрастании магнитного поля (максимально на 16 % при абсолютном нуле, а при  $T \neq 0$  в меньшей степени, например, при  $T/\epsilon_F = 0.15$  приблизительно на 8.5 %). Соответственно, должен увеличиваться коэффициент Холла. Однако есть эксперимент [10] (см. также [11]), который показывает с хорошей точностью постоянство коэффициента Холла во всем интервале изменения параллельного магнитного поля вплоть до полной спиновой поляризации. Пока не понятно, является ли постоянство коэффициента Холла универсальным свойством или свойством образцов, исследованных в работе [10]. К сожалению, для выяснения того, что дает модель применительно к этому эксперименту, данных недостаточно (например, не известно, наблюдается ли сепаратриса).

Выводы о возрастании сопротивления с магнитным полем следуют из использованной модели, учитывающей образование кластеров из трех электронов (качественно картина не изменится и для кластеров из двух электронов). Предполагается справедливость соотношений (21), (22). Это так, если взаимодействие подвижных носителей с кластерами можно было бы считать слабым. На самом деле взаимодействие фермиевских квазичастиц с кластерами не является слабым. Оно порядка единицы в безразмерных единицах (за единицу энергии принимается фермиевская энергия, а за единицу длины — среднее расстояние между частицами). Поэтому соотношение (22) можно записывать в пределе небольшого числа кластеров,  $n_{\Gamma} \ll n$ , качественно это соотношение справедливо вплоть до  $n_{\Gamma} \sim n$ . Однако при некоторых значениях  $n_{\Gamma}$  (порядка  $n$ ) такая простая картина может не пройти, потому что надо учитывать более сложные явления, например, локализа-

цию фермионов.

Благодарю за обсуждение А. В. Чаплика, М. В. Энтина и З. Д. Квона. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-16159), INTAS (грант № 2212), а также Совета при Президенте РФ по поддержке научных школ и программой Минпромнауки РФ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. E. Abrahams, S. V. Kravchenko, and M. P. Sarachik, Rev. Mod. Phys. **73**, 251 (2001).
2. S. V. Kravchenko and M. P. Sarachik, Rep. Progr. Phys. **67**, 1 (2004).
3. V. T. Dolgopolov and A. Gold, Письма в ЖЭТФ **71**, 42 (2000).
4. G. Zala, B. N. Narozhny, and I. L. Aleiner, Phys. Rev. B **65**, 020201 (2001).
5. B. L. Altshuler and D. L. Maslov, Phys. Rev. Lett. **82**, 145 (1999).
6. B. Spivak, Phys. Rev. B **67**, 125205 (2003).
7. Э. Г. Батыев, Письма в ЖЭТФ **76**, 840 (2002).
8. B. Tanatar and D. M. Ceperly, Phys. Rev. B **39**, 5005 (1989).
9. O. Prus, Y. Yaish, M. Reznikov et al., Phys. Rev. B **67**, 205407 (2003).
10. S. A. Vitkalov, H. Zheng, K. M. Mertes et al., Phys. Rev. B **63**, 193304 (2001).
11. S. A. Vitkalov, Phys. Rev. B **64**, 195336 (2001).