ЖЭТФ, 2004, том 126, вып. 2 (8), стр. 288–304 © 2004

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ МАССИВНОГО НЕЙТРИНО

М. С. Дворников[*], *А. И. Студеникин*[**]

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119992, Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 апреля 2004 г.

Проведено исследование электромагнитных формфакторов массивного нейтрино в рамках минимально расширенной стандартной модели в произвольной R_ξ-калибровке и с учетом зависимости от масс всех взаимодействующих частиц. Впервые в явном виде получены вклады всех фейнмановских диаграмм в зарядовый, магнитный и анапольный формфакторы, в которых точно учтена зависимость от масс всех частиц, а также от калибровочных параметров. Исследовано асимптотическое поведение магнитного формфактора при больших отрицательных квадратах импульса внешнего фотона. Получено выражение для анапольного момента массивного нейтрино. Полученные результаты обобщены на случай смешивания между различными поколениями нейтрино. Найдены явные выражения для зарядового, магнитного, электрического дипольного и анапольного переходных формфакторов, а также для электрического дипольного переходного момента.

PACS: 13.40.Gp, 13.40.Dk, 14.60.St, 14.60.Pq

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение электромагнитных свойств нейтрино представляет значительный интерес в свете недавних экспериментальных подтверждений существования ненулевой массы нейтрино, а также смешивания между различными ароматами нейтрино [1–3]. В настоящее время вопрос о том, является ли нейтрино дираковской либо майорановской частицей, окончательно не решен. Отметим, что данные два типа элементарных частиц обладают принципиально различными электромагнитными характеристиками [4]. Хорошо известно, что фермион со спином 1/2 может обладать не более чем четырьмя электромагнитными формфакторами. Как правило, данные величины определяют в терминах зарядового, дипольного магнитного и электрического, а также анапольного формфакторов (см. также разд. 2). Однако майорановское нейтрино может проявлять свои электромагнитные свойства только через взаимодействие анапольного формфактора с внешним электромагнитным полем.

Определенный интерес представляет вычисление радиационных поправок к статическим характеристикам элементарной частицы – ее зарядам, которые определяются значениями соответствующих формфакторов при нулевой передаче импульса. Здесь необходимо отметить работы [5–10], в которых впервые были вычислены электромагнитные моменты нейтрино в различных теоретических моделях. В серии недавно опубликованных работ [11–13] исследовались электрический заряд и магнитный момент нейтрино в произвольной R_ξ-калибровке. Напомним, что соответствующие формфакторы при нулевой передаче импульса являются элементами матрицы рассеяния и, следовательно, могут быть измерены в эксперименте. Таким образом, электрический заряд и магнитный момент не должны зависеть от выбора калибровки. Именно это и было продемонстрировано в работах [11–13] даже для случая массивного нейтрино [13]. Исследование радиационных поправок к электромагнитным свойствам нейтрино может дать прямое указание на физическую теорию за пределами стандартной модели и предоставляет важную информацию о параметрах и структуре предполагаемой модели взаимодействия элементарных частиц. Так, например, у

[*]E-mail: maxim_dvornikov@aport.ru
[**]E-mail: studenik@srd.sinp.msu.ru

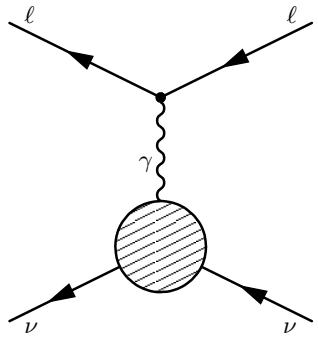

Рис. 1. Пример диаграммы, дающей вклад в упругое рассеяние нейтрино на лептоне. Заштрихованный круг схематически обозначает электромагнитную вершинную функцию нейтрино

частиц, описываемых в рамках теорий с нарушенной CP-инвариантностью, неизбежно появляется дипольный электрический момент.

При ненулевой передаче импульса электромагнитные формфакторы не являются инвариантами группы калибровочных преобразований и, следовательно, не являются измеряемыми величинами. Однако при расчете некоторых процессов, например при вычислении поправок высшего порядка, необходимо учитывать значения электромагнитных формфакторов нейтрино при ненулевой передаче импульса. Один из подобных процессов, соответствующий радиационным поправкам к рассеянию нейтрино на лептоне, изображен на рис. 1.

Исследование зарядового и магнитного формфакторов элементарных частиц в рамках различных калибровочных теорий проведено в статьях [6, 14]. В данных работах изучался случай безмассового нейтрино и были рассмотрены не только статические электромагнитные характеристики, но также и асимптотическое поведение магнитного формфактора при больших отрицательных квадратах импульса внешнего фотона. Как хорошо известно, в минимально расширенной стандартной модели магнитный момент нейтрино пропорционален массе частицы. В ряде теоретических моделей (см., например, статью [15]) величина магнитного момента несущественным образом зависит от массы нейтрино, а полностью определяется массой тяжелой частицы в поляризационной петле.

Одним из электромагнитных свойств элементарной частицы является ее зарядовый радиус, изучению которого посвящены многочисленные исследования. Выражение для зарядового радиуса безмассового нейтрино в рамках стандартной модели было получено в работе [16]. В данной статье было обнаружено, что для безмассовой частицы зарядовый радиус является расходящейся величиной и, более того, зависит от выбора калибровки. В этой связи в работах [16, 17] было введено понятие электрослабого радиуса. Данная величина обусловлена радиационными поправками к процессу рассеяния лептона на нейтрино. Электрослабый радиус нейтрино связан с эффективным углом Вайнберга. Вполне очевидно, что определенная таким образом величина является конечной и калибровочно независимой. Вычисление электрослабого радиуса безмассового нейтрино в рамках стандартной модели в произвольной R_ξ-калибровке выполнено в статье [17].

Исследованию анапольного момента нейтрино посвящено значительное число работ. Здесь необходимо отметить работу [18], в которой показано, что в рамках стандартной модели анапольный момент является калибровочно зависимой, и, следовательно, ненаблюдаемой величиной. В серии статей [19, 20] с использованием метода дисперсионных соотношений было получено выражение для анапольного момента нейтрино в калибровке 't Хофта–Фейнмана, а также исследована зависимость анапольного формфактора от квадрата импульса внешнего фотона. Упомянем также статью [21], в которой получено выражение для анапольного момента безмассового нейтрино на основе электрослабого радиуса. Дело в том, что для безмассовой частицы существует определенная связь между этими величинами (см. также разд. 5). Таким образом, знание одной из электромагнитных характеристик, в данном случае электрослабого радиуса, позволяет легко восстановить другую и получить выражение для электрослабого анапольного момента нейтрино.

В данной работе проведено исследование электромагнитных вершинных формфакторов массивного дираковского нейтрино в рамках минимально расширенной стандартной модели, дополненной SU(2)-синглетным правым нейтрино. Все вычисления проводились в произвольной R_ξ-калибровке, что позволило изучить зависимость полученных результатов от калибровочных параметров как W-, так и Z-бозона. Следует отметить, что массы нейтрино и заряженного лептона нигде не фиксировались, так что проведенный расчет дает возможность рассмотреть предел не только легкого, но и тяжелого нейтрино. В разд. 2 найдены фейнмановские амплитуды для всех вкладов в электромагнитную вершинную функцию массивного нейтрино. Выражения для вкладов собственно-энергетических γ–Z-диаграмм вычислены в явном виде, содержа-

щем один определенный интеграл по фейнмановскому параметру. Также в разд. 2 обсуждаются ультрафиолетовые расходимости, возникающие при вычислении электромагнитной вершинной функции нейтрино. В разд. 3 и 4 получены вклады всех фейнмановских диаграмм в зарядовый и магнитный формфакторы массивного нейтрино. Проведено исследование асимптотического поведения магнитного формфактора при больших отрицательных квадратах импульса внешнего фотона. Анапольный формфактор и анапольный момент массивного нейтрино рассмотрены в разд. 5. Результаты нашей работы могут быть обобщены на случай смешивания между различными поколениями нейтрино. В частности, в разд. 6 исследуются переходные электромагнитные формфакторы в рамках минимально расширенной стандартной модели, допускающей смешивание между различными поколениями заряженных лептонов и нейтрино. Получены явные выражения для зарядового, магнитного, электрического дипольного и анапольного переходных формфакторов. Исследованы случаи как вырожденных по массам нейтринных состояний, так и невырожденных. Более того, в разд. 6 найдено выражение для электрического дипольного переходного момента.

2. ВЕРШИННАЯ ФУНКЦИЯ НЕЙТРИНО

Матричный элемент электромагнитного тока, усредненный по состояниям нейтрино, может быть представлен в форме

$$\langle \nu(p')|J_\mu^{EM}|\nu(p)\rangle = \bar{u}(p')\Lambda_\mu(q)u(p), \qquad (2.1)$$

в котором самым общим выражением для электромагнитной вершинной функции $\Lambda_\mu(q)$ является

$$\Lambda_\mu(q) = f_Q(q^2)\gamma_\mu + f_M(q^2)i\sigma_{\mu\nu}q^\nu - \\ - f_E(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma_5 + f_A(q^2)(q^2\gamma_\mu - q_\mu \not{q})\gamma_5. \qquad (2.2)$$

Здесь $f_Q(q^2)$, $f_M(q^2)$, $f_E(q^2)$, $f_A(q^2)$ — зарядовый, дипольные магнитный и электрический, анапольный формфакторы нейтрино, $q_\mu = p'_\mu - p_\mu$, $\sigma_{\mu\nu} = (i/2)[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$, $\gamma_5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$. Значения данных формфакторов при $q^2 = 0$ определяют статические электромагнитные свойства нейтрино. В случае дираковского нейтрино, который будет обсуждаться в настоящей работе, предположения о CP-инвариантности и эрмитовости оператора электромагнитного тока J_μ^{EM} приводят к тому, что дипольный электрический формфактор равен нулю. При нулевой передаче импульса только $f_Q(0)$ и $f_M(0)$, которые называются электрическим зарядом

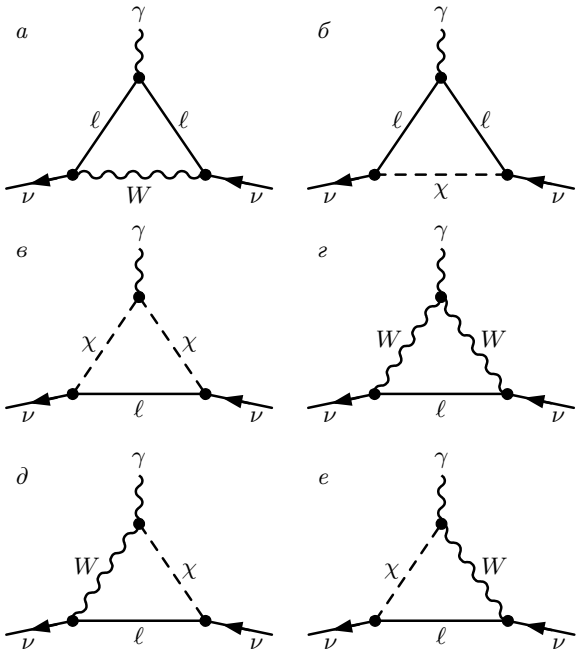

Рис. 2. Треугольные диаграммы

и магнитным моментом, дают вклад в гамильтониан $H_{int} \sim J_\mu^{EM}A^\mu$, описывающий взаимодействие нейтрино с внешним электромагнитным полем A^μ.

Существует принципиальное различие между выражениями для электромагнитной функции нейтрино в случаях массивного и безмассового нейтрино. Если рассматривается безмассовая элементарная частица, тогда из соотношения (2.2) следует, что матричный элемент электромагнитного тока может быть записан с помощью только одного формфактора (см., например, работу [21]),

$$\bar{u}(p')\Lambda_\mu(q)u(p) = f_D(q^2)\bar{u}(p')\gamma_\mu(1+\gamma_5)u(p).$$

Отсюда следует, что зарядовый и анапольный формфакторы связаны с функцией $f_D(q^2)$ с помощью очевидных соотношений:

$$f_Q(q^2) = f_D(q^2), \quad f_A(q^2) = f_D(q^2)/q^2.$$

Однако в случае массивной элементарной частицы не существует такой простой связи между зарядовым и анапольным формфакторами, так как нельзя пренебрегать матричным слагаемым вида $q_\mu \not{q}\gamma_5$ в члене, пропорциональном анапольному формфактору. Более того, при прямом вычислении электромагнитных формфакторов нейтрино было обнаружено, что кроме хорошо известных формфакторов, приведенных в соотношении (2.2), каждая из фейнма-

новских диаграмм дает ненулевой вклад в дополнительный член, пропорциональный матрице $\gamma_\mu\gamma_5$. Эти вклады не равны нулю даже при $q^2 = 0$. В нашей статье [13] получено, что сумма данных вкладов от всех фейнмановских диаграмм в дополнительный «формфактор» равна нулю при $q^2 = 0$. Равенство нулю рассматриваемого «формфактора» при $q^2 \neq 0$ в особой калибровке также доказано в работе [13].

Ниже приведено вычисление однопетлевых фейнмановских диаграмм для вершинной электромагнитной функции массивного нейтрино в рамках минимально расширенной стандартной модели с SU(2)-синглетным правым нейтрино в произвольной R_ξ-калибровке. Данные диаграммы можно разделить на два типа: треугольные (рис. 2) и γ–Z-диаграммы (рис. 4). Используя правила Фейнмана, сформулированные в работе [22], можно найти вклады в вершинную функцию нейтрино $\Lambda_\mu(q)$. Применяя размерную регуляризацию в соответствующих фейнмановских интегралах, получаем, что вклады треугольных диаграмм (рис. 2) могут быть записаны в виде

$$\Lambda_\mu^{(1)} = i\frac{eg^2}{2}\int\frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\left[g^{\kappa\lambda} - (1-\alpha)\frac{k^\kappa k^\lambda}{k^2-\alpha M_W^2}\right]\frac{\gamma_\kappa^L(\not p' - \not k + m_\ell)\gamma_\mu(\not p - \not k + m_\ell)\gamma_\lambda^L}{[(p'-k)^2-m_\ell^2][(p-k)^2-m_\ell^2][k^2-M_W^2]}, \tag{2.3}$$

$$\Lambda_\mu^{(2)} = i\frac{eg^2}{2M_W^2}\int\frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\frac{(m_\nu P_L - m_\ell P_R)(\not p' - \not k + m_\ell)\gamma_\mu(\not p - \not k + m_\ell)(m_\ell P_L - m_\nu P_R)}{[(p'-k)^2-m_\ell^2][(p-k)^2-m_\ell^2][k^2-\alpha M_W^2]}, \tag{2.4}$$

$$\Lambda_\mu^{(3)} = i\frac{eg^2}{2M_W^2}\int\frac{d^Nk}{(2\pi)^N}(2k-p-p')_\mu\frac{(m_\nu P_L - m_\ell P_R)(\not k + m_\ell)(m_\ell P_L - m_\nu P_R)}{[(p'-k)^2-\alpha M_W^2][(p-k)^2-\alpha M_W^2][k^2-m_\ell^2]}, \tag{2.5}$$

$$\Lambda_\mu^{(4)} = i\frac{eg^2}{2}\int\frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\gamma_\kappa^L(\not k + m_\ell)\gamma_\lambda^L\left[\delta_\beta^\kappa - (1-\alpha)\frac{(p'-k)^\kappa(p'-k)_\beta}{(p'-k)^2-\alpha M_W^2}\right]\left[\delta_\gamma^\lambda - (1-\alpha)\frac{(p-k)^\lambda(p-k)_\gamma}{(p-k)^2-\alpha M_W^2}\right]\times$$
$$\times\frac{\delta_\mu^\beta(2p'-p-k)^\gamma + g^{\beta\gamma}(2k-p-p')_\mu + \delta_\mu^\gamma(2p-p'-k)^\beta}{[(p'-k)^2-M_W^2][(p-k)^2-M_W^2][k^2-m_\ell^2]}, \tag{2.6}$$

$$\Lambda_\mu^{(5)+(6)} = i\frac{eg^2}{2}\int\frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\left\{\frac{\gamma_\beta^L(\not k - m_\ell)(m_\ell P_L - m_\nu P_R)}{[(p'-k)^2-M_W^2][(p-k)^2-\alpha M_W^2][k^2-m_\ell^2]}\left[\delta_\mu^\beta - (1-\alpha)\frac{(p'-k)^\beta(p'-k)_\mu}{(p'-k)^2-\alpha M_W^2}\right] -\right.$$
$$\left. - \frac{(m_\nu P_L - m_\ell P_R)(\not k - m_\ell)\gamma_\beta^L}{[(p'-k)^2-\alpha M_W^2][(p-k)^2-M_W^2][k^2-m_\ell^2]}\left[\delta_\mu^\beta - (1-\alpha)\frac{(p-k)^\beta(p-k)_\mu}{(p-k)^2-\alpha M_W^2}\right]\right\}. \tag{2.7}$$

Здесь m_ν, M_W и m_ℓ — массы нейтрино, W-бозона и заряженного лептона, представляющего собой нижнюю компоненту изодублета по отношению к нейтрино, e — заряд протона, g — константа связи в стандартной модели, θ_W — угол Вайнберга, $\alpha = 1/\xi$ — калибровочный параметр W-бозона, $P_{L,R} = (1 \pm \gamma_5)/2$ — проекционные операторы.

Вклады γ–Z-диаграмм (рис. 4) в вершинную функцию $\Lambda_\mu(q)$ представлены на рис. 3 и даются следующими выражениями:

$$\Lambda_\mu^{(j)}(q) = \frac{g}{2\cos\theta_W}\Pi_{\mu\nu}^{(j)}(q)\frac{1}{q^2-M_Z^2}\times$$
$$\times\left\{g^{\nu\alpha} - (1-\alpha_Z)\frac{q^\nu q^\alpha}{q^2-\alpha_Z M_Z^2}\right\}\gamma_\alpha^L,$$
$$j = 7,\ldots,14, \tag{2.8}$$

где

$$\Pi_{\mu\nu}^{(7)}(q) = -ieg\cos\theta_W\times$$
$$\times\int\frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\frac{1}{[(k-q)^2-M_W^2][k^2-M_W^2]}\times$$
$$\times\left[g_{\gamma\alpha} - (1-\alpha)\frac{(k-q)_\gamma(k-q)_\alpha}{(k-q)^2-\alpha M_W^2}\right]\times$$
$$\times\left[g_{\beta\lambda} - (1-\alpha)\frac{k_\beta k_\lambda}{k^2-\alpha M_W^2}\right]\times$$
$$\times\left[(k+q)^\gamma\delta_\mu^\beta + (q-2k)_\mu g^{\beta\gamma} + (k-2q)^\beta\delta_\mu^\gamma\right]\times$$
$$\times\left[(k+q)^\alpha\delta_\nu^\lambda + (q-2k)_\nu g^{\alpha\lambda} + (k-2q)^\lambda\delta_\nu^\alpha\right], \tag{2.9}$$

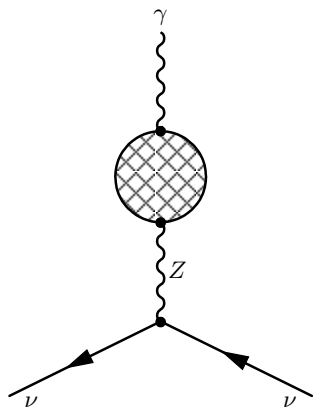

Рис. 3. Вклады γ–Z-диаграмм в электромагнитную вершинную функцию нейтрино. Заштрихованный круг схематически обозначает функцию $\Pi^{(j)}_{\mu\nu}(q)$

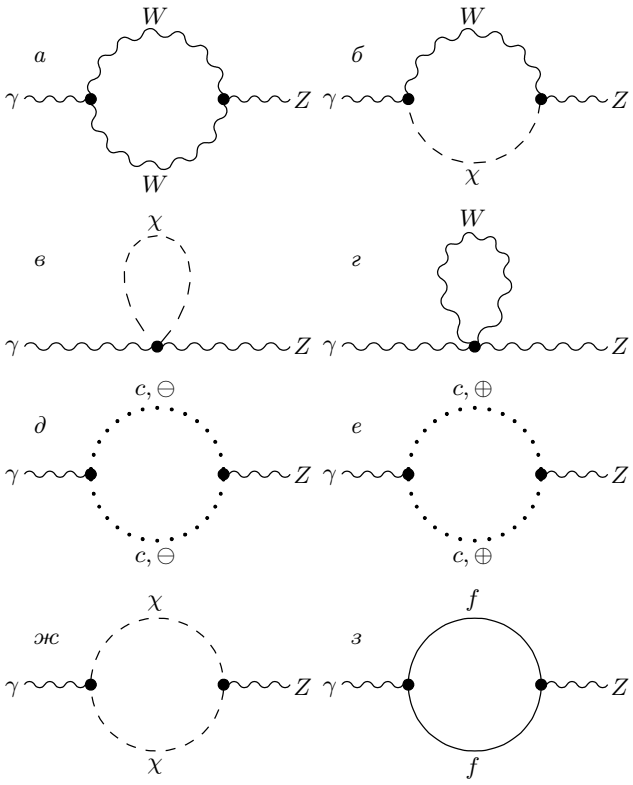

Рис. 4. γ–Z-диаграммы; f обозначает электрон, мюон, τ-лептон, а также u-, c-, t-, d-, s- и b-кварки

$$\Pi^{(8)}_{\mu\nu}(q) = -2ieg\frac{\sin^2\theta_W}{\cos\theta_W}M_W^2 \times \\ \times \int \frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\frac{1}{[(k-q)^2-\alpha M_W^2][k^2-M_W^2]} \times \\ \times \left[g_{\mu\nu}-(1-\alpha)\frac{k_\mu k_\nu}{k^2-\alpha M_W^2}\right], \quad (2.10)$$

$$\Pi^{(9)}_{\mu\nu}(q) = ieg\frac{\cos^2\theta_W-\sin^2\theta_W}{\cos\theta_W} \times \\ \times \int \frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\frac{g_{\mu\nu}}{k^2-\alpha M_W^2}, \quad (2.11)$$

$$\Pi^{(10)}_{\mu\nu}(q) = -ieg\cos\theta_W \times \\ \times \int \frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\frac{\delta^\alpha_\mu\delta^\beta_\nu+\delta^\beta_\mu\delta^\alpha_\nu-2g^{\alpha\beta}g_{\mu\nu}}{k^2-M_W^2} \times \\ \times \left[g_{\alpha\beta}-(1-\alpha)\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2-\alpha M_W^2}\right], \quad (2.12)$$

$$\Pi^{(11)+(12)}_{\mu\nu}(q) = 2ieg\cos\theta_W \times \\ \times \int \frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\frac{k_\mu(k-q)_\nu}{[(k-q)^2-\alpha M_W^2][k^2-\alpha M_W^2]}, \quad (2.13)$$

$$\Pi^{(13)}_{\mu\nu}(q) = ieg\frac{\sin^2\theta_W-\cos^2\theta_W}{2\cos\theta_W} \times \\ \times \int \frac{d^Nk}{(2\pi)^N}(2k-q)_\mu(2k-q)_\nu \times \\ \times \frac{1}{[(k-q)^2-\alpha M_W^2][k^2-\alpha M_W^2]}, \quad (2.14)$$

$$\Pi^{(14)}_{\mu\nu}(q) = \frac{ieg}{2\cos\theta_W} \times \\ \times \sum_f Q_f \int \frac{d^Nk}{(2\pi)^N}\frac{1}{[(k-q)^2-m_f^2][k^2-m_f^2]} \times \\ \times \mathrm{Tr}\left[\gamma_\mu(\not k+m_f)\gamma_\nu\left(\pm\frac{1}{2}-2Q_f\sin^2\theta_W\pm\frac{1}{2}\gamma_5\right)\times \right. \\ \left. \times(\not k-\not q+m_f)\right]. \quad (2.15)$$

Здесь M_Z и α_Z обозначают массу и калибровочный параметр Z-бозона. В выражении (2.15) знаки «$-$» и «$+$» соответствуют «верхним» (u-, c- и t-кварки) и «нижним» (электрон, мюон, τ-лептон, а также d-, s- и b-кварки) компонентам изодублета, m_f и Q_f —

масса и электрический заряд (в единицах e) фермиона в петле.

В дальнейшем будет удобно разложить каждый из вкладов γ–Z-диаграмм при произвольном q^2 и явно выделить поперечную часть:

$$\Pi^{(j)}_{\mu\nu}(q) = A^{(j)}(\alpha, q^2)\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) + \\ + B^{(j)}(\alpha, q^2) g_{\mu\nu}, \quad j = 7, \ldots, 14. \quad (2.16)$$

Используя выражения (2.9)–(2.15) для вкладов γ–Z-диаграмм в форме фейнмановских интегралов, а также формулу (2.16), можно записать функции $A^{(j)}(\alpha, q^2)$ и $B^{(j)}(\alpha, q^2)$, $j = 7, \ldots, 14$, в явном виде:

$$A^{(7)}(\alpha, q^2) = 2M_W^2 \cos^3\theta_W \sin\theta_W M_Z^2 \widetilde{G}_F \tau \times \\ \times \left[\omega\left(-\frac{14}{3} + \alpha\right) + \frac{1}{6} + \frac{\alpha}{2} - \right. \\ -2\tau \int_0^1 dx (1-x^2)^2 \{\ln(1-\zeta-x(1-\alpha)) - \ln(1-\zeta)\} + \\ + 2\int_0^1 dx (5x^2 - 5x - 1)\ln(1-\zeta) - \\ - 2\int_0^1 dx (4x^2 - 3)\{(1-\zeta-x(1-\alpha)) \times \\ \times \ln(1-\zeta-x(1-\alpha)) - (1-\zeta)\ln(1-\zeta)\} + \\ + \frac{\tau}{2}\int_0^1 dx \{2(1-\zeta-x(1-\alpha))\ln(1-\zeta-x(1-\alpha)) - \\ \left. - (1-\zeta)\ln(1-\zeta) - (\alpha-\zeta)\ln(\alpha-\zeta)\}\right], \quad (2.17)$$

$$A^{(8)}(\alpha, q^2) = -4M_W^2 \cos\theta_W \sin^3\theta_W M_Z^2 \widetilde{G}_F \tau \times \\ \times \int_0^1 dx\, x^2 \{\ln(1-\zeta-x(1-\alpha)) - \ln(\alpha-\zeta)\}, \quad (2.18)$$

$$A^{(9)}(\alpha, q^2) = 0, \quad (2.19)$$

$$A^{(10)}(\alpha, q^2) = 0, \quad (2.20)$$

$$A^{(11)+(12)}(\alpha, q^2) = 2M_W^2 \cos^3\theta_W \sin\theta_W M_Z^2 \widetilde{G}_F \tau \times \\ \times \left[\frac{\omega}{3} + 2\int_0^1 dx\, x(1-x)\ln(\alpha-\zeta)\right], \quad (2.21)$$

$$A^{(13)}(\alpha, q^2) = M_W^2(\sin^2\theta_W - \cos^2\theta_W) \times \\ \times \cos\theta_W \sin\theta_W M_Z^2 \widetilde{G}_F \tau \times \\ \times \left[-\frac{\omega}{3} - \int_0^1 dx (2x-1)^2 \ln(\alpha-\zeta)\right], \quad (2.22)$$

$$A^{(14)}(\alpha, q^2) = 8M_W^2 \cos\theta_W \sin\theta_W M_Z^2 \widetilde{G}_F \tau \times \\ \times \left[\frac{\omega}{6}\left(-3 - \frac{28}{3}\sin^2\theta_W\right) + \right. \\ + \sum_f Q_f \left(\pm\frac{1}{2} - 2Q_f \sin^2\theta_W\right)\left\{\frac{1}{6}\ln\left(\frac{m_f}{M_W}\right)^2 + \right. \\ \left.\left. + \int_0^1 dx\, x(1-x)\ln\left(1 - \left(\frac{M_W}{m_f}\right)^2 \zeta\right)\right\}\right], \quad (2.23)$$

$$B^{(7)}(\alpha, q^2) = 2M_W^2 \cos^3\theta_W \sin\theta_W M_Z^2 \widetilde{G}_F \times \\ \times \left[\omega\left(\frac{\tau}{2} - \frac{12 + 3\alpha(1+\alpha)}{2}\right) + \right. \\ + \frac{3}{4}(2 + \alpha(1+\alpha)) - \frac{\tau}{24}(25 + 3\alpha) - \\ - 3\tau\int_0^1 dx (2x-1)^2 \ln(1-\zeta) - 9\int_0^1 dx (1-\zeta)\ln(1-\zeta) - \\ - 3\tau\int_0^1 dx\, x^2 \{(1-\zeta-x(1-\alpha)) \times \\ \times \ln(1-\zeta-x(1-\alpha)) - (1-\zeta)\ln(1-\zeta)\} - \\ - \frac{9}{2}\int_0^1 dx \{(1-\zeta-x(1-\alpha))^2 \times \\ \left. \times \ln(1-\zeta-x(1-\alpha)) - (1-\zeta)^2 \ln(1-\zeta)\}\right], \quad (2.24)$$

$$B^{(8)}(\alpha,q^2)=2M_W^2\cos\theta_W\sin^3\theta_W M_Z^2\widetilde{G}_F\times$$
$$\times\left[-\omega\frac{3+\alpha}{2}-\frac{1-\alpha}{2}-\right.$$
$$-2\int\limits_0^1 dx\ln(1-\zeta-x(1-\alpha))+$$
$$+\int\limits_0^1 dx\,\{(1-\zeta-x(1-\alpha))\times$$
$$\times\ln(1-\zeta-x(1-\alpha))-(\alpha-\zeta)\ln(\alpha-\zeta)\}+2\tau\times$$
$$\left.\times\int\limits_0^1 dx\,x^2\{\ln(1-\zeta-x(1-\alpha))-\ln(\alpha-\zeta)\}\right],\quad(2.25)$$

$$B^{(9)}(\alpha,q^2)=2M_W^2(\cos^2\theta_W-\sin^2\theta_W)\cos\theta_W\times$$
$$\times\sin\theta_W M_Z^2\widetilde{G}_F\left[\alpha(\omega-1)+\alpha\ln\alpha\right],\quad(2.26)$$

$$B^{(10)}(\alpha,q^2)=6M_W^2\cos^3\theta_W\sin\theta_W M_Z^2\widetilde{G}_F\times$$
$$\times\left[\omega\frac{3+\alpha^2}{2}-\frac{1}{4}-\frac{5\alpha^2}{12}+\frac{\alpha^2\ln\alpha}{2}\right],\quad(2.27)$$

$$B^{(11)+(12)}(\alpha,q^2)=2M_W^2\cos^3\theta_W\sin\theta_W M_Z^2\widetilde{G}_F\times$$
$$\times\left[\omega\left(\alpha-\frac{\tau}{2}\right)-\alpha+\frac{\tau}{6}+\right.$$
$$+\int\limits_0^1 dx(\alpha-\zeta)\ln(\alpha-\zeta)-$$
$$\left.-2\tau\int\limits_0^1 dx x(1-x)\ln(\alpha-\zeta)\right],\quad(2.28)$$

$$B^{(13)}(\alpha,q^2)=2M_W^2(\sin^2\theta_W-\cos^2\theta_W)\cos\theta_W\times$$
$$\times\sin\theta_W M_Z^2\widetilde{G}_F\left[\alpha(\omega-1)+\frac{\tau}{6}+\right.$$
$$+\int\limits_0^1 dx(\alpha-\zeta)\ln(\alpha-\zeta)+$$
$$\left.+\frac{\tau}{2}\int\limits_0^1 dx(2x-1)^2\ln(\alpha-\zeta)\right],\quad(2.29)$$

$$B^{(14)}(\alpha,q^2)=0.\quad(2.30)$$

где

$$\widetilde{G}_F=\frac{G_F}{4\pi^2\sqrt{2}},\quad\omega=-\frac{1}{\varepsilon}-\ln(4\pi^2)+\mathbb{C}-\ln\frac{\lambda^2}{M_W^2},$$

G_F — константа Ферми, $\zeta=\tau x(1-x)$, $\tau=q^2/M_W^2$, ε и λ — постоянные, вводимые при размерной регуляризации, $\mathbb{C}$ — постоянная Эйлера.

При выводе соотношений (2.17)–(2.30) мы воспользовались свойствами алгебры γ-матриц в пространстве N измерений и выражениями для характерных фейнмановских интегралов, приведенными в работах [22, 23]. Заметим, что $\varepsilon=2-N/2>0$, где N — размерность пространства. При снятии регуляризации $\varepsilon\to 0$.

Рассмотрим теперь ультрафиолетовые расходимости, возникающие при вычислении электромагнитной вершинной функции. Сумма вкладов расходящихся частей треугольных диаграмм (2.3)–(2.7) в электромагнитную вершинную функцию массивного нейтрино имеет вид

$$\Lambda_\mu^{(div.prop.vert.)}(q)=-\frac{eG_F}{4\pi^2\sqrt{2}}M_W^2\omega\frac{3+\alpha}{2}\gamma_\mu^L.\quad(2.31)$$

Заметим, что выражение (2.31) не зависит от импульса внешнего фотона q_μ.

В дальнейшем для анализа расходящихся вкладов γ–Z-диаграмм (2.9)–(2.15) удобно воспользоваться соотношениями (2.8) и (2.16). Используя данные формулы, получаем следующее выражение для суммы вкладов γ–Z-диаграмм в электромагнитную вершинную функцию массивного нейтрино:

$$\Lambda_\mu^{(\gamma-Z)}(q)=\frac{g}{4\cos\theta_W}\left[\frac{A(\alpha,q^2)+B(\alpha,q^2)}{q^2-M_Z^2}\gamma_\mu+\right.$$
$$+\frac{1}{q^2-M_Z^2}\left\{\frac{A(\alpha,q^2)}{q^2}+(1-\alpha_Z)\frac{B(\alpha,q^2)}{q^2-\alpha_Z M_Z^2}\right\}\times$$
$$\left.\times\ (q^2\gamma_\mu-q_\mu\not{q})\gamma_5+\frac{\alpha_Z B(\alpha,q^2)}{q^2-\alpha_Z M_Z^2}\gamma_\mu\gamma_5\right].\quad(2.32)$$

Расходящиеся части функций $A(\alpha,q^2)$ и $B(\alpha,q^2)$ имеют вид

$$A^{div}(\alpha,q^2)=2M_W^2\cos\theta_W\sin\theta_W M_Z^2\widetilde{G}_F\tau\omega\times$$
$$\times\left\{\left(\alpha-\frac{37}{6}\right)\cos^2\theta_W-\frac{151}{18}\sin^2\theta_W\right\},\quad(2.33)$$

$$B^{div}(\alpha,q^2)=$$
$$=-2M_W^2\cos\theta_W\sin\theta_W M_Z^2\widetilde{G}_F\omega\frac{3+\alpha}{2}.\quad(2.34)$$

Из формул (2.31)–(2.34) следует, что все формфакторы, кроме магнитного, содержат расходимости и зависят от выбора калибровки (как от α, так и от α_Z). Несмотря на этот факт, можно выбрать калибровочные параметры таким образом, чтобы полное выражение для $\Lambda_\mu(q)$, включающее в себя вклады треугольных (рис. 2) и γ–Z-диаграмм (рис. 4), не содержало ультрафиолетовых расходимостей. Действительно, фиксируя калибровочные параметры следующим образом:

$$\alpha = \frac{1}{9}(138 + 151\,\mathrm{tg}^2\,\theta_W), \quad \alpha_Z = +\infty,$$

мы приходим к тому, что все члены в $\Lambda_\mu(q)$, содержащие полюс $1/\varepsilon$, взаимно сокращаются. Таким образом, в данной калибровке электромагнитная вершинная функция массивного нейтрино является конечной в однопетлевом приближении при произвольной величине импульса внешнего фотона q_μ.

Аналогичное утверждение может быть сформулировано для случая электромагнитной вершинной функции электрона в рамках квантовой электродинамики. В работе [23] приведено выражение вершиной функции электрона в однопетлевом приближении в произвольной калибровке. Используя формулу (24′) на с. 358 из книги [23], находим, что при $d_l = 3$, где d_l — калибровочный параметр фотона, все формфакторы в вершинной функции являются конечными.

3. ЗАРЯДОВЫЙ ФОРМФАКТОР НЕЙТРИНО

В этом разделе рассматривается зарядовый формфактор массивного нейтрино. Используя результаты предыдущего раздела для различных вкладов в вершинную функцию нейтрино $\Lambda_\mu(q)$, выделим в формулах (2.3)–(2.15) коэффициенты, пропорциональные матрице γ_μ, которые, исходя из разложения, данного в соотношении (2.2), являются соответствующими вкладами в зарядовый формфактор $f_Q(q^2)$.

Прежде всего рассмотрим вклады однопетлевых треугольных диаграмм (рис. 2) в зарядовый формфактор нейтрино. Используя известное тождество

$$\bar{u}(p')(p'_\mu + p_\mu)u(p) = \bar{u}(p')(2m_\nu\gamma_\mu - i\sigma_{\mu\nu}q^\nu)u(p),$$

и проводя интегрирование по импульсам виртуальных частиц (детали данной процедуры для случая размерной регуляризации приведены в книге [23]), находим точные выражения для вкладов рассматриваемых диаграмм в зарядовый формфактор массивного нейтрино через определенные интегралы:

$$f_Q^{(prop.vert.)}(q^2) = \frac{eG_F}{4\pi^2\sqrt{2}}M_W^2\sum_{i=1}^{6}\bar{f}_Q^{(i)}(q^2).$$

Здесь

$$\bar{f}_Q^{(1)}(q^2) = \omega\frac{\alpha}{2} + 1 + \frac{1-\alpha}{12} + \int_0^1 dz\int_0^z dy\ln\mathfrak{D}_1 -$$

$$-\int_0^1 dz\int_0^z dy\big[a + b(1-z)^2 + \tau(1 - z + y(z-y))\big]\frac{1}{\mathfrak{D}_1} +$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^1 dz\int_0^z dy\big[bz^2(a + b(1-z)^2) + a\tau y(z-y) +$$

$$+ b\tau(2zy(z-y)(1-z) + 5y(z-y) - z^2(1-z)) +$$

$$+ \tau^2 y(z-y)(1 - z + yz - y^2)\big]\left[\frac{1}{\mathfrak{D}_1(\alpha)} - \frac{1}{\mathfrak{D}_1}\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^1 dz\int_0^z dy\,[a + b + 6bz(1-z) +$$

$$+ \tau(1 - 3z + 6y(z-y))] \times$$

$$\times\,[\ln\mathfrak{D}_1(\alpha) - \ln\mathfrak{D}_1], \quad (3.1)$$

$$\bar{f}_Q^{(2)}(q^2) = \frac{a+b}{2}\left(\frac{\omega}{2} + \frac{1}{2} + \int_0^1 dz\int_0^z dy\ln\mathfrak{D}_1(\alpha)\right) -$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^1 dz\int_0^z dy\big(a^2 + abz^2 + b^2z^2 -$$

$$-4abz + ab + (a+b)\tau y(z-y)\big)\frac{1}{\mathfrak{D}_1(\alpha)}, \quad (3.2)$$

$$\bar{f}_Q^{(3)}(q^2) = \frac{a+b}{2}\left(-\frac{\omega}{2} - \int_0^1 dz\int_0^z dy\ln\mathfrak{D}_2(\alpha)\right) +$$

$$+b\int_0^1 dz\int_0^z dy\big(3az - az^2 - 2a + bz(1-z)\big)\frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)}, \quad (3.3)$$

$$\bar{f}_Q^{(4)}(q^2) = -\omega\frac{3}{4}(1+\alpha) - 1 - 3\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\ln\mathfrak{D}_2 +$$
$$+\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\big(3bz(1-z)-\tau(z-y(z-y))\big)\frac{1}{\mathfrak{D}_2} -$$
$$-\frac{9}{2}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\,[(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha))\times$$
$$\times\ln(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)) - \mathfrak{D}_2\ln\mathfrak{D}_2] -$$
$$-\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\big[2b^2(1-z)^2(z(1-z)-y) -$$
$$-b\tau(y(z-y)(5z-3z^2-3y)+z(1-z)^2-y(2-y-y^2)) -$$
$$-\tau^2 y(z-y)(1-z+yz+y+y^2)\big]\times$$
$$\times\left[\frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha))} - \frac{1}{\mathfrak{D}_2}\right] +$$
$$+\frac{1}{2}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\big[3b(1-z^2)+\tau(4-6(z-y)+11y(z-y))\big]\times$$
$$\times[\ln(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)) - \ln\mathfrak{D}_2] - \frac{b\tau}{2}\times$$
$$\times\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\big(bz(1-3z+z^2+z^3)-\tau y(z-y)(z+z^2-2y)\big)\times$$
$$\times\left[\frac{1}{\mathfrak{D}_2} + \frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)} - \frac{2}{\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)}\right] +$$
$$+\frac{\tau}{4}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\big(b(9-13z+4z^2)-2\tau y(z-y)\big)\times$$
$$\times[\ln\mathfrak{D}_2 + \ln\mathfrak{D}_2(\alpha) - 2\ln(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha))] +$$
$$+\frac{3\tau}{4}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\big[\mathfrak{D}_2\ln\mathfrak{D}_2 + \mathfrak{D}_2(\alpha)\ln\mathfrak{D}_2(\alpha) -$$
$$-2(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha))\ln(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha))\big], \quad (3.4)$$

$$\bar{f}_Q^{(5)+(6)}(q^2) = \int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy(a-bz)\frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)} -$$
$$-b\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy(1-z)\big((1-z)(a-bz)-\tau y(z-y)\big)\times$$
$$\times\left[\frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)} - \frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)}\right] -$$
$$-\frac{1}{2}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy(a+5b-6bz)\times$$
$$\times[\ln(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)) - \ln\mathfrak{D}_2(\alpha)]. \quad (3.5)$$

где

$$a = \left(\frac{m_\ell}{M_W}\right)^2, \quad b = \left(\frac{m_\nu}{M_W}\right)^2,$$
$$\mathfrak{D}_1(\alpha) = \alpha + (a-\alpha)z - bz(1-z) - \tau y(z-y),$$
$$\mathfrak{D}_1 = \mathfrak{D}_1(\alpha=1) = 1+(a-1)z-bz(1-z)-\tau y(z-y),$$
$$\mathfrak{D}_2(\alpha) = a + (\alpha-a)z - bz(1-z) - \tau y(z-y),$$
$$\mathfrak{D}_2 = \mathfrak{D}_2(\alpha=1) = a+(1-a)z-bz(1-z)-\tau y(z-y).$$

Заметим, что в выражениях (3.1)–(3.5) точно учитываются значения массовых параметров заряженного лептона a, нейтрино b. Значение калибровочного параметра α является произвольным. Все вычисления были выполнены при произвольной величине q^2.

Вклады γ–Z-диаграмм, показанных на рис. 4, в зарядовый формфактор нейтрино могут быть получены на основе разложения (2.32) и имеют следующий вид:

$$f_Q^{(j)}(q^2) = \frac{g}{4\cos\theta_W}\,\frac{A^{(j)}(\alpha,q^2)+B^{(j)}(\alpha,q^2)}{q^2-M_Z^2}, \quad j=7,\ldots,14. \quad (3.6)$$

Используя явный вид функций $A^{(j)}(\alpha,q^2)$ (формулы (2.17)–(2.23)) и $B^{(j)}(\alpha,q^2)$ (формулы (2.24)–(2.30)), с помощью соотношения (3.6) можно получить выражения для вкладов γ–Z-диаграмм при произвольных значениях калибровочного параметра α и $q^2 \neq 0$. Однако ввиду громоздкости данных формул здесь они приводиться не будут.

4. МАГНИТНЫЙ ФОРМФАКТОР НЕЙТРИНО

Из соотношения (2.2), представляющего собой общее разложение электромагнитной вершинной функции нейтрино $\Lambda_\mu(q)$, следует, что магнитный формфактор нейтрино $f_M(q^2)$ является коэффициентом в слагаемом, пропорциональном $i\sigma_{\mu\nu}q^\nu$. В данном разделе приведено точное выражение для $f_M(q^2)$, учитывающее зависимость от двух массовых параметров a и b, а также от параметра α, фиксирующего калибровку.

Заметим, что фейнмановские диаграммы, изображенные на рис. 4, не дают вкладов в магнитный формфактор нейтрино. Таким образом, точное значение магнитного формфактора нейтрино имеет форму

$$f_M(q^2) = \frac{eG_F}{4\pi^2\sqrt{2}}m_\nu\sum_{i=1}^{6}\bar{f}_M^{(i)}(q^2),$$

где коэффициенты $\bar{f}_M^{(i)}(q^2)$ являются вкладами соответствующих диаграмм, показанных на рис. 2, в магнитный формфактор нейтрино. Для этих коэффициентов имеем следующие выражения:

$$\bar{f}_M^{(1)}(q^2) = \int_0^1 dz \int_0^z dy (2-3z+z^2)\frac{1}{D_1} - \\ -\frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy (az^2 - bz^2(1-z) - ty(z-y)(2-z)) \times \\ \times \left[\frac{1}{D_1(\alpha)} - \frac{1}{D_1}\right] + \\ + \frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy (2-3z)\left[\ln D_1(\alpha) - \ln D_1\right], \quad (4.1)$$

$$\bar{f}_M^{(2)}(q^2) = \\ = \frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy\, z(a+az-b(1-z))\frac{1}{D_1(\alpha)}, \quad (4.2)$$

$$\bar{f}_M^{(3)}(q^2) = \frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy (2a - 3az + az^2 - bz(1-z)) \times \\ \times \frac{1}{D_2(\alpha)}, \quad (4.3)$$

$$\bar{f}_M^{(4)}(q^2) = \frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy\, z(1+2z)\frac{1}{D_2} + \\ + \frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy (b(1-z)^2(z(1-z)-2y) - \\ - ty(z-y)(2y-3z+z^2) - 2ty) \times \\ \times \left[\frac{1}{D_2(\alpha)+y(1-\alpha)} - \frac{1}{D_2}\right] + \\ + \frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy (-2+9z-4z^2-6y) \times \\ \times \left[\ln\left(D_2(\alpha)+y(1-\alpha)\right) - \ln D_2\right] - \\ -\frac{t}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy (bz(1-3z+z^2+z^3) - ty(z-y)(2-z-z^2)) \times \\ \times \left[\frac{1}{D_2} + \frac{1}{D_2(\alpha)} - \frac{2}{D_2(\alpha)+y(1-\alpha)}\right] + \\ + \frac{t}{8}\int_0^1 dz \int_0^z dy (8-13z+3z^2) \times \\ \times \left[\ln D_2 + \ln D_2(\alpha) - 2\ln\left(D_2(\alpha)+y(1-\alpha)\right)\right], \quad (4.4)$$

$$\bar{f}_M^{(5)+(6)}(q^2) = \int_0^1 dz \int_0^z dy\, y \frac{1}{D_2(\alpha)+y(1-\alpha)} + \\ + \frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy ((a-bz)(1-z)^2 + ty(z-y)(1-z)) \times \\ \times \left[\frac{1}{D_2(\alpha)+y(1-\alpha)} - \frac{1}{D_2(\alpha)}\right] + \\ + \frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy (2-3z) \times \\ \times \left[\ln\left(D_2(\alpha)+y(1-\alpha)\right) - \ln D_2(\alpha)\right], \quad (4.5)$$

где

$$D_1(\alpha) = \alpha + (a-\alpha)z - bz(1-z) + ty(z-y),$$

$$D_1 = D_1(\alpha=1) = 1 + (a-1)z - bz(1-z) + ty(z-y),$$

$$D_2(\alpha) = a + (\alpha-a)z - bz(1-z) + ty(z-y),$$

$$D_2 = D_2(\alpha=1) = a + (1-a)z - bz(1-z) + ty(z-y),$$

$t = -q^2/M_W^2$.

Исследуем асимптотическое поведение интегралов, которые содержатся во вкладах треугольных диаграмм в $f_M(q^2)$, при больших положительных t. Рассмотрим, например, следующий интеграл при $t \to \infty$:

$$J(t) = t\int_0^z dy \frac{y}{D_2(\alpha)} = \int_0^z dy \frac{y}{(y-y_2)(y_1-y)}, \quad (4.6)$$

где

$$y_1 = z + \frac{D}{zt} + \ldots, \quad y_2 = -\frac{D_\alpha}{zt} + \ldots, \quad (4.7)$$

$$D_\alpha = a + (\alpha-a)z - bz(1-z),$$

$$D = D_{\alpha=1} = a + (1-a)z - bz(1-z).$$

Выполняя элементарные интегрирования, получаем, что:

$$J(t) \to \ln t - \ln D. \quad (4.8)$$

В формулах (4.6)–(4.8) были отброшены слагаемые, пропорциональные $1/t$ и $(\ln t)/t$, которые являются бесконечно малыми при больших положительных t. Оставшиеся интегралы оцениваются аналогичным образом. В конечном итоге находим, что

$$\bar{f}_M(t) = \sum_{i=1}^{6} \bar{f}_M^{(i)}(t) \to 0 \text{ при } t \to \infty.$$

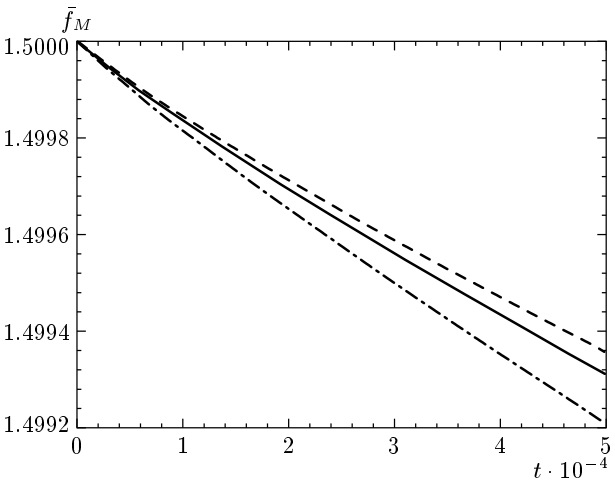

Рис. 5. Магнитный формфактор массивного нейтрино как функция t при различных значениях калибровочного параметра. Штриховая линия соответствует $\alpha = 100$, сплошная — калибровке 't Хофта–Фейнмана ($\alpha = 1$), штрих-пунктирная линия — $\alpha = 0.1$

Асимптотическое поведение магнитного формфактора при больших отрицательных q^2, описанное в настоящей работе, согласуется с общей теоремой Вайнберга [24]. Однако случай магнитного формфактора массивного нейтрино ранее никогда не обсуждался. Стоит отметить, что при выводе соотношений (4.6)–(4.8) предполагалось, что $\alpha < \infty$. Таким образом, полученный результат: $\bar{f}_M(t) \to 0$ при $t \to \infty$, справедлив в любой калибровке, кроме унитарной. Значение $\bar{f}_M(t \to \infty)$ может не быть равным нулю, если сначала положить $\alpha = \infty$, а затем перейти к пределу $t \to +\infty$. Анализ асимптотического поведения магнитных формфакторов в рамках модели Вайнберга–Салама в унитарной калибровке представлен, например, в статье [14]. С использованием явных выражений для магнитного формфактора массивного нейтрино при произвольном значении калибровочного параметра α на рис. 5 показано поведение функции $\bar{f}_M(t)$ в различных калибровках для достаточно широкого диапазона значений t: $0 \le t \le 5 \cdot 10^{-4}$. На рис. 5 видно, что магнитный формфактор становится независимым от выбора калибровки при $t = 0$, что соответствует фотону на массовой поверхности. Значение $f_M(t = 0)$ равняется магнитному моменту нейтрино. Тот факт, что магнитный момент массивного нейтрино не зависит от выбора калибровки, доказан с помощью непосредственного расчета в нашей работе [13].

5. АНАПОЛЬНЫЙ ФОРМФАКТОР НЕЙТРИНО

В этом разделе рассматривается анапольный формфактор массивного нейтрино. Используя результаты разд. 2 для различных вкладов в вершинную функцию нейтрино $\Lambda_\mu(q)$, выделим в формулах (2.3)–(2.15) коэффициенты, пропорциональные $(q^2\gamma_\mu - \not{q}q_\mu)\gamma_5$, которые, исходя из разложения, данного в соотношении (2.2), являются соответствующими вкладами в анапольный формфактор $f_A(q^2)$. Заметим, что при выделении подобных слагаемых во вкладах каждой из диаграмм, изображенных на рис. 2, 4, неизбежно возникают дополнительные члены, пропорциональные матрице $\gamma_\mu\gamma_5$. Следовательно, необходимо проверять, чтобы соответствующий «формфактор» имел нулевое значение даже при $q^2 \neq 0$. Данная проблема также затронута в разд. 2.

Прежде всего рассмотрим вклады однопетлевых треугольных диаграмм (см. рис. 2) в анапольный формфактор нейтрино. Проведя интегрирование по импульсам виртуальных частиц (см. книгу [23]), находим точные выражения для вкладов рассматриваемых диаграмм в анапольный формфактор массивного нейтрино через определенные интегралы:

$$f_A(q^2) = \frac{eG_F}{4\pi^2\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{6} \bar{f}_A^{(i)}(q^2),$$

где

$$\bar{f}_A^{(1)}(q^2) = -\frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy((2-z-z^2)+4y(z-y))\frac{1}{\mathfrak{D}_1} - \\ -\frac{1}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy[(a+b(1-z))z^2 - \\ -4y(z-y)(a-b)-2\tau y(z-y)(2-z)]\left[\frac{1}{\mathfrak{D}_1(\alpha)}-\frac{1}{\mathfrak{D}_1}\right] - \\ -\frac{1}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy(2-3z)\left[\ln\mathfrak{D}_1(\alpha) - \ln\mathfrak{D}_1\right], \quad (5.1)$$

$$\bar{f}_A^{(2)}(q^2) = -\frac{a-b}{4} \times \\ \times \int_0^1 dz \int_0^z dy(z(1-z)+4y(z-y))\frac{1}{\mathfrak{D}_1(\alpha)}, \quad (5.2)$$

$$\bar{f}_A^{(3)}(q^2) = \frac{a-b}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy(z-2y)^2\frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)}, \quad (5.3)$$

$$\bar{f}_A^{(4)}(q^2) = -\frac{1}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy(z(3-2z)+8y(z-y))\frac{1}{\mathfrak{D}_2} -$$
$$-\frac{1}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy\big[bz(1-z^2)(3-z) -$$
$$-4b(1-z)(z-y(1+z))(z-y) -$$
$$-\tau(4y^3-4y^2z-2y+yz^2-4y^2+yz)(z-y)\big] \times$$
$$\times\left[\frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)} - \frac{1}{\mathfrak{D}_2}\right] +$$
$$+\frac{1}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy(6-3z-4z^2+12y+16y(z-y)) \times$$
$$\times\left[\ln\left(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)\right) - \ln\mathfrak{D}_2\right] -$$
$$-\frac{1}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy\big[b(1-z^2)+\tau(z+2y(z-y))\big] \times$$
$$\times\left[\ln\mathfrak{D}_2 + \ln\mathfrak{D}_2(\alpha) - 2\ln\left(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)\right)\right] +$$
$$+\frac{3}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy\big[\mathfrak{D}_2\ln\mathfrak{D}_2 + \mathfrak{D}_2(\alpha)\ln\mathfrak{D}_2(\alpha) -$$
$$-2\left(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)\right)\ln\left(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)\right)\big], \quad (5.4)$$

$$\bar{f}_A^{(5)+(6)}(q^2) = -\frac{1}{2}\int_0^1 dz \int_0^z dy\, y\frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)} +$$
$$+\frac{1}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy\big[a((1+z)^2-4y(1+z-y)) -$$
$$-b(z(1+z)^2-2y((1+z)^2-2y)) +$$
$$+\tau y(z-y)(1+z-2y)\big]\left[\frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)} - \frac{1}{\mathfrak{D}_2(\alpha)}\right] -$$
$$-\frac{1}{4}\int_0^1 dz \int_0^z dy(2+3z-6y) \times$$
$$\times\left[\ln\left(\mathfrak{D}_2(\alpha)+y(1-\alpha)\right) - \ln\mathfrak{D}_2(\alpha)\right]. \quad (5.5)$$

Заметим, что в выражениях (5.1)–(5.5) точно учитываются значения массовых параметров заряженного лептона a, нейтрино b. Значение калибровочного параметра α является произвольным. Все вычисления были выполнены при произвольном значении q^2.

Вклады γ–Z-диаграмм, приведенных на рис. 4, в анапольный формфактор нейтрино могут быть получены на основе разложения (2.32) и имеют следующий вид:

$$f_A^{(j)}(q^2) = \frac{g}{4\cos\theta_W}\frac{1}{q^2-M_Z^2} \times$$
$$\times\left\{\frac{A^{(j)}(\alpha,q^2)}{q^2} + (1-\alpha_Z)\frac{B^{(j)}(\alpha,q^2)}{q^2-\alpha_Z M_Z^2}\right\},$$
$$j = 7,\ldots,14. \quad (5.6)$$

Используя явный вид функций $A^{(j)}(\alpha,q^2)$ (формулы (2.17)–(2.23)) и $B^{(j)}(\alpha,q^2)$ (формулы (2.24)–(2.30)), с помощью соотношения (5.6) можно получить выражения для вкладов γ–Z-диаграмм при произвольных значениях калибровочных параметров α и α_Z, а также $q^2 \neq 0$. Однако ввиду громоздкости данных формул здесь они не приводятся.

Анапольный момент

Рассмотрим анапольный момент массивного нейтрино. В настоящей работе были получены вклады треугольных диаграмм (формулы (5.1)–(5.5)) и γ–Z-диаграмм (5.6) в анапольный формфактор нейтрино при произвольном значении q^2. Поскольку анапольный момент представляет собой статическую электромагнитную характеристику нейтрино, значение q^2 в рассматриваемых формулах следует положить равным нулю.

В случае безмассового нейтрино величина анапольного момента связана с зарядовым радиусом посредством соотношения (см., например, [21])

$$a_\nu = \frac{1}{6}\langle r_\nu^2\rangle.$$

В случае же массивной частицы эта простая зависимость нарушается в силу причин, описанных в разд. 2.

В выражение для анапольного момента дают вклады как треугольные диаграммы, показанные на рис. 2, так и γ–Z-диаграммы, изображенные на рис. 4. Таким образом, полное выражение для анапольного момента имеет форму

$$a_\nu = \frac{eG_F}{4\pi^2\sqrt{2}}\left\{\sum_{i=1}^{6}\bar{a}^{(i)}(a,b,\alpha) + \sum_{j=7}^{14}\bar{a}^{(j)}(a,\alpha)\right\}.$$

Вклады треугольных диаграмм $\bar{a}^{(i)}(a,b,\alpha)$ могут быть записаны в виде

$$\bar{a}^{(1)}(a,b,\alpha) = -\frac{1}{6}\int\limits_0^1 dz(2+3z-6z^2+z^3)\frac{1}{D} -$$

$$-\frac{1}{12}\int\limits_0^1 dz(1-z)^3(a+2b+3bz)\left[\frac{1}{D_\alpha}-\frac{1}{D}\right] +$$

$$+\frac{1}{4}\int\limits_0^1 dz(1-z)(1-4z+3z^2)\left[\ln D_\alpha - \ln D\right], \quad (5.7)$$

$$\bar{a}^{(2)}(a,b,\alpha) = -\frac{a-b}{12}\int\limits_0^1 dz(2-3z+z^3)\frac{1}{D_\alpha}, \quad (5.8)$$

$$\bar{a}^{(3)}(a,b,\alpha) = \frac{a-b}{12}\int\limits_0^1 dz\, z^3\frac{1}{D_\alpha}, \quad (5.9)$$

$$\bar{a}^{(4)}(a,b,\alpha) = -\frac{1}{12}\int\limits_0^1 dz\, z^2(9-2z)\frac{1}{D} - \frac{b}{4}\int\limits_0^1 dz\times$$

$$\times\int\limits_0^z dy\left[z(1-z^2)(3-z)-4(1-z)(z-y(1+z))(z-y)\right]\times$$

$$\times\left[\frac{1}{D_\alpha+y(1-\alpha)}-\frac{1}{D}\right] +$$

$$+\frac{1}{4}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy(6-3z-4z^2+12y+16y(z-y))\times$$

$$\times\left[\ln\left(D_\alpha+y(1-\alpha)\right)-\ln D\right] - \frac{b}{4}\times$$

$$\times\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy(1-z^2)\left[\ln D+\ln D_\alpha - 2\ln\left(D_\alpha+y(1-\alpha)\right)\right] +$$

$$+\frac{3}{4}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\left[D\ln D + D_\alpha\ln D_\alpha -\right.$$

$$\left.-2\left(D_\alpha+y(1-\alpha)\right)\ln\left(D_\alpha+y(1-\alpha)\right)\right], \quad (5.10)$$

$$\bar{a}^{(5)+(6)}(a,b,\alpha) = -\frac{1}{2}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\, y\frac{1}{D_\alpha+y(1-\alpha)} +$$

$$+\frac{1}{4}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy\left[a((1+z)^2-4y(1+z-y))-\right.$$

$$\left.-b(z(1+z)^2-2y((1+z)^2-2y))\right]\times$$

$$\times\left[\frac{1}{D_\alpha+y(1-\alpha)}-\frac{1}{D_\alpha}\right] -$$

$$-\frac{1}{4}\int\limits_0^1 dz\int\limits_0^z dy(2+3z-6y)\times$$

$$\times\left[\ln\left(D_\alpha+y(1-\alpha)\right)-\ln D_\alpha\right]. \quad (5.11)$$

Заметим, что так же как и в случае безмассового нейтрино вклады треугольных диаграмм в анапольный момент являются конечными.

Для того чтобы получить вклады γ–Z-диаграмм в анапольный момент, удобно воспользоваться формулой (2.32), положив при этом $q^2=0$. Таким образом, выражения для

$$a^{(j)}(a,\alpha) = \frac{eG_F}{4\pi^2\sqrt{2}}\bar{a}^{(j)}(a,\alpha)$$

принимают следующую форму:

$$a^{(j)}(a,\alpha) = \frac{1}{M_Z^2}Q^{(j)} - \frac{g}{4M_Z^2\cos\theta_W}\times$$

$$\times\left.\frac{A^{(j)}(q^2)}{q^2}\right|_{q^2\to 0}, \quad j=7,\ldots,14, \quad (5.12)$$

в которой вклады в электрический заряд нейтрино $Q^{(j)}$ могут быть получены на основе выражений (2.24)–(2.30) и (3.6) (см. также нашу работу [13]). При выводе соотношения (5.12) мы положили $\alpha_Z=\infty$. Используя формулу (5.12), получаем следующие выражения для $\bar{a}^{(j)}(a,\alpha)$:

$$\bar{a}^{(7)}(a,\alpha) =$$

$$=\cos^2\theta_W\left\{\cos^2\theta_W\left[\omega\left(3+\frac{3}{4}\alpha(1+\alpha)\right)-\right.\right.$$

$$\left.-1-\frac{5\alpha}{8}-\frac{5\alpha^2}{8}-\frac{3\alpha^3}{4}\frac{\ln\alpha}{1-\alpha}\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\left[\omega\left(-\frac{14}{3}+\alpha\right)-\frac{1}{18(1-\alpha)^3}\times\right.$$

$$\times\left(11-54\alpha+54\alpha^2-2\alpha^3-9\alpha^4-\right.$$

$$\left.\left.\left.-18\alpha^2\ln\alpha-12\alpha^3\ln\alpha+18\alpha^4\ln\alpha\right)\right]\right\}, \quad (5.13)$$

$$\bar{a}^{(8)}(a,\alpha) = \sin^2\theta_W \left\{ \cos^2\theta_W \left[\omega \frac{3+\alpha}{4} - \right.\right.$$
$$\left. - \frac{5+\alpha}{8} - \frac{\alpha}{2}\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)\frac{\ln\alpha}{1-\alpha}\right] - \frac{1}{18(1-\alpha)^3} \times$$
$$\left. \times \left(11 - 18\alpha + 9\alpha^2 - 2\alpha^3 + 6\ln\alpha\right)\right\}, \quad (5.14)$$

$$\bar{a}^{(9)}(a,\alpha) = (\cos^2\theta_W - \sin^2\theta_W)\cos^2\theta_W \times$$
$$\times \frac{1}{2}\left\{-\omega\alpha + \alpha - \alpha\ln\alpha\right\}, \quad (5.15)$$

$$\bar{a}^{(10)}(a,\alpha) = \cos^4\theta_W \times$$
$$\times \left\{ -\frac{3}{4}\omega(3+\alpha^2) + \frac{3}{8} + \frac{5\alpha^2}{8} - \frac{3}{4}\alpha^2\ln\alpha \right\}, \quad (5.16)$$

$$\bar{a}^{(11)+(12)}(a,\alpha) = \cos^2\theta_W \frac{1}{2} \times$$
$$\times \left\{ \cos^2\theta_W\left(-\omega\alpha + \alpha - \alpha\ln\alpha\right) - \frac{1}{3}\left(\omega + \ln\alpha\right) \right\}, \quad (5.17)$$

$$\bar{a}^{(13)}(a,\alpha) = (\sin^2\theta_W - \cos^2\theta_W)\frac{1}{2} \times$$
$$\times \left\{ \cos^2\theta_W\left(-\omega\alpha + \alpha - \alpha\ln\alpha\right) + \frac{1}{6}\left(\omega + \ln\alpha\right) \right\}, \quad (5.18)$$

$$\bar{a}^{(14)}(a,\alpha) = -\left\{ \omega\left(-1 - \frac{28}{9}\sin^2\theta_W\right) + \frac{1}{3} \times \right.$$
$$\left. \times \sum_f Q_f \left(\pm\frac{1}{2} - 2Q_f\sin^2\theta_W\right)\ln\left(\frac{m_f}{M_W}\right)^2 \right\}. \quad (5.19)$$

Выражения (5.13)–(5.19) являются расходящимися, следовательно, окончательный вид данных формул зависит от метода регуляризации фейнмановских интегралов (2.9)–(2.15). Этим обстоятельством может быть объяснено некоторое различие между соотношениями (5.13)–(5.19) и соответствующими вкладами в зарядовый радиус, которые были получены в статье [16].

Непосредственный расчет, выполненный в настоящей работе, дает расходящееся выражение для анапольного момента массивного нейтрино. В связи с этим напомним, что соответствующие поправки в электромагнитную вершинную функцию могут рассматриваться с точки зрения радиационных поправок в выражение для какого-либо физического процесса, например, рассеяния нейтрино на заряженном лептоне. Вполне очевидно, что сечение рассеяния, являющееся измеряемой величиной, должно быть конечным и не зависеть от выбора калибровки. Именно такой подход, развитый в работах [17, 21, 25, 26] для случая безмассового нейтрино, был положен в основу определения электрослабого анапольного момента и электрослабого зарядового радиуса. Заметим, что наряду с фейнмановскими диаграммами, рассмотренными в нашей статье, для исследования радиационных поправок в процесс рассеяния необходимо учитывать также и поправки в электромагнитную вершинную функцию заряженного лептона. Более того, так называемые «ящичные» диаграммы, в которых нейтрино и лептон в ходе взаимодействия обмениваются двумя виртуальными бозонами, также будут влиять на процесс рассеяния. Подробные вычисления соответствующих диаграмм для случая безмассового нейтрино приведены в недавних работах [25, 26]. Представляет определенный интерес показать, что для массивного нейтрино также будет происходить сокращение расходящихся членов и слагаемых, зависящих от калибровочных параметров. Однако в случае массивного нейтрино данная задача является нетривиальной и требует дополнительного самостоятельного исследования.

6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЙТРИНО В СЛУЧАЕ СМЕШИВАНИЯ МЕЖДУ РАЗЛИЧНЫМИ ПОКОЛЕНИЯМИ

Как это было уже отмечено в разд. 1, современные экспериментальные данные говорят в пользу существования смешивания между различными поколениями нейтрино. С точки зрения исследования электромагнитных свойств нейтрино это будет выражаться в наличии у нейтрино переходных электромагнитных моментов (а также переходных формфакторов). Действительно, формула (2.1) в рассматриваемом случае принимает вид

$$\langle\nu(p')|J_\mu^{EM}|\nu(p)\rangle = \sum_{\alpha\beta} \bar{u}_\beta(p')\Lambda_\mu^{\beta\alpha}(q)u_\alpha(p),$$

где суммирование выполняется по типам нейтрино (ν_e, ν_μ и ν_τ). По аналогии с разложением (2.2) заключаем, что самым общим выражением для вершинной функции $\Lambda_\mu^{\beta\alpha}(q)$ является выражение

$$\Lambda_\mu^{\beta\alpha}(q) = f_Q^{\beta\alpha}\gamma_\mu + f_M^{\beta\alpha} i\sigma_{\mu\nu}q^\nu - f_E^{\beta\alpha}\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma_5 +$$
$$+ f_A^{\beta\alpha}(q^2\gamma_\mu - q_\mu \not{q})\gamma_5, \quad (6.1)$$

в котором величины $f_I^{\beta\alpha}$ $(I = Q, M, E, A)$ имеют смысл переходных формфакторов.

В качестве примера исследуем минимально расширенную стандартную модель со смешиванием между различными поколениями заряженных лептонов и нейтрино. Лагранжиан взаимодействия и правила Фейнмана приведены в работе [22]. Сначала рассмотрим ситуацию, когда $m_{\nu_e} = m_{\nu_\mu} = m_{\nu_\tau} = m_\nu$. Подобный выбор параметров соответствует трем поколениям нейтрино, вырожденным по массам. В этом случае можно показать, что выражения для $f_I^{\beta\alpha}$ имеют форму

$$f_I^{\beta\alpha} = \sum_{\ell=e,\mu,\tau} U_{\beta\ell}\overset{*}{U}_{\alpha\ell} f_I^{(\ell)}, \tag{6.2}$$

где $U_{\beta\ell}$ — унитарная матрица, описывающая смешивание между различными поколениями лептонов и нейтрино (см. обзор [22]), а $f_I^{(\ell)} = f_I(a_\ell, b, q^2, \dots)$ — выражения для формфакторов, полученные в разд. 3–5 настоящей работы, $a_\ell = (m_\ell/M_W)^2$.

В действительности случай почти вырожденных масс нейтрино не исключается современными экспериментальными данными (см. статьи [27, 28]). Мы же, рассматривая случай вырожденных по массам нейтрино, фактически вводим два дополнительных (наряду с уже использованными $a = (m_\ell/M_W)^2$ и $b = (m_\nu/M_W)^2$) массовых параметра $c_i = (\Delta m_i/M_W)^2$, где Δm_i — два независимых значения разности масс трех флейворных нейтрино, и в дальнейших вычислениях проводим по ним разложение, считая, что $c \ll a, b$.

Если в формуле (6.2) положить $q^2 = 0$, то в результате получим выражения для переходных зарядов, которые определяют статические электромагнитные свойства трех типов нейтрино. Интересно отметить, что из структуры соотношения (6.2), а также из результатов нашей работы [13] следует, что значения переходных зарядов нейтрино $(Q_{\beta\alpha} = f_Q^{\beta\alpha}(q^2 = 0))$ тождественно равны нулю при произвольном значении калибровочного параметра α.

В случае невырожденных нейтринных масс наряду с тремя формфакторами, рассмотренными в этом разделе, в соотношении (6.1) появляется также переходный электрический дипольный формфактор, который тождественно равен нулю для нейтрино с вырожденными массами. Именно поэтому мы приведем выражение только для этого формфактора. Наиболее простое выражение для электрического дипольного формфактора получается в калибровке 't Хофта–Фейнмана. Заметим, что в рассматриваемый формфактор дают вклады только треугольные диаграммы. На основе выражений (2.3)–(2.7) (заменяя в формулах (2.4) и (2.5) m_ν на m_β в крайней левой скобке и на m_α — в крайней правой, где $m_{\beta,\alpha}$ — флейворные массы конечного и начального нейтринных состояний), проводя усреднение по начальному и конечному состояниям нейтрино, находим, что

$$f_E^{\beta\alpha}(q^2) = \frac{eG_F}{4\pi^2\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{6} \left(\sum_{\ell=e,\mu,\tau} U_{\beta\ell}\overset{*}{U}_{\alpha\ell} \bar{E}_{\beta\alpha}^{(i)}(q^2, a_\ell) \right).$$

Здесь вклады каждой из фейнмановских диаграмм имеют вид

$$\bar{E}_{\beta\alpha}^{(1)} = -\frac{i}{2}\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D_{\beta\alpha}^{(1)}} \times \\ \times [(m_\beta - m_\alpha)(2 - 3(x+y) + (x+y)^2) + \\ + (m_\beta + m_\alpha)(x - y - (x^2 - y^2))], \tag{6.3}$$

$$\bar{E}_{\beta\alpha}^{(2)} = -\frac{i}{4}\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D_{\beta\alpha}^{(1)}} \times \\ \times \{a_\ell[(m_\beta - m_\alpha)(x + y + (x+y)^2) + \\ + (m_\beta + m_\alpha)(x - y - (x^2 - y^2))] + \\ + \sqrt{b_\alpha b_\beta}[(m_\beta - m_\alpha)((x+y) - (x+y)^2) - \\ - (m_\beta + m_\alpha)((x-y) - (x^2 - y^2))]\}, \tag{6.4}$$

$$\bar{E}_{\beta\alpha}^{(3)} = \frac{i}{4}\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D_{\beta\alpha}^{(2)}}(x + y - 1) \times \\ \times [(m_\beta - m_\alpha)\big(2a_\ell + (x+y)(\sqrt{b_\alpha b_\beta} - a_\ell)\big) - \\ - (m_\beta + m_\alpha)(x-y)\big(\sqrt{b_\alpha b_\beta} - a_\ell\big)], \tag{6.5}$$

$$\bar{E}_{\beta\alpha}^{(4)} = -\frac{i}{4}\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D_{\beta\alpha}^{(2)}} \times \\ \times [(m_\beta - m_\alpha)(x + y + 2(x+y)^2) + \\ + (m_\beta + m_\alpha)(x - y - 2(x^2 - y^2))], \tag{6.6}$$

$$\bar{E}_{\beta\alpha}^{(5)+(6)} = \frac{i}{4}\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D_{\beta\alpha}^{(2)}} \times \\ \times [(m_\beta - m_\alpha)(x+y) + (m_\beta + m_\alpha)(x-y)] \tag{6.7}$$

и

$$D^{(1)}_{\beta\alpha} = 1+(a_\ell-1)(x+y)-\frac{b_\beta+b_\alpha}{2}(x+y)(1-x-y)-$$
$$-\tau xy+\frac{b_\beta-b_\alpha}{2}(x-y-(x^2-y^2)),$$

$$D^{(2)}_{\beta\alpha} = a_\ell+(1-a_\ell)(x+y)-\frac{b_\beta+b_\alpha}{2}(x+y)(1-x-y)-$$
$$-\tau xy+\frac{b_\beta-b_\alpha}{2}(x-y-(x^2-y^2)),$$

$b_\alpha = (m_\alpha/M_W)^2$. При выводе формул (6.3)–(6.7) мы воспользовались тем, что соотношение

$$\bar{u}_\beta(p')(p'_\mu+p_\mu)\gamma_5 u_\alpha(p) =$$
$$= \bar{u}_\beta(p')[(m_\beta-m_\alpha)\gamma_\mu\gamma_5 - i\sigma_{\mu\nu}\gamma_5 q^\nu]u_\alpha(p),$$

остается справедливым для нейтрино, находящихся на массовой оболочке.

Из формул (6.3)–(6.7) следует, что в случае вырожденных нейтринных масс, т. е. когда $m_\beta = m_\alpha$, вклады каждой из фейнмановских диаграмм в электрический дипольный формфактор тождественно равны нулю.

На основании соотношений (6.3)–(6.7) можно получить выражения для переходных дипольных электрических моментов нейтрино. Для этого в рассматриваемых формулах необходимо положить $\tau = 0$. Наиболее простые выражения для дипольных электрических моментов получаются в случае легких нейтрино ($b_\alpha \ll 1$). Проводя разложение подынтегральных выражений в формулах (6.3)–(6.7) по параметру b_α и интегрируя по фейнмановским параметрам x и y, находим, что

$$\sum_{i=1}^{6}\bar{E}^{(i)}_{\beta\alpha}(q^2=0,a_\ell) = -\frac{i}{24(1-a_\ell)^4}(m_\beta-m_\alpha)\times$$
$$\times(12-52a_\ell+81a_\ell^2-48a_\ell^3+7a_\ell^4-$$
$$-6a_\ell^2\ln a_\ell+12a_\ell^3\ln a_\ell). \quad (6.8)$$

Исходя из того, что заряженные лептоны должны быть гораздо легче W-бозона, т. е. $a_\ell \ll 1$, из соотношения (6.8) получаем окончательное выражение для переходных дипольных электрических моментов нейтрино в виде

$$d_{\beta\alpha} = f_E^{\beta\alpha}(q^2=0) = \frac{eG_F}{8\pi^2\sqrt{2}}i(m_\alpha-m_\beta). \quad (6.9)$$

Заметим, что в соотношении (6.9) исчезает зависимость от углов смешивания, вследствие того что мы пренебрегли массами заряженных лептонов. Из формулы (6.9) очевидно, что в рамках минимально расширенной стандартной модели со смешиванием между различными поколениями заряженных лептонов и нейтрино диагональные по флейворам дипольные электрические моменты нейтрино равны нулю, а недиагональные пропорциональны разности флейворных масс нейтрино.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследованы электромагнитные вершинные формфакторы массивного дираковского нейтрино в рамках минимально расширенной стандартной модели, дополненной SU(2)-синглетным правым нейтрино. Во всех вычислениях точно учтены массы заряженного лептона и нейтрино. Вычисления проводились в произвольной R_ξ-калибровке, это позволяет исследовать зависимость полученных результатов от калибровочных параметров как W-, так и Z-бозона. В разд. 2 обнаружено, что при определенном выборе калибровочных параметров все электромагнитные формфакторы нейтрино становятся конечными, т. е. не содержат ультрафиолетовых расходимостей. Данное утверждение доказано в однопетлевом приближении. Аналогичное свойство электромагнитной вершинной функции может быть сформулировано в рамках квантовой электродинамики. При определенном выборе калибровочного параметра фотона ($\alpha_\gamma = 3$) электромагнитная вершинная функция электрона в однопетлевом приближении не содержит инфракрасных расходимостей. В разд. 3 и 4 впервые найдены вклады всех фейнмановских диаграмм в зарядовый и магнитный формфакторы, точно учитывающие зависимость от массовых параметров a и b, а также от калибровочного параметра α. Исследовано асимптотическое поведение магнитного формфактора массивного нейтрино при $q^2 \to -\infty$ и обнаружено, что в этом случае $f_M(q^2) \to 0$. В разд. 5 рассмотрены анапольный формфактор и анапольный момент массивного нейтрино при произвольном значении калибровочного параметра α. Получено, что, так же как и в случае безмассовой частицы, анапольный момент массивного нейтрино является расходящейся величиной и зависит от выбора калибровки. В разд. 6 исследованы переходные электромагнитные формфакторы нейтрино в рамках минимально расширенной стандартной модели, допускающей смешивание меж-

ду различными поколениями заряженных лептонов и нейтрино. Используя результаты разд. 3–5, мы впервые получили явные выражения для зарядового, магнитного и анапольного переходных формфакторов для случая состояний нейтрино, вырожденных по флейворным массам. Показано, что переходные электрические заряды тождественно равны нулю. Для случая невырожденных по массам нейтринных состояний найдено точное выражение для электрического дипольного переходного формфактора в калибровке 't Хофта–Фейнмана. Этот формфактор тождественно равен нулю для нейтрино, вырожденных по массам. Более того, в данной калибровке получено выражение для электрического дипольного переходного момента. Обнаружено, что электрический дипольный переходный момент пропорционален разности масс начального и конечного состояний нейтрино.

ЛИТЕРАТУРА

1. Q. R. Ahmad, R. C. Allen, T. C. Andersen et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 011301 (2002).
2. Y. Fukuda, T. Hayakawa1, E. Ichihara1 et al., Phys. Rev. Lett. **82**, 2644 (1999).
3. M. H. Ahn, S. Aoki, H. Bhang et al., Phys. Rev. Lett. **90**, 041801 (2003).
4. B. Kayser, Phys. Rev. D **26**, 1662 (1982).
5. W. Bardeen, R. Gastmans, and B. Lautrup, Nucl. Phys. B **46**, 319 (1972).
6. B. W. Lee and R. E. Shrock, Phys. Rev. D **16**, 1444 (1977).
7. K. Fujikawa and R. E. Shrock, Phys. Rev. Lett. **45**, 963 (1980).
8. W. J. Marciano and A. Sirlin, Phys. Rev. D **22**, 2695 (1980).
9. S. Sakakibara, Phys. Rev. D **24**, 1149 (1981).
10. R. E. Shrock, Nucl. Phys. B **206**, 359 (1982).
11. J. L. Lucio Martínez, A. Rosado, and A. Zepeda, Phys. Rev. D **29**, 1539 (1984).
12. L. G. Cabral-Rosetti, J. Bernabéu, J. Vidal et al., Eur. Phys. J. C **12**, 633 (2000).
13. M. Dvornikov and A. Studenikin, Phys. Rev. D **69**, 073001 (2004).
14. K. Fujikawa, B. W. Lee, and A. I. Sanda, Phys. Rev. D **6**, 2923 (1972).
15. J. E. Kim, Phys. Rev. D **14**, 3000 (1976).
16. J. L. Lucio, A. Rosado, and A. Zepeda, Phys. Rev. D **31**, 1091 (1985).
17. J. Bernabéu, L. G. Cabral-Rosetti, J. Papavassiliou et al., Phys. Rev. D **62**, 113012 (2000).
18. H. Czyz, K. Kolodziej, M. Zralek et al., Can. J. Phys. **66**, 132 (1988).
19. V. Dubovik and V. Kuznetsov, Int. J. Mod. Phys. A **13**, 5257 (1998).
20. E. N. Bukina, V. M. Dubovik, and V. E. Kuznetsov, ЯФ **61**, 1129 (1998).
21. A. Rosado, Phys. Rev. D **61**, 013001 (2000).
22. K. Aoki, Z. Hioki, R. Kawabe et al., Progr. Theor. Phys. Suppl. **73**, 1 (1982).
23. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей*, Наука, Москва (1984).
24. К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер, *Квантовая теория поля*, Мир, Москва (1984), т. 2, с. 47–49.
25. J. Bernabéu, J. Papavassiliou, and J. Vidal, Phys. Rev. Lett. **89**, 101802 (2002); Erratum *ibid.* **89**, 229902 (2002).
26. J. Bernabéu, J. Papavassiliou, and J. Vidal, Nucl. Phys. B **680**, 450 (2004).
27. J. I. Illana and M. Masip, E-print archives, hep-ph/0307393.
28. S. M. Bilenky, Proc. Roy. Soc. London A **460**, 403 (2004).