ЖЭТФ, 2004, том 126, вып. 2 (8), стр. 369–380

О ПРОВОДИМОСТИ МАГНИТОАКТИВНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

О. Г. Чхетиани[*]

Институт космических исследований Российской академии наук
117997, Москва, Россия

Поступила в редакцию 22 января 2004 г.

В приближении отдельных частиц рассмотрена задача об определении тензора эффективной проводимости магнитоактивной турбулентной плазмы. Показано, что при наличии средней, отличной от нуля, магнитной спиральности появляются дополнительные гиротропные члены тензора проводимости. Меняется дисперсия распространяющихся электромагнитных волн, появляются дополнительные моды и дополнительное вращение плоскости поляризации. Возможно усиление волн. Свойства, приобретаемые плазмой со спиральностью, схожи с наблюдаемыми в киральных и бианизотропных электродинамических средах.

PACS: 52.25.Xz, 52.35.-g, 52.35.Ra

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема эффективного описания распространения волн и частиц в флуктуационных магнитных полях в турбулентной проводящей среде имеет важное значение для решения различных проблем физики плазмы и астрофизики. Особую роль здесь играют явления, связанные с присутствием мелкомасштабной магнитной спиральности $\langle \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \rangle$ ($\mathbf{B} = \mathrm{rot}\, \mathbf{A}$), проявляющиеся практически на всех масштабах плазменных систем. Если крупномасштабная спиральность способствует устойчивости электромагнитных структур [1], то присутствие ее на уровне флуктуаций — явление неравновесное и сопровождается различными крупномасштабными неустойчивостями [2]. Другие эффекты, вызываемые мелкомасштабной спиральностью, такие как асимметрия распределения частиц и ускорение, хорошо известны в диффузионной теории распространения космических лучей [3–6]. Эффекты гиротропного ускорения известны и в лабораторной плазме как эффекты инжекции спиральности [8, 7]. Возможность появления дополнительного транспорта, связанного со спиральностью, была продемонстрирована также в работе [9]. Изменение транспортных свойств непосредственно отражается и в диэлектрических (проводящих) свойствах плазменной среды. Так, в работе [10] было показано, что при наличии флуктуационной магнитной спиральности в пределе низкой проводимости в изотропной плазме эффективный ток оказывается зависящим от ротора электрического поля ($\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \sigma_\kappa\, \mathrm{rot}\, \mathbf{E}$), что при определенных условиях ведет к росту среднего магнитного поля. В [10] внешнее магнитное поле не учитывалось. В естественных и лабораторных условиях плазма практически всегда находится под воздействием крупномасштабных магнитных полей, которые оказывают значительное влияние на ее свойства [11]. Магнитная спиральность также возникает в плазменных системах при наличии крупномасштабного магнитного поля, поэтому исследование ее влияния должно учитывать этот фактор. Так, в работе [12] для точно решаемой модели нелинейного динамо было показано, что уже при относительно слабом магнитном поле диффузия и скорость генерации существенно подавляются и режим «быстрого» динамо переходит в режим «медленного» с линейным ростом во времени.

Целью настоящей работы является исследование эффективной проводимости турбулентной магнитоактивной плазмы с ненулевой магнитной спиральностью. Полноценное теоретическое описание плазменных задач проводится обычно в рамках кинетического подхода. Однако учет флуктуационных эффектов

[*]E-mail: ochkheti@mx.iki.rssi.ru

гиротропности достаточно сложен и возможен в законченном виде лишь при заметном числе предположений и упрощений (см., например, [6, 9]). Вместе с тем, многие основные свойства плазмы могут быть получены в рамках приближения отдельных частиц [11, 13], которое и будет использовано ниже.

Статистические характеристики флуктуаций электромагнитного поля полагаются стационарными и однородными. В разд. 2 рассмотрены уравнения движения частиц и эффективная сила Лоренца вычисляется функциональным методом с учетом неоднородности возмущений электромагнитного поля с точностью до первого порядка теории возмущений. В разд. 3 определяется эффективный тензор проводимости. Флуктуационная магнитная спиральность приводит к появлению новых гиротропных членов. Анализ дисперсионного уравнения как в приближении δ-коррелированных во времени флуктуаций (разд. 4), так и в обратном случае больших времен корреляции и высоких частот (разд. 6) для электромагнитных волн и эволюции магнитного поля (в пределе низких частот) (разд. 5) демонструрует изменения дисперсии распространяющихся волн и наличие неустойчивостей. Характерные масштабы и инкременты неустойчивостей определяются соотношением между флуктуационными спиральностью и энергией и внешним магнитным полем. Магнитоактивная турбулентная плазма со спиральностью приобретает свойства, схожие со свойствами киральных и бианизотропных электродинамических сред, активно исследуемых в последние годы [14, 15]. В Заключении обсуждаются результаты и некоторые следствия обнаруженного эффекта.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим движение однокомпонентной однозарядной плазмы в флуктуационном электромагнитном поле с заданными корреляционными свойствами. Будем рассматривать случай холодной плазмы, когда можно использовать приближение отдельных частиц [11, 13]. Предполагаем, что в системе возникло регулярное крупномасштабное неоднородное возмущение электромагнитного поля, достаточно слабое, чтобы существенно изменить корреляционные свойства флуктуаций электромагнитных полей, которые предполагаются нами заданными, стационарными и однородными. Запишем для скорости электронов $\mathbf{v}$:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{e}{m}\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\left[\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right]\right), \tag{1}$$

где e, m — заряд и масса электрона. Разбивая электромагнитное поле и скорость на сумму крупномасштабной медленной компоненты и быстрой мелкомасштабной (с нулевым средним), имеем

$$\mathbf{E} = \langle\mathbf{E}\rangle + \widetilde{\mathbf{E}}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \langle\mathbf{B}\rangle + \widetilde{\mathbf{B}}, \quad \mathbf{v} = \langle\mathbf{v}\rangle + \widetilde{\mathbf{v}}.$$

Как уже говорилось выше, в настоящей работе полагается малость средних электрических и магнитных полей по сравнению с флуктуационными, т. е. $\langle\mathbf{E}\rangle \ll \left\langle\widetilde{\mathbf{E}}^2\right\rangle^{1/2}$, $\langle\mathbf{B}\rangle \ll \left\langle\widetilde{\mathbf{B}}^2\right\rangle^{1/2} < \mathbf{B}_0$. Переходя в фурье-представление, $\mathbf{F}(\mathbf{x},t) = \int \widehat{\mathbf{F}}(\mathbf{k},w) \times \exp\left[i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - wt)\right] d\mathbf{k}\,dw$, записываем

$$-iw\widehat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w) - \frac{e}{mc}\left[\widehat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w)\times\mathbf{B}_0\right] = \frac{e}{m}\widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k},w) + \frac{e}{mc}\int\left[\widehat{\mathbf{v}}(\mathbf{q},s)\times\widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right]d\mathbf{q}\,ds. \tag{2}$$

Усредненное по флуктуациям электромагнитного поля уравнение движения принимает вид

$$\begin{aligned}-iw\left\langle\widehat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w)\right\rangle - \frac{e}{mc}\left[\left\langle\widehat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w)\right\rangle\times\mathbf{B}_0\right] &= \\ = \frac{e}{m}\left\langle\widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k},w)\right\rangle &+ \\ + \frac{e}{mc}\int\left[\left\langle\widehat{\mathbf{v}}(\mathbf{q},s)\right\rangle\times\left\langle\widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle\right]d\mathbf{q}\,ds &+ \\ + \frac{e}{mc}\int\left\langle\widehat{\widetilde{\mathbf{v}}}(\mathbf{q},s)\times\widehat{\widetilde{\mathbf{B}}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle d\mathbf{q}\,ds&.\end{aligned} \tag{3}$$

Ввиду линейной постановки задачи членом

$$\frac{e}{mc}\int\left[\left\langle\widehat{\mathbf{v}}(\mathbf{q},s)\right\rangle\times\left\langle\widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle\right]d\mathbf{q}\,ds$$

далее пренебрегаем. Корреляция

$$\left\langle\widehat{\widetilde{\mathbf{v}}}(\mathbf{q},s)\times\widehat{\widetilde{\mathbf{B}}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle$$

может быть выражена через куммулянты флуктуационного магнитного поля по формуле Фуруцу–Новикова [16]:

$$\left\langle \hat{\tilde{\mathbf{v}}}(\mathbf{q},s)\times\hat{\tilde{\mathbf{B}}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle_i = \\ = \varepsilon_{ijk}\int\left\langle \frac{\delta\hat{\tilde{v}}_j(\mathbf{q},s)}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')}\right\rangle \times \\ \times \left\langle \hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')\hat{\tilde{B}}_k(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle d\mathbf{k}'dw' + \\ + \varepsilon_{ijk}\int\left\langle \frac{\delta^2\hat{\tilde{v}}_j(\mathbf{q},s)}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')\delta\hat{\tilde{B}}_n(\mathbf{k}'',w'')}\right\rangle \times \\ \times \left\langle \hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')\hat{\tilde{B}}_n(\mathbf{k}'',w'')\hat{\tilde{B}}_k(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle \times \\ \times d\mathbf{k}'d\mathbf{k}''dw'dw'' + \ldots, \quad (4)$$

где вариационная производная $\left\langle \dfrac{\delta\hat{\tilde{v}}_j(\mathbf{q},s)}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')}\right\rangle$ удовлетворяет уравнению

$$\hat{L}_{js}(s)\left\langle \frac{\delta\hat{\tilde{v}}_s(\mathbf{q},s)}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')}\right\rangle = \\ = -\frac{es}{mc}\varepsilon_{jlm}\frac{q_l}{q^2}\delta(s-w')\,\delta(\mathbf{q}-\mathbf{k}') + \\ + \frac{e}{mc}\varepsilon_{jlm}\left\langle \hat{v}_l(\mathbf{q}-\mathbf{k}',s-w')\right\rangle + \\ + \frac{e}{mc}\varepsilon_{jlr}\int\left\langle \frac{\delta\hat{\tilde{v}}_l(\mathbf{q}',s')}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')}\right\rangle \times \\ \times \left\langle \hat{B}_r(\mathbf{q}-\mathbf{q}',s-s')\right\rangle d\mathbf{q}'ds' + \\ + \frac{e}{mc}\varepsilon_{jlr}\int\left\langle \frac{\delta^2\hat{\tilde{v}}_l(\mathbf{q}',s')}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')\delta\hat{\tilde{B}}_n(\mathbf{q}'-\mathbf{q},s'-s)}\right\rangle \times \\ \times \hat{Q}_{nr}(\mathbf{q}-\mathbf{q}',s-s')\,d\mathbf{q}'ds'. \quad (5)$$

Здесь

$$\hat{L}_{js}(s) = -is\delta_{js} + \frac{e}{mc}\varepsilon_{jrs}B_{0r}, \\ \left\langle \hat{\tilde{B}}_n(\mathbf{q}-\mathbf{q}',s-s')\hat{\tilde{B}}_r(\mathbf{k},w)\right\rangle = \\ = \hat{Q}_{nr}(\mathbf{q}-\mathbf{q}',s-s')\,\delta(\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{q}',w+s-s'). \quad (6)$$

Вторая вариационная производная зависит от третьей и т. д. Задача в общем случае незамкнута. В случае δ-коррелированных по времени флуктуаций в выражении (4) остается первый член, что совпадает с гауссовым приближением. Это является хорошим приближением и для малых времен корреляции. Для учета немалых времен корреляции, в частности, можно воспользоваться последовательной процедурой учетов эффектов памяти, аналогичной предложенной в работе [17]. Получив уравнение для n-й вариационной производной, заменим возникающий там член с $(n+1)$-й вариационной производной на эффективный релаксационный член, что отражает перемешивающую роль высших моментов. Это, в свою очередь, приведет к появлению эффективной частоты столкновений, определяемой амплитудой пульсаций магнитного поля в уравнении для $(n-1)$-й вариационной производной, так что частота s в операторе типа $\hat{L}_{js}(s)$ заменится на $s' \to s+iw_*$. В настоящей работе мы ограничимся более упрощенным подходом и положим последнее слагаемое в (5), как и для δ-коррелированного по времени процесса, равным 0. Непосредственным анализом можно убедиться, что это возможно в том случае, когда характерные частоты электромагнитных флуктуаций много больше стохастической ларморовской частоты, определенной по средней амплитуде магнитных флуктуаций, $w_{fluct} \gg e\left\langle \tilde{\mathbf{B}}^2\right\rangle^{1/2}/mc$. Это приближение оказывается схожим с «первым постмарковским» приближением, используемым в статистической теории распространения волн в турбулентной среде [17]. Таким образом, для первой вариационной производной записываем:

$$\hat{L}_{js}(s)\left\langle \frac{\delta\hat{\tilde{v}}_s(\mathbf{q},s)}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')}\right\rangle = \\ = -\frac{es}{mc}\varepsilon_{jlm}\frac{q_l}{q^2}\delta(s-w')\,\delta(\mathbf{q}-\mathbf{k}') + \\ + \frac{e}{mc}\varepsilon_{jlm}\left\langle \hat{v}_l(\mathbf{q}-\mathbf{k}',s-w')\right\rangle + \\ + \frac{e}{mc}\varepsilon_{jlr}\int\left\langle \frac{\delta\hat{\tilde{v}}_l(\mathbf{q}',s')}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')}\right\rangle \times \\ \times \left\langle \hat{B}_r(\mathbf{q}-\mathbf{q}',s-s')\right\rangle d\mathbf{q}'ds'. \quad (7)$$

Учет неоднородности среднего поля проводим последовательными приближениями:

$$\hat{L}_{js}(s)\left\langle \frac{\delta\hat{\tilde{v}}_s(\mathbf{q},s)}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')}\right\rangle^{(0)} = \\ = -\frac{es}{mc}\varepsilon_{jlm}\frac{q_l}{q^2}\delta(s-w')\,\delta(\mathbf{q}-\mathbf{k}') + \\ + \frac{e}{mc}\varepsilon_{jlm}\left\langle \hat{v}_l(\mathbf{q}-\mathbf{k}',s-w')\right\rangle, \quad (8)$$

$$\hat{L}_{js}(s)\left\langle \frac{\delta\hat{\tilde{v}}_s(\mathbf{q},s)}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')}\right\rangle^{(1)} = \\ = \frac{e}{mc}\varepsilon_{jlr}\int\left\langle \frac{\delta\hat{\tilde{v}}_l(\mathbf{q}',s')}{\delta\hat{\tilde{B}}_m(\mathbf{k}',w')}\right\rangle^{(0)} \times \\ \times \left\langle \hat{B}_r(\mathbf{q}-\mathbf{q}',s-s')\right\rangle d\mathbf{q}'ds'. \quad (9)$$

Ограничиваясь линейными членами, запишем

$$\left\langle \frac{\delta\hat{\hat{v}}_j(\mathbf{q},s)}{\delta\hat{\hat{B}}_m(k',w')} \right\rangle = = \hat{L}^{-1}_{js}(s)\left(-\frac{es}{mc}\varepsilon_{spm}\frac{q_p}{q^2}\delta(s-w')\,\delta(\mathbf{q}-\mathbf{k}') + + \frac{e}{mc}\varepsilon_{spm}\langle\hat{v}_p(\mathbf{q}-\mathbf{k}',s-w')\rangle\right) - - \left(\frac{e}{mc}\right)^2\varepsilon_{jlr}\varepsilon_{tpm}\hat{L}^{-1}_{js}(s)\,\hat{L}^{-1}_{lt}(w')\times \times w'\frac{k'_p}{k'^2}\left\langle \hat{B}_r(\mathbf{q}-\mathbf{k}',s-w')\right\rangle. \quad (10)$$

Здесь $\hat{L}^{-1}_{ij}(s)$ — оператор, обратный к $\hat{L}_{ij}(s)$:

$$\hat{L}^{-1}_{ij}(s) = \frac{1}{is(s^2-\Omega_e^2)}\times \times\left(-\delta_{ij}s^2+\Omega_{ei}\Omega_{ej}-is\varepsilon_{ijk}\Omega_{ek}\right), \quad \mathbf{\Omega}_e = \frac{e\mathbf{B}_0}{mc}. \quad (11)$$

Здесь и далее используется связь полей $\mathbf{B}$ и $\mathbf{E}$ через уравнение Максвелла, записываемое в фурье-представлении как

$$\hat{\mathbf{B}} = \frac{c}{w}\left[\mathbf{k}\times\hat{\mathbf{E}}\right]. \quad (12)$$

Для однородных гиротропных флуктуаций с учетом анизотропии, вносимой однородным магнитным полем, корреляционный тензор $\hat{Q}_{mk}(\mathbf{q},s)$ имеет вид [18–20]

$$\hat{Q}_{mk}(\mathbf{q},s) = \left(\delta_{mk}-\frac{q_mq_k}{q^2}\right)\frac{E_M(q,\mathbf{l}\cdot\mathbf{q},s)}{4\pi q^2} + + i\frac{H_M(q,\mathbf{l}\cdot\mathbf{q},s)}{8\pi q^4}\varepsilon_{mkt}q_t + + \left[(l_mq_k+l_kq_m)(\mathbf{l}\cdot\mathbf{q}) - l_ml_kq^2 - \frac{q_mq_k}{q^2}(\mathbf{l}\cdot\mathbf{q})^2\right]\times \times\frac{F(q,\mathbf{l}\cdot\mathbf{q},s)}{4\pi q^4} - i\left(\delta_{ml}\varepsilon_{kij}+\delta_{kl}\varepsilon_{mij}\right)\times \times l_il_j\left(l_lq^2 - q_l(\mathbf{l}\cdot\mathbf{q})\right)\frac{C(q,\mathbf{l}\cdot\mathbf{q},s)}{4\pi q^4}. \quad (13)$$

Здесь $\mathbf{l}$ — единичный вектор, параллельный однородному магнитному полю, $\mathbf{l}\parallel\mathbf{B}_0$. Все корреляционные функции за исключением $C(q,\mathbf{l}\cdot\mathbf{q},s)$ являются четными по $\mathbf{l}\cdot\mathbf{q}$. Свойства симметрии допускают и комбинации, линейные по компонентам вектора $\mathbf{l}$, которые рассматриваются в работах [6, 9]. Однако в [18, 20] показано, что в том случае, когда анизотропия обусловлена магнитным полем, единственно возможными являются лишь квадратичные комбинации[1]. Это подтверждается и прямыми расчетами влияния магнитного поля на корреляционные свойства турбулентности [21]. В случае слабой анизотропии (и для получения конечных аналитических результатов) можно использовать представление

$$\begin{aligned} E_M(q,(\mathbf{l}\cdot\mathbf{q}),s) &= E(q,s) - \frac{(\mathbf{l}\cdot\mathbf{q})^2}{q^2}E_1(q,s),\\ H_M(q,\mathbf{l}\cdot\mathbf{q},s) &= H(q,s) - \frac{(\mathbf{l}\cdot\mathbf{q})^2}{q^2}H_1(q,s),\\ F(q,\mathbf{l}\cdot\mathbf{q},s) &= F(q,s),\\ C(q,\mathbf{l}\cdot\mathbf{q},s) &= C_1(q,s)(\mathbf{l}\cdot\mathbf{q}). \end{aligned} \quad (14)$$

Предполагая экспоненциальный характер затухания корреляций по времени $\sim (\tau_*/\tau)\exp(-|t-t'|/\tau)$, выписываем для фурье-образа:

$$f(q,s) = f(q)\frac{\tau_*}{\pi(1+s^2\tau^2)}. \quad (15)$$

Здесь τ_* — временная константа, определяемая характерными частотами и масштабами. Так, для турбулентности межпланетной плазмы [22] для времени τ_* предлагается

$$\tau_* \sim \frac{\lambda}{v_A} = \frac{\lambda\omega_i}{c\Omega_i},$$

где λ — характерный флуктуационный масштаб магнитных неоднородностей. Очевидно, что такая оценка может быть справедлива и для ионосферной плазмы.

Разложим тензор $\hat{Q}_{mk}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s) = \hat{Q}_{km}(\mathbf{q}-\mathbf{k},s-w)$ в ряд по $k\ll q$:

$$\hat{Q}_{km}(\mathbf{q}-\mathbf{k},s-w) = \hat{Q}_{km}(\mathbf{q},s) - - k_r\frac{\partial\hat{Q}_{km}(\mathbf{q},s)}{\partial q_r} + \frac{k_rk_t}{2}\frac{\partial\hat{Q}_{km}(\mathbf{q},s)}{\partial q_r\partial q_t} + \ldots, \quad (16)$$

и подставим это представление в (10), проведя интегрирования по пространственным углам, частотам s. Тогда получим, что сила Лоренца, усредненная по

[1] Действительно, произвольное вихревое поле может быть представлено как сумма тороидальной и полоидальной компонент с определением базиса через произвольное направление $\mathbf{l}$:

$$h_i(\mathbf{x}) = l_k\frac{\partial^2P}{\partial x_k\partial x_i} - l_i\Delta P + \varepsilon_{ikj}l_k\frac{\partial T}{\partial x_j}.$$

Выбирая в качестве такого направления направление внешнего стационарного однородного магнитного поля, получим, что в тензор парных корреляций флуктуаций магнитного поля зависимость от компонент этого направления входит лишь квадратичным образом.

однородным флуктуациям электромагнитного фона, с точностью до первой степени разложения по времени корреляции τ и в пренебрежении квадратичными по волновому вектору эффектами ($\sim k^2$) будет равна

$$\frac{e}{mc}\int\left\langle\hat{\tilde{\mathbf{v}}}(\mathbf{q},s)\times\hat{\tilde{\mathbf{B}}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle d\mathbf{q}\,ds=$$
$$=-\left(\frac{e}{mc}\right)^2\hat{\mathcal{E}}\tau_*\left\langle\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w)\right\rangle+$$
$$+\frac{e}{m}\left(\frac{e}{mc}\right)^2\hat{\mathcal{H}}\tau_* i\left[\mathbf{k}\times\left\langle\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{k},w)\right\rangle\right]+\frac{2}{3}\left(\frac{e}{mc}\right)^2\times$$
$$\times E_0\tau_*\tau\left(1-\frac{1}{5}t_1+\frac{4}{5}t_2\right)\left[\mathbf{\Omega}_e\times\left\langle\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w)\right\rangle\right]-$$
$$-\frac{2}{3}\frac{e}{m}\left(\frac{e}{mc}\right)^2\frac{H_0\tau\tau_*}{w}\left(1-\frac{3}{10}g_1\right)\times$$
$$\times\left[\mathbf{\Omega}_e\times\left[\mathbf{k}\times\left\langle\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{k},w)\right\rangle\right]\right]-$$
$$-\frac{2}{3}\left(\frac{e}{mc}\right)^2 H_0\tau_*(1+i\tau w)\mathbf{\Omega}_e\delta(\mathbf{k})\delta(w),$$

где

$$\left[\hat{\mathcal{H}}\right]_{ij}=\mathcal{H}_\perp\delta_{ij}+\left(\mathcal{H}_\parallel-\mathcal{H}_\perp\right)l_il_j, \tag{17}$$

$$\begin{gathered}\mathcal{H}_\perp=H_0\frac{2i}{3w}\left(1+iw\tau\right)\left(1-\frac{3}{10}g_1\right),\\ \mathcal{H}_\parallel=H_0\frac{2i}{3w}\left(1+iw\tau\right)\left(1-\frac{2}{5}g_1\right),\end{gathered} \tag{18}$$

$$\begin{gathered}\left[\hat{\mathcal{E}}\right]_{ij}=\mathcal{E}_\perp\delta_{ij}+\left(\mathcal{E}_\parallel-\mathcal{E}_\perp\right)l_il_j,\\ \mathcal{E}_\perp=\frac{4}{3}E_0\left(1+i\tau w\right)\left(1-\frac{3}{10}t_1+\frac{9}{20}t_2\right),\end{gathered} \tag{19}$$

$$\mathcal{E}_\parallel=\frac{4}{3}E_0\left(1+i\tau w\right)\left(1-\frac{2}{5}t_1+\frac{1}{10}t_2\right). \tag{20}$$

Здесь

$$\begin{gathered}H_0=\int\frac{H\left(q\right)}{q^2}\,dq=\left\langle\tilde{\mathbf{A}}\cdot\tilde{\mathbf{B}}\right\rangle_0,\\ H_1=\int\frac{H_1\left(q\right)}{q^2}\,dq,\end{gathered} \tag{21}$$

$$\begin{gathered}E_0=\int E(q)dq=\left\langle\tilde{\mathbf{B}}^2\right\rangle_0,\quad E_1=\int E_1\left(q\right)\,dq,\\ E_2=\int F\left(q\right)\,dq,\end{gathered} \tag{22}$$

$$g_1=\frac{H_1}{H_0},\quad t_1=\frac{E_1}{E_0},\quad t_2=\frac{E_2}{E_0},\quad q=|\mathbf{q}|. \tag{23}$$

Индекс «0» соответствует изотропному случаю. Как мы видим, эффективные транспортные коэффициенты непосредственно связаны со средней энергией и спиральностью флуктуационного магнитного поля.

Ограничимся пока приближением δ-коррелированного процесса, $\tau\to 0$. Эффекты конечности времени корреляции будут рассмотрены ниже. Тогда для усредненной силы Лоренца получим:

$$\frac{e}{mc}\int\left\langle\hat{\tilde{\mathbf{v}}}(\mathbf{q},s)\times\hat{\tilde{\mathbf{B}}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle d\mathbf{q}\,ds=$$
$$=\frac{e}{m}\left(\frac{e}{mc}\right)^2\hat{\mathcal{H}}_{\tau\to 0}\tau_1 i\left[\mathbf{k}\times\left\langle\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{k},w)\right\rangle\right]-$$
$$-\left(\frac{e}{mc}\right)^2\hat{\mathcal{E}}_{\tau\to 0}\tau_1\left\langle\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w)\right\rangle-\left(\frac{e}{mc}\right)^2\frac{2}{3}H_0\tau_1\mathbf{\Omega}_e. \tag{24}$$

Последний член в правой части выражения (24) носит характер постоянного ускорения вдоль внешнего магнитного поля. Возможность подобного ускорения, по всей видимости, впервые была отмечена в [5] (см. также [6]) и подробно была рассмотрена также в [7, 8] при обсуждении инжекции спиральности. В качестве объяснения предполагалось, что ускорение создается электрическим полем, генерируемым флуктуационным динамо-эффектом. На связь эффекта ускорения с передачей момента электромагнитного поля частицам среды было обращено внимание в работе [23]. Полагая $\langle\mathbf{E}\rangle,\langle\mathbf{B}\rangle=0$, получим, что в нерелятивистском бесстолкновительном пределе заряженная частица достигает скорости

$$\mathbf{v}_{max}\approx-\frac{1}{2}\frac{\langle\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\rangle}{\langle\mathbf{B}^2\rangle}\mathbf{\Omega}_e,$$

т. е. не зависит от времени корреляции и определяется ларморовской частотой по внешнему магнитному полю и масштабом, определяемым соотношением между магнитной спиральностью и энергией. Далее мы будем пренебрегать этим эффектом. Это возможно при $|\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}_{max}|/\omega_e\ll 1$, где $\omega_e^2=4\pi ne^2/m$, n — плотность электронов.

3. ТЕНЗОР ПРОВОДИМОСТИ

Обратный оператор с учетом флуктуационного трения, определяемого членами

$$-\left(\frac{e}{mc}\right)^2\hat{\mathcal{E}}_0\tau_*\left\langle\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w)\right\rangle,$$

имеет вид

$$\hat{L}_{ij}^{-1}(w) = \frac{-\delta_{ij}\left(w + i\overline{\Omega^2_{\perp e}}\tau_*\right)^2 + \Omega_{ei}\Omega_{ej} - i\left(w + i\overline{\Omega^2_{\parallel e}}\tau_*\right)\varepsilon_{ijk}\Omega_{ek}}{i\left(w + i\overline{\Omega^2_{\parallel e}}\tau_*\right)\left(\left(w + i\overline{\Omega^2_{\perp e}}\tau_*\right)^2 - \Omega_e^2\right)}. \quad (25)$$

Здесь

$$\overline{\Omega^2_{\perp e}} = \left(\frac{e}{mc}\right)^2 \mathcal{E}_{0\perp}, \quad \overline{\Omega^2_{\parallel e}} = \left(\frac{e}{mc}\right)^2 \mathcal{E}_{0\parallel}.$$

С учетом явного вида тензора $\widehat{\mathcal{H}}_0$ запишем для скорости электронов:

$$\begin{aligned}
\langle \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}, w)\rangle &= -\frac{e}{m}\frac{\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle}{iw'_{e\parallel}} + \\
&+ \frac{e}{m}\frac{\Omega_e^2\left(\mathbf{l}\left(\mathbf{l}\cdot\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right) - \left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right)}{iw'_{e\parallel}\left(w'^2_{e\perp} - \Omega_e^2\right)} + \\
&+ \frac{e}{m}\frac{\Omega_e\left[\mathbf{l}\times\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right]}{w'^2_{e\perp} - \Omega_e^2} - \frac{e}{m}\left(\frac{e}{mc}\right)^2 \mathcal{H}_{0\perp}\tau_* \times \\
&\times \frac{i}{w}\frac{w'^2_{e\perp}\left(\mathbf{k}\times\mathbf{E}(\mathbf{k}) - \mathbf{l}\left(\mathbf{l}\cdot\left[\mathbf{k}\times\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right]\right)\right)}{w'_{e\parallel}\left(w'^2_{e\perp} - \Omega_e^2\right)} - \\
&- \frac{e}{m}\left(\frac{e}{mc}\right)^2 \mathcal{H}_{0\parallel}\tau_*\frac{i}{w}\frac{\mathbf{l}\left(\mathbf{l}\cdot\left[\mathbf{k}\times\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right]\right)}{w'_{e\parallel}} - \\
&- \frac{e}{m}\left(\frac{e}{mc}\right)^2 \mathcal{H}_{0\perp}\tau_*\Omega_e\frac{\mathbf{l}\times\left[\mathbf{k}\times\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right]}{w\left(w'^2_{e\perp} - \Omega_e^2\right)}, \quad (26)
\end{aligned}$$

где

$$\Omega_e = \frac{e\,|\mathbf{B}|_0}{mc}, \quad w'_{e\perp(\parallel)} = w + i\overline{\Omega^2_{\perp(\parallel)}}\tau_*.$$

Выкладки для случая ионов аналогичны и для скорости ионов можно записать:

$$\begin{aligned}
\langle \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}, w)\rangle_i &= \frac{e}{M}\frac{\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle}{iw'_{i\parallel}} - \\
&- \frac{e}{M}\frac{\Omega_i^2\left(\mathbf{l}\left(\mathbf{l}\cdot\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right) - \left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right)}{iw'_{i\parallel}\left(w'^2_{i\perp} - \Omega_i^2\right)} + \\
&+ \frac{e}{M}\frac{\Omega_i\left[\mathbf{l}\times\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right]}{\left(w'^2_{i\perp} - \Omega_i^2\right)} + \frac{e}{M}\left(\frac{e}{Mc}\right)^2 \mathcal{H}_{0\perp}\tau_* \times \\
&\times \frac{i}{w}\frac{w'^2_{i\perp}\left(\mathbf{k}\times\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle - \mathbf{l}\left(\mathbf{l}\cdot\left[\mathbf{k}\times\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right]\right)\right)}{w'_{i\parallel}\left(w'^2_{i\perp} - \Omega_i^2\right)} + \\
&+ \frac{e}{M}\left(\frac{e}{Mc}\right)^2 \mathcal{H}_{0\parallel}\tau_*\frac{i}{w}\frac{\mathbf{l}\left(\mathbf{l}\cdot\left[\mathbf{k}\times\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right]\right)}{w'_{i\parallel}} - \\
&- \frac{e}{M}\left(\frac{e}{Mc}\right)^2 \mathcal{H}_{0\perp}\tau_*\Omega_i\frac{\mathbf{l}\times\left[\mathbf{k}\times\left\langle \widehat{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, w)\right\rangle\right]}{w\left(w'^2_{i\perp} - \Omega_i^2\right)}. \quad (27)
\end{aligned}$$

Индекс i относится к ионным аналогам введенных для электронов характеристик:

$$\Omega_i = \frac{e\,|\mathbf{B}|_0}{Mc}, \quad w'_{i\perp(\parallel)} = w + i\overline{\Omega^2_{\perp(\parallel)\,i}}\tau_*.$$

Как мы видим, усреднение по флуктуациям электромагнитного поля эквивалентно, в частности, эффективному столкновению с частотами, пропорциональными $\overline{\Omega^2_{\perp e(i)}}\tau_*, \overline{\Omega^2_{\parallel e(i)}}\tau_*$.

Для тензора проводимости $j_k = \widehat{\sigma}_{kl}(\mathbf{k}, w)E_l(\mathbf{k}, w)$ ($\mathbf{j} = ne\left(\langle\mathbf{v}\rangle - \langle\mathbf{v}\rangle_i\right)$) имеем

$$\begin{aligned}
&4\pi\widehat{\sigma}_{kl}(\mathbf{k}, w) = \\
&= -\left(\frac{\omega_e^2 w'^2_{e\perp}}{iw'_{e\parallel}\left(w'^2_{e\perp} - \Omega_e^2\right)} + \frac{\omega_i^2 w'^2_{i\perp}}{iw'_{i\parallel}\left(w'^2_{i\perp} - \Omega_i^2\right)}\right)\delta_{kl} + \\
&+ \left(\frac{\omega_e^2\Omega_e^2}{iw'_{e\parallel}\left(w'^2_{e\perp} - \Omega_e^2\right)} + \frac{\omega_i^2\Omega_i^2}{iw'_{i\parallel}\left(w'^2_{i\perp} - \Omega_i^2\right)}\right) l_k l_l + \\
&+ \left(\frac{\omega_e^2\Omega_e}{\left(w'^2_{e\perp} - \Omega_e^2\right)} - \frac{\omega_i^2\Omega_i}{w'^2_{i\perp} - \Omega_i^2}\right)\varepsilon_{kml} l_m + \\
&+ \left(\frac{\omega_e^2 h_{\perp e}\Omega_e}{w\left(w'^2_{e\perp} - \Omega_e^2\right)} - \frac{\omega_i^2 h_{\perp i}\Omega_i}{w\left(w'^2_{i\perp} - \Omega_i^2\right)}\right)\left(l_m k_m\delta_{kl} - l_l k_k\right) - \\
&- i\left(\frac{\omega_e^2 h_{\parallel e}}{ww'_{e\parallel}} + \frac{\omega_i^2 h_{\parallel ei}}{ww'_{i\parallel}}\right) l_k l_m\varepsilon_{mnl}k_n - \\
&- i\left(\frac{\omega_e^2 h_{\parallel e} w'_{e\perp}}{w\left(w'^2_{e\perp} - \Omega_e^2\right)} + \frac{\omega_i^2 h_{\parallel ei} w'_{i\perp}}{w\left(w'^2_{i\perp} - \Omega_i^2\right)}\right) \times \\
&\times\left(\varepsilon_{kml}k_m - l_k l_m\varepsilon_{lmn}k_n\right), \quad (28)
\end{aligned}$$

где $\omega^2_{e(i)} = 4\pi ne^2/m\,(M)$.

Коэффициенты $h_{\perp e(i)}$, $h_{\| e(i)}$ имеют размерность скорости и их удобно представить как

$$
\begin{aligned}
h_{\perp e(i)} &= \overline{\Omega^2_{\perp e(i)}}\tau_* \lambda_{\kappa\perp} = \alpha_{\perp e(i)} \frac{\Omega_{e(i)}}{\Omega_{\kappa\perp}} c, \\
\alpha_{\perp e(i)} &= \frac{\overline{\Omega^2_{\perp e(i)}}\tau_*}{\Omega_{e(i)}}, \quad \Omega_{\kappa\perp} = \frac{c}{\lambda_{\kappa\perp}}, \\
h_{\| e(i)} &= \overline{\Omega^2_{\| e(i)}}\tau_* \lambda_{\kappa\|} = \alpha_{\| e(i)} \frac{\Omega_{e(i)}}{\Omega_{\kappa\|}} c, \\
\alpha_{\| e(i)} &= \frac{\overline{\Omega^2_{\perp e(i)}}\tau_*}{\Omega_{e(i)}}, \quad \Omega_{\kappa\|} = \frac{c}{\lambda_{\kappa\|}},
\end{aligned}
\tag{29}
$$

где масштаб $\lambda_{\kappa\perp(\|)}$ определяется отношением между спиральностью и энергией флуктуаций[2)]:

$$
\lambda_{\kappa\perp(\|)} = \frac{\mathcal{H}_{0\perp(\|)}}{\mathcal{E}_{0\perp(\|)}} \approx \frac{1}{2}\frac{\langle \mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\rangle}{\langle \mathbf{B}^2\rangle}. \tag{30}
$$

Пренебрегая флуктуационным демпфированием $\overline{\Omega^2_\|}\tau_*$ $(\overline{\Omega^2_\perp}\tau_*)$, получаем:

$$
\begin{aligned}
4\pi\hat{\sigma}_{kl}(\mathbf{k}, w) = iw\left(\frac{\omega_e^2}{w^2-\Omega_e^2} + \frac{\omega_i^2}{w^2-\Omega_i^2}\right)\delta_{kl} + \\
+ \left(\frac{\omega_e^2\Omega_e^2}{w^2-\Omega_e^2} + \frac{\omega_i^2\Omega_i^2}{w^2-\Omega_i^2}\right)\frac{l_k l_l}{iw} + \\
+ \left(\frac{\omega_e^2\Omega_e}{w^2-\Omega_e^2} - \frac{\omega_i^2\Omega_i}{w^2-\Omega_i^2}\right)\varepsilon_{kml} l_m + \\
+ \left(\frac{\omega_e^2\Omega_e h_{\perp e}}{w\left(w^2-\Omega_e^2\right)} - \frac{\omega_i^2\Omega_i h_{\perp i}}{w\left(w^2-\Omega_i^2\right)}\right)(l_m k_m \delta_{kl} - l_l k_k) - \\
- i\left(\frac{\omega_e^2 h_{\| e}}{w^2} + \frac{\omega_i^2 h_{\| i}}{w^2}\right) l_k l_m \varepsilon_{mnl} k_n - \\
- i\left(\frac{\omega_e^2 h_{\perp e}}{w^2-\Omega_e^2} + \frac{\omega_i^2 h_{\perp i}}{w^2-\Omega_i^2}\right) \times \\
\times \left(\varepsilon_{kml} k_m - l_k l_m \varepsilon_{lmn} k_n\right).
\end{aligned}
\tag{31}
$$

Отсюда для тензора диэлектрической проницаемости имеем

$$
\begin{gathered}
\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + \frac{4\pi i}{w}\hat{\sigma}_{ij}, \\
\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp + i\chi_0 k_z & ig + \chi_\perp k_z & -i\chi_0 k_x - \chi_\perp k_y \\ -ig - \chi_\perp k_z & \varepsilon_\perp + i\chi_0 k_z & -i\chi_0 k_y + \chi_\perp k_x \\ \chi_\| k_y & -\chi_\| k_x & \varepsilon_\| \end{pmatrix},
\end{gathered}
\tag{32}
$$

где

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_\perp &= 1 - \frac{\omega_e^2}{w^2-\Omega_e^2} - \frac{\omega_i^2}{w^2-\Omega_i^2}, \\
\varepsilon_\| &= 1 - \frac{\omega_e^2}{w^2} - \frac{\omega_i^2}{w^2}, \\
g &= \frac{\omega_e^2\Omega_e}{w\left(\Omega_e^2-w^2\right)} - \frac{\omega_i^2\Omega_i}{w\left(\Omega_i^2-w^2\right)},
\end{aligned}
\tag{33}
$$

$$
\chi_0 = \frac{\omega_e^2\Omega_e}{w^2\left(w^2-\Omega_e^2\right)} h_{\perp e} - \frac{\omega_i^2\Omega_i}{w^2\left(w^2-\Omega_i^2\right)} h_{\perp i}, \tag{34}
$$

$$
\begin{aligned}
\chi_\perp &= \frac{h_{\perp e}}{w}\frac{\omega_e^2}{w^2-\Omega_e^2} + \frac{h_{\perp i}}{w}\frac{\omega_i^2}{w^2-\Omega_i^2}, \\
\chi_\| &= \frac{h_{\| e}}{w}\frac{\omega_e^2}{w^2-\Omega_e^2} + \frac{h_{\| i}}{w}\frac{\omega_i^2}{w^2-\Omega_i^2}.
\end{aligned}
\tag{35}
$$

Как мы видим из (32), флуктуационная спиральность приводит к появлению дополнительных гиротропных членов в тензоре диэлектрической проницаемости. Для выяснения их роли проанализируем дисперсионное уравнение для электромагнитных волн.

4. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Обозначим через θ угол между векторами $\mathbf{n}$ и $\mathbf{B}_0$. Дисперсионное уравнение для комплексного показателя преломления $\mathbf{n} = c\mathbf{k}/w$ определяется как [11]

$$
\det\left\| n^2\delta_{ij} - n_i n_j - \hat{\varepsilon}_{ij}\right\| = 0. \tag{36}
$$

Будем полагать также

$$
\mathbf{n} = (n\sin\theta, 0, n\cos\theta).
$$

Тогда дисперсионное уравнение имеет вид

$$
\begin{gathered}
\left(g^2 + \left(n^2-\varepsilon_\perp\right)\varepsilon_\perp\right)\varepsilon_\| - n^2\varepsilon_\|\left(n^2-\varepsilon_\perp\right)\cos^2\theta - \\
- n^2\left(g^2 + \left(n^2-\varepsilon_\perp\right)\varepsilon_\perp\right)\sin^2\theta - \\
- n^2\varepsilon_\| w^2\frac{-\chi_0^2+\chi_\perp^2}{c^2}\cos^2\theta - \\
- n^2 w^2\frac{(g\chi_0 + \varepsilon_\perp\chi_\perp)\chi_\|}{c^2}\sin^2\theta + \\
+ inw\cos\theta\,\varepsilon_\|\frac{n^2\chi_0 - 2\varepsilon_\perp\chi_0 - 2g\chi_\perp}{c} + \\
+ in^3 w\cos\theta\left(\frac{\varepsilon_\|\chi_0}{c}\cos^2\theta + \right. \\
\left. + \frac{\varepsilon_\perp\chi_0 + g\chi_\perp - g\chi_\|}{c}\sin^2\theta\right) = 0.
\end{gathered}
\tag{37}
$$

---

2) Характерный масштаб флуктуационной магнитной спиральности известен для турбулентности в солнечном ветре [24], где он лежит в диапазоне 0.004–0.02 а.е. ($\sim 6\cdot 10^8$–$3\cdot 10^9$ м).

Рассмотрим волны, распространяющиеся параллельно направлению магнитного поля, $\theta = 0$. В этом случае дисперсионное уравнение (37) имеет решения

$$n_{1,2} = \frac{1}{2}\left\{iw\frac{\chi_0+\chi_\perp}{c} \pm \pm\left(4(\varepsilon_\perp - g) - w^2\frac{(\chi_0+\chi_\perp)^2}{c^2}\right)^{1/2}\right\},$$
$$n_{3,4} = \frac{1}{2}\left\{iw\frac{\chi_0-\chi_\perp}{c} \pm \pm\left(4(\varepsilon_\perp + g) - w^2\frac{(\chi_0-\chi_\perp)^2}{c^2}\right)^{1/2}\right\}. \tag{38}$$

Учитывая, что

$$\varepsilon_\perp \mp g = 1 - \frac{\omega_e^2}{w(w\pm\Omega_e)} - \frac{\omega_i^2}{w(w\mp\Omega_i)},$$
$$\chi_0 \pm \chi_\perp = \pm\alpha_{\perp e}\frac{\omega_e^2\Omega_e}{w^2(w\mp\Omega_e)\Omega_{\kappa\perp}}c \pm \pm\alpha_{\perp i}\frac{\omega_i^2\Omega_i}{w^2(w\pm\Omega_i)\Omega_{\kappa\perp}}c, \tag{39}$$

получим для волнового вектора

$$ck = i\left(\pm\frac{\alpha_{\perp e}}{2\Omega_{\kappa\perp}}\frac{\omega_e^2\Omega_e}{w\mp\Omega_e} \pm \frac{\alpha_{\perp i}}{2\Omega_{\kappa\perp}}\frac{\omega_i^2\Omega_i}{w\pm\Omega_i}\right) \pm \pm\left\{w^2\left(1-\frac{\omega_e^2}{w(w\pm\Omega_e)} - \frac{\omega_i^2}{w(w\mp\Omega_i)}\right) - -\left(\pm\frac{\alpha_{\perp e}}{2\Omega_{\kappa\perp}}\frac{\omega_e^2\Omega_e}{w\mp\Omega_e} \pm \frac{\alpha_{\perp i}}{2\Omega_{\kappa\perp}}\frac{\omega_i^2\Omega_i}{w\pm\Omega_i}\right)^2\right\}^{1/2},$$

откуда для частоты имеем уравнение

$$w^2 - w\left(\frac{\omega_e^2}{w\pm\Omega_e} + \frac{\omega_i^2}{w\mp\Omega_i}\right) \pm \pm i\frac{ck}{\Omega_{\kappa\perp}}\left(\pm\alpha_{\perp e}\frac{\omega_e^2\Omega_e}{w\mp\Omega_e} \pm \alpha_{\perp i}\frac{\omega_i^2\Omega_i}{w\pm\Omega_i}\right) = c^2k^2. \tag{40}$$

При низких частотах с учетом того, что $\omega_e^2/\Omega_e^2 \ll \omega_i^2/\Omega_i^2$, $\omega_e^2 \gg \omega_i^2$, получаем для квадрата частоты:

$$w^2 = \frac{v_A^2k^2}{1+(1+\alpha_{\perp i})v_A^2/c^2}\left(1 \pm i\alpha_{\perp e}k\lambda_{\kappa\perp}\frac{\omega_e^2}{c^2k^2}\right), \tag{41}$$

где $v_A^2 = B_0^2/4\pi nM$.

При малых значениях $\alpha_{\perp e}k\lambda_{\kappa\perp}\omega_e^2/c^2k^2$ (для малых масштабов) имеем

$$w = \frac{v_Ak}{(1+(1+\alpha_{\perp i})v_A^2/c^2)^{1/2}} \pm \pm i\frac{v_A/c}{(1+(1+\alpha_{\perp i})v_A^2/c^2)^{1/2}}\frac{\alpha_{\perp e}\lambda_{\kappa\perp}\omega_e^2}{2c}. \tag{42}$$

В этом случае коэффициент при комплексном показателе не зависит от волнового вектора. Напротив, при больших значениях $\alpha_{\perp e}k\lambda_{\kappa\perp}\omega_e^2/c^2k^2$ (для крупных масштабов)

$$w = \frac{v_A/c}{(1+(1+\alpha_{\perp i})v_A^2/c^2)^{1/2}} \times \times\left(\frac{\alpha_{\perp e}k\lambda_{\kappa\perp}}{2}\right)^{1/2}\omega_e(1\pm i). \tag{43}$$

Как мы видим, при наличии спиральности флуктуаций магнитного поля существует неустойчивость и амплитуда электромагнитных волн, распространяющихся в плазме, нарастает. Это демонстрирует неравновесность существования нарушения зеркальной симметрии на уровне флуктуаций. Так, и в магнитной гидродинамике спиральность приводит к неустойчивости — обратному каскаду энергии [2]. Неустойчивые волны обладают ненулевой спиральностью, т. е. имеют вихревую составляющую электрического поля. Движение заряженных частиц в магнитном поле с флуктуационной спиральностью эквивалентно движению по случайным винтовым магнитным полям с преимущественной ориентацией винта. Резонансное условие при движении частиц в винтовом магнитном поле выполняется для частиц, движущихся против поля ($\mathbf{B}\cdot\mathbf{v} < 0$) [25]. При усреднении это резонансное условие будет соответствовать тому, что при различии знаков спиральностей возмущений и флуктуаций возмущения будут отдавать энергию частицам среды и, напротив, при совпадении знаков спиральности возмущений поля и флуктуаций поле будет усиливаться — отбирать энергию у частиц среды. Действительно, спиральность растущих волн совпадает по знаку с мелкомасштабной флуктуационной спиральностью. В противоположном случае возмущение затухает. Отметим также, что меняется и дисперсия распространяющихся волн. Для крупных масштабов, $w \sim k^{1/2}$, закон дисперсии подобен закону дисперсии гравитационных волн на глубокой воде, фазовая скорость которых растет с увеличением масштаба. Подобные длинные волны могут быть выявлены в спектре геоэлектромагнитных возмущений. Отметим, что быстрые крупномасштабные возмущения электрического поля в E–области ионосферы, сопровождающие такие катастрофические явления как магнитные бури и суббури, землетрясения, искусственные взрывы, по всей видимости, имеют вихревую природу [26].

Рассмотрим область геликонных частот:

$\Omega_i \ll w \ll \Omega_e$, $\omega_e^2 \gg w\Omega_e$. В этом случае частота выразится как

$$w = \pm\Omega_e \frac{c^2 k^2}{\omega_e^2} \mp i\alpha_{\perp e} k \lambda_{\kappa\perp}\Omega_e. \tag{44}$$

При этом распространение волн также сопровождается неустойчивостью с инкрементом $\alpha_{\perp e} k\lambda_{\kappa\perp}\Omega_e$.

Учет в разложении усредненной силы Лоренца $\left\langle \hat{\tilde{\mathbf{v}}}(\mathbf{q},s)\times\hat{\tilde{\mathbf{B}}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle$ по крупным масштабам ($k \ll q$) квадратичных членов дает ограничение для подобной неустойчивости снизу [10], и при $k > k_{crit}$ возмущения затухают.

Рассмотрим волны, распространяющиеся перпендикулярно направлению магнитного поля, $\theta = \pi/2$. В этом случае квадрат комплексного показателя преломления имеет вид

$$\begin{aligned} n_1^2 = {} & \frac{1}{2\varepsilon_\perp}\Big\{\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp+\varepsilon_\|\right) - g^2 - \kappa + \\ & + \Big[\left(\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp-\varepsilon_\|\right)-g^2\right)^2 - \\ & - 2\left(\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp+\varepsilon_\|\right)-g^2\right)\kappa+\kappa^2\Big]^{1/2}\Big\}, \\ n_2^2 = {} & \frac{1}{2\varepsilon_\perp}\Big\{\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp+\varepsilon_\|\right) - g^2 - \kappa - \\ & - \Big[\left(\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp-\varepsilon_\|\right)-g^2\right)^2 - \\ & - 2\left(\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp+\varepsilon_\|\right)-g^2\right)\kappa+\kappa^2\Big]^{1/2}\Big\}, \\ \kappa = {} & \frac{w^2\left(g\chi_0+\varepsilon_\perp\chi_\perp\right)\chi_\|}{c^2}. \end{aligned} \tag{45}$$

В отсутствие спиральности первое выражение в (45) соответствовало бы «необыкновенной» волне, а второе — «обыкновенной». Как мы видим, их условия распространения меняются, и эллиптическая поляризация, обусловленная спиральностью, появляется у обоих типов волн.

5. ЗАКОН ОМА ДЛЯ НИЗКИХ ЧАСТОТ

Рассмотрим случай низких частот, когда $w \ll \overline{\Omega^2_{\|e(i)}}\tau_*$ $(\overline{\Omega^2_{\perp e(i)}}\tau_*)$ и учтем частоту столкновения $\nu = 1/\tau_c \gg w$ $(1/\tau_c'$ для ионов). Для упрощения выкладок положим также слабую степень анизотропии флуктуаций — $\overline{\Omega^2_{\perp e(i)}} \approx \overline{\Omega^2_{\|e(i)}}$ и $\alpha_{\perp e(i)}\lambda_{\kappa\perp} \approx \alpha_{\|e(i)}\lambda_{\kappa\|} = \alpha_{e(i)}\lambda_\kappa$. Тогда тензор проводимости (28) в этом пределе будет выглядеть как

$$\begin{aligned} 4\pi\hat{\sigma}_{kl}(\mathbf{k},w) = {} & \left(\frac{\omega_e^2\tau_e}{1+\Omega_e^2\tau_e^2}+\frac{\omega_i^2\tau_i}{1+\Omega_i^2\tau_i^2}\right)\delta_{kl} + \\ & + \left(\frac{\omega_e^2\Omega_e^2\tau_e^3}{1+\Omega_e^2\tau_e^2}+\frac{\omega_i^2\Omega_i^2\tau_i^3}{1+\Omega_i^2\tau_i^2}\right) l_k l_l - \\ & - \left(\frac{\omega_e^2\Omega_e\tau_e^2}{1+\Omega_e^2\tau_e^2}-\frac{\omega_i^2\Omega_i\tau_i^2}{1+\Omega_i^2\tau_e^2}\right)\varepsilon_{kml} l_m + \\ & + i\left(\alpha_e\frac{\omega_e^2\Omega_e\tau_e^2}{1+\Omega_e^2\tau_e^2}\left(1+\frac{\tau_e}{\tau_c}\right)-\alpha_i\frac{\omega_i^2\Omega_i\tau_i^2}{1+\Omega_i^2\tau_i^2}\left(1+\frac{\tau_i}{\tau_c'}\right)\right)\times \\ & \times\lambda_\kappa\left(l_m k_m\delta_{kl}-l_l k_k\right) + \\ & + i\left(\alpha_e\omega_e^2\left(\tau_c+\tau_e\right)+\alpha_i\omega_i^2\left(\tau_c'+\tau_i\right)\right)\lambda_\kappa l_k l_m\varepsilon_{mnl}k_n + \\ & + i\left(\alpha_e\frac{\omega_e^2\left(\tau_c+\tau_e\right)}{1+\Omega_e^2\tau_e^2}+\alpha_i\frac{\omega_i^2\left(\tau_c'+\tau_i\right)}{1+\Omega_i^2\tau_i^2}\right)\times \\ & \times\lambda_\kappa\left(\varepsilon_{kml}k_m - l_k l_m\varepsilon_{lmn}k_n\right). \end{aligned} \tag{46}$$

Здесь введены следующие характерные времена:

$$\tau_e = \frac{\tau_c}{1+\overline{\Omega^2_{\|e}}\tau_*\tau_c}, \quad \tau_i = \frac{\tau_c'}{1+\overline{\Omega^2_{\|i}}\tau_*'\tau_c}. \tag{47}$$

Определив следующие коэффициенты проводимости:

$$\sigma_{0e(i)} = \frac{\omega^2_{e(i)}\tau_{e(i)}}{4\pi}, \quad \sigma_{e(i)\perp} = \frac{\sigma_{0e(i)}}{1+\Omega^2_{e(i)}\tau^2_{e(i)}},$$

$$\sigma_{e(i)\|} = \frac{\sigma_{0e(i)}\Omega^2_{e(i)}\tau^2_{e(i)}}{1+\Omega^2_{e(i)}\tau^2_{e(i)}},$$

выпишем для тока после обратного фурье-преобразования:

$$\begin{aligned} \mathbf{j} = {} & \left(\sigma_{e\perp}+\sigma_{i\perp}\right)\langle\mathbf{E}\rangle + \left(\sigma_{e\|}+\sigma_{i\|}\right)\mathbf{l}\left(\mathbf{l}\cdot\langle\mathbf{E}\rangle\right) - \\ & - \left(\sigma_{e\perp}\Omega_e\tau_e - \sigma_{i\perp}\Omega_i\tau_i\right)\left[\mathbf{l}\times\langle\mathbf{E}\rangle\right] + \\ & + \left(\alpha_e\sigma_{e\perp}\Omega_e\tau_e\left(1+\frac{\tau_e}{\tau_c}\right)-\alpha_i\sigma_{ie\perp}\Omega_i\tau_i\left(1+\frac{\tau_i}{\tau_c'}\right)\right)\times \\ & \times\lambda_\kappa\left(\left(\mathbf{l}\cdot\nabla\right)\langle\mathbf{E}\rangle - \nabla\left(\mathbf{l}\cdot\langle\mathbf{E}\rangle\right)\right) + \\ & + \left(\alpha_e\left(\sigma_{0e}-\sigma_{e\perp}\right)\left(1+\frac{\tau_c}{\tau_e}\right)+\alpha_i\left(\sigma_{0i}-\sigma_{i\perp}\right)\times\right. \\ & \left.\times\left(1+\frac{\tau_c'}{\tau_i}\right)\right)\lambda_\kappa\mathbf{l}\left(\mathbf{l}\cdot\operatorname{rot}\langle\mathbf{E}\rangle\right) + \\ & + \left(\alpha_e\sigma_{e\perp}\left(1+\frac{\tau_c}{\tau_e}\right)+\alpha_i\sigma_{i\perp}\left(1+\frac{\tau_c'}{\tau_i}\right)\right)\times \\ & \times\lambda_\kappa\operatorname{rot}\langle\mathbf{E}\rangle. \end{aligned} \tag{48}$$

Влияние флуктуаций и внешнего магнитного поля в первую очередь ведет к уменьшению проводимости, а наличие спиральности — к дополнительной зависимости тока от вихревой составляющей электрического поля.

Рассмотрим среднее магнитное поле в среде с законом Ома (48). Будем пренебрегать ионной компонентой (ЭМГД-приближение). В пренебрежении током смещения получим для инкремента γ волновых возмущений поля вида

$$\langle \mathbf{E} \rangle = \exp(\gamma t)\left(E_x(z), E_y(z), 0\right),$$

$$\langle \mathbf{B} \rangle = \exp(\gamma t)\left(B_x(z), B_y(z), 0\right)$$

следующее выражение:

$$\gamma = -\frac{c^2 k^2}{4\pi\sigma_{e\perp}} \frac{\tau_c + i\alpha_e k\lambda\zeta\Omega_e\tau_e}{\left((1 - i\Omega_e\tau_e) - \alpha_e k\lambda\zeta\left(\tau_c/\tau_e - i\Omega_e\tau_e\right)\right)\left((1 + i\Omega_e\tau_e) + \alpha_e k\lambda\zeta\left(\tau_c/\tau_e + i\Omega_e\tau_e\right)\right)}, \tag{49}$$

где $\zeta = 1 + \tau_e/\tau_c$.

Для волновых векторов

$$\alpha_e |k\lambda| > \frac{\left(1 + \Omega_e^2\tau_e^2\right)^{1/2}}{(1 + \tau_e/\tau_c)\left(\tau_c^2/\tau_e^2 + (2\tau_c/\tau_e - 1)\,\Omega_e^2\tau_e^2\right)^{1/2}}$$

возмущения растут. При интенсивных магнитных флуктуациях $\tau_e \approx 1/\overline{\Omega_\parallel^2}\tau_* \ll \tau_c$ и для порогового волнового числа получим

$$\alpha_e |k\,\lambda| \gtrsim \frac{1}{\overline{\Omega_\parallel^2}\tau_*\tau_c}\left(1 + \frac{\Omega_e^2}{2\left(\overline{\Omega_\parallel^2}\tau_*\right)^2}\right).$$

В бесстолкновительном пределе $\tau_c \to 0$ для порогового волнового числа имеем

$$\alpha_e |k\,\lambda| > \frac{1}{2},$$

т. е. с ростом амплитуды флуктуаций (параметра α_e) растет и пороговый масштаб неустойчивости. На этом пороговом масштабе при $\tau_e \ll \tau_c$ распространяются волны с частотой

$$w = \frac{c^2}{8\pi\sigma_{0e}} \frac{1}{\alpha_e^2\lambda^2\overline{\Omega_\parallel^2}\tau_*\tau_c} \frac{1 + \Omega_e^2\tau_c^2}{\Omega_e\tau_c} \times \left(1 + \frac{\Omega_e^2}{2\left(\overline{\Omega_\parallel^2}\tau_*\tau_c\right)^2}\right).$$

Учет квадратичных членов в тензоре диэлектрической проницаемости приводит к появлению в законе Ома диссипативных членов вида $-\sigma_*\Delta\langle \mathbf{E}\rangle + \sigma_*'\nabla \mathrm{div}\,\langle \mathbf{E}\rangle$ [10]. Их влияние ограничивает область неустойчивости, и на малых масштабах возмущения поля затухают.

6. КОНЕЧНЫЕ ВРЕМЕНА КОРРЕЛЯЦИИ

Рассмотрим эффекты конечности времен корреляции для больших частот $w\tau \gg 1$ в пренебрежении эффектами анизотропии. Это включает в себя и случай больших времен корреляций. В этом пределе эффективная сила Лоренца равна

$$\begin{aligned}\frac{e}{mc}\int \left\langle \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{q},s)\times\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{k}-\mathbf{q},w-s)\right\rangle d\mathbf{q}\,ds = \\ = -\frac{4}{3}iw\tau\left(\frac{e}{mc}\right)^2\hat{\mathcal{E}}\tau_*\left\langle \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w)\right\rangle - \\ - \frac{2\tau}{3}\frac{e}{m}\left(\frac{e}{mc}\right)^2 H_{0\perp}\tau_* i\left[\mathbf{k}\times\left\langle \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{k},w)\right\rangle\right] + \\ + \frac{2}{3}\left(\frac{e}{mc}\right)^2 E_0\tau_*\tau\left[\Omega_\mathbf{e}\times\left\langle \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k},w)\right\rangle\right] - \frac{2}{3}i\tau w\left(\frac{e}{mc}\right)^2 \times \\ \times H_0\tau_*\Omega_\mathbf{e}\delta(\mathbf{k})\delta(w).\end{aligned}$$

Гиротропное флуктуационное ускорение сменится осцилляциями. Частоты получат отрицательный сдвиг, а тензор диэлектрической проницаемости будет иметь вид

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp - w\tau\chi_0 k_z & ig + iw\tau\chi_\perp k_z & w\tau\chi_0 k_x - iw\tau\chi_\perp k_y \\ -ig - iw\tau\chi_\perp k_z & \varepsilon_\perp - w\tau\chi_0 k_z & w\tau\chi_0 k_y + iw\tau\chi_\perp k_x \\ iw\tau\chi_\parallel k_y & -iw\tau\chi_\parallel k_x & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix}. \tag{50}$$

Рассмотрим волны, распространяющиеся параллельно направлению магнитного поля, $\theta = 0$. В этом случае дисперсионное уравнение (37) имеет решения

$$
\begin{aligned}
n_{1,2} &= (\varepsilon_\perp + g)\left(1 \pm \frac{2w\tau\,(\chi_0 - \chi_\perp)}{\left(4c^2\,(\varepsilon_\perp + g)^2 + (\chi_0 - \chi_\perp)^2\, w^4\tau^2\right)^{1/2} \mp (\chi_0 - \chi_\perp)\, cw^2\tau}\right),\\
n_{3,4} &= (\varepsilon_\perp - g)\left(1 \pm \frac{2w^2\tau\,(\chi_0 + \chi_\perp)}{\left(4c^2\,(\varepsilon_\perp - g)^2 + (\chi_0 - \chi_\perp)^2\, w^4\tau^2\right)^{1/2} \mp (\chi_0 + \chi_\perp)\, cw^2\tau}\right).
\end{aligned}
\tag{51}
$$

Полагая спиральные добавки малыми, можем записать

$$
\begin{aligned}
n_{1,2} &= \varepsilon_\perp + g \pm \frac{w^2\tau\,(\chi_0 - \chi_\perp)}{c} = \\
&= 1 - \frac{\omega_e^2}{w\,(w - \Omega_e)} - \frac{\omega_i^2}{w\,(w + \Omega_i)} \mp \\
&\mp \left(\alpha_{\perp e}\frac{\omega_e^2 \Omega_e \tau}{(w + \Omega_e)\,\Omega_{\kappa\perp}} + \alpha_{\perp i}\frac{\omega_i^2 \Omega_i \tau}{(w - \Omega_i)\,\Omega_{\kappa\perp}}\right),
\end{aligned}
\tag{52}
$$

$$
\begin{aligned}
n_{3,4} &= \varepsilon_\perp - g \pm \frac{w^2\tau\,(\chi_0 + \chi_\perp)}{c} = \\
&= 1 - \frac{\omega_e^2}{w\,(w + \Omega_e)} - \frac{\omega_i^2}{w\,(w - \Omega_i)} \pm \\
&\pm \left(\alpha_{\perp e}\frac{\omega_e^2 \Omega_e \tau}{(w - \Omega_e)\,\Omega_{\kappa\perp}} + \alpha_{\perp i}\frac{\omega_i^2 \Omega_i \tau}{(w + \Omega_i)\,\Omega_{\kappa\perp}}\right).
\end{aligned}
\tag{53}
$$

Нетрудно видеть, что здесь появляется дополнительное вращение плоскости поляризации.

Для волн, распространяющихся перпендикулярно направлению магнитного поля, $\theta = \pi/2$, получим следующие решения:

$$
\begin{aligned}
n_1^2 &= \frac{1}{2\varepsilon_\perp}\left\{\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp + \varepsilon_\parallel\right) - g^2 + \kappa' + \right.\\
&+ \left[\left(\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp - \varepsilon_\parallel\right) - g^2\right)^2 - \right.\\
&- \left.\left. 2\left(\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp + \varepsilon_\parallel\right) - g^2\right)\kappa' + \kappa'^2\right]^{1/2}\right\},\\
n_2^2 &= \frac{1}{2\varepsilon_\perp}\left\{\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp + \varepsilon_\parallel\right) - g^2 + \kappa' - \right.\\
&- \left[\left(\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp - \varepsilon_\parallel\right) - g^2\right)^2 - \right.\\
&- \left.\left. 2\left(\varepsilon_\perp\left(\varepsilon_\perp + \varepsilon_\parallel\right) - g^2\right)\kappa' + \kappa'^2\right]^{1/2}\right\},\\
\kappa' &= \frac{w^4\tau^2\,(g\chi_0 + \varepsilon_\perp\chi_\perp)\,\chi_\parallel}{c^2}.
\end{aligned}
\tag{54}
$$

Как и в рассмотренном выше приближении δ-коррелированного случайного процесса (45), меняются условия распространения и эллиптическая поляризация, обусловленная спиральностью, появляется как у обыкновенной, так и необыкновенной волн. Отметим, что в случае бесконечных времен корреляции или высоких частот («замороженных флуктуаций») свойства плазменной среды с магнитной спиральностью становятся схожими со свойствами киральных и бианизотропных сред [14, 15].

В реальных системах $w\tau$ имеет конечные значения и одновременно должны проявляться эффекты как неустойчивости, рассмотренные в разд. 4, так и эффекты появления дополнительных волновых мод.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Влияние флуктуаций магнитного поля на движение частиц холодной магнитоактивной плазмы сводится в первую очередь к появлению эффективной флуктуационной частоты столкновений, определяемой статистическими характеристиками, и уменьшению проводимости. Нарушение зеркальной симметрии — ненулевая средняя магнитная спиральность флуктуаций — приводит к изменению дисперсии распространяющихся волн, появлению дополнительных мод. Волны могут быть неустойчивы, что отражает как неравновесный характер турбулентной магнитной спиральности, так и особенности движения частиц в случайных винтовых магнитных полях. Инкремент неустойчивости пропорционален спиральности флуктуационного магнитного поля и амплитуде крупномасштабного однородного магнитного поля. Учет конечных времен корреляции и дополнительных флуктуационных квадратичных эффектов дисперсии ограничивает действие данной неустойчивости. В отличие от эффектов турбулентного динамо, рассматриваемых в МГД- и ЭМГД-приближениях [2], здесь есть естественное ограничение области неустойчивости на больших масштабах, определяемое соотношением флуктуационных спиральности и энергии и крупномасштабным магнитным полем. Плазма приобретает свойства, аналогичные наблюдаемым в киральных и бианизотропных средах [14, 15], и, следовательно, может обладать присущими этим средам свойствами, таким как аномальное поглощение [27, 28] и дополнительные эффекты конверсии волн [29, 30]. В отличие от искусственного внешнего происхождения киральности в киральных средах, в турбулентной магнитоактивной плазме со спиральностью это свойство естественное. Отклонения во вращении плоскости поляризации, обусловленные флуктуационной спиральностью, могут быть способом ее диагностики. Результаты получены в приближении отдельных частиц, недостатки и достоинства которого хорошо известны. Нетрудно видеть, что указанные эффекты сохраняются при учете тепловых и столкновительных эффектов и могут быть получены в рамках кинетического подхода.

Автор благодарит С. Н. Артеху и Н. С. Ерохина за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Фонда содействия отечественной науке.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. B. Taylor, Phys. Rev. Lett. **33**, 1139 (1974).
2. С. И. Вайнштейн, Я. Б. Зельдович, А. А. Рузмайкин, *Турбулентное динамо в астрофизике*, Наука, Москва (1980).
3. K. Hasselmann and G. Wibberenz, Zs. Geophys. **34**, 353 (1968).
4. M. L. Goldstein and W. H. Matthaeus, in *Proc. 17th Int. Cosmic Ray Conf.* **3**, 294 (1981).
5. Л. Л. Кичатинов, Письма в ЖЭТФ **37**, 43 (1983).
6. Yu. I. Fedorov, V. E. Katz, L. L. Kichatinov, and M. Stehlic, Astron. Astrophys. **260**, 499 (1992).
7. R. R. Mett and J. A. Tataronis, Phys. Rev. Lett. **63**, 1380 (1989).
8. J. B. Taylor, Phys. Rev. Lett. **63**, 1384 (1989).
9. A. V. Chechkin, V. V. Yanovsky, and A. V. Tur, Phys. Plasmas **1**, 2566 (1994).
10. О. Г. Чхетиани, С. С. Моисеев, Письма в ЖЭТФ **70**, 268 (1999).
11. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, *Волны в магнитоактивной плазме*, Наука, Москва (1975).
12. S. I. Vaihnstein, Phys. Rev. Lett. **80**, 4879 (1998).
13. А. Ф. Александров, А. А. Рухадзе, *Лекции по электродинамике плазмоподобных сред*, Изд-во МГУ, Москва (1999).
14. D. L. Jaggard, A. R. Mickelson, and C. H. Papas, Appl. Phys. **18**, 211 (1979).
15. Б. З. Каценеленбаум, Е. Н. Коршунова, А. Н. Сивов, А. Д. Шатров, УФН **167**, 1201 (1997).
16. Е. А. Новиков, ЖЭТФ **47**, 1919 (1964).
17. В. И. Кляцкин, В. И. Татарский, Изв. вузов. Радиофизика **15**, 1433 (1972).
18. С. И. Вайнштейн, ЖЭТФ **58**, 153 (1970).
19. W. H. Matthaeus and C. Smith, Phys. Rev. A **24**, 2135 (1981).
20. S. Oughton, K.-H. Rädler, and W. H. Matthaeus, Phys. Rev. E **56**, 2875 (1997).
21. Ф. Краузе, К.-Х. Рэдлер, *Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо*, Мир, Москва (1984).
22. И. Н. Топтыгин, *Космические лучи в межпланетных магнитных полях*, Наука, Москва (1983).
23. A. V. Chechkin, D. P. Sorokin, and V. V. Yanovsky, http://xxx.lanl.gov/ps/hep-th/9306159.
24. C. W. Smith and J. W. Bieber, in *Solar Wind Eight, AIP Conf. Proc.* **382**, 498, AIP, New York (1996).
25. А. И. Морозов, Л. С. Соловьев, ЖТФ **30**, 271 (1960).
26. А. Г. Хантадзе, Г. Д. Абурджания, Г. В. Джандиери, Х. З. Чаргазия, Физика плазмы **30**, 88 (2004).
27. D. L. Jaggard and N. Engheta, Electron. Lett. **25**, 1060 (1989).
28. В. А. Неганов, О. В. Осипов, Изв. вузов. Радиофизика **42**, 870 (1999).
29. N. S. Erokhin and S. S. Moiseev, Препринт ИКИ 1948, Москва (1996).
30. H. T. Torres, P. H. Sakanaka, and N. Reggiani, J. Phys. Soc. Jpn. **67**, 850 (1998).