

# ВЛИЯНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КОНЦЕ ТРЕКА ОТРИЦАТЕЛЬНОГО МЮОНА В ЛЕГИРОВАННОМ НЕВЫРОЖДЕННОМ КРЕМНИИ НА ПОВЕДЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ СПИНА МЮОНА

*A. С. Батурина\*, В. Н. Горелкин, В. Р. Соловьев*

*Московский физико-технический институт  
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 20 ноября 2003 г.

Работа посвящена созданию теоретического базиса для анализа и интерпретации результатов  $\mu$ SR-экспериментов в легированных невырожденных полупроводниках при температурах меньше 50 К, когда существенно влияние кинетических процессов в конце трека торможения мюона на поведение его поляризации. Показано, что эффектами, связанными с образованием свободных электронов и дырок в твердотельной плазме в конце трека мюона можно объяснить саму возможность наблюдения прецессии спина отрицательного мюона на мюонной частоте в легированных невырожденных полупроводниках при низких температурах. Уравнения Вангнесса – Блоха обобщены на случай изменяющихся во времени параметров. Разработанная на основе этих обобщенных уравнений теория позволила более корректно интерпретировать имеющиеся экспериментальные результаты  $\mu$ SR-исследований полупроводников с помощью отрицательных мюонов. Показано, что  $\mu$ SR-метод позволяет получить информацию о сечениях обменного рассеяния электронов и дырок на примесных центрах в области энергий, недоступных другим методам измерения, а также оценить сечение захвата на уединенный заряженный кулоновский центр практически при любых концентрациях носителей зарядов и температурах. В условиях, когда дебаевский радиус больше среднего расстояния между заряженными частицами, но меньше радиуса Томсона, сечение захвата (рекомбинации) описывается качественно иной зависимостью от температуры, чем предсказывает существующая в настоящее время теория.

PACS: 72.25.Rb, 71.55.Cn, 75.20.-g

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Затормозившийся в кремнии отрицательный мюон захватывается на близкую к ядру кремния орбиту, уменьшает эффективный заряд ядра на единицу и, тем самым, образует так называемый мюонный атом алюминия  $\mu\text{Al}$ , остающийся в узле решетки и являющийся акцепторным центром в кремниевом полупроводнике со структурой алмаза [1]. В процессе торможения и захвата мюона образуются ионы, электроны и дырки, формирующие область твердотельной плазмы в конце трека мюона.

Как и в чистом полупроводнике, в кремнии  $n$ -типа существуют состояния акцепторного центра двух типов: нейтральное парамагнитное  $\mu\text{Al}^0$  ( $p$ ) и отрицательно заряженное диамагнитное  $\mu\text{Al}^-$  ( $d$ ). В

кремнии  $n$ -типа диамагнитное состояние энергетически более выгодно и образуется преимущественно из парамагнитного в результате захвата электрона. В публикациях по  $\mu$ SR-исследованиям эти два состояния, или сорта, систем обычно называют фракциями.

Для диамагнитного состояния электронный момент оболочки акцепторного центра равен нулю, поэтому наблюдается прецессия на частоте свободного мюона  $\omega_d = \omega_\mu$  с практически не затухающей амплитудой.

В парамагнитном состоянии электронный момент  $j$  оболочки акцепторного центра отличен от нуля ( $j = 3/2$  для  $\mu\text{Al}^0$ ). В условиях экспериментов [2–11] скорость релаксации электронного момента оболочки акцепторного центра  $\nu_e$  много больше эффективной постоянной сверхтонкой структуры  $A$ ,

\*E-mail: baturin@lafeet.mipt.ru

поэтому сверхтонкое взаимодействие электронного момента со спином мюона (ядра акцепторного центра) приводит к сдвигу частоты прецессии спина мюона  $\omega_p = \omega_\mu + \delta\omega$  во внешнем магнитном поле относительно частоты прецессии свободного мюона  $\omega_\mu$ .

Затухание прецессии для акцепторного центра в парамагнитном состоянии обусловлено двумя процессами. Во-первых, возможна релаксация электронного момента оболочки акцепторного центра при взаимодействии с фононами решетки, за счет обменного взаимодействия акцепторного центра с соседними неионизованными примесями и обменно-го рассеяния свободных носителей. Вторая причина, приводящая к уменьшению амплитуды прецессии мюонной поляризации в парамагнитном состоянии, связана с переходом акцепторного центра из парамагнитного в диамагнитное состояние, характеризуемым скоростью  $\nu_{tr}$ .

Сдвиг частоты прецессии мюона измерен  $\mu$ SR-методом в образцах кремния с различными концентрациями легирующих примесей [2–11]. В экспериментах одновременно со сдвигом частоты измеряется скорость затухания амплитуды прецессии и сама амплитуда. Вся эта информация содержится в набираемой в процессе эксперимента временной гистограмме числа распадов мюона, называемой  $\mu$ SR-сигналом. При анализе экспериментальных данных следует иметь в виду, что в магнитных полях порядка 1 кГс характерное значение частоты прецессии спина мюона порядка  $10^8$  с $^{-1}$ , поэтому «начальный» момент времени для  $\mu$ SR-эксперимента приблизительно равен  $10^{-8}$  с относительно момента образования  $\mu$ Al.

Обработка экспериментальных данных обычно проводится на основе описывающих изменение поляризации спина мюона уравнений Вангнесса–Блоха в предположении, что скорость релаксации электронного момента  $\nu_e$  и скорость перехода  $\nu_{tr}$  постоянны во времени [7]. В образующейся в области локализации мюона твердотельной плазме величины  $\nu_e$  и  $\nu_{tr}$  зависят от нестационарной концентрации электронов и дырок. В связи с этим для корректной интерпретации всей совокупности экспериментальных результатов требуется учет кинетических процессов в конце трека мюона, сопровождающийся необходимостью обобщения уравнений Вангнесса–Блоха на случай, когда скорость релаксации и скорость перехода зависят от времени. Этим вопросам и посвящена данная работа в приложении к условиям  $\mu$ -SR-экспериментов в невырожденных легированных образцах кремния.

## 2. ОБОБЩЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ВАНГНЕССА–БЛОХА

С самого начала сделаем терминологическое замечание, что под уравнениями Вангнесса–Блоха подразумеваются линейные уравнения, описывающие релаксацию квантовомеханической системы, выведенные в предположении отсутствия обратного действия системы на термостат (решетку). Этот вывод основан на методе случайных траекторий и выходит за рамки теории возмущений. В общем случае поведение поляризаций  $P_i(a, t)$ , описывающих систему сорта  $a$ , задается системой уравнений Корста [12], с которой проще всего ознакомиться в монографии [13]:

$$\frac{d}{dt}P_i(a, t) = \gamma_{ik}(a, t)P_k(a, t) - \nu(a, t)P_i(a, t) + \sum_{a' \neq a} \nu(a' \rightarrow a, t)P_i(a', t), \quad (1)$$

где

$$\nu(a, t) = \sum_{a' \neq a} \nu(a \rightarrow a', t)$$

— суммарная частота переходов из фракции  $a$  во все другие фракции,  $\nu(a' \rightarrow a, t)$  — частота переходов из фракции  $a'$  во фракцию  $a$ ,  $\gamma_{ik}(a, t)$  — тензор, определяющий временное поведение поляризации во фракции сорта  $a$ . В частном случае прецессии на частоте  $\omega_p$  вокруг направления магнитного поля, задаваемого вектором  $\mathbf{q}$ , и затухания, скорость которого различна для различных компонент поляризации и определяется тензором  $\Lambda_{ik}$ , тензор  $\gamma_{ik}(a, t)$  имеет вид

$$\gamma_{ik} = \omega_p e_{ilk} q_l + \Lambda_{ik} - \Lambda_{ll} \delta_{ik}, \quad (2)$$

где  $\delta_{ik}$  — символ Кронекера, а  $e_{ilk}$  — антисимметричный единичный тензор третьего ранга.

В общем случае индекс « $i$ » может означать номер ортогонального оператора, перед которым стоит коэффициент  $P_i(a, t)$  при разложении матрицы плотности системы сорта  $a$  по этим операторам.

Если нет переходов между фракциями  $\nu(a' \rightarrow a, t) = 0$ , из уравнения (1) следует, что эволюция поляризации  $P_i(a, t)$  во фракции каждого сорта  $a$  определяется линейным уравнением

$$\frac{dP_i(a, t)}{dt} = \gamma_{ik}(a, t)P_k(a, t), \quad (3)$$

общее решение которого можно представить в виде

$$P_i(a, t) = \mu_{ik}(a, t, t')P_k(a, t'), \quad (4)$$

где эволюционный тензор  $\mu_{ik}(a, t, t')$  однозначно определяется тензором  $\gamma_{ik}(a, t)$  с помощью уравнения

$$\frac{d\mu_{il}(a, t, t')}{dt} = \gamma_{ik}(a, t)\mu_{kl}(a, t, t'). \quad (5)$$

При зависящих от времени скоростях перехода  $\nu(a' \rightarrow a, t)$  из фракции сорта  $a'$  во фракцию сорта  $a$  уравнение (1) представимо в интегральной форме:

$$\begin{aligned} P_i(a, t) = & \exp \left\{ - \int_0^t \nu(a, \tau) d\tau \right\} \mu_{ik}(a, t, 0) P_k(a, 0) + \\ & + \sum_{a' \neq a} \int_0^t \exp \left\{ - \int_{t'}^t \nu(a, \tau) d\tau \right\} \mu_{ik}(a, t, t') \times \\ & \times \nu(a' \rightarrow a, t') P_k(a', t') dt'. \end{aligned} \quad (6)$$

Убедиться в справедливости такого представления можно путем дифференцирования по времени уравнения (6) с учетом соотношений (4), (5).

Формулы (5) и (6) являются обобщением хорошо известных уравнений для деполяризации спина положительного мюона в атоме мюония (электронный момент  $1/2$ ) с постоянной «частотой переворота электронного спина»  $\nu_e$ . Впервые решение этих уравнений для ряда предельных случаев получено в работе [14]. Достаточно полная теория мюониевого механизма деполяризации в веществе была развита в работах [15–18]. Подробное изложение этой задачи и библиография имеются в монографии [19].

Формулы (1)–(5) пригодны для описания мюониеподобных систем с произвольным моментом электронной оболочки. Релаксационные уравнения для таких систем в случае отсутствия переходов между фракциями рассмотрены в [20]. Для акцепторного центра  $\mu\text{Al}$  имеются два сорта фракций: диамагнитная, где электронная оболочка, окружающая мюон, полностью заполнена, и парамагнитная с полным эффективным моментом  $j = 3/2$  и константой  $A$  сверхтонкого взаимодействия между спином мюона и электронным моментом. В парамагнитной фракции при скоростях релаксации электронного момента, меньших или сравнимых с частотой сверхтонкого расщепления, описание системы должно было бы быть основано на релаксационных уравнениях, аналогичных рассмотренным в [20]. Такая ситуация реализуется в кремни при температурах порядка нескольких кельвинов, когда экспериментально наблюдается затухание порядка периода прецессии на частоте свободного мюона. Эта ситуация на современном уровне вполне доступна экспериментальному наблюдению и теоретической обработке. Тради-

ционно, однако, экспериментально исследуются более высокие температуры, когда скорость релаксации электронного момента много больше частоты сверхтонкого расщепления. В этом случае сверхтонкие поля усредняются и прецессия спина мюона идет на частоте, сдвинутой относительно частоты прецессии в диамагнитной фракции за счет подмагничивания электронной оболочки внешним полем. В этом случае и диамагнитную, и парамагнитную фракции можно характеризовать прецессирующими вектором поляризации мюонного спина. В дальнейшем мы будем рассматривать именно этот случай, поэтому в предыдущих формулах все величины с индексами, исключая индекс сорта системы  $a$ , имеют смысл обычных декартовых векторов и тензоров.

При изотропном механизме релаксации тензор релаксации  $\Lambda_{ik}(p, t)$  в выражении (2) для парамагнитной фракции задается двумя скалярными функциями: скоростью релаксации продольной  $\Lambda_1(t)$  и поперечной  $\Lambda_2(t)$  магнитному полю компонент поляризации спина мюона и единичным вектором  $q_i$ , направленным вдоль внешнего магнитного поля:

$$\Lambda_{ik}(p, t) = q_i q_k \Lambda_1(t) + (\delta_{ik} - q_i q_k) \Lambda_2(t). \quad (7)$$

Подставив выражение (7) в формулу (2), а затем разрешив уравнение (5), для тензора  $\mu_{ik}$  получим

$$\begin{aligned} \mu_{ik}(p, t, t') = & q_i q_k \exp \left( - \int_{t'}^t \Lambda_1(\tau) d\tau \right) + \\ & + \{ (\delta_{ik} - q_i q_k) \cos \omega(t - t') + e_{ikl} q_l \sin \omega(t - t') \} \times \\ & \times \exp \left( - \int_{t'}^t \Lambda_2(\tau) d\tau \right). \end{aligned} \quad (8)$$

В отсутствие переходов между фракциями и в случае, когда скорость релаксации электронного момента оболочки акцепторного центра в парамагнитном состоянии не зависит от времени и много больше эффективной константы сверхтонкого взаимодействия  $A$  ( $\nu_e \gg A$ ), сдвиг частоты прецессии  $\delta\omega$  и скорость затухания амплитуды прецессии парамагнитной фракции  $\Lambda_2$  определяются соотношениями [21]

$$\begin{aligned} \frac{\delta\omega}{\omega_d} = & -A \frac{5g_1\mu_B\hbar}{4\mu_{\mu B}T}, \\ \Lambda_2 = & \frac{5A^2}{4\nu_e} \left( 1 + \frac{1}{1 + (\omega_e/\nu_e)^2} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $\mu_B$  и  $\mu_{\mu B}$  — магнетоны Бора соответственно для электрона и мюона,  $T$  — температура,

$\omega_e = g_1 \mu_B B / \hbar$  — частота прецессии электронного момента в магнитном поле  $B$ . В данной работе для  ${}_{\mu}\text{Al}$  используется значение  $g_1 = -0.98$  [22]. Эффективная константа сверхтонкого взаимодействия  $A$  определяется линейной комбинацией констант спинового гамильтониана [23]. Имеющиеся на сегодня данные  $\mu\text{-SR}$ -экспериментов по парамагнитному сдвигу в кремнии дают оценку  $A \approx 25$  МГц, но пока не позволяют получить однозначных оценок для анизотропной и изотропной частей константы сверхтонкого взаимодействия. Получение таких данных станет возможно при исследовании зависимости парамагнитного сдвига от деформации.

При отсутствии переходов между фракциями и в случае не зависящей от времени скорости релаксации электронного момента  $\nu_e$  решение (4) дает экспоненциальный характер затухания поляризации парамагнитной фракции  $P_i(p, t)$  с постоянной скоростью  $\Lambda_2$ . Однако зависимость концентрации носителей заряда от времени может приводить и к неэкспоненциальному характеру зависимости релаксации поляризации мюонного спина  $P_i(p, t)$ , поскольку тензор релаксации  $\Lambda_{ik}(p, t)$  становится функцией времени.

После захвата электрона нейтральным акцепторным центром в парамагнитном состоянии и образования диамагнитного  ${}_{\mu}\text{Al}^-$  обратный процесс, сопровождающийся захватом дырки, не происходит ( $\nu_{d \rightarrow p} = 0$ ), поскольку в рассматриваемом диапазоне температур ниже нескольких десятков кельвинов ширина запрещенной зоны (около 2 эВ) много больше  $T$  и концентрация дырок близка к нулю. При отсутствии обратных переходов для относительной заселенности парамагнитной фракции  $w(p, t)$  справедливо уравнение

$$\frac{dw(p, t)}{dt} = -\nu_{tr}(t) w(p, t), \quad (10)$$

решение которого имеет вид

$$w(p, t) = \exp \left\{ - \int_0^t \nu_{tr}(\tau) d\tau \right\}. \quad (11)$$

Так как  $\nu_{d \rightarrow p} = 0$ , из общего уравнения (6) для парамагнитной фракции следует, что

$$P_i(p, t) = w(p, t) \mu_{ik}(p, t) P_k(p, 0). \quad (12)$$

Для определенности будем считать, что направление оси  $z$  совпадает с направлением внешнего магнитного поля, а начальная поляризация перпендикулярна ему и совпадает с направлением оси  $x$ . Как традиционно принято, будем называть проекцию поляризации на ось  $x$  поперечной компонентой  $P_{\perp}$ . С

учетом формул (8) и (11) для поперечной компоненты поляризации получим

$$P_{\perp}(p, t) = P_{\perp}(p, 0) w(p, t) F(p, t) \cos(\omega_p t), \quad (13)$$

где

$$F(p, t) = \exp \left\{ - \int_0^t \Lambda_2(\tau) d\tau \right\}.$$

Для диамагнитной фракции из общей формулы (6) получается

$$P_{\perp}(d, t) = P_{\perp}(d, 0) \cos(\omega_d t) + \\ + \int_0^t \cos(\omega_d(t - \tau)) \nu_{tr}(\tau) P_{\perp}(p, \tau) d\tau. \quad (14)$$

Переход  $p \rightarrow d$  дает вклад как в релаксирующую  $P_{\perp}(p, t)$ , так и в нерелаксирующую  $P_{\perp}(d, t)$  компоненты поляризации, поэтому их амплитуды прецессии нельзя отождествлять с заселеностями соответствующих фракций.

Начальное значение поляризации в формулах (13), (14) определяется величиной концентрации донорной примеси  $N_d$ . В кремнии  $n$ -типа равновесным является диамагнитное состояние  ${}_{\mu}\text{Al}^-$  с захваченным электроном. Если в непосредственной близости от  ${}_{\mu}\text{Al}$  акцепторного центра находится донор, то паре донор-акцептор может быть выгодно перейти в состояние, когда донор отдаст свой электрон, а акцептор образуется в диамагнитном состоянии  ${}_{\mu}\text{Al}^-$ . Расстояние  $R$  между донором и акцептором, при котором образуется донор-акцепторная пара, находится из условия, что энергия взаимодействия электрона с акцепторным центром сравнима с энергией ионизации донора [24]. Для кремния оценка дает  $R \approx 10^{-8}/\varepsilon_d$  см, где  $\varepsilon_d$  — энергия ионизации донора в эВ. Вероятность донору попасть внутрь сферы радиуса  $R$  и, тем самым, образовать  ${}_{\mu}\text{Al}^-$  в диамагнитной фракции, что соответствует начальной поляризации  $P_{\perp}(d, 0)$ , равна

$$P_{\perp}(d, 0) = 1 - \exp \left( -\frac{4}{3} \pi R^3 N_d \right). \quad (15)$$

Соответственно,

$$P_{\perp}(p, 0) = 1 - P_{\perp}(d, 0). \quad (16)$$

### 3. ПОВЕДЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ ПОЛЮ ПОЛЯРИЗАЦИИ СПИНА МЮОНА ПРИ ПОСТОЯННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ НОСИТЕЛЕЙ

Рассмотрим решение полученных в предыдущем разделе уравнений общего вида для частного слу-

чая не зависящих от времени скорости перехода  $\nu_{tr}$  и скорости релаксации  $\Lambda_2$ , а также прецессии спина мюона в поперечном магнитном поле, так как в настоящее время именно такая прецессия экспериментально изучена наиболее полно [2–11].

Впервые формулы, описывающие поведение по-перечной поляризации  $P_\perp(t)$ , были получены в работе [7]:

$$P_\perp(t) = P_1 \exp(-(\nu_{tr} + \Lambda_2)t) \times \\ \times \cos(\omega_p t + \varphi_1) + P_2 \cos(\omega_d t + \varphi_2). \quad (17)$$

Амплитуды затухающей  $P_1$  и нерелаксирующей  $P_2$  компонент в  $\mu$ SR-сигнале связаны с начальной поляризацией в диамагнитной фракции  $P_0 \equiv P_\perp(d, 0)$ , скоростью перехода  $\nu_{tr}$  и разностью частот  $\delta\omega = \omega_p - \omega_d$  соотношениями

$$P_1 = (1 - P_0) \sqrt{\frac{\Lambda_2^2 + \delta\omega^2}{(\nu_{tr} + \Lambda_2)^2 + \delta\omega^2}}, \quad (18)$$

$$P_2 = \sqrt{\frac{(P_0 \Lambda_2 + \nu_{tr})^2 + P_0^2 \delta\omega^2}{(\nu_{tr} + \Lambda_2)^2 + \delta\omega^2}},$$

а фазы соответствующих компонент определяются выражениями

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{-\nu_{tr} \delta\omega}{\nu_{tr} \Lambda_2 + \Lambda_2^2 + \delta\omega^2}, \\ \operatorname{tg} \varphi_2 &= \frac{(1 - P_0) \nu_{tr} \delta\omega}{(\nu_{tr} \Lambda_2 + \Lambda_2^2 + \delta\omega^2) P_0 + \nu_{tr} \Lambda_2 + \nu_{tr}^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Парамагнитный сдвиг  $\delta\omega$  в соответствии с формулой (9) зависит только от температуры  $T$  и магнитного поля  $B$  (так как частота  $\omega_d$  пропорциональна магнитному полю). Скорость релаксации мюонного момента  $\Lambda_2$ , согласно выражению (9), определяется скоростью релаксации момента электронной оболочки  $\nu_e$  и частотой прецессии электронного момента,  $\omega_e$ . Релаксация электронного момента обусловлена взаимодействием с фононами  $CT^q$  и двумя типами обменного взаимодействия:

$$\nu_e(T) = CT^q + \nu_0 + \sigma_{ex} v_T(T) n(T). \quad (20)$$

Параметры первого слагаемого, описывающего фононный механизм релаксации,  $C \approx 7 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$  и  $q \approx 3$ , следуют из данных эксперимента [10]. Приведенная там оценка  $q \approx 3$  справедлива только в области температур менее 30 К. Уже при температуре примерно 20 К скорость релаксации электронного момента становится сравнимой с частотой прецессии электронов  $\omega_e$ , и, следовательно, при выполнении закона  $T^3$  парамагнитный сдвиг при более высоких

температурах не мог бы наблюдаться в принципе из-за того что  $\nu_e > \omega_e$  [1].

Второе слагаемое  $\nu_0$  учитывает обменное взаимодействие акцепторного центра с соседними неионизованными примесями. Оно определяется концентрацией примеси и слабо зависит от температуры, что подтверждается экспериментами [8–11] в диапазоне температур  $5 \text{ K} < T < 20 \text{ K}$ . При концентрациях примеси меньше  $10^{17} \text{ см}^{-3}$  заметная зависимость от температуры скорости затухания поляризации свидетельствует о том, что вклад  $\nu_0$  в релаксацию электронного момента невелик. Величину  $\nu_0$  при большей концентрации примеси оценим из результатов экспериментов [8–11] по температурной зависимости скорости затухания мюонной поляризации. Эти результаты показывают, что скорость  $\nu_0$  взаимодействия мюонного акцепторного центра и примесного акцепторного центра порядка  $10^{11} \text{ с}^{-1}$ , и на 2 порядка меньше этой величины скорость взаимодействия мюонного акцепторного центра и примесного донорного центра. Таким образом, обменное взаимодействие мюонного акцепторного центра с донорной примесью должно быть  $\nu_0 \sim 10^9 \text{ с}^{-1}$  при  $N_d \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ .

Последнее слагаемое в выражении (20) отвечает обменному рассеянию свободных носителей на электронной оболочке акцепторного центра и определяется концентрацией свободных электронов  $n(T)$ , сечением обменного рассеяния  $\sigma_{ex}$  и средней тепловой скоростью носителей  $v_T(T)$  [см/с]  $\approx 10^5 \sqrt{T} [\text{К}]$ . В интервале температур 4–10 К величину сечения обменного рассеяния электронов на акцепторном центре можно оценить по фазовой теории, которая в пределе малых энергий столкновения  $ka_B \rightarrow 0$  для модели водородоподобного атома дает [25]

$$\sigma_{ex}(T) = \frac{\pi}{k^2} \sin^2(\delta_0 - \delta_1),$$

где  $k = mv_T/\hbar$  — модуль волнового вектора,  $\delta_0$  и  $\delta_1$  — соответственно синглетная и триплетная фазы рассеяния,  $a_B$  — характерный размер акцепторного центра. При  $ka_B \rightarrow 0$  фазы стремятся к  $\pi$  линейно по  $k$ , так что  $\delta_1 - \delta_0 = 3.86ka_B$  [25], и  $\sigma_{ex} \approx 15\pi a_B^2$ . Полагая  $a_B \approx a_0 \varepsilon m_e/m_{eff} \approx 30 \text{ \AA}$  [24] ( $\varepsilon = 11$  — диэлектрическая проницаемость кремния,  $a_0$  — боровский радиус,  $m_{eff} = 0.22m_e$  — эффективная масса электрона в кремнии,  $m_e$  — масса свободного электрона), получим  $\sigma_{ex} \approx 4 \cdot 10^{-12} \text{ см}^2$ , эта величина использовалась при расчетах. Выполненная оценка справедлива для обменного рассеяния электрона на донорном центре, однако для рассеяния электрона на акцепторном центре значение  $\sigma_{ex}$ , вычисленное с

учетом полной волновой функции акцепторного центра, может отличаться от приведенной оценки даже на порядок. Тем не менее важно отметить, что в пределе низких температур значение  $\sigma_{ex}$  постоянно, поэтому данную величину следует подбирать при корректном анализе эксперимента.

В чистых образцах и при малых концентрациях легирующих примесей вклад от двух последних слагаемых отсутствует. Экспериментально влияние обменного рассеяния наблюдалось в работе [11] и проявилось в отклонении температурной зависимости скорости релаксации мюонного момента  $\Lambda_2$  от ожидаемого закона.

Переход из парамагнитного состояния акцепторного центра ( $\mu\text{Al}^0$ ) в диамагнитное ( $\mu\text{Al}^-$ ) связан с захватом электрона проводимости и характеризуется скоростью перехода

$$\nu_{tr}(T) = \kappa_{tr} n(T). \quad (21)$$

Величину  $\kappa_{tr} = \sigma_{tr} v_T(T)$  называют коэффициентом захвата, который практически не зависит от температуры при  $T < 100$  К [26]. Однозначные и непротиворечивые экспериментальные данные по этой величине для примесного центра Al в кремнии отсутствуют. По результатам  $\mu\text{SR}$ -эксперимента [8] эта величина была оценена на уровне  $2 \cdot 10^{-13} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$  в диапазоне температур  $4.5 \text{ K} < T < 10 \text{ K}$ , что соответствует сечениям захвата  $\sigma_{tr} \sim 10^{-20} \text{--} 10^{-19} \text{ см}^2$ . Правильность этой оценки вызывает сомнения, так как величина  $\sigma_{tr}$  оказывается существенно меньше значения атомарного сечения. В данной работе используется альтернативная оценка [27] величины  $\kappa_{tr} = 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$  для  $5 \text{ K} < T < 50 \text{ K}$ , соответствующая сечению  $\sigma_{tr} \sim 10^{-14} \text{ см}^2$ .

Равновесную концентрацию электронов  $n(T) = n_T(T)$  в невырожденных полупроводниках  $n$ -типа с удовлетворительной точностью можно аппроксимировать формулой [27]

$$n_T(T) = \frac{2N_d}{1 + \sqrt{1 + 8 \frac{N_d}{N_C(T)} \exp\left(\frac{\varepsilon_d}{kT}\right)}}, \quad (22)$$

где

$$N_C(T) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sqrt{\pi m_{eff} k_B T}}{\pi \hbar} \right)^3,$$

$\varepsilon_d$  — энергия ионизации примеси (39 мэВ для сурьмы и 45 мэВ для фосфора),  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $N_d$  — концентрация донорной примеси.

Нерелаксирующая компонента в кремни  $n$ -типа была экспериментально обнаружена в работах [6, 7] для образца с концентрацией доноров (сурьмы)

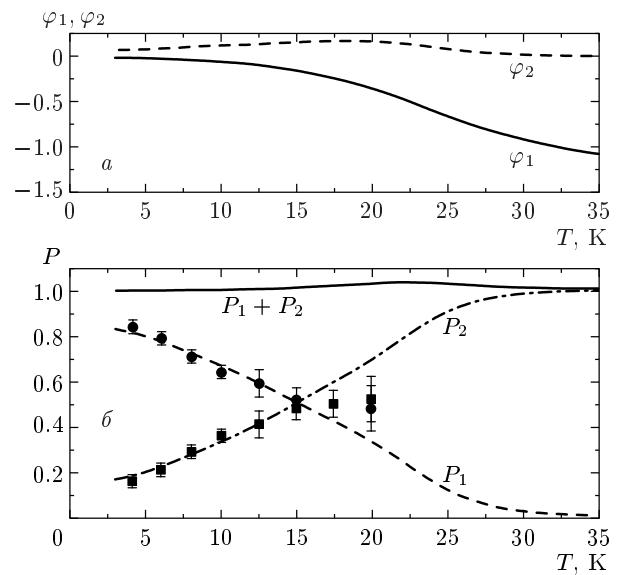


Рис. 1. а) Расчетная температурная зависимость фазы затухающей  $\varphi_1$  и нерелаксирующей  $\varphi_2$  компонент. б) Расчетная температурная зависимость амплитуды поляризации затухающей  $P_1$  и нерелаксирующей  $P_2$  компонент; расчеты выполнены для  $n$ -типа кремния с концентрацией сурьмы  $[\text{Sb}] = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$  и  $B = 1 \text{ кГс}$ ; точки — эксперимент [6, 7]

$N_d = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . При анализе экспериментальных данных авторы [6, 7] полагали  $P_0 = 0$ , однако этой концентрации доноров соответствует  $P_0 = 0.1$ . Это согласуется с тем, что амплитуды релаксирующей и нерелаксирующей компонент поляризации (точки на рис. 1) при низкой температуре asymptotically стремятся соответственно к значениям 0.9 и 0.1. Неверный учет  $P_0$ , как показывают проведенные расчеты, приводит к ошибке в определении  $\Lambda_2$  и  $\nu_{tr}$  около 10 %. Кроме того, при анализе экспериментальных кривых  $P_\perp(t)$  авторы работ [6, 7] брали в качестве подгоночного параметра величину  $\delta\omega$  и определяли константу сверхтонкого взаимодействия для  $N_d = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Однако точность определения оказалась невысокой:  $\delta\omega/\omega_\mu = (5\text{--}10) \cdot 10^{-3}$  в диапазоне температур 4–20 К. Согласно выражению (9),  $\delta\omega$  не зависит от концентрации примеси  $N_d$ , а оценки величины  $A$  в [6, 7] не противоречат более точным данным, полученным при  $N_d < 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . В связи с этим при обработке эксперимента разумнее использовать температурную зависимость  $\delta\omega$ , усредненную по большому числу экспериментов в чистом и слаболегированном кремни [28]. По этой причине в наших расчетах использовалось выражение

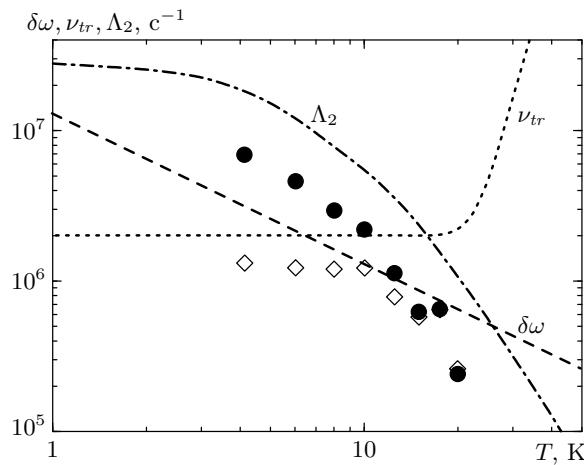


Рис. 2. Температурные зависимости парамагнитного сдвига  $\delta\omega$ , скорости релаксации  $\Lambda_2$  (черные точки — эксперимент [6, 7]) и скорости перехода в диамагнитное состояние  $\nu_{tr}$  (ромбы — эксперимент [6, 7]); условия те же, что на рис. 1

ние (9) для оценки  $\delta\omega$  при  $A = 25$  МГц [28].

На рис. 1 приведены температурные зависимости амплитуд поляризации  $P_1$ ,  $P_2$  и фаз прецессии  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ , построенных по формулам (18), (19) с обсужденными выше значениями входящих в них величин, а также  $\nu_0 = 10^9$  с<sup>-1</sup>. Наклоны кривых  $P_1(T)$  и  $P_2(T)$  в области температур 4–10 К существенно зависят от величины  $\nu_{tr}$ . Из рис. 1 следует, что при  $T \approx 4$  К, когда концентрация равновесных электронов  $n_T(T)$  пренебрежимо мала,  $\nu_{tr}(T)$ , тем не менее, не слишком малая величина, иначе  $P_1(T)$  и  $P_2(T)$  зависели бы от температуры слабо. Следовательно, в конце трека присутствуют неравновесные электроны, концентрация которых  $n_e$  значительно превышает равновесное значение.

Для согласования расчетных кривых с экспериментальными данными [6, 7] в интервале температур 4–10 К следует положить  $n_e \kappa_{tr} \approx 2 \cdot 10^6$  с<sup>-1</sup>, что при ранее обсужденной величине  $\kappa_{tr} \approx 10^{-7}$  см<sup>3</sup>/с дает  $n_e \approx 2 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>. Ход кривых в интервале более высоких температур 10–15 К в основном связан с изменением концентрации равновесных носителей  $n_T(T)$ , полная концентрация электронов  $n(T) = n_e + n_T(T)$ .

Обработка экспериментальных данных в работах [6, 7] выполнена не вполне корректно даже в рамках принятого предположения постоянства во времени скоростей  $\nu_e$ ,  $\nu_{tr}$ . Использованное в [6, 7] условие  $P_1 + P_2 = 1$ , как видно на рис. 1, выполняется с хорошей точностью и не дает заметной ошиб-

ки. Но игнорирование изменения фаз  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  при  $T > 15$  К, когда эти изменения значительны, приводит к неправильной интерпретации температурной зависимости амплитуд фракций и скоростей  $\nu_{tr}$ ,  $\Lambda_2$ . Обработка экспериментальных данных [6, 7] в области температур 15–20 К с учетом формул (18), (19) должна обеспечивать совпадение с теоретическими кривыми, изображенными на рис. 1.

На рис. 2 приведены расчетные и восстановленные в работах [6, 7] зависимости  $\nu_{tr}(T)$ ,  $\Lambda_2(T)$ . Для величины  $\Lambda_2$  наши результаты качественно совпадают с результатами [6, 7], а для скорости захвата  $\nu_{tr}$  в области высоких температур вместо теоретически ожидаемого резкого возрастания  $\nu_{tr}$  в [6, 7] получается спад, не имеющий физической интерпретации. Для того чтобы избежать подобных неточностей при восстановлении параметров  $\nu_{tr}$  и  $\Lambda_2$  (в частности, для области температур около 15 К, где  $\nu_{tr} \sim \Lambda_2 \sim \delta\omega$ ), необходимо учитывать связь подголовочных параметров, которая диктуется формулами (9), (18) и (19), и использовать значение  $A$ , полученное на чистых или слабодопированных образцах.

#### 4. ПРОЦЕСС РЕКОМБИНАЦИИ В КОНЦЕ ТРЕКА

Неравновесные электроны на конце трека мюона в образцах со значительной концентрацией примеси возникают из-за ионизации среды мюоном и ионизации примеси вторичными и каскадными оже-электронами, обладающими энергией значительно большей, чем потенциал ионизации примеси. Сечения ионизации примесей электронами с энергиями порядка 1 эВ могут превышать  $10^{-10}$  см<sup>2</sup> [27], поэтому начальная концентрация электронов и ионизованных примесей в конце трека может быть порядка концентрации примеси [1].

В результате рекомбинации электронов на ионизованных примесях их концентрация быстро уменьшается. Этот процесс характеризуется константой рекомбинации [29]

$$K(T) [\text{см}^3/\text{с}] = \frac{3.3 \cdot 10^{-3}}{(4.9 + T [\text{К}])^2 \sqrt{T [\text{К}]}}. \quad (23)$$

Оценки показывают, что при такой величине константы рекомбинации на временах больших  $10^{-8}$  с, уверенно наблюдаемых  $\mu$ SR-методом, концентрация электронов должна быть меньше концентрации  $n_c \approx 2 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>, полученной выше из условия согласия расчета с экспериментом. Объяснение этого расхождения заключается в том, что формула

(23) справедлива для захвата электрона на уединенный кулоновский центр, если несущественна экранировка заряда этого центра, т. е.  $r_T \ll r_D$ , где  $r_D = \sqrt{k_B T / 4\pi e^2 n}$  — дебаевский радиус, а  $r_T$  — радиус Томсона. Радиус Томсона определяется условием  $U(r_T) = k_B T$ . Для неэкранированного кулоновского центра «классический» радиус Томсона  $r_{Tc} = e^2 / k_B T$ .

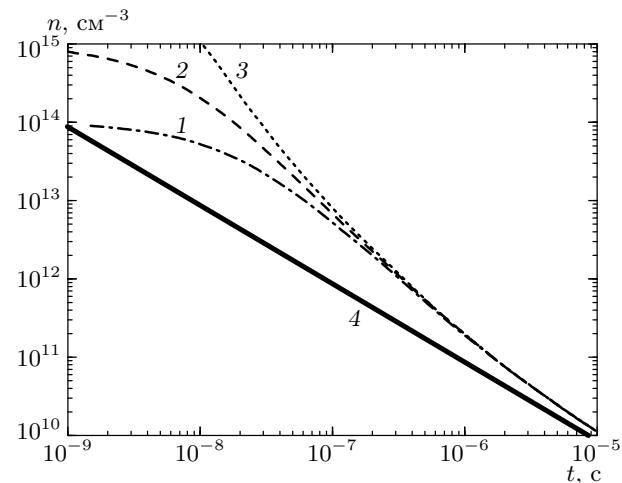
При  $T = 6$  К,  $n_c \approx 2 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup> имеем  $r_D = 7 \cdot 10^{-6}$  см,  $r_{Tc} = 3 \cdot 10^{-4}$  см,  $r_{Tc} > r_D$  и, соответственно, формула (23) работы [29], базирующейся на модели Томсона, требует уточнения.

За время  $\tau_T[\text{с}] = 3.9 \cdot 10^{-10} \sqrt{T} [\text{К}]$  даже за счет одних только однофононных процессов электрон, возникший в процессе торможения мюона, потеряет свою начальную энергию [29]. Поэтому на временах  $t > 10^{-9}$  с все электроны термализованы и значительная доля их уже рекомбинировала с ионами примеси. В рамках модели Томсона сечение захвата (рекомбинации) пропорционально  $r_T^3 / l_\varepsilon$ , где  $l_\varepsilon = 7.5 \cdot 10^{-4}$  см — длина потери энергии [29]. Для коррекции сечения захвата потенциал притяжения следует описывать как экранированный кулоновский потенциал  $U(r) = \exp(-r/r_s)e^2/r$ , где  $r_s$  — радиус экранирования. Соответственно, общепринятую константу рекомбинации (23) нужно домножить на коэффициент  $\zeta(n(t, T), T)$ :

$$\zeta(n, T) = \left( \frac{r_T(n, T)}{r_{Tc}(n, T)} \right)^3. \quad (24)$$

Необходимый для определения  $r_T$  радиус экранировки  $r_s$  считается дебаевским  $r_s = r_D$  до тех пор, пока  $r_D(n, T) > n^{-1/3}$ . Если дебаевский радиус меньше расстояния между заряженными частицами, такое описание экранировки взаимодействия становится некорректным. Последовательной теории рекомбинации для этого случая нет. Поэтому, когда нарушается условие применимости теории Дебая и  $e^2 n^{1/3} > T$ , для оценочных расчетов в качестве радиуса экранирования для наглядности берется половина среднего расстояния между заряженными частицами  $r_s = 0.5 n^{-1/3}$ , что практически совпадает с радиусом ячейки Зейтца–Вигнера  $(4/3\pi n)^{-1/3}$ .

Корректировка (24) приводит к качественному изменению зависимости константы рекомбинации от температуры. Если  $r_{Tc} > r_D$ , то  $r_T$  становится порядка радиуса экранировки  $r_D$ , который пропорционален  $\sqrt{T}$ . Соответственно, в области температур и концентраций плазмы, когда  $r_{Tc} > r_D$ , константа рекомбинации  $K(T)$  увеличивается с ростом температуры. В области  $r_T < r_D$  это увеличение меня-



**Рис. 3.** Зависимость концентрации неравновесных носителей заряда в конце мюонного трека от времени: кривые 1–3 — расчет по формуле (26) соответственно для начальных концентраций электронов  $n_0 = 10^{14}, 10^{15}, 10^{18}$  см<sup>-3</sup>; кривая 4 — расчет без учета дебаевской экранировки с  $\zeta \equiv 1$ ;  $T = 6$  К

ется на привычное убывание, связанное с тем, что  $r_{Tc} \propto 1/T$ .

Процесс рекомбинации описывается уравнением

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\zeta(n(t), T) K(T) (n(t) - n_T(T))^2, \quad (25)$$

которое можно разрешить относительно переменной времени:

$$t(n_0, n) = \frac{1}{K(T)} \int_n^{n_0} \frac{dn'}{\zeta(n', T)(n' - n_T(T))^2}. \quad (26)$$

Параметрическое представление  $t = t(n_0, n)$  позволило свести расчеты к вычислению интегралов и получить все зависимости в виде квадратур.

На рис. 3 представлена зависимость концентрации электронов от времени, рассчитанная в рамках данной аппроксимации при  $T = 6$  К и различных начальных концентрациях электронов  $n_0$ . На рисунке видно, что на временах порядка  $10^{-7}$  с концентрация электронов практически не зависит от величины  $n_0$  при ее изменении в пределах  $10^{14}\text{--}10^{18}$  см<sup>-3</sup>. Для сравнения на том же рисунке приведена линия 4, соответствующая расчету без учета экранировки и являющаяся асимптотикой для более корректных расчетов. При температуре 6 К в интервале времен  $10^{-8}\text{--}10^{-6}$  с, обычных для  $\mu$ SR-измерений, концентрацию электронов нельзя считать постоянной.

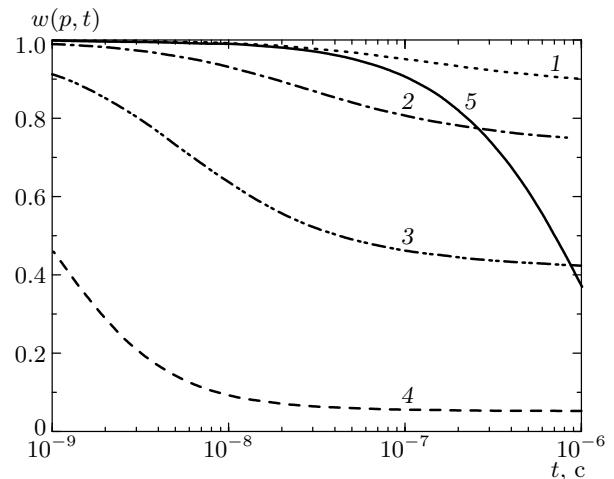
В расчетах разд. 3 концентрация неравновесных электронов к моменту времени  $10^{-8}\text{--}10^{-7}$  с полага-

лась равной  $n_c \approx 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Эта величина концентрации электронов была подобрана из условия совпадения угла наклона рассчитанной и экспериментально наблюдаемой зависимостей поляризации от температуры при  $T < 10 \text{ К}$ . Как следует из рис. 3, значение  $n_c \approx 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  попадает в интервал концентраций, реально получающихся к моменту времени  $10^{-8}\text{--}10^{-7} \text{ с}$ . Это обстоятельство объясняет качественное согласие расчетных кривых поляризации, предполагающих постоянство  $n$ , с результатами измерений [7] (рис. 1). Однако использование модели постоянной концентрации электронов для построения температурных зависимостей  $\nu_{tr}(T)$  и  $\Lambda_2(T)$  в диапазоне  $4\text{--}10 \text{ К}$  теряет смысл, поскольку эти величины более чувствительны к зависящей от времени величине  $n$ , чем поляризация. При  $T > 10 \text{ К}$ , когда доминирующей становится равновесная концентрация электронов, определяемая выражением (22),  $n$  перестает зависеть от времени и температурное поведение величин, представленных на рис. 1 и 2, должно адекватно описывать экспериментальные результаты.

## 5. ВЛИЯНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ НЕРАВНОВЕСНЫХ НОСИТЕЛЕЙ НА ПОВЕДЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ СПИНА МЮОНА

Как и прежде, полная концентрация электронов представляется в виде суммы концентраций равновесных и неравновесных электронов  $n(t, T) = n_T(T) + n_c(t, T)$ . Поскольку электроны достаточно быстро термализуются и их средняя энергия перестает зависеть от времени, на временах  $t > 10^{-9} \text{ с}$  константу  $p\text{-}d$ -перехода акцепторного центра  $\kappa_{tr} = v_T \sigma_{tr}$  можно считать величиной, не зависящей от времени. При энергиях, больших тепловых, сечение захвата электронов на нейтральный центр резко падает, поэтому рекомбинация электронов до момента времени  $10^{-9} \text{ с}$  маловероятна и ею можно пренебречь. Обозначим время  $t_{pd} = 10^{-9} \text{ с}$  как «начальное» для процесса  $p\text{-}d$ -перехода. К этому моменту времени неравновесные носители уже термализованы, а их концентрация  $n_0 = n(t_{pd})$ , как следует из рис. 3, при любой из использованных в предыдущем разделе аппроксимаций лежит в пределах  $10^{13}\text{--}10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Именно эту концентрацию  $n_0$  мы будем считать «начальной» для всех процессов, происходящих при  $t > 10^{-9} \text{ с}$ .

Вероятность  $w(p, t)$  того, что акцепторный центр к моменту времени  $t$  останется в парамагнитном состоянии, можно получить, подставив (21) в выраже-



**Рис. 4.** Вероятность  $w(p, t)$  акцепторного центра оставаться нейтральным: кривые 1–4 — расчет по формулам (27) с учетом экранировки соответственно для  $n_0 = 10^{13}, 10^{14}, 10^{15}, 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ; кривая 5 — экспоненциальная аппроксимация [7];  $T = 6 \text{ К}$ ,  $B = 1 \text{ кГс}$

ние (11). Учитывая, что  $t$ , согласно формуле (26), можно выразить через  $n(t, T)$ , получим

$$w(p, t(n_0, n)) = w_p(n_0, n) = \\ = \exp \left\{ -\frac{\kappa_{tr}}{K(T)} \int_n^{n_0} \frac{n' dn'}{\zeta(n', T)(n' - n_T(T))^2} \right\}. \quad (27)$$

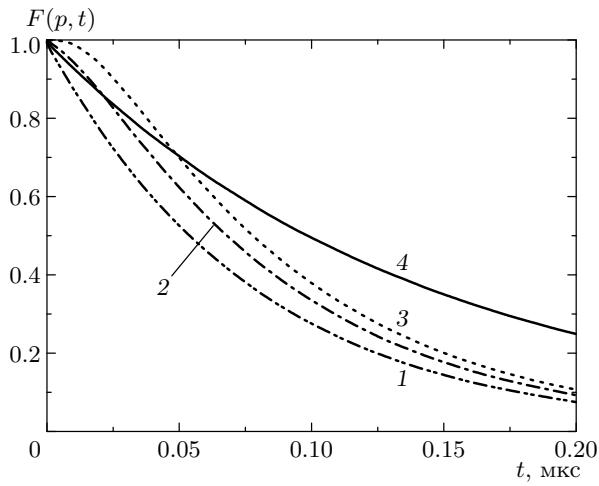
Формула (27) справедлива при условии  $n(t, T) > n_T(T)$ . При  $t > t(n_0, n_T(T))$  концентрация свободных электронов достигает своего равновесного теплового значения и больше не изменяется. Дальнейшее поведение поляризации описывается формулами разд. 3.

Выражение (27) при учете экранирования требует численного интегрирования. Для сравнения приведем аналитическую формулу, которую можно получить, игнорируя эффект экранировки и полагая  $n(t, T) \gg n_T(T)$ :

$$w(p, t) = \\ = \exp \left( -\kappa_{tr}(T) \left\{ n_T(T)t + \frac{\ln(n_0 K(T)t + 1)}{K(T)} \right\} \right). \quad (28)$$

Зависимость  $w(p, t)$  должна заменить экспоненциальный множитель в формуле (13), учитывающий вероятность переходов в диамагнитное состояние.

На рис. 4 представлены зависимости  $w(p, t)$  от времени, построенные по формуле (27) при  $T = 6 \text{ К}$  для различных «начальных» концентраций  $n_0$ . Эти



**Рис. 5.** Временное поведение функции  $F(p, t)$  в нейтральном акцепторном центре: кривые 1–3 — расчет по формуле (29) с учетом экранировки соответственно при  $n_0 = 10^{13}, 10^{15}, 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ; кривая 4 — экспоненциальная зависимость с  $\Lambda_2 = 7 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$  [7];  $T = 6 \text{ К}$ ,  $B = 1 \text{ кГс}$

кривые существенно отличаются от экспоненты, использовавшейся для аппроксимации экспериментальных данных в работах [6, 7].

Полученные зависимости позволяют оценить сверху величину  $n_0$  для условий эксперимента [6]. Поскольку при  $T = 6 \text{ К}$  на временах менее  $10^{-8} \text{ с}$  экспериментально не наблюдались ни «потерянная» поляризация, ни значительное (более 10 %) изменение амплитуды прецессии парамагнитной компоненты, то  $n_0 < 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

Поскольку  $\Lambda_2(n)$  зависит от времени только через переменную концентрацию неравновесных носителей  $n(t, T)$ , соответствующий множитель в формуле (13) для поляризации парамагнитной фракции с помощью соотношения (26) приводится к удобному для расчетов виду

$$F(p, t(n_0, n)) = F_p(n_0, n) = \\ = \exp \left\{ -\frac{1}{K(T)} \int_n^{n_0} \frac{\Lambda_2(n', T) dn'}{\zeta(n', T)(n' - n_T(T))^2} \right\}. \quad (29)$$

Зависимость  $\Lambda_2$  от  $n$  и, соответственно, от времени, согласно формуле (9), содержится в частоте  $\nu_e(t, T)$ , описываемой выражением (20).

Результаты расчетов «амплитуды» поляризации в парамагнитной фракции  $F(p, t)$  по формуле (29) для различных значений  $n_0$  приведены на рис. 5 при  $B = 1 \text{ кГс}$ ,  $T = 6 \text{ К}$ . Остальные параметры

те же, что использовались при построении кривых на рис. 3 и 4. Примечательно различное временное поведение кривых вероятности акцепторного центра остаться в парамагнитном состоянии (рис. 4) и «амплитуды» поляризации в парамагнитной фракции (рис. 5). Эта разница должна позволить разделить вклады процессов  $p-d$ -перехода и релаксации спина мюона во временной ход поперечной компоненты поляризации, прецессирующей на частоте  $\omega_p$ .

Для разделения вклада процессов захвата электрона и релаксации спина мюона и, тем самым, более точного восстановления сечений из результатов  $\mu$ SR-эксперимента нужно провести эксперименты в существенно различных магнитных полях, поскольку скорость релаксации поляризации  $\Lambda_2$  зависит от  $B$  (см. формулу (9)). На временах  $10^{-7} \text{ с}$  амплитуда поляризации в «нулевом» поле отличается примерно в два раза от своего значения при  $B = 1 \text{ кГс}$ . Если нулевые поля для экспериментальных наблюдений окажутся неудобными, то можно сравнить результаты в полях 500 и 1500 Гс, которые должны различаться примерно на 30 %. Такая точность в определении амплитуд вполне доступна современному  $\mu$ SR-эксперименту.

Вклад диамагнитной фракции в сигнал прецессии на частоте  $\omega_p$  оказывается малым. Приведем для сравнения результаты расчета поведения поляризации в диамагнитной фракции по формуле

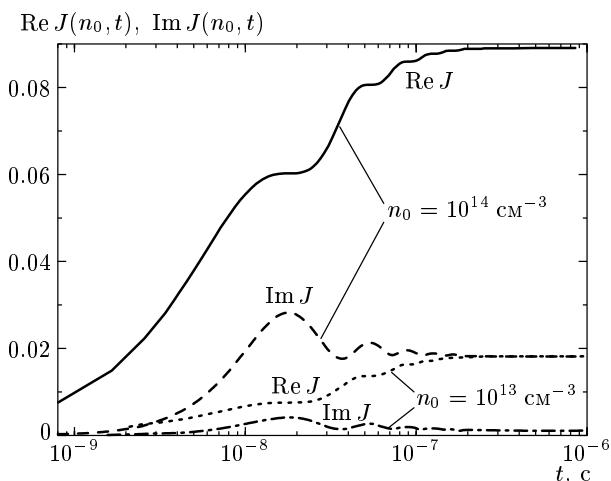
$$P_{\perp}(d, t(n_0, n)) = P_{\perp}(d, 0) \cos(\omega_d t(n_0, n)) + \\ + P_{\perp}(p, 0) \{ \operatorname{Re}[J(n_0, n)] \cos(\omega_d t(n_0, n)) + \\ + \operatorname{Im}[J(n_0, n)] \sin(\omega_d t(n_0, n)) \}, \quad (30)$$

где

$$J(n_0, n) = \int_n^{n_0} \frac{\kappa_{tr} n' \exp(i\omega_d t(n_0, n'))}{(n' - n_T(T))^2 \zeta(n', T) K(T)} \times \\ \times w_p(n_0, n') F_p(n_0, n') \cos(\omega_p t(n_0, n')) dn',$$

которая следует из (14) после замены  $\cos(\omega_d(t - t'))$  на произведения косинусов и синусов. Временное поведение коэффициентов  $\operatorname{Re}[J(n_0, t(n_0, n))]$  и  $\operatorname{Im}[J(n_0, t(n_0, n))]$ , построенное с помощью соотношений (28) и (29), представлено на рис. 6. Отметим, что при данных условиях вклад второго слагаемого в формуле (30) несуществен для оцененных выше концентраций  $n_0 < 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

Сравнение временного поведения суммарной поляризации, рассчитанной для  $T = 6 \text{ К}$  по приведенным выше формулам, в образце кремния с концентрацией сурьмы  $N_d = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$  с эксперименталь-



**Рис. 6.** Зависимость действительной и мнимой частей  $J(n_0, t)$  от времени при  $n_0 = 10^{13}, 10^{14} \text{ см}^{-3}$  для  $T = 6 \text{ К}, B = 1 \text{ кГс}$

ными точками и аппроксимационной кривой работы [7] показало, что в пределах экспериментальных ошибок обе кривые практически совпадают друг с другом и с экспериментальными данными. Однако, как было показано выше, ни экспоненциальной зависимости от времени вероятности пребывания акцепторного центра в парамагнитной фракции, ни экспоненциальной релаксации, как предполагалось в [7] при построении аппроксимирующей кривой, в рассматриваемом образце нет. Совпадение аппроксимирующей кривой с экспериментальными данными в работе [7] получено за счет использования достаточного количества подгоночных параметров, при этом величины  $\nu_{tr}(T)$  и  $\Lambda_2(T)$  приобретают реальный физический смысл только при температурах выше 15 К, когда равновесная концентрация электронов  $n_T(T) \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$  становится сравнимой с их неравновесной концентрацией (см. рис. 3) и концентрация электронов перестает зависеть от времени. В этом плане наша интерпретация экспериментальных данных на базе переменной концентрации неравновесных носителей представляется более обоснованной, ибо все ее элементы имеют реальный физический смысл.

Таким образом, учет концентрации неравновесных носителей в плазме трека мюона и ее изменения во времени дают возможность аппроксимировать экспериментальные данные по поляризации спина мюона для легированных образцов кремния при низких температурах (ниже 15 К) и восстановить из этих данных порядок величин  $\kappa_{tr}$ ,  $\sigma_{ex}$  и  $n_0$ .

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эффектами, связанными с трековыми свободными носителями, вызывающими переход из парамагнитной в диамагнитную фракцию, можно объяснить саму возможность наблюдения прецессии спина отрицательного мюона на мюонной частоте в легированных невырожденных полупроводниках при низких температурах.

Выполненное обобщение уравнений Вангнесса–Блоха позволяет описывать поведение поляризации спина мюона в условиях переменной плотности электронов в конце мюонного трека, а проводимый на их основе анализ дает более корректную интерпретацию имеющихся экспериментальных результатов  $\mu$ SR-исследований полупроводников с помощью отрицательных мюонов.

В невырожденных полупроводниках  $\mu$ SR-метод позволяет восстановить порядок величины сечений захвата электрона на акцепторный центр и на единственный заряженный кулоновский центр, а также получить информацию о сечениях обменного рассеяния электронов и дырок на примесных центрах для очень малых энергий, недоступных прямым методам измерения.

Для получения  $\mu$ SR-методом полезной информации о кинетических процессах в области локализации мюона аппроксимирующую функцию для поляризации следует строить на базе действительно постоянных во времени параметров. То есть не на скоростях перехода  $\nu_{tr}$  и релаксации поляризации  $\Lambda_2$ , как это делалось до сих пор, а на константе захвата электрона акцепторным центром  $\kappa_{tr}$  и сечений спин-обменного рассеяния  $\sigma_{ex}$ . При этом скорость релаксации электронного момента акцепторного центра за счет фононов следует характеризовать параметрами, получаемыми из экспериментов на образцах с меньшей концентрацией примесей.

Брать в качестве подгоночного параметра для легированных образцов величину парамагнитного сдвига также не имеет смысла, так как при концентрациях примеси порядка  $10^{18} \text{ см}^{-3}$  наблюдается парамагнитный сдвиг того же порядка, что и в чистых образцах. Нет серьезных оснований полагать, что в невырожденном полупроводнике величина константы сверхтонкого взаимодействия  $A$ , а с ней и величина парамагнитного сдвига, сильно меняются при изменении концентрации примеси. Величина  $A$  может меняться, если в образце имеются значительные внутренние деформации, роль которых требует дополнительного осмысления.

В условиях, когда дебаевский радиус в твердо-

тельной плазме трека мюона больше среднего расстояния между заряженными частицами, из измерений затухания амплитуды поляризации спина мюона и соотношения амплитуд поляризаций различных фракций можно восстановливать концентрационную зависимость «константы» рекомбинации на примеси в твердотельной полупроводниковой плазме. Если при этом дебаевский радиус оказывается меньше радиуса Томсона, то необходимо построение новой теории рекомбинации электрона и иона. В данной статье представлена качественная оценка изменения константы рекомбинации в указанном случае. Последовательная теория пока не разработана, но экспериментальное исследование этой проблемы  $\mu^-$ SR-методом может оказаться полезным для ее создания.

В этой статье мы ограничились обсуждением результатов  $\mu$ SR-экспериментов в невырожденном легированном кремнии, поскольку этот случай пока что лучше всего исследован  $\mu$ SR-методом. Первые эксперименты с сильно легированными образцами кремния в области перехода к металлической проводимости [10, 11] также требуют более глубокого осмыслиения и корректной интерпретации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 02-02-16370-а, 02-02-16881-а) и Министерства образования РФ (программа «Университеты России», грант УР.01.01.015), которым авторы выражают свою благодарность.

## ЛИТЕРАТУРА

1. V. N. Gorelkin, T. N. Mamedov, and D. V. Rubtsov, Hyp. Int. (C) **1**, 191 (1996).
2. В. Н. Горелкин, В. Г. Гребенник, К. И. Грицай и др., ЯФ **56**, 29 (1993).
3. T. N. Mamedov, V. N. Duginov, V. G. Grebennik et al., Hyperfine Interact. **86**, 717 (1994).
4. Т. Н. Мамедов, В. Н. Горелкин, В. Г. Гребенник и др., Письма в ЖЭТФ **63**, 539 (1996).
5. T. N. Mamedov, I. L. Chaplygin, V. N. Duginov et al., Hyperfine Interact. **105**, 345 (1997).
6. Т. Н. Мамедов, В. Н. Дугинов, Д. Герлах и др., Письма в ЖЭТФ **68**, 64 (1998).
7. T. N. Mamedov, I. L. Chaplygin, V. N. Duginov et al., J. Phys.: Cond. Matter **11**, 2849 (1999).
8. Т. Н. Мамедов, Д. Г. Андрианов, Д. Герлах и др., Письма в ЖЭТФ **71**, 637 (2000).
9. T. N. Mamedov, K. I. Gritsaj, A. V. Stoikov et al., Physica B **289–290**, 574 (2000).
10. Т. Н. Мамедов, Д. Г. Андрианов, Д. Герлах и др., ЖЭТФ **119**, 1159 (2001).
11. Т. Н. Мамедов, Д. Г. Андрианов, Д. Герлах и др., Письма в ЖЭТФ **73**, 759 (2001).
12. Н. Корст, ТМФ **6**, 265 (1971).
13. И. В. Александров, *Теория магнитной релаксации*, Наука, Москва (1975).
14. В. Г. Носов, И. В. Яковлева, ЖЭТФ **43**, 1751 (1962).
15. И. Г. Ивантер, В. П. Смилга, ЖЭТФ **54**, 559 (1968).
16. И. Г. Ивантер, В. П. Смилга, ЖЭТФ **55**, 1521 (1968).
17. И. Г. Ивантер, В. П. Смилга, ЖЭТФ **60**, 1985 (1971).
18. И. Г. Ивантер, В. П. Смилга, ЖЭТФ **61**, 2176 (1971).
19. В. П. Смилга, Ю. М. Белоусов, *Мюонный метод исследования вещества*, Наука, Москва (1991).
20. A. S. Baturin and V. N. Gorelkin, Physica B **289–290**, 578 (2000).
21. V. N. Gorelkin, T. N. Mamedov, and A. S. Baturin, Physica B **289–290**, 585 (2000).
22. V. A. Karasyuk, M. W. Thewald, S. An, E. C. Lightowers, and A. S. Kaminskii, Phys. Rev. B **54**, 10543 (1996).
23. А. Абрагам, Б. Блини, *Электронный параметрический резонанс переходных ионов*, Мир, Москва (1973).
24. А. М. Стоунхэм, *Теория дефектов в твердых телах*, Мир, Москва (1978).
25. Н. Мотт, Г. Месси, *Теория атомных столкновений*, Мир, Москва (1969), с. 474, 494.
26. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. III. *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*, Наука, Москва (1989).
27. А. Милнес, *Примеси с глубокими уровнями в полупроводниках*, Мир, Москва (1977).
28. Т. Н. Мамедов, А. В. Стойков, В. Н. Горелкин, Физика элементарных частиц и атомного ядра **33**, вып. 4, 1005 (2002).
29. В. Н. Абакумов, В. И. Перель и др., ФТП **12**, 3 (1978).