

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ РАЗВИТИЯ СДВИГОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

*О. М. Белоцерковский, А. М. Опарин\**

*Институт автоматизации проектирования Российской академии наук  
123056, Москва, Россия*

*В. М. Чечеткин*

*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук  
125047, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 22 января 2004 г.

Предлагается физическая модель развития турбулентности в свободном сдвиговом течении, которая основывается на результатах численного моделирования процесса развития турбулентности. Главными положениями предлагаемой физической теории турбулентности являются следующие: турбулентность начинается с рождения крупных вихрей; осуществляются прямой и обратный каскады в спектре турбулентности; инерционная часть спектра турбулентности заполняется как прямым, так и обратным каскадами. Определяющую роль в образовании спектра играют физические процессы, в частности силы Жуковского.

PACS: 47.20.-k, 47.27.-i

## 1. ИСТОРИЯ ВОПРОСА

Проблема турбулентности волнует научный мир уже более века. Но законченная теория турбулентности не создана до настоящего времени. Какие основные идеи рассматривались?

При описании течений с развитой турбулентностью начиная с Рейнольдса полагалось, что в любой точке течения скорость испытывает случайные пульсации около средней величины, распределенные по нормальному закону. Из этого следовало, что масштабы (волновые числа) распределены согласно математическому ожиданию в фазовом пространстве. Эти предположения лежат в основе построенной теории статистического описания турбулентных течений. Келлер и Фридман (1925) дали общее определение эйлеровых пространственно-временных корреляционных функций термогидродинамических полей турбулентных течений и предложили метод вывода динамических уравнений для корреляционных функций из уравнения Навье–Стокса. Эти динамические уравнения лежат в основе теории статисти-

ческой турбулентности. Наиболее полное описание статистической теории турбулентности содержится в [1, 2].

На основании этих уравнений происходит усреднение физических характеристик течения, например, скорости, размеров вихрей и так далее. Математическое описание содержит предположение о случайном характере возмущений разных частот и описывается в рамках теории вероятности, перенесенной на функциональные пространства. Собственно говоря, это предположение лежит в выводе упрощенных уравнений и в оценке инкрементов развития неустойчивости течения (по отношению к наступлению турбулентности) для различных масштабов.

Однако если мы будем наблюдать изменение скорости в точке турбулентного потока, то увидим, что большую часть времени значение скорости остается в пределах значения скорости крупных структур (вихрей), так как основную структуру турбулентного течения представляют именно они. Быстрые пульсации можно наблюдать при прохождении малых вихрей, окружающих крупные структуры.

Для практических целей расчета различных турбулентных течений было разработано множество мо-

\*E-mail: a.oparin@icad.org.ru

делей турбулентности подсеточного характера:  $k$ -е модели, модели напряжений Рейнольдса, LES (Large Eddy Simulation) модели. Все эти модели содержат подгоночные коэффициенты, подбираемые экспериментально, и применимы для узкого класса задач и параметров течений.

В 1985 году Белоцерковский обосновал [3] возможность моделирования свободной развитой турбулентности без всякой подсеточной модели и полуэмпирических подгоночных экспериментов. Точкой отсчета работ в этой области можно считать кармановскую лекцию [4]. Наиболее последовательно предлагаемый подход изложен в книгах [5, 6], где исследуются свободные турбулентные течения, такие как явления в следе (как ближнем, так и дальнем) за движущимся телом, течения в океане, течение между коаксиальными цилиндрами, эволюция зоны турбулентного перемешивания и многие другие важные задачи течений, связанные с наступлением режима турбулентности. Помимо пространственности явления и нестационарности задачи, здесь учитываются и явления сжимаемости среды, а также вязкие эффекты (где преобладает молекулярный механизм взаимодействия). В этих работах обоснована также определяющая роль крупных вихрей в структурной турбулентности. Отметим также, что эта идея была поддержана Мониным [7].

Значительно позже в 1992 году [8] на Западе возникла модель турбулентности MILES (Monotonically Integrated Large Eddy Simulation). В этой модели точно так же, как и в [3], численно решаются уравнения Эйлера или Навье–Стокса с помощью ориентированных монотонных разностных схем, при этом также не используется никакая явная подсеточная модель. Использование монотонных разностных схем привносит в модель некий диссипативный механизм (по форме, конечно, не такой, как физическая вязкость), который и играет роль неявной подсеточной модели. При этом полагается, что движение на крупных масштабах, разрешаемых разностной сеткой, не зависит от того, какой диссипативный механизм работает на мелких масштабах.

## 2. ОСНОВНАЯ ИДЕОЛОГИЯ

Большое значение в понимании вопросов развития турбулентности имело признание ведущей роли крупных масштабов и проблемы когерентности. При таких подходах к турбулентности статистическое описание турбулентных течений на основе законов вероятности становится довольно неопределенным.

К стохастическому описанию необходимо добавлять определенные физические модели эволюции крупномасштабных структур. Такие физические модели можно получать с помощью прямого численного моделирования [3]. Появление новых более высокочастотных масштабов связано не просто с бифуркацией фазовой траектории [9], а обусловлено физическим механизмом эволюции масштабов при взаимодействии крупных структур с течением и между собой.

Идеология прямого численного моделирования турбулентности опирается на две гипотезы, находящие подтверждение в экспериментах:

1) гипотеза о независимости крупномасштабных упорядоченных структур турбулентного течения и мелкомасштабной стохастической турбулентности для больших чисел Рейнольдса;

2) гипотеза о слабом влиянии молекулярной вязкости (или более обобщенно, характера диссипативного механизма) на изучение крупномасштабных структур.

Основную энергетику турбулентного течения несут крупные вихри. Они же и определяют структуру течения. Распределение крупных вихрей не отражает случайной структуры возмущений, а соответствует физическим законам гидродинамики, когда инерционные члены в уравнении Навье–Стокса преобладают над напряжениями, обусловленными вязкостью. Тогда пара сил, возникающая из поля давления и динамических сил, связанных с полем скоростей, создает структуру вихря. Процесс рождения крупных структур и структура течения после этого должна описываться уравнением Эйлера.

На долю молекулярной вязкости остается описание высокочастотной части турбулентности и процесса перехода кинетической энергии турбулентности в тепло. Но такой переход происходит только для вихрей с малыми длинами волн у границы спектра, в то время как для крупных масштабов перехода энергии нет. Таким образом, в потоке тепловая энергия распределена не изотропным образом по волновым числам. В дальнейшем, вокруг вихря создаются условия для возникновения малых вихрей на границе вихря и потока. Это способствует развитию турбулентности с перемежающимся характером. Таким образом, мы приходим к выводу, что в развитой турбулентности картина турбулентности носит локально нестационарный характер. Закон распределения масштабов в высокочастотной части турбулентности зависит от физическо-

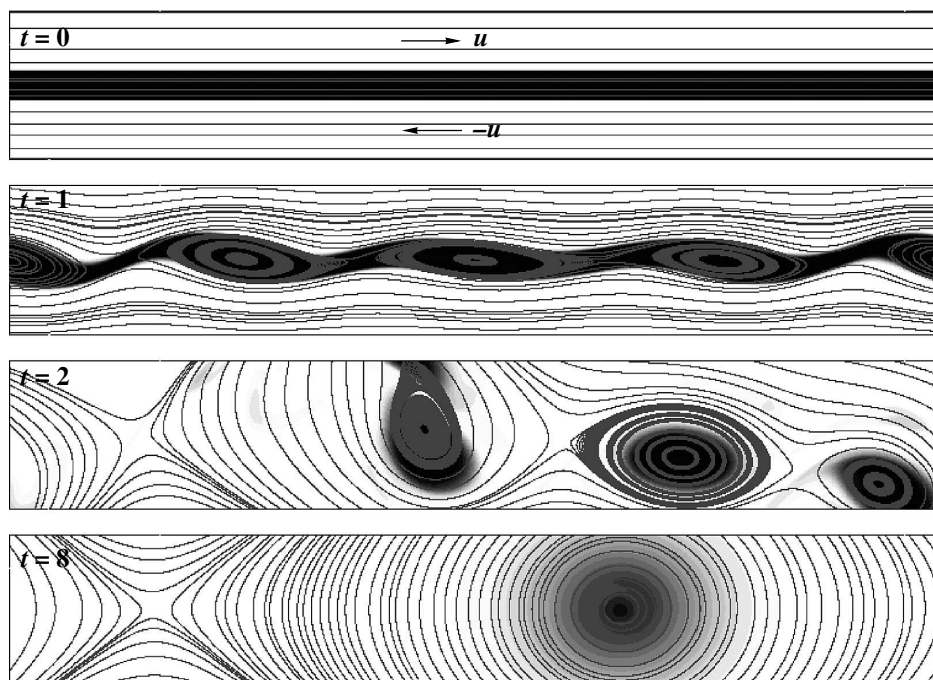


Рис. 1. Развитие крупных структур турбулентности в свободном сдвиговом течении в бесконечной области с конечной областью градиента скорости (область сдвига). Представлены четыре момента времени, включая начальный. Изображены линии тока. Оттенками черного отражена концентрация частиц, изначально находящихся в области сдвига

го процесса рождения вихрей в окрестности крупных структур.

Как тогда должна начинаться развиваться турбулентность в физической картине течения? Для этого была проведена большая серия вычислительных экспериментов по моделированию свободных сдвиговых течений. В качестве математической модели использовалась модель идеального сжимаемого невязкого газа. Использовались монотонные диссипативно-устойчивые разностные схемы с положительным оператором [3–6], не требующим введения (для аппроксимации подсеточной турбулентности) специальных фильтров и полуэмпирических моделей турбулентности. На самом деле, Колмогоров получил форму спектра на инерционном интервале, ничего не предполагая о форме диссипативных членов. Таким образом, указанные выше схемы автоматически вводят определенный диссипативный механизм, который и играет роль подсеточной модели турбулентности.

Рассматривалась эволюция сдвигового течения с конечной в поперечном сечении областью постоянного ненулевого градиента скорости. Как видно на рис. 1, крупные вихри масштабом, равным размеру

области градиента сдвигового течения, появляются первыми. В конечном объеме пара сил, связанная с градиентом давления, создает это вихревое движение. Далее происходит распад градиентного слоя на крупные вихри, и в их следе появляются более мелкие вихри. В момент окончания расчетов остается один крупный вихрь, занимающий всю расчетную область. Этот эффект объясняется притяжением вихрей одного знака завихренности из-за сил Жуковского, рис. 2. Данный расчет соответствует варианту со свободными граничными условиями на верхней и нижней границах и с периодическими условиями на боковых границах.

Интересно отметить, что в атмосфере Юпитера также сохраняется один крупный вихрь, как это видно на рис. 3 (большое красное юпитерианское пятно).

На рис. 4 представлены результаты развития турбулентности в том же градиентном слое, но с граничными условиями непротекания вверху и внизу. Как следует из представленных результатов, вначале турбулентность развивается аналогично предыдущему случаю. Но на конечной стадии процесса можно видеть сложную картину турбулентности с

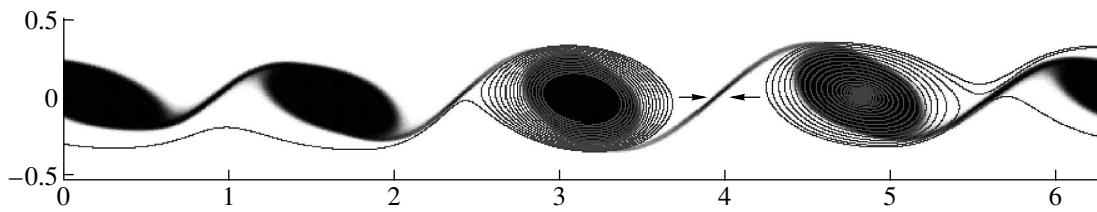


Рис. 2. Притяжение вихрей одного знака завихренности

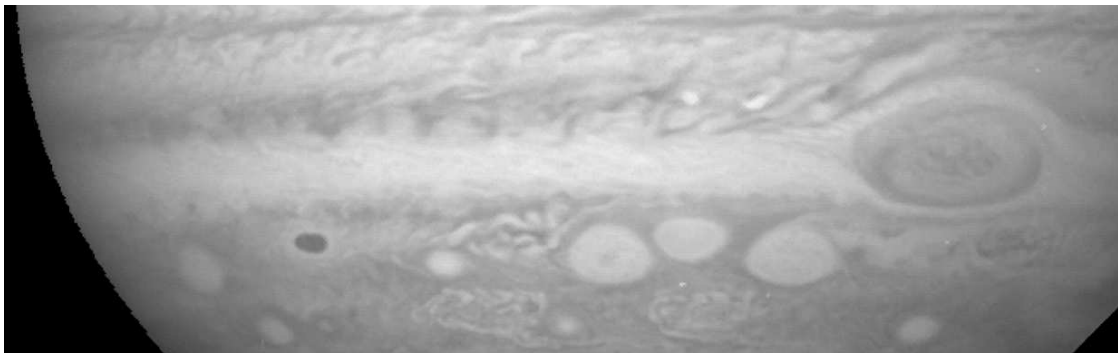


Рис. 3. Большое красное пятно на Юпитере

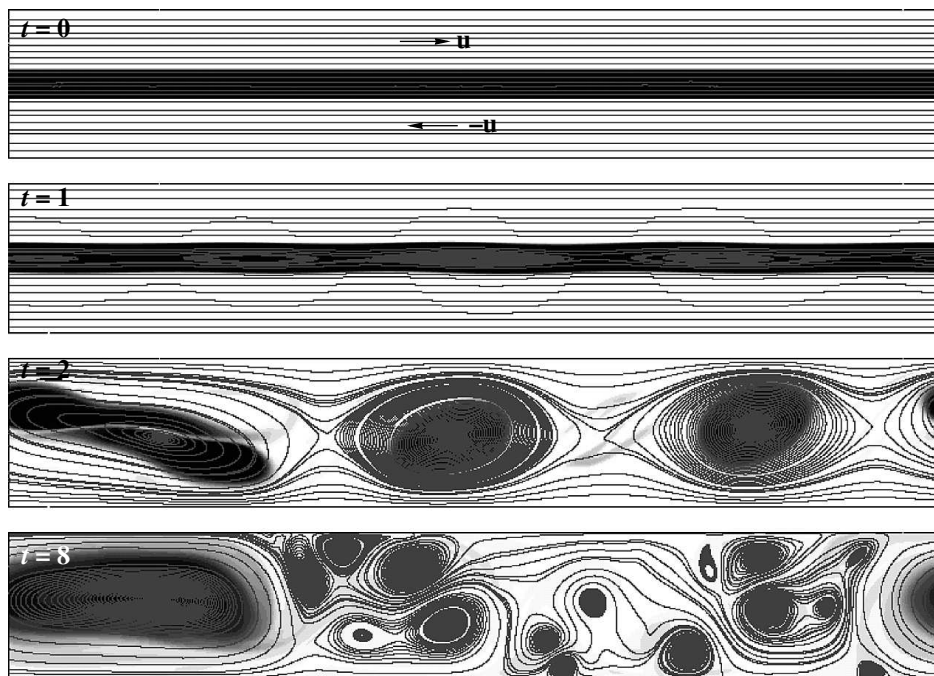


Рис. 4. То же, что и на рис. 1, но в ограниченной в поперечном направлении области

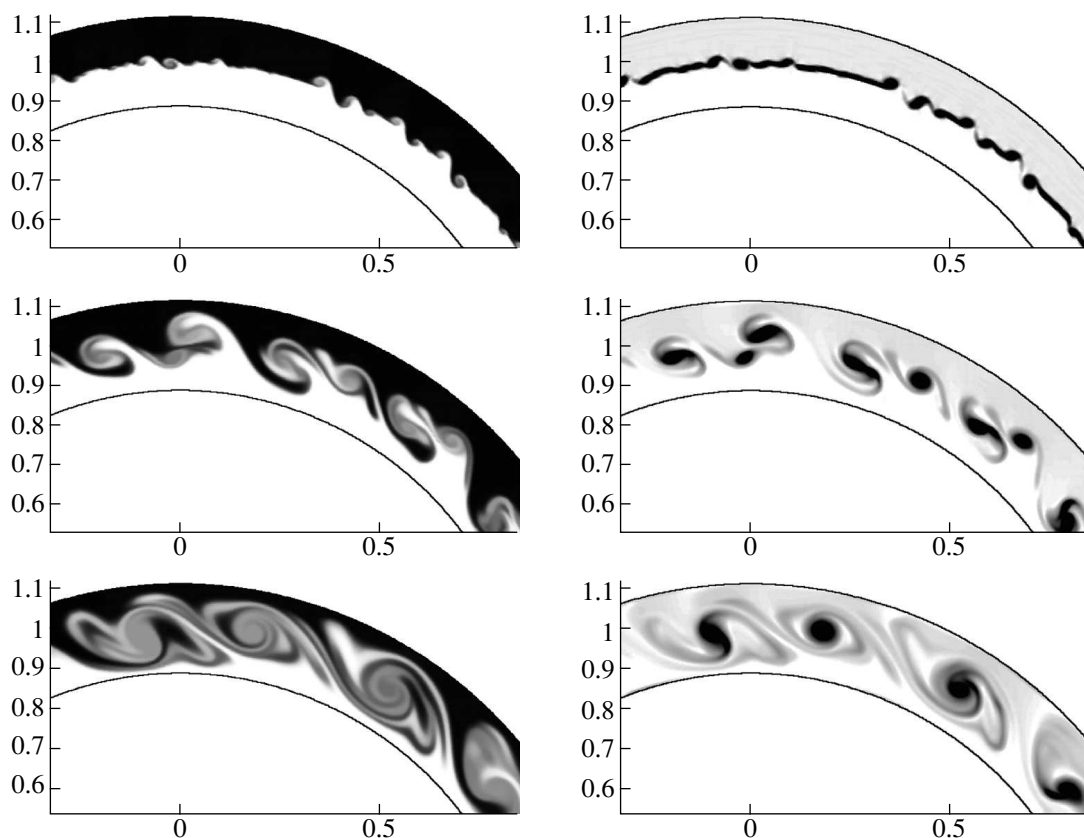


Рис. 5. Структура течения между цилиндрами (внешний цилиндр вращается против часовой стрелки; внутренний неподвижен) на стартовые моменты времени  $t = 0.05, 0.1, 0.2$  (сверху вниз): слева — условная концентрация, справа — завихренность

крупными вихрями и более мелкими структурами. Этот результат определяется важными процессами взаимодействия потока со стенками и также с крупными структурами.

Дальше должен осуществляться каскад масштабов вихрей. Еще в 1920 г. Ричардсон указал на определяющую роль каскада в структуре турбулентности. И в самом деле, в зависимости от природы каскада можно получить различные спектры турбулентности. В предположении постоянного потока энергии по спектру и автомодельности процесса распада вихрей Колмогоров получил известный закон Колмогорова–Обухова для спектра турбулентности. Но энергия переходит в тепло за счет членов, обусловленных вязкостью, только для высоких частот (коротковолновая часть спектра). Надо отметить, что и раньше было понятно, что стохастический характер носит только высокочастотная часть турбулентности. Крупные вихри соответствуют когерентному возбуждению и не описываются случайными

полями в фазовом пространстве. Для крупных масштабов не происходит перехода кинетической энергии в тепловую энергию за счет работы сил вязкости. Но здесь важно понять, за счет ли энергии крупного вихря или за счет энергии взаимодействия потока с вихрем образуются вихри меньших масштабов. Кроме того, для больших масштабов турбулентности энергия не переходит в тепло, а расходуется только на создание более малых масштабов (возможно, важна энергия потока, так как крупные вихри достаточно стабильны).

Вопрос о спектре турбулентности и физических процессах, его создающих, является определяющим для теории. Традиционно считалось, что спектр создается за счет движения по нему со стороны крупных масштабов (см. для примера теорию Колмогорова–Обухова). Однако в последней работе [6] было показано, что важную роль в процессе построения спектра играют процессы слияния вихрей под воздействием силы Жуковского. На рис. 5 приведены

различные моменты эволюции спектра для течения между цилиндрами. Вначале развивается высокочастотная неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, которая в дальнейшем ведет к выживанию конечного количества крупных вихрей (один-два). Таким образом, часть спектра между крупными масштабами и мелкими может заполняться также со стороны мелких масштабов.

Другой важный вопрос — о локальном тепловом балансе и скорости перераспределения энергии в выбранном объеме. Предположение о равновесии по энергиям в каждой точке течения для каждого диапазона частот спектра — очень сильное предположение, требующее специального доказательства. Если от него отказаться, то необходимо рассчитывать спектр турбулентности из прямого численного моделирования.

Все приведенные выше расчеты — двумерные нестационарные. Приведенные результаты свидетельствуют о движении по спектру как в сторону больших масштабов (турбулентность Бетчелора для двумерных течений или обратный каскад), так и в сторону мелких масштабов от крупных структур (турбулентность Колмогорова–Обухова).

В работе [10] в линейном приближении для несжимаемой жидкости была рассмотрена задача для плоского течения Куэтта со свободной границей. Свободное граничное условие понимается в смысле заданного внешнего постоянного давления. Оказалось, что максимальное значение инкремента неустойчивости определяется толщиной слоя, и это соответствует образованию крупных вихрей в наших расчетах.

### 3. ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ

Заключая сказанное выше, можно утверждать, что на пути создания физической модели турбулентности стоит решение двух главных проблем:

- 1) образование крупных структур течения под воздействием поля давлений в сдвиговом течении при выполнении условия  $Re > Re_{cr}$ ,
- 2) образование каскада структур из-за взаимодействия сдвигового течения с крупными структурами.

Решив поставленные выше проблемы с помощью прямого численного моделирования, мы сможем ответить на многие вопросы теории турбулентности.

Одним из важных вопросов является вопрос об области применимости уравнений Навье–Стокса. С этими уравнениями связано известное течение вяз-

кой жидкости — течение Куэтта. В настоящее время можно полагать, что уравнения Навье–Стокса правильно описывают вязкие течения до критических значений числа Рейнольдса. Характерный размер в числе Рейнольдса определяет характерный масштаб сдвигового течения, на котором динамические члены превышают вязкостные напряжения. Именно этот характерный размер определяет крупномасштабную структуру турбулентности. Вязкость играет определяющую роль в преобразовании кинетической энергии турбулентного движения в тепловую для малых масштабов. Вязкость способствует квазиламинарному течению на малых масштабах. Интересно отметить, что из прикладной турбулентности мы знаем, что с ростом числа Рейнольдса течение становится квазиламинарным также. Но в данном случае уменьшение роли длинноволновых мод возмущений, вероятно, связано с активным взаимодействием потока со структурами. Более детальный ответ на этот вопрос можно будет получить в будущем из прямого численного моделирования. В последнее время появились работы, посвященные поведению коэффициента вязкости в уравнении Навье–Стокса. В работе [11] указывается на более сложную зависимость от поля скоростей.

Трошкин [12] дополняет уравнения Навье–Стокса бесконечной группой слагаемых, представляющих собой высшие производные от вязких членов в формализме Ли. В результате вместо классической линейной реологии получается нелинейная реология. Новые уравнения сохраняют классические решения (строго доказано, что структура течения Пуазейля сохраняется) и одновременно допускают новые решения, которые могут представлять интерес с точки зрения турбулентности. Приводятся физические доводы, объясняющие неадекватность описания турбулентности в рамках линейной реологии (т. е. классических уравнений Навье–Стокса). В этом смысле работа [12] может рассматриваться как попытка дополнить известные подходы к описанию турбулентности, основанные на численном эксперименте, методах статистики и усредненных моделях, расширенному системой уравнений Навье–Стокса.

В работе [13] указано, что из условия подвода энергии к системе при больших числах  $Re$  [14] и закона Ричардсона

$$\varepsilon \sim V^3 l^{-1} \quad \text{и} \quad v_t \sim \varepsilon^{1/3} l^{4/3}$$

следует

$$Re = \frac{Vl}{\nu} \rightarrow \frac{Vl}{\nu + v_t} \sim O(1).$$

Т. е. турбулентная вязкость носит динамический характер (впрочем, как и число Рейнольдса). Необходимо отметить, что под  $V$  мы понимаем изменение скорости на размере  $l$ . Тогда при том же значении  $V$ , но для больших размеров, например, радиуса трубы, можно получить развитие турбулентности. Это можно трактовать на языке энергий, т. е. кинетическая энергия для больших длин превышает работу сил вязкости в объеме данных длин волн. Аналогично можно рассуждать при росте характерного изменения скорости в сдвиговом течении. Приведенные выше соображения позволяют сделать предположение, что уравнения Навье–Стокса справедливы для описания течения вязкой жидкости только для значений физических величин, дающих числа Рейнольдса меньше критического значения. При больших значениях скоростей и размерах необходимо использовать уравнения Эйлера для сжимаемой жидкости [3].

В связи с приведенными выше рассуждениями кажется не достаточно корректным рассмотрение начала процесса развития турбулентности на основе использования разложения по малым возмущениям скорости. Развитие турбулентности, вероятно, надо рассматривать в прямом численном эксперименте, так как это нелинейная задача и турбулентность начинается в конечном объеме. В этом случае неправильно разложение скорости на среднюю, удовлетворяющую невозмущенному потоку, и малую добавку к ней, так как уравнениям гидродинамики удовлетворяет полная скорость в каждой точке потока.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные выше результаты численного моделирования (см. рис. 1, 4 и 5) заставляют сделать следующие выводы о физических процессах, ведущих к развитию турбулентности течения. Турбулентность начинается с образования крупных вихрей. Размер вихря определяется масштабом, на котором тензор вязкости не может обеспечить компенсацию инерционного члена  $\mathbf{v}\Delta\mathbf{v}$ . Тогда существующее поле давления создает пару сил, создающих вихрь. Принятое до настоящего времени рассмотрение турбулентности в начальной стадии как малых возмущений средней скорости мы полагаем неправильным. Начало турбулентности связано с конечными возмущениями. В развитой стадии турбулентности ее математическое моделирование нужно проводить на основе уравнений Эйлера, которые правильно описывают распределение основных масштабов [3]. Такой

вывод связан с малостью члена с тензором вязкости при больших числах Рейнольдса. Уравнения Навье–Стокса необходимо решать при расчете нагрева среды при переходе кинетической энергии в тепловую в высоких гармониках турбулентного спектра масштабов.

Напомним, что связь между стохастическим процессом в турбулентности и существованием крупных структур обсуждалась в [5]. В частности, в этой книге было подчеркнуто, что в зависимости от дисбаланса между инерционным механизмом (способствующим развитию нестационарности течения) и вязкостной диссипацией (стабилизирующей течение) и происходит развитие процесса. Можно ввести понятие внутреннего инерционного механизма динамической системы, который обусловлен нелинейными инерционными членами уравнений и внешними массовыми возмущающими силами (сила, связанная с полем давления, также является внешней возмущающей силой). Резкое усиление нестационарности и неустойчивости («переход к хаосу») может произойти, когда инерционный механизм преобладает над диссипативным. В работе [5] было отмечено, что одного лишь внутреннего инерционного механизма динамической системы может быть недостаточно, чтобы подвести систему к стохастическому процессу.

Другой важный вопрос теории турбулентности связан с эволюцией спектров масштабов. Считается, что эволюция протекает от крупных масштабов к мелким путем деления вихрей (прямой каскад). В таком предположении получен спектр Колмогорова–Обухова для развитой турбулентности (при этом поток энергии по спектру предполагается постоянным). Как показывают наши расчеты прямого каскада, мелкие вихри и промежуточные масштабы появляются из-за взаимодействия потока с крупным перворожденным вихрем в его следе.

Подтверждение предлагаемой модели можно найти в работах японской группы исследователей [15]. Проведенные ими трехмерные расчеты сдвиговых течений также показали преимущественное влияние крупных структур.

Важные результаты получены для эволюции мелких масштабов. Как показывает расчет энтропии, только малая часть мелких вихрей аннигилирует в тепло [16]. Большое число мелких вихрей сливаются под воздействием силы Жуковского (обратный каскад) и заполняют инерционную часть турбулентного спектра.

Таким образом, физическая модель турбулентности содержит следующие этапы. В свободном сдвиговом течении в случайных местах рождаются круп-

ные вихри определенных в согласии с изложенным выше масштабов. Далее, взаимодействие крупных вихрей с потоком рождает мелкомасштабную часть спектра турбулентности и заполняет инерционную часть турбулентного спектра. Таким образом, турбулентность носит причинный характер, определяемый физическими процессами, а не случайный, стохастический процесс. Случайный характер носит только местоположение вихрей, а спектр определяется физическим взаимодействием структур — потока и крупного вихря.

В развитой турбулентности свободного сдвигового течения одновременно существуют прямой и обратный каскады, т. е. поток от длинных волн в сторону коротких и от коротких волн в сторону длинных.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 03-01-00700, 03-02-16548). Численное моделирование выполнено в рамках Комплексной программы Президиума РАН «Математическое моделирование и интеллектуальные системы».

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Монин, А. М. Яглом, *Статистическая гидромеханика*, ч. 2, Наука, Москва (1967).
2. А. С. Монин, П. Я. Полубаринова-Кочина, В. И. Хлебников, *Космология, гидродинамика, турбулентность*, Наука, Москва (1989).
3. О. М. Белоцерковский, *Ж. вычисл. матем. и матем. физики* **25**, 1856 (1985).
4. О. М. Belotserkovskii, in *Numerical Methods in Fluid Dynamics*, ed. by H. J. Wirz, J. J. Smolderen, Hemisphere, Washington-London (1978), p. 339.
5. О. М. Belotserkovskii, *Turbulence and Instabilities*, Lewinstoon-Quinston-Lamper (2000).
6. О. М. Белоцерковский, А. М. Опарин, В. М. Чечеткин, *Турбулентность: новые подходы*, Наука, Москва (2002).
7. А. С. Монин, в сб.: *Этюды о турбулентности*, под ред. О. М. Белоцерковского, Наука, Москва (1994), с. 7.
8. J. P. Boris, F. F. Grinstein, E. S. Oran, and R. L. Kolbe, *Fluid Dyn. Res.* **10**, 192 (1992).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
10. А. Г. Дорошкевич, *Астрономический Ж.* **57**, 259 (1980).
11. В. В. Веденяпин, *Кинетические уравнения Больцмана и Власова*, Физматлит, Москва (2001).
12. О. В. Трошкин, в сб.: *Математическое моделирование: новые результаты*, под ред. О. М. Белоцерковского, В. А. Гуцина, Наука, Москва (2003).
13. V. M. Canuto, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **317**, 985 (2000).
14. H. Tennekes and J. L. Lumley, *A Forced Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge (1972).
15. S. Yanase and Y. Kaga, Zero-absolute-vorticity-state of rotating flows between plates, Japan-Russia Seminar on Turbulence and Instabilities, September 29-30, Tokyo (2003).
16. О. М. Белоцерковский, А. М. Опарин, В. М. Чечеткин, *Ж. вычисл. матем. и матем. физики* **42**, 1727 (2002).