

ВОЗБУЖДЕНИЕ БЛОХОВСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ЛАТЕРАЛЬНОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*Е. П. Додин**, *А. А. Жаров*

*Институт физики микроструктур Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

А. М. Малкин

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 5 ноября 2003 г.

Теоретически изучено преобразование несущей частоты электромагнитных импульсов в латеральных полупроводниковых сверхрешетках, ассоциируемое с возбуждением в сверхрешетке блоховских колебаний. Найдены условия, необходимые для наблюдения излучения блоховского осциллятора. Рассчитаны энергетические характеристики эффективности умножения частоты и спектральный состав излучения, прошедшего через сверхрешетку. Показано, что наличие редких столкновений электронов не подавляет блоховскую генерацию, которая может наблюдаться в случае взаимодействия со сверхрешеткой не только импульсного, но и непрерывного сигнала.

PACS: 42.65.Ky, 42.50.Gy, 42.65.Pc, 73.50.Fq, 78.67.Pt

1. Одной из основных причин, препятствующих практической реализации терагерцового источника электромагнитного излучения, основанного на резонансных свойствах блоховского осциллятора, является низкочастотная неустойчивость волн пространственного заряда. Эта неустойчивость является следствием того, что действительная часть малосигнальной дифференциальной проводимости полупроводниковой сверхрешетки отрицательна, начиная уже с нулевой частоты [1]. В результате электрическое поле в сверхрешетке распадается на мелкомасштабные дрейфующие домены, что порождает сравнительно низкочастотную генерацию ганновского типа. Это приводит к подавлению полной отрицательной проводимости, возникающей из-за группировки носителей в импульсном пространстве сверхрешетки, помещенной в постоянное электрическое поле, вблизи блоховской частоты $\omega_B = eEd/\hbar$, где E — напряженность приложенного электрического

поля, e — заряд электрона, d — период сверхрешеточного потенциала [2]. Существует ряд теоретических работ, в которых обсуждаются различные способы подавления доменной неустойчивости, связанные, в частности, с достижением сильнонелинейной стадии высокочастотной неустойчивости в области блоховского резонанса [3, 4], при которой дифференциальная проводимость сверхрешетки по постоянному полю становится положительной, или с инжекцией горячих носителей в верхнюю часть минизоны [5], смещающей зону генерации в область несколько выше блоховской частоты, где доменная неустойчивость подавлена. Однако реализация этих идей чрезвычайно затруднена рядом причин как технического, так и фундаментального характера.

Около десяти лет назад было установлено [6, 7], что полупроводниковые сверхрешетки обладают сверхбыстрым откликом на внешнее электрическое воздействие. Характер этого отклика зависит от напряженности приложенного к сверхрешетке электрического поля и представляет собой ли-

*E-mail: dodin@ipm.sci-nnov.ru

бо аperiodическую релаксацию к нарастающей (устойчивой) ветви вольт-амперной характеристики Эсаки-Тсу [8] при напряженности электрического поля меньше некоторого критического значения, соответствующего блоховской частоте, равной частоте рассеяния электронов, либо квазипериодический процесс с частотой, близкой к частоте блоховских осцилляций электронов в случае надкритических полей. Время релаксации отклика определяется главным образом обратной частотой столкновений электронов и составляет в реальных сверхрешетках величину в несколько десятков пикосекунд, зависящую от совершенства структуры и рабочей температуры. Таким образом, можно ожидать, что воздействие на сверхрешетку коротких электромагнитных импульсов с длительностью, сравнимой с обратной частотой соударений электронов, что обеспечивает когерентное движение носителей заряда в течение всего акта взаимодействия, приведет к возбуждению блоховских колебаний. Следует специально заметить, что в отсутствие постоянного смещения электрические домены генерироваться не будут, поскольку, если речь идет о терагерцовом и субтерагерцовом диапазонах, характерные частоты, как правило, больше инкремента развития доменной неустойчивости. Частота блоховских колебаний зависит от напряженности мгновенного самосогласованного электрического поля в сверхрешетке и может значительно превосходить частоту падающей волны, что открывает возможности не только прямого наблюдения блоховских колебаний, но и умножения несущей частоты падающего импульса. Именно определение условий возникновения блоховских колебаний в сверхрешетке под действием падающего электромагнитного импульса и спектрального состава выходящего из сверхрешетки излучения и составляет предмет настоящей работы. Как показано в недавних работах [9–11], наиболее подходящими с точки зрения наблюдения блоховских колебаний и умножения частоты, а также обеспечения совершенства структуры [12, 13], являются латеральные полупроводниковые сверхрешетки, в которых двумерный электронный газ локализован вблизи поверхности подложки, а минизонный энергетический спектр образуется при движении электронов вдоль этой поверхности.

2. Рассмотрим латеральную сверхрешетку толщины h , расположенную на диэлектрической подложке с проницаемостью ϵ_s (рис. 1). Взаимодействие нормально падающей на сверхрешетку электромагнитной волны, поляризованной таким образом, что вектор электрического поля ориентирован

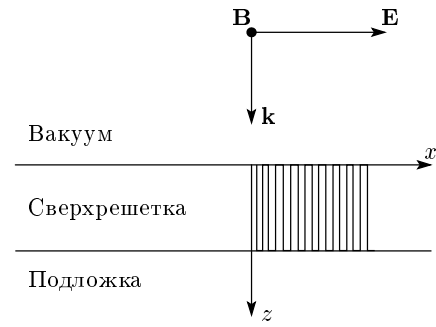


Рис. 1. Схема постановки задачи

перпендикулярно слоям, образующим сверхрешетку, описывается системой уравнений, полученной впервые в работе [9] (см., также, [10, 11]),

$$\frac{dV}{dt} = \frac{e}{m(W)} E - \nu_V V, \quad (1a)$$

$$\frac{dW}{dt} = eEV - \nu_W(W - W_T), \quad (1b)$$

$$E_{inc}(t) = E(t) + \frac{2\omega_p^2 \hbar^2 \mu_0 h}{e\Delta d^2 c (1 + \sqrt{\epsilon_s})} V(t). \quad (1b)$$

Здесь V и W — средние (гидродинамические) значения скорости и энергии электрона, ν_W — частота неупругих столкновений, $\nu_V = \nu_W + \nu_{el}$ — частота релаксации скорости (ν_{el} — частота упругих столкновений), $W_T = (\Delta/2)(1 - \mu_0)$ — средняя тепловая энергия электронов в отсутствие электрического поля, $\mu_0 = I_1(\Delta/2kT)/I_0(\Delta/2kT)$, T — температура, k — постоянная Больцмана, $I_{0,1}(x)$ — модифицированные функции Бесселя, Δ — энергетическая ширина минизоны, $m(W) = (2\hbar^2/\Delta d^2)(1 - 2W/\Delta)^{-1}$ — эффективная масса электрона, d — период латеральной сверхрешетки, E — напряженность электрического поля в сверхрешетке, $E_{inc}(t)$ — заданное электрическое поле падающей волны на поверхности сверхрешетки, $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_e / m(W = 0)$ — плазменная частота электронов на дне минизоны, n_e — концентрация электронов. Материальные уравнения (1a) и (1b) описывают электронный транспорт в латеральной сверхрешетке в одноминизонном квазиклассическом приближении [6, 14]. Уравнение (1b) определяет связь напряженности самосогласованного электрического поля в сверхрешетке с напряженностью поля в падающей электромагнитной волне (детальный вывод см. в [9, 11]) для тонкой в масштабе длины волны сверхрешетки (простейшие оценки показывают, что это условие с запасом выполняется для реальных структур в терагерцовом

диапазоне частот). При этом электрическое поле является однородным по толщине сверхрешетки, что позволяет объемные электрические токи, текущие в ней, заменить на эквивалентный поверхностный ток, определяющий скачок тангенциальной компоненты магнитного поля. Следует также заметить, что в рамках использованных приближений напряженность электрического поля в латеральной сверхрешетке совпадает с напряженностью электрического поля в прошедшей через сверхрешетку электромагнитной волне.

В условиях квазибаллистического транспорта электронов в латеральной сверхрешетке, который может иметь место либо в отсутствие столкновений при $\nu_W = \nu_V = 0$, либо, как отмечалось выше, при высокочастотной накачке достаточно коротким импульсом электромагнитного поля длительностью $\tau \sim 1/\nu_{V,W}$, система уравнений (1а), (1б) имеет интеграл движения

$$\left(\frac{2\hbar}{\mu_0 d \Delta}\right)^2 V^2(t) + \left[1 - \frac{2[W(t) - W_T]}{\mu_0 \Delta}\right]^2 = \text{const.}$$

Полагая, что $V(t_0) = 0$ и $W(t_0) = W_T$ в некоторый момент времени t_0 (тем самым выбирая фазовую траекторию, отвечающую нулевым начальным условиям для скорости электронов и отклонения их энергии от равновесной), получаем, что $\text{const} = 1$. В результате выражения для скорости и энергии электронов можно записать в виде

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{\mu_0 d \Delta}{2\hbar} \sin A(t), \\ W(t) &= W_T + \frac{\mu_0 \Delta}{2} [1 - \cos A(t)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Подстановка (2) в (1а) приводит к уравнению

$$E(t) = \frac{\hbar}{ed} \frac{dA(t)}{dt}, \quad (3)$$

в котором $A(t)$ имеет смысл безразмерного векторного потенциала. Объединение уравнений (1в), (2), (3) приводит систему уравнений (1) с начальными условиями, указанными выше, к единственному уравнению

$$\frac{dA}{d\tau} + \theta \sin A = u_i(\tau) \quad (4)$$

с начальным условием $A(t = t_0) = 0$. Здесь введены следующие безразмерные переменные:

$$\theta = \frac{\omega_p^2 \hbar \mu_0}{\omega c (1 + \sqrt{\varepsilon_s})}, \quad \tau = \omega t, \quad u_i(\tau) = \frac{e E_{inc}(\tau) d}{\hbar \omega},$$

ω — круговая частота падающего на латеральную сверхрешетку излучения. Уравнение (4) в точно-

сти совпадает с уравнением движения передемпфированного маятника (роль угла отклонения играет в данном случае векторный потенциал A) под действием переменного момента сил¹⁾. Таким образом, можно ожидать, что характер взаимодействия электромагнитной волны с латеральной сверхрешеткой, описываемого уравнением (4), существенным образом зависит от пиковой интенсивности падающего импульса, что соответствует (по механической аналогии) двум типам динамического поведения маятника — без вращения и с вращением. Вращение маятника ассоциируется в данном случае с возбуждением в сверхрешетке блоховских колебаний. Действительно, рассмотрим решение уравнения (4) с не зависящей от времени правой частью $u_i(\tau) = u_0 = \text{const} > \theta$, которое может быть записано следующим образом:

$$A(\tau) = 2 \arctg \left\{ \frac{\theta}{u_0} + \sqrt{1 - \frac{\theta^2}{u_0^2}} \times \right. \\ \left. \times \text{tg} \left(\frac{u_0}{2} \sqrt{1 - \frac{\theta^2}{u_0^2}} (\tau - \tau_1) \right) \right\}, \quad (5)$$

$$u(\tau) = \frac{dA}{d\tau} = \frac{u_0^2 - \theta^2}{u_0 + \theta \cos \left(\sqrt{u_0^2 - \theta^2} (\tau - \tau_2) \right)}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \omega t_0 + \frac{2}{\sqrt{u_0^2 - \theta^2}} \arctg \frac{\theta}{\sqrt{u_0^2 - \theta^2}}, \\ \tau_2 &= \tau_1 + \frac{1}{\sqrt{u_0^2 - \theta^2}} \arccos \sqrt{1 - \frac{\theta^2}{u_0^2}}, \end{aligned}$$

$u(\tau)$ — безразмерное электрическое поле в сверхрешетке. Полученное решение (5), (6) описывает ангармонические периодические колебания электрического поля в латеральной сверхрешетке²⁾ с фундаментальной частотой $\Omega = \sqrt{u_0^2 - \theta^2}$, совпадающей с собственной частотой радиационно затухающего блоховского осциллятора. В отличие от столкновительного механизма затухания, приводящего к фазовому перемешиванию колеблющихся с блоховской частотой электронов и, как следствие, к затуханию осцилляторного макроскопического отклика, радиационный механизм диссипации не нарушает фазовой когерентности осцилляций электронов и не приводит к затуханию блоховских колебаний в сверхрешетке в

¹⁾ Следует заметить, что уравнение (4) описывает также динамику разности фаз параметра порядка в джозефсоновском контакте с малой емкостью [15].

²⁾ При $u_0 < \theta$ периодические решения отсутствуют.

постоянном электрическом поле. В то же время любой механизм диссипации энергии приводит к сдвигу собственной частоты осциллятора, который в данном случае определяется потоком электромагнитной энергии, излученным в окружающее пространство, пропорциональным поверхностной электронной концентрации, т. е. параметру θ .

3. Довольно очевидно, что генерация высокочастотных колебаний имеет место и в случае переменного падающего поля. Сценарий взаимодействия коротких импульсов с латеральной сверхрешеткой, приводящий к возбуждению блоховских осцилляций, качественно можно представить следующим образом. До тех пор пока мгновенная напряженность электрического поля в падающей волне меньше критического значения, $u_i(\tau) < u_c = \theta$, величина самосогласованного поля внутри сверхрешетки мала (сверхрешетка находится в экранирующем излучение состоянии) и генерация гармоник незначительна. В моменты времени, когда $u_i(\tau) > u_c$, сверхрешетка переходит в прозрачное состояние и происходит генерация блоховских колебаний с текущей частотой $\Omega = \sqrt{u_i^2(\tau) - \theta^2}$ из-за возрастания напряженности самосогласованного электрического поля в сверхрешетке. Поскольку частота блоховских колебаний навязывается амплитудой падающего поля, она может существенно превышать частоту волны накачки. Таким образом, можно ожидать заметного обогащения спектра в выходящем из латеральной сверхрешетки излучении, возникающего за счет умножения частоты падающего поля в результате развития блоховской генерации.

Такой сценарий взаимодействия иллюстрируется рис. 2, где приведены результаты численного интегрирования уравнения (4) для падающего импульса с гауссовой огибающей

$$\begin{aligned} u_i(\tau) &= u_0(\tau) \sin \tau, \\ u_0(\tau) &= u_m \exp \left\{ -(\tau - T_0)^2 / T_0^2 \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где T_0 — характерная длительность импульса. Обратим внимание на режим малой «надпороговости» $u_m - \theta \ll \theta$ (рис. 2*з*), при котором, как показывают расчеты, может реализоваться ситуация, когда за один полупериод падающего поля успевает появиться лишь один полупериод блоховских колебаний. Такой режим может быть использован для генерации ультракоротких электромагнитных импульсов длительностью $\tau_p \ll 1$. На рис. 3 показаны численно рассчитанные характерные спектры прошедшего через сверхрешетку излучения в условиях, когда пиковые значения интенсивности падающего импульса превышают критическое значение. Видно появление

в спектрах группы высоких гармоник, отвечающих возбуждению в сверхрешетке блоховских колебаний. Одновременно присутствие в соответствующих спектрах высоких гармоник свидетельствует об умножении частоты излучения.

4. В некоторых специальных случаях энергетическую эффективность преобразования частоты возможно оценить аналитически. Рассмотрим импульсы внешнего поля с прямоугольной огибающей: $u_i(\tau) = u_m \sin \tau$ при $0 < \tau < T_0$ и $u_i(\tau) = 0$ в остальные моменты времени. Для грубой оценки будем считать, что при $|u_i(\tau)| < \theta$ латеральная сверхрешетка полностью экранирует излучение (напряженность электрического поля внутри сверхрешетки равна нулю), а при выполнении обратного неравенства решение может быть представлено в виде (6), что фактически отвечает модели, в рамках которой падающее поле (при превышении порога) постоянно и равно своему амплитудному значению u_m .

Вычисляя с помощью преобразования Фурье амплитуду электрического поля на фундаментальной блоховской частоте, получаем

$$u_\Omega = -2\theta \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{M + \sqrt{M^2 - 1}}, \quad (8)$$

где введено обозначение $M = u_m / \theta$. Вычисляя далее отношение количества энергии, высвечиваемой из латеральной сверхрешетки на частоте Ω за половину периода падающего поля (приходящейся на единицу поверхности сверхрешетки), к соответствующему количеству энергии, поступающему к сверхрешетке с падающей электромагнитной волной, приходим к следующему выражению для энергетической эффективности преобразования частоты в латеральной сверхрешетке:

$$K = \frac{8}{\pi} \frac{M^2 - 1}{M^2} \frac{1}{(M + \sqrt{M^2 - 1})} \arccos \frac{1}{M}. \quad (9)$$

Зависимость (9) изображена на рис. 4. Как видно из приведенного графика, максимального значения эффективность умножения частоты достигает при значениях $M \approx 1.5$ и равна $K = 0.175$. Характерная частота блоховской генерации при этом равна $\Omega \approx 1.25\theta$. Таким образом, при достаточно больших значениях θ возможно достигать не только больших значений коэффициента умножения частоты, но и высоких значений эффективности ее преобразования.

5. Влияние редких столкновений электронов можно оценить по теории возмущений. Для этого запишем систему уравнений (1) в безразмерных переменных:

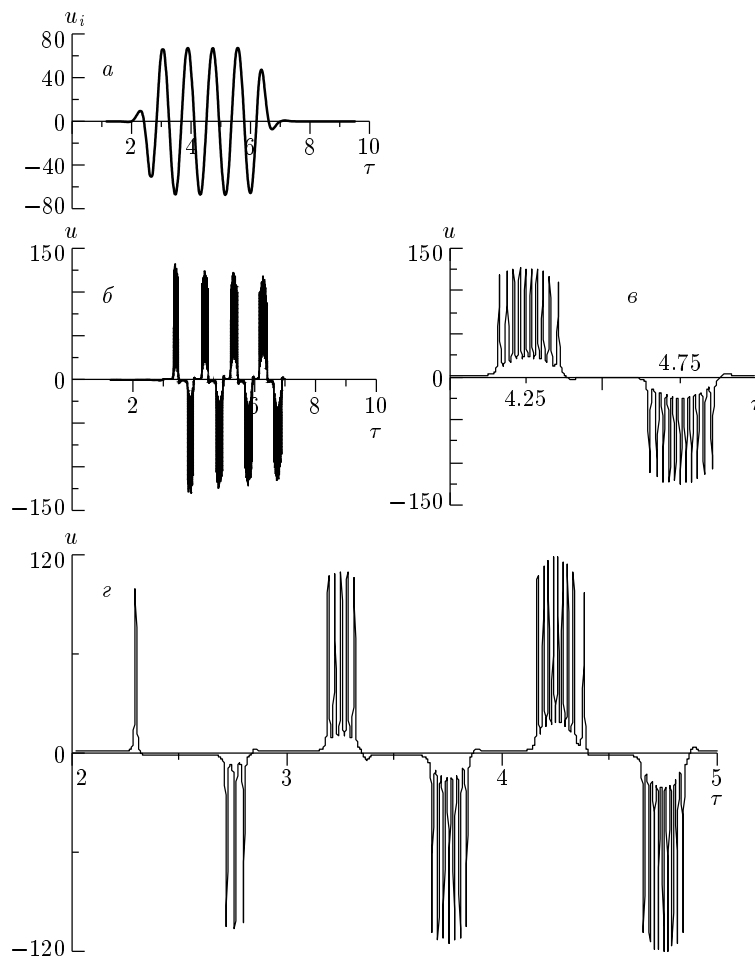


Рис. 2. а) Осциллограмма напряженности электрического поля в падающем на латеральную сверхрешетку импульсе с гауссовой огибающей; б) осциллограмма электрического поля импульса, прошедшего через сверхрешетку; в) «тонкая» структура одного периода поля, прошедшего через сверхрешетку; г) осциллограмма прошедшего через сверхрешетку поля: пример ситуации, когда на одном полупериоде падающего поля успевает генерироваться только один полупериод блоховских колебаний

$$\frac{dw}{d\tau} = u(1 - \zeta) - \nu_1 w, \quad (10a)$$

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = wu - \nu_2 \zeta, \quad (10б)$$

$$u_i(\tau) = u + \theta w, \quad (10в)$$

где

$$w = \frac{2\hbar V}{d\mu_0 \Delta}, \quad \zeta = \frac{2(W - W_T)\mu_0}{\Delta}, \quad \nu_{1,2} = \frac{\nu_{V,W}}{\omega}.$$

Остальные безразмерные величины, входящие в (10), введены выше. Без ущерба для физического содержания пренебрежем упругими столкновениями, так что $\nu_1 = \nu_2 = \nu$. Будем также полагать, что частота столкновений значительно меньше несущей час-

тоты падающего на сверхрешетку электромагнитного импульса ($\nu \ll 1$). Для использования теории возмущений систему уравнений (10) удобно переписать для комплексной величины $Z = \zeta + iw$, выделяя ее амплитуду и фазу: $Z = B \exp(i\varphi)$. В этих переменных система уравнений (10) будет выглядеть следующим образом:

$$\dot{B} = -\nu(B - \cos \varphi), \quad (11a)$$

$$\dot{\varphi} = u - \frac{\nu}{B} \sin \varphi, \quad (11б)$$

$$u + \theta B \sin \varphi = u_i(\tau). \quad (11в)$$

В уравнениях (11) точками обозначены производные по времени. В нулевом порядке теории возмущений

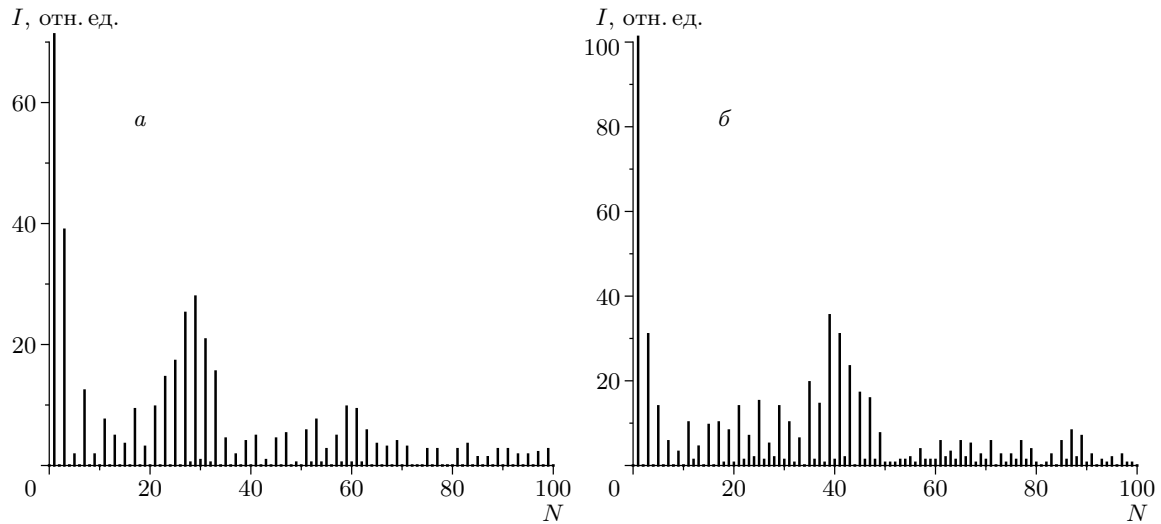


Рис. 3. Спектры прошедшего через латеральную сверхрешетку излучения; *a* — $\theta = 30$, $u_m = 44$; *б* — $\theta = 30$, $u_m = 54$

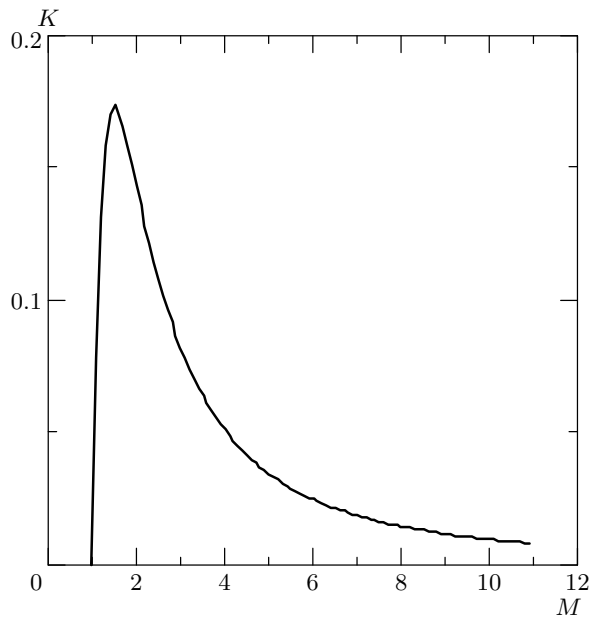


Рис. 4. Зависимость энергетической эффективности генерации фундаментальной гармоники блоховской частоты от параметра «надпороговости»

по параметру ν введенная фаза φ совпадает с векторным потенциалом A ($\varphi = A$), а B является постоянной величиной. При $\nu \ll 1$ величина B меняется медленно и можно разделить, следуя методу Волосова [16], быстрые, $\varphi(\tau)$, и медленные, $B(\tau)$, движения в уравнениях (11б) и (11в), полагая в этих уравнениях $B = \text{const}$. При этом уравнение для фазы приоб-

ретает вид

$$\dot{\varphi} + \bar{\theta} \sin \varphi = u_i(\tau), \tag{12}$$

где $\bar{\theta} = \theta B + \nu/B$. Общая схема метода состоит в том, чтобы решение уравнения (12) для фазы, зависящее от B , подставить в уравнение (11а) и усреднить его по времени, получив тем самым условие самосогласования. Для стационарного процесса ($\dot{B} = 0$) это условие запишется в виде

$$B = \langle \cos \varphi \rangle, \tag{13}$$

где скобками обозначено усреднение по времени. Таким образом, при учете малого затухания уравнения (11) сводятся к уравнению вида (4), но с перенормированным коэффициентом при синусе. Связь напряженности электрического поля в сверхрешетке с фазой φ , в отличие от выражения $\dot{A} = u$, становится более общей,

$$u = \frac{\theta B^2}{\nu + \theta B^2} \dot{\varphi} + \frac{\nu}{\nu + \theta B^2} u_i(\tau), \tag{14}$$

и в пределе $\nu \rightarrow 0$ переходит в обычное соотношение между полем и векторным потенциалом. В результате можно сказать, что наличие редких соударений в сверхрешетке не разрушает описанных выше эффектов генерации блоховских колебаний и умножения частоты излучения. Изменяются лишь значения параметров, при которых эти эффекты имеют место. В качестве примера рассмотрим стационарный процесс взаимодействия латеральной сверхрешетки с гармоническим полем накачки $u_i(\tau) = u_m \sin \tau$ в

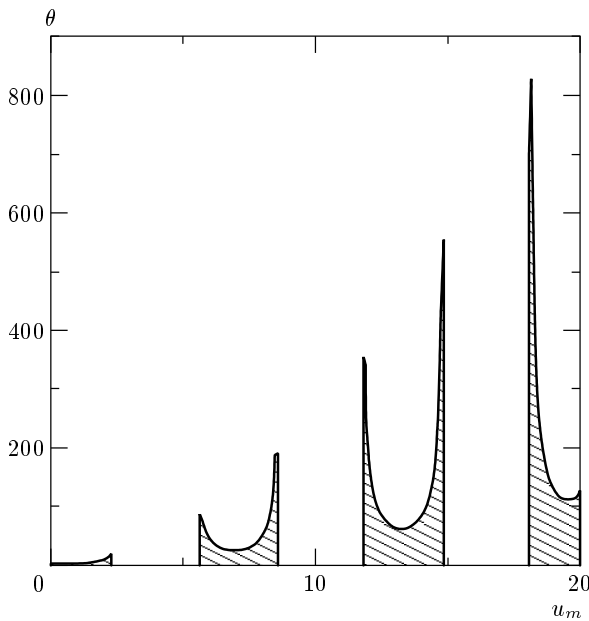


Рис. 5. Зоны генерации блоховских колебаний (заштрихованные области) в условиях редких столкновений ($\nu = 0.1$)

предельном случае, когда $u_m \gg \theta$. Простые, но довольно громоздкие вычисления приводят к результату

$$B = \langle \cos(u_m \cos \tau) \rangle = J_0(u_m),$$

где $J_0(u_m)$ — функция Бесселя. Отсюда $\bar{\theta} = \theta J_0(u_m) + \nu / J_0(u_m)$. Обратим внимание, что при $\nu = 0$ величина $\bar{\theta} = \theta J_0(u_m) \neq 0$, как и следовало ожидать. Этот факт тем не менее не противоречит изложенной выше теории взаимодействия коротких электромагнитных импульсов со сверхрешеткой в отсутствие затухания, поскольку данное решение отвечает стационарному процессу со временем установления порядка $1/\nu$. Генерация блоховских колебаний и умножение частоты будут иметь место при выполнении неравенства $u_m > \bar{\theta}$. Решение этого неравенства и соответствующие ему зоны блоховской генерации показаны на рис. 5 для значения $\nu = 0.1$.

Другой интересной особенностью полученного решения при $\nu = 0$ является обращение в нуль параметра $\bar{\theta}$ при амплитудах внешнего поля, отвечающих нулям функции Бесселя, $J_0(u_m) = 0$. Это является прямым следствием эффекта динамической локализации электрона в минизоне в переменном электрическом поле [17, 18]. Однако уже при сколь угодно малом, но конечном значении ν величина $\bar{\theta}$ расходится при обращении функции Бесселя в нуль. Это

свидетельствует о принципиальной необходимости учета столкновений электронов в условиях динамической локализации.

Отметим также, что при таком учете затухания неравенство для длительности импульса, $\nu T_0 \ll 1$, меняется на противоположное, так как процессы установления найденных решений не могут быть рассмотрены в рамках описанного подхода.

6. В заключение заметим, что рассмотренные выше возможности открывают новые перспективы для прямого наблюдения блоховских колебаний и создания высокоэффективных умножителей частоты электромагнитного излучения. Во-первых, это связано с отсутствием доменной неустойчивости в латеральных сверхрешетках, облучаемых электромагнитными полями, которая является принципиальным препятствием на пути создания блоховского генератора, использующего высокочастотную неустойчивость сверхрешеток в постоянных электрических полях. Во-вторых, реализация умножителей частоты, использующих блоховские колебания, не требует создания экстремальных условий и возможна при комнатных температурах. Действительно, простейшие оценки показывают, что для латеральной сверхрешетки толщины $h = 100$ нм с латеральным периодом $d = 20$ нм, поверхностной концентрацией носителей $n_s = n_e h = 10^{13}$ см $^{-2}$ и параметром $\theta = 5$, что отвечает несущей частоте падающего излучения $f \approx 0.2$ ТГц, пороговая плотность потока энергии в падающей волне, начиная с которой можно наблюдать блоховские колебания, равна приблизительно 10^4 Вт/см 2 . При этом в оптимальном режиме, соответствующем пику энергетической эффективности преобразования частоты, фундаментальная частота блоховской генерации составит величину примерно 1.35 ТГц.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 01-02-16449, 02-02-16385).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Ктиторов, Г. С. Симин, В. Я. Синдаловский, ФТТ **13**, 2230 (1971).
2. Н. Kroemer, E-print archives, cond-mat/0007482.
3. Ю. А. Романов, В. П. Бовин, Л. К. Орлов, ФТП **12**, 1665 (1978).
4. Н. Kroemer, E-print archives, cond-mat/0009311.
5. D. A. Ryndyk, N. V. Demarina, J. Keller, and E. Schomburg, Phys. Rev. B **67**, 033305 (2003).

6. A. A. Ignatov, E. P. Dodin, and V. I. Shashkin, *Mod. Phys. Lett.* **5**, 1087 (1991).
7. A. A. Ignatov, E. P. Dodin, and A. A. Zharov, *Phys. Low-Dim. Struct.* **7**, 43 (1993).
8. L. Esaki and R. Tsu, *IBM J. Res. Dev.* **14**, 61 (1970).
9. Е. П. Додин, А. А. Жаров, А. А. Игнатов, *ЖЭТФ* **114**, 2246 (1998).
10. А. А. Жаров, Е. П. Додин, А. С. Распопин, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 653 (2000).
11. Е. П. Додин, А. А. Жаров, *ЖЭТФ* **124**, 142 (2003).
12. H. Sakaki, *Jpn. J. Appl. Phys.* **28**, 314 (1989).
13. N. Noguchi, J. P. Leburton, and H. Sakaki, *Inst. Phys. Conf. Ser.* № 129, 299 (1993).
14. X. L. Lei, N. J. M. Horing, and H.-L. Cui, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3277 (1991).
15. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, Наука, Москва (1985).
16. В. М. Волосов, *УМН* **17**, 3 (1962).
17. A. A. Ignatov and Yu. A. Romanov, *Phys. Stat. Sol. (b)* **73**, 327 (1976).
18. D. H. Dunlap and V. M. Kenkre, *Phys. Rev. B* **34**, 3625 (1986).