ЖЭТФ, 2004, том 126, вып. 3 (9), стр. 727–733

НЕЛИНЕЙНЫЙ ЦИКЛОТРОННО-ПРИМЕСНЫЙ РЕЗОНАНС В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В. А. Маргулис[*]

Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева
430000, Саранск, Россия

Поступила в редакцию 16 марта 2004 г.

Исследовано нелинейное поглощение электромагнитного излучения электронами в квантующем магнитном поле. Показано, что учет многофотонных процессов приводит к дополнительным максимумам на кривой поглощения. Найдены форма и расположение этих максимумов. Показано, что поглощение нелинейно и немонотонно зависит от напряженности электрического поля в электромагнитной волне. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментом.

PACS: 71.70.Di, 78.20.-e

1. ВВЕДЕНИЕ

Для электронов в зоне проводимости полупроводника, помещенного в квантующее магнитное поле **B**, возможно несколько различных типов высокочастотных резонансных переходов, обусловленных поглощением фотонов. При частоте излучения $\omega = \omega_c$ возникает циклотронный резонанс, а на частотах $\omega = n\omega_c \pm \omega_0$ ($n = 0, 1, 2, \ldots$) возникают циклотронно-фононные резонансы (CFR), сопровождаемые эмиссией или адсорбцией оптических фононов с частотой ω_0. В частности, циклотронно-фононные переходы могут происходить с переворотом спина или приводить к переходу между долинами в многодолинных полупроводниках. Подробный обзор теоретических и экспериментальных работ в этой области, выполненных до 1978 г., сделан в [1].

Рассеяние электронов на примесях также может приводить к резонансным переходам на гармониках циклотронной частоты ω_c, а именно, при $\omega = n\omega_c$ [2, 3]. В этих работах резонансное поглощение исследовалось с использованием хаотически расположенных точечных потенциалов, которые моделировали нейтральные примеси. Расчет коэффициента поглощения в [2, 3] велся на основе метода [4], основанного на теории возмущений. Однако использование теории возмущений для δ-образных потенциалов в размерности больше единицы, как известно, не является допустимым [6].

В случае, когда напряженность электромагнитного поля не мала, кроме однофотонных возможны и многофотонные процессы (нелинейный CFR). Этот эффект рассмотрен в [7], где показано, что резонансные частоты имеют вид $s\omega = n\omega_c \pm \omega_0$ ($s, n = 0, 1, 2, \ldots$).

Можно отметить, что резонансные переходы, о которых говорилось выше, возможны и при рассеянии на ионизованных примесях. Переходы электронов с поглощением фотонов и рассеяние такими примесями могут происходить как без захвата, так и с захватом электрона примесью. Далее будут рассмотрены только переходы первого типа. Исследованию таких циклотрон-примесных переходов в различных полупроводниках в линейном по полю приближении посвящен целый ряд теоретических и экспериментальных работ [8–17]. В экспериментальной работе [9] исследовался и двухфотонный циклотрон-примесный резонанс.

Целью настоящей работы является исследование нелинейного резонансного поглощения электромагнитного излучения электронами зоны проводимости, обусловленного рассеянием на ионизованных примесях.

Будем считать, что все примеси одинаковые и расположены в образце хаотично. Если среднее расстояние между примесями много больше, чем тепло-

[*] E-mail: theorphysics@mrsu.ru

вая длина волны электрона $\lambda_T = \hbar/\sqrt{2m^*T}$ (невырожденный полупроводник) или фермиевская длина волны электрона $\lambda_F = \hbar/\sqrt{2m^*\varepsilon_F}$ (вырожденный полупроводник), то усредненная по положению примесей вероятность рассеяния на N_i-центрах рассеяния равна вероятности рассеяния на одном центре, умноженной на число центров N_i.

Для примеси, находящейся в начале координат, простейший вид экранированной потенциальной энергии электрон-примесного взаимодействия хорошо известен:

$$U(r) = \frac{Ze^2}{\varepsilon r} e^{-\kappa r}. \tag{1}$$

Здесь $\kappa = 1/r_0$, r_0 — радиус экранирования, Ze — заряд примеси, ε — диэлектрическая постоянная. Эту потенциальную энергию для дальнейшего удобно представить в виде разложения Фурье [18]

$$U(\mathbf{r}) = \frac{4\pi Ze^2}{\varepsilon V_0} \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{q^2+\kappa^2} \exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}), \tag{2}$$

где V_0 — нормировочный объем. Введем величину $C_{\mathbf{q}} = 4\pi Ze^2/\varepsilon V_0(q^2+\kappa^2)$. Тогда потенциальная энергия (2) примет вид

$$U(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{q}} C_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}).$$

В соответствии с простой теорией экранировки [19] для невырожденного полупроводника радиус экранирования не зависит от магнитного поля и равен классическому дебаевскому радиусу. Далее везде при рассмотрении зависимости поглощения от внешнего магнитного поля используется независимость κ от B. Коэффициент нелинейного циклотронно-примесного поглощения $\Gamma(\omega)$ можно получить в первом порядке теории возмущений по электрон-примесному возмущению методом, аналогичным использованному в [7]. Далее мы будем считать, что магнитная длина $l_B = \sqrt{c\hbar/eB}$ много больше постоянной решетки, и, следовательно, можно пользоваться приближением электронной эффективной массы [20], которую для простоты будем считать изотропной. Предположим, что магнитное поле $\mathbf{B} \parallel z$ квантующее, энергия фотона $\hbar\omega \gg T$, а столкновительная ширина уровней электронов $\hbar/\tau$ мала по сравнению с температурой T и $\hbar\omega$. Здесь τ — время релаксации электронного импульса на рассеивателях.

2. ГАМИЛЬТОНИАН И ВЕРОЯТНОСТЬ ПЕРЕХОДА

Рассмотрим взаимодействие электронов с фотонами и ионизованными примесями, индуцирующее переходы между магнитными подзонами Ландау. Не возмущенный примесями гамильтониан электрона в поле электромагнитной волны и в постоянном и однородном магнитном поле имеет вид

$$H_0 = \frac{1}{2m^*}\left(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2. \tag{3}$$

Векторный потенциал полей $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2$, где $\mathbf{A}_1 = \mathbf{a}\cos\omega t$, $\mathbf{a} = \mathbf{E_0}/\omega$, $\mathbf{A}_2 = (-By, 0, 0)$. Здесь E_0 и ω — амплитуда напряженности и частота переменного электрического поля волны, B — индукция постоянного магнитного поля. Точное решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (3) найдено в [5].

Оператор электрон-примесного взаимодействия V имеет вид

$$V = \sum_i U(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i). \tag{4}$$

Здесь $\mathbf{R}_i$ — положение примесей.

Вероятность электронных переходов, обусловленную одновременным действием примесей и электромагнитного поля, учитывающую многофотонные процессы, можно получить, используя результаты [7]. После простых, но довольно громоздких преобразований, усредняя по положениям примесей, получим

$$\begin{aligned} W_{\alpha\alpha'} = \frac{2\pi N_i}{\hbar^2} \times \\ \times \sum_{q,s} |c_{\mathbf{q}}|^2 D_{l'l}(q_\perp)|P_s(\mathbf{f})|^2 \delta(p'_x, p_x + \hbar q_x) \times \\ \times \delta(p'_z, p_z + \hbar q_z)\delta\left[\omega_c(l'-l) - s\omega + \frac{\hbar q_z^2}{2m^*} - \frac{p_z q_z}{m^*}\right]. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $q_\perp = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$,

$$\begin{aligned} D_{l'l}(q_\perp) = \frac{\exp(-\chi)}{2^l l! 2^{l'} l'!} \times \\ \times \begin{cases} (2^l l'!)^2 \left(\dfrac{\kappa}{2}\right)^{l-l'} [L_{l'}^{l-l'}(\chi)]^2, & l \geq l', \\ (2^{l'} l!)^2 \left(\dfrac{\kappa}{2}\right)^{l'-l} [L_l^{l'-l}(\chi)]^2, & l < l', \end{cases} \end{aligned} \tag{6}$$

где введено обозначение $\chi = \hbar q_\perp^2/2m^*\omega_c$. Входящая в (5) функция $P_s(\mathbf{q})$ равна [5]

$$P_s(\mathbf{q}) = \sum_{s'=-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{i\pi s'}{2}\right) J_{s'-s}(\alpha_1) J_{s'}(\alpha_2), \tag{7}$$

где

$$\alpha_1 = \frac{ea_z q_z}{m^*\omega} - \frac{e(a_x q_x + a_y q_y)}{m^*}\left(\frac{\omega}{\omega_c^2-\omega^2}\right),$$
$$\alpha_2 = \frac{e(a_y q_x - a_x q_y)}{m^*}\left(\frac{\omega_c}{\omega_c^2-\omega^2}\right). \qquad (8)$$

Здесь $J_s(\alpha)$ — функции Бесселя.

Введем вероятность s-фотонного процесса $W^s_{\alpha\alpha'}$ по формуле

$$W_{\alpha\alpha'} = \sum_s W^s_{\alpha\alpha'}\,. \qquad (9)$$

Тогда коэффициент поглощения Γ^s для s-фотонного процесса можно записать в виде [7]

$$\Gamma^s = \frac{16\pi\hbar n_0 s}{c\sqrt{\varepsilon(\omega)}a^2\omega}\times \left[1-\exp\left(-\frac{\hbar\omega}{T}\right)\right]\sum_{\alpha,\alpha'} f(\varepsilon_\alpha)W^s_{\alpha\alpha'}. \qquad (10)$$

В случае вырожденного газа $f(\varepsilon_\alpha)$ в (10) нужно заменить на $f_0(\varepsilon_\alpha)[1-f_0(\varepsilon_{\alpha'})]$, где $f_0(\varepsilon_\alpha)$ – функция Ферми; n_0 — концентрация электронов, $f(\varepsilon_\alpha)$ — больцмановское распределение, нормированное на единицу, а множитель в круглых скобках учитывает вынужденное излучение фотонов. Далее мы ограничимся рассмотрением только поперечного случая, когда электрическая составляющая поля электромагнитного излучения $\mathbf{E}\perp\mathbf{B}$, где $\mathbf{B}$ — вектор индукции постоянного и однородного магнитного поля. Отметим, что в точках рассматриваемого резонанса (когда расстройка частоты $\Delta\omega = \omega_c(l-l') + s\omega = 0$) случай $\mathbf{E}\|\mathbf{B}$ не представляет интереса, так как в этом случае аргумент функции Бесселя в (5) пропорционален q_z. Как следует из асимптотики J_s при малых значениях аргумента, т. е. при $\Delta\omega = 0$ величина $\Gamma^s(\Delta\omega=0)=0$.

В рассматриваемом ниже поперечном случае положим $E = E_x$, тогда

$$\sqrt{\alpha_1^2+\alpha_2^2} = \frac{eaq_\perp}{m^*(\omega_c^2-\omega^2)}\sqrt{\omega_c^2\cos^2\varphi+\omega^2\sin^2\varphi}, \qquad (11)$$

где $\operatorname{tg}\varphi = q_y/q_x$.

Воспользовавшись формулой суммирования Графа для функций Бесселя в (5), получим

$$W^s_{\alpha\alpha'} = \frac{2\pi N_i}{\hbar^2}\sum_{\mathbf{q}} |c_{\mathbf{q}}|^2 D_{l'l}(q_\perp)\times \left|J_s\left(\sqrt{\alpha_1^2+\alpha_2^2}\right)\right|^2\delta(p'_x, p_x+\hbar q_x)\times \delta(p'_z, p_z+\hbar q_z)\delta\left(\Delta\omega - \frac{\hbar q_z^2}{2m^*} + \frac{p_z q_z}{m^*}\right). \qquad (12)$$

Подставляя (12) в (10), получим

$$\Gamma^s = \frac{4\pi^2 V_0 n_0 s N_i}{c\hbar\sqrt{\varepsilon(\omega)}a^2\omega}\left(1-\exp\left(-\frac{\hbar\omega}{T}\right)\right)\times \sum_{\alpha,l'}\int dq_\|\int dq_\perp\, q_\perp |C_{\mathbf{q}}|^2 D_{l'l}(q_\perp)\times f(\varepsilon_\alpha)\delta\left(\Delta\omega - \frac{\hbar^2 q_\|^2}{2m^*} + \frac{p_\| q_\|}{m^*}\right)\times \int_0^{2\pi}\left|J_s\left(\frac{eaq_\perp}{m^*}\frac{\sqrt{\omega_c^2\cos^2\varphi+\omega^2\sin^2\varphi}}{\omega_c^2-\omega^2}\right)\right|^2 d\varphi, \qquad (13)$$

где $q_z \equiv q_\|$.

Из (13) можно получить коэффициент однофотонного поглощения предельным переходом, положив $s=1$ и используя неравенство для слабого поля E_x:

$$\frac{eaq_\perp}{m^*}\frac{\sqrt{\omega_c^2\cos^2\varphi+\omega^2\sin^2\varphi}}{\omega^2-\omega_c^2} \ll 1. \qquad (14)$$

Взяв асимптотику функций Бесселя при малых значениях аргумента, из (13) получим

$$\Gamma^1 = \frac{(2\pi)^3 e^2 V_0 n_0 N_i}{4c\hbar\sqrt{\varepsilon(\omega)}\ m^{*2}\omega}\left[\frac{1}{(\omega-\omega_c)^2}+\frac{1}{(\omega+\omega_c)^2}\right]\times \sum_{\alpha,l'}\int dq_\|\int dq_\perp\, q_\perp^3\times |C_{\mathbf{q}}|^2 D_{ll'}(q_\perp) f(\varepsilon_\alpha)\delta\left(\Delta\omega - \frac{\hbar q_\|^2}{2m^*} + \frac{p_\| q_\|}{m^*}\right). \qquad (15)$$

Этот же результат получается, когда рассматриваются переходы во втором порядке по электрон-примесному и электрон-фотонному возмущениям методом, изложенным в [4].

При условии, когда реализуется неравенство, обратное по отношению к (14), имеет место сильно нелинейный случай, который рассматривается ниже. С помощью асимптотики функций Бесселя при больших значениях аргумента интеграл в (13) по углу φ можно оценить как

$$\int_0^{2\pi}|J_s|^2d\varphi \approx \frac{2m^*}{\pi e a q_\perp}|\omega_c^2-\omega^2|\int_0^{2\pi}\frac{\cos^2\left[eaq_\perp\sqrt{\omega^2\sin^2\varphi+\omega_c^2\cos^2\varphi}\;/(m^*|\omega_c^2-\omega^2|)-\pi s/2-\pi/4\right]}{\sqrt{\omega^2\sin^2\varphi+\omega_c^2\cos^2\varphi}}\,d\varphi. \quad (16)$$

Усредняя входящий в (16) квадрат косинуса большого аргумента, т. е. заменяя его на $1/2$, получаем

$$\int_0^{2\pi}|J_s|^2d\varphi \approx \begin{cases} \dfrac{8m^*|\omega_c^2-\omega^2|}{\pi e a q_\perp \omega}K\left(\dfrac{\sqrt{|\omega_c^2-\omega^2|}}{\omega}\right), & \text{если } \omega>\omega_c,\\ \dfrac{8m^*|\omega_c^2-\omega^2|}{\pi e a q_\perp \omega_c}\;K\left(\dfrac{\sqrt{|\omega_c^2-\omega^2|}}{\omega_c}\right), & \text{если } \omega_c>\omega. \end{cases} \quad (17)$$

Здесь $K(x)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. Подставляя (17) в (13), получаем

$$\Gamma^s = A_s(\omega)\sum_{\alpha,l'}\int dq_\parallel\int dq_\perp|C_{\mathbf q}|^2D_{ll'}(q_\perp)f(\varepsilon_\alpha)\delta\left(\Delta\omega-\frac{\hbar q_\parallel^2}{2m^*}+\frac{p_\parallel q_\parallel}{m^*}\right), \quad (18)$$

где

$$A_s(\omega)=\begin{cases} \dfrac{16\pi V_0 n_0 N_i m^*|\omega_c^2-\omega^2|s}{ec\hbar\sqrt{\varepsilon(\omega)}a^3\omega^2}K\left(\dfrac{\sqrt{|\omega_c^2-\omega^2|}}{\omega}\right)\left[1-\exp\left(-\dfrac{\hbar\omega}{T}\right)\right], & \text{если } \omega>\omega_c,\\ \dfrac{16\pi V_0 n_0 N_i m^*|\omega_c^2-\omega^2|s}{ec\hbar\sqrt{\varepsilon(\omega)}a^3\omega\omega_c}K\left(\dfrac{\sqrt{|\omega_c^2-\omega^2|}}{\omega_c}\right)\left[1-\exp\left(-\dfrac{\hbar\omega}{T}\right)\right], & \text{если } \omega<\omega_c. \end{cases} \quad (19)$$

3. ФОРМА И ИНТЕНСИВНОСТЬ РЕЗОНАНСНЫХ ПИКОВ

Рассмотрим далее интеграл по $q_\perp$, который имеет вид

$$B(q_\parallel)=\int_0^\infty dq_\perp|C_{\mathbf q}|^2D_{ll'}(q_\perp). \quad (20)$$

Из-за δ-функции, входящей в (18), поглощение имеет сингулярность в точках $\Delta\omega = 0$. Характер сингулярности можно исследовать, если взять $\Delta\omega \ll \omega_c$. Тогда во входящем в (18) интеграле по $p_\parallel$ и $q_\parallel$ благодаря множителям $f(\varepsilon_\alpha)$ и δ существенной будет область интегрирования, размеры которой определяются наибольшей из величин k_T или $\sqrt{(2m^*\Delta\omega)}/\hbar$. Однако обе эти величины много меньше магнитной длины l_B. Поэтому для изучения характера сингулярности можно считать функцию $B(q_\parallel)$ постоянной и положить в ней $q_\parallel = 0$. Если концентрация примесей и температура таковы, что $\kappa = (\varepsilon T/4\pi n_0 e^2)^{1/2}$ удовлетворяет неравенству $\kappa \ll 1/l_H$ (условие достаточно сильного магнитного поля), то экранировкой в формуле (20) можно пренебречь и положить в ней $\kappa = 0$. В этом случае $B(q_\parallel)$ примет вид

$$B(q_\parallel)\approx\left(\frac{4\pi z e^2}{V_0}\right)^2\int_0^\infty dq_\perp\frac{1}{q_\perp^4}D_{ll'}(q_\perp). \quad (21)$$

Входящий в (21) интеграл можно вычислить, используя (21) и выражение (6) для $D_{ll'}(q_\perp)$. Сначала приведем его к виду

$$B(q_\parallel)=\left(\frac{4\pi z e^2}{\varepsilon V_0}\right)^2\;\frac{l_B^3}{4\sqrt2}\;\frac{l!}{l'!}\times$$
$$\times\int_0^\infty e^{-x}x^{l'-l-5/2}\left[L_l^{l'-l}(x)\right]^2dx,\quad l'\ge l. \quad (22)$$

Для $l'<l$ в выражении (22) надо сделать замену $l'\leftrightarrow l$. Для нахождения $B(q_\parallel)$ используем [22], тогда при $l-l'\ge 2$ имеем

$$B(q_\parallel)=\left(\frac{4\pi Z e^2}{\varepsilon V_0}\right)^2\frac{l_B^3 l!}{l'!}\,\frac{\Gamma(l'-l-3/2)\Gamma(l'+1)}{\Gamma(l'-l+1)(l!)^2}\times$$
$$\times\left\{\frac{d^l}{dx^l}\left[\frac{F\left(\dfrac{l'-l-3/2}{2},\dfrac{l'-l-1/2}{2};l'-l+1;\dfrac{4x}{(1+x)^2}\right)}{(1+x)^{l'-l-3/2}\;(1-x)^{5/2}}\right]\right\}_{x=0}, \quad (23)$$

где $\Gamma(x)$ — функция Эйлера, $F(\alpha,\beta,\gamma,\delta)$ — гипергеометрическая функция.

В наиболее актуальном случае, когда $l = 0$, $l' > 1$, выражение (23) сильно упрощается:

$$B(q_\parallel) = \left(\frac{4\pi Ze^2}{\varepsilon V_0}\right)^2 \frac{l_B^3}{2\sqrt{2}}\Gamma\left(l'+\frac{1}{2}\right). \qquad (24)$$

При $l = 0$, $l' = 1$ интеграл (22) расходится на нижнем пределе, но если взять $q_\parallel$, $\kappa \neq 0$, то из (22) получим [23]

$$B(q_\parallel) = \left(\frac{4\pi Ze^2}{\varepsilon V_0}\right)^2 \frac{l_B^2\,\Gamma(3/2)}{2\sqrt{q_\parallel^2+\kappa^2}} \times \\ \times\,\psi\left[\frac{3}{2},\ \frac{1}{2};\ \frac{l_B^2(q_\parallel^2+\kappa^2)}{2}\right], \qquad (25)$$

где $\psi(\alpha,\beta;x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. За счет малости знаменателя этот член дает основной вклад в интенсивность поглощения. Как следует из (22)–(25), выражение $B(q_\parallel)$ всегда можно представить в виде

$$B(q_\parallel) = \left(\frac{4\pi Ze^2}{\varepsilon V_0}\right)^2 M_{l'l}. \qquad (26)$$

Тогда из (18) следует, что в окрестности точек резонанса парциальные коэффициенты поглощения $\Gamma_{l'l}$ ($\Gamma^s = \sum_{l,l'}\Gamma^s_{l',l}$) имеют вид

$$\Gamma^s_{l'l} = A_s(\omega)\left(\frac{4\pi Ze^2}{\varepsilon V_0}\right)^2 \sum_{p_x,p_z} M_{l',l} f(\varepsilon_\alpha) \times \\ \times \int dp'_\parallel\,\delta\left(\hbar\Delta\omega + \frac{p_\parallel^2}{2m^*} - \frac{p_\parallel'^{\,2}}{2m^*}\right), \qquad (27)$$

где $p_z = p_\parallel$. Из (27) получаем

$$\Gamma^s_{l'l} = 2m^* A_s(\omega)\left(\frac{4\pi Ze^2}{\varepsilon V_0}\right)^2 \times \\ \times\, M_{l'l}\int\limits_0^\infty \frac{f(\varepsilon_\parallel+\varepsilon_l)\,d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon_\parallel(\varepsilon_\parallel+\hbar\Delta\omega)}}, \qquad (28)$$

где введено $\varepsilon_\parallel = p_\parallel^2/2m^*$, $\varepsilon_l = \hbar\omega_c(l+1/2)$. Согласно [4] $f(\varepsilon_\parallel+\varepsilon_l)$ имеет вид

$$f(\varepsilon_\parallel+\varepsilon_l) = \frac{2\,\mathrm{sh}(\hbar\omega_c/T)}{\sqrt{2\pi m^* T}}\exp\left[-\frac{\varepsilon_\parallel+\varepsilon_l}{T}\right]. \qquad (29)$$

Из (28) и (29) получим

$$\Gamma^s_{l'l} = \frac{4\,\mathrm{sh}(\hbar\omega_c/T)m^*}{\sqrt{2\pi m^* T}}\left(\frac{4\pi Ze^2}{\varepsilon V_0}\right)^2 A_s(\omega) \times \\ \times\exp\left\{\left[\hbar\Delta\omega - \hbar\omega_c\left(l+\frac{1}{2}\right)\right]/T\right\} \times \\ \times\, K_0\left(\frac{\hbar|\Delta\omega|}{T}\right). \qquad (30)$$

Здесь $K_0(x)$ — функция Макдональда. Поскольку у функции Макдональда в точке $x = 0$ имеется логарифмическая сингулярность, при выполнении условия $\Delta\omega = 0$ имеет место резонанс в поглощении электромагнитного излучения. Из этого условия находим резонансные частоты

$$\omega_r^s = \frac{l'-l}{s}\omega_c. \qquad (31)$$

Как следует из (30), характер сингулярности в рассмотренном случае тот же, что и в CFR. Следовательно, вывод в [4] о поведении кривой слева и справа от точек, где $\Delta\omega = 0$, справедлив и в нашем случае. Справа от резонансных точек, где $\hbar\Delta\omega \gg T$, поглощение зависит от $\Delta\omega$ как $1/\sqrt{\Delta\omega}$, переходя при $\hbar\Delta\omega \ll T$ в $\ln\hbar|\Delta\omega|/T$, а слева при $\Delta\omega < 0$ и $\hbar|\Delta\omega| \ll T$ сингулярность также логарифмическая, но вдали при $\Delta\omega < 0$ и $\hbar|\Delta\omega| \gg T$ на корневую особенность накладывается экспоненциальное убывание $|\Delta\omega|^{-1/2}\exp[-\hbar|\Delta\omega|/T]$. Таким образом, резонансные пики являются асимметричными, т. е. правое крыло пика более пологое, чем левое. Этот же результат проявляется и в эксперименте [9]. Интересно отметить, что зависимости $\Gamma^s(\omega_c)$ отличаются от $\Gamma^s(\omega)$ тем, что у них, наоборот, левое крыло более пологое, чем правое (рис. 1 и 2). Это обстоятельство обусловлено множителем $\mathrm{sh}(\hbar\omega_c/T)$ в (30). Как следует из (31), s-фотонный резонанс имеет место при дробных кратных циклотронной частоты. Для однофотонного поглощения ($s = 1$) резонанс возникает на целых кратных циклотронной частоты, т. е. на гармониках циклотронной частоты. Сравнивая выражение для однофотонного поглощения (15) с (30), видим, что форма резонансных максимумов на кривой поглощения и характер сингулярности в точке резонанса в нелинейном случае такие же, как и в линейном. Этот же вывод можно сделать относительно зависимости амплитуды резонансных максимумов на кривой поглощения от температуры и магнитного поля. Зависимость коэффициента поглощения от числа фотонов, участвующих в переходах, определяется функцией $A_s(\omega)$. Как следует из (19), эта зависимость в основном определяется как s^{-1}. Поэтому амплитуда фотонных повторений основного ($s = 1$) пика уменьшается с ростом s. Эта оценка хорошо

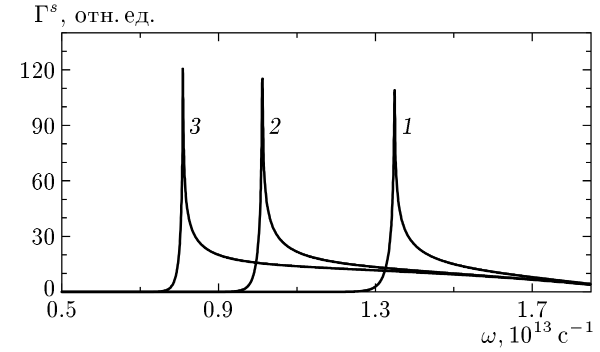

Рис. 1. Зависимость парциальных коэффициентов поглощения от частоты излучения; $\omega_c = 2.02 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$, $T = 10$ K, $l = 2$, $l' = 0$; кривая *1* — $s = 3$, кривая *2* — $s = 4$, кривая *3* — $s = 5$

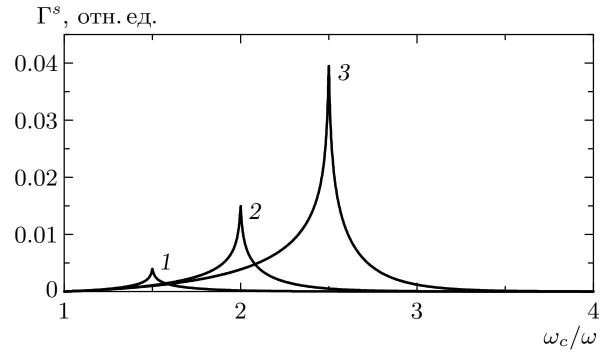

Рис. 2. Зависимость парциальных коэффициентов поглощения от магнитного поля; $\omega = 5 \cdot 10^{12}$ с$^{-1}$, $T = 30$ K; $l = 2$, $l' = 0$; кривая *1* — $s = 3$, кривая *2* — $s = 4$, кривая *3* — $s = 5$

согласуется с экспериментом [9] для случая двухфотонного циклотрон-примесного резонанса. Из (31) видно, что эти повторения расположены не эквидистантно на кривой $\Gamma^s(\omega)$, а именно, расстояние между ближайшими пиками $\omega_r{}^s - \omega_r{}^{s+1} \propto [s(s+1)]^{-1}$. Таким образом, расстояния между ближайшими повторениями основного пика уменьшаются с ростом s.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Интересно сопоставить амплитуды пиков нелинейного и линейного резонансов: в главном случае из (15) и (19) с учетом (24) получаем оценку

$$\frac{(\Gamma^1{}_{l'0})^{nonlin}}{(\Gamma_{l'0})^{lin}} \propto \left(\sqrt{\frac{m^*\hbar\omega_c^3}{eE_0}}\right)^3. \tag{32}$$

Сравним интенсивность пиков линейного циклотрон-примесного резонанса (CIR) и циклотрон-фононного резонанса (CFR). Для этого запишем выражение $\Gamma^1_{l'0}$ в виде

$$\Gamma^1_{l'0}(CIR) = \left(\frac{4\pi Ze^2}{V_0}\right)\frac{l_H{}^3\Gamma(l'+1/2)}{2\sqrt{2}} \times \\ \times \frac{(2\pi)^3e^2V_0n_0N_i}{4c\hbar\sqrt{\varepsilon}m^*\omega}\left[\frac{1}{(\omega-\omega_c)^2}+\frac{1}{(\omega+\omega_c)^2}\right] \times \\ \times \frac{\operatorname{sh}(\hbar\omega_c/T)m^*}{\sqrt{2\pi m^*T}}\exp\left[\hbar\Delta\omega - \hbar\omega_c\left(l'+\frac{1}{2}\right)\right] \times \\ \times K_0\left(\frac{\hbar|\Delta\omega|}{T}\right). \tag{33}$$

Выражение $\Gamma^{CFR}_{l'0}$ для LO-фононов возьмем из [4]. Тогда

$$\frac{\Gamma^{\rm CIR}}{\Gamma^{\rm CFR}} \approx \frac{(4\pi)^{3/2}(l'-1/2)Z^2e^2l_B^2}{\hbar\omega_0}\left(\frac{N_i}{\varepsilon V_0}\right). \tag{34}$$

Для поля $B = 10$ Тл и $N_i \approx 10^{15}$ см$^{-3}$ отношение $\Gamma^{\rm CIR}/\Gamma^{\rm CFR} \sim 4$. Таким образом, в условиях эксперимента [24] интенсивность пиков линейного CIR существенно больше, чем CFR. Аналогичный результат получился и в эксперименте [24]. Отметим, что в [2] была высказана гипотеза о том, что наблюдавшиеся в [24] пики на гармониках циклотронного резонанса обусловлены рассеянием на ионизованных примесях. Приведенные выше оценки согласуются с этой гипотезой.

Для наблюдения нелинейного CIR необходимо выполнение некоторого условия на напряженность поля электромагнитной волны. Из (11) следует, что условие нелинейности эффекта при $\omega \sim \omega_c$ имеет вид

$$eE_0q_\perp/m^*\omega_c \gtrsim 1. \tag{35}$$

Полагая $q_\perp \sim l_B^{-1}$, из (35) получим $eE_0l_B \gtrsim \hbar\omega_c \gg T$. Это неравенство, как известно [25], является критерием существенной зависимости вероятности электронных переходов в магнитном поле от амплитуды переменного электрического поля.

Оценив $\omega_c \sim 2 \cdot 10^{13}$ с$^{-1}$ и $q_\perp = 10^5$ см, получим для параметров n-InSb следующую из (35) оценку для $E_0 \sim 10^3$ В/см. Отметим, что значения $\omega \sim 10^{14}$ с$^{-1}$ и $E_0 \sim 10^3$ В/см можно получить при облучении образца электромагнитным излучением CO_2-лазера [26]. Такое излучение обычно используется при исследовании CIR в эксперименте.

Для оценки величины парциальных коэффициентов в максимуме заменим во входящем в (30) резонансном множителе

$$f(\Delta\omega) = \exp\left\{\frac{\hbar\Delta\omega - \hbar\omega_c(l+1/2)}{T}\right\}K_0\left(\frac{\hbar|\Delta\omega|}{T}\right),$$

содержащем слабую (логарифмическую) сингулярность, аргумент $\hbar\Delta\omega$ на $\hbar\Delta\omega + i\delta$, где δ — феноменологическая константа затухания. Тогда этот множитель в окрестности резонансного поглощения примет вид

$$\operatorname{Re} f(\Delta\omega + i\delta) = (\ln 2 - C)\cos\frac{\delta}{T} + \\ + \sin\frac{\delta}{T}\arcsin\left(\frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + \hbar^2(\Delta\omega)^2}}\right) - \\ - \frac{1}{2}\cos\frac{\delta}{T}\ln\left[\frac{\hbar^2(\Delta\omega)^2 + \delta^2}{T^2}\right], \quad (36)$$

где C — константа Эйлера.

Первые два члена в этом выражении дают монотонный вклад в поглощение, а последний — резонансный вклад. Оценим величину этого множителя в точке резонанса, взяв $\delta = \hbar/\tau_0$, где время релаксации $\tau_0 \sim 10^{-12}$ с. Тогда при $T = 10$ К имеем $\operatorname{Re} f[\Delta\omega\hbar + i\delta] \sim 1$. Для линейного поглощения получим в точке резонанса оценку $\Gamma_{0l}^{(1)}(\text{CIR}) \sim 0.3$ см$^{-1}$. Как следует из (32), при $\omega_c \sim 10^{13}$ с$^{-1}$ и $E_0 \sim 10^3$ В/см отношение $\Gamma^{nonlin}/\Gamma^{lin} \sim 100$, следовательно, $\Gamma^{nonlin} \gg \Gamma^{lin}$. Однако поглощение убывает с ростом поля в области нелинейного эффекта, так что зависимость амплитуды максимумов от поля E_0 является немонотонной. Эта зависимость, как следует из (13), обусловлена немонотонной зависимостью функции Бесселя от своего аргумента.

В случае вырожденного газа для исследования резонансов в коэффициенте поглощения при низких температурах можно положить функцию распределения $f_0(\varepsilon_\alpha) = 1$. Тогда в окрестности точек резонанса коэффициент имеет ту же логарифмическую сингулярность, что и в невырожденном случае. Это обусловлено тем, что сингулярность происходит от особенностей в плотности начальных и конечных состояний и не зависит от вырождения электронного газа. В приведенных выше расчетах пренебрегалось разогревом электронного газа электрическим полем электромагнитного излучения. Разогрев можно не учитывать, если выполняется неравенство $(eE_0 l_H/T)^2\delta \ll 1$, где δ — параметр неупругости рассеяния [25].

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. К. Баканас, Ф. Г. Басс, И. Б. Левинсон, ФТП **12**, 1457 (1978).
2. Ю. А. Гуревич, ЖЭТФ **61**, 1120 (1971).
3. Р. И. Рабинович, ФТП **8**, 91 (1973).
4. Ф. Г. Басс, И. Б. Левинсон, ЖЭТФ **49**, 914 (1965).
5. В. П. Олейник, УФЖ **13**, 1205 (1968).
6. А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов, *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике*, Наука, Москва (1971).
7. В. А. Маргулис, ФТП **17**, 910 (1983).
8. J. Kono, S. Takeyama, H. Yokoi, and N. Miura, Phys. Rev. **48**, 10909 (1993).
9. W. Bohm, E. Ettlinger, and W. Prettl, Phys. Rev. Lett. **47**, 1198 (1981).
10. M. A. Hopkins, R. J. Nicholas, D. J. Barnes, and M. Brunnell, Phys. Rev. B **39**, 13302 (1989).
11. E. E. H. Shin, P. N. Argyres, and B. Lax, Phys. Rev. Lett. **28**, 1634 (1972).
12. E. E. H. Shin, P. N. Argyres, and B. Lax, Phys. Rev. B **7**, 3572 (1973).
13. J. R. Apel and T. O. Poehler, Phys.Rev.B **4**, 436 (1971).
14. V. K. Arora and M. A. Al-Mass'ari, Phys. Rev. B **23**, 5619 (1981).
15. G. Bastard, J. Mycielski, and C. Rigaux, Phys. Rev. B **18**, 6990 (1978).
16. J. Van Royen, J. De Sitter, and J. T. Devreese, Phys. Rev. B **30**, 7154 (1984).
17. D. Dunn and A. Suzuki, Phys. Rev. B **29**, 942 (1984).
18. Д. Займан, *Электроны и фононы*, Изд-во иностр. лит., Москва (1962).
19. P. N. Argures and E. N. Adams, Phys. Rev. **104**, 900 (1956).
20. W. Kohn and J. M. Luttiger, Phys. Rev. **108**, 690 (1957).
21. J. M. Luttiger and W. Kohn, Phys. Rev. **97**, 869 (1955).
22. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Наука, Москва (1971).
23. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Марычев, *Интегралы и ряды*, Наука, Москва (1981).
24. E. J. Johnson and D. H. Dickey, Phys. Rev. B **1**, 2676 (1970).
25. А. М. Злобин, П. С. Зырянов, УФН **104**, 353 (1971).
26. Ю. И. Балкарей, Э. М. Эпштейн, ЖЭТФ **63**, 660 (1972).