

МЕЗОСКОПИЧЕСКОЕ СМЕШИВАНИЕ ФАЗ СПИНОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ В ЧАСТИЦАХ С ИЗИНГОВСКИМИ ИОНАМИ: ГОЛЬМИЙ-ИТТРИЕВЫЕ ФЕРРИТЫ-ГРАНАТЫ В СИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

А. И. Попов, А. Ф. Попков, Н. Е. Кулагин*

*Московский государственный институт электронной техники (технический университет)
124498, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 6 апреля 2004 г.

Проведен теоретический анализ явлений макроскопического квантового туннелирования в малых частицах кубического ферритмагнетика типа $\text{Ho}_x\text{Y}_{3-x}\text{Fe}_3\text{O}_{12}$ с сильно анизотропными (изинговскими) примесными ионами малой концентрации $x \ll 1$ в области сильных магнитных полей, где наблюдается множество ориентационных фазовых переходов, связанных с конкуренцией действия внешнего и обменных полей в спиновой подсистеме. На основе теории интегралов по траекториям для магнитной подсистемы рассчитаны инстантонные вклады в амплитуды межфазного туннелирования в окрестности переходов первого рода и проанализированы эффекты расщепления вырожденных энергетических уровней вблизи фазовых переходов для трех основных ориентаций внешнего магнитного поля в кубическом кристалле. Показано, что малые величины энергетических барьеров, разделяющих угловые фазы, могут приводить к аномально большой величине мезоскопического объема, при котором возможно проявление эффектов макроскопического туннелирования спинов в энергетическом спектре частицы. Выявлены особенности спектрального расщепления, обусловленные смешиванием азимутально вырожденных угловых фаз и фаз, различающихся полярным углом ориентации намагниченности.

PACS: 75.45.+j, 75.75.+a, 71.70.-d, 73.22.Dj

1. ВВЕДЕНИЕ

Макроскопическая квантовая когерентность (МКК) и макроскопическое квантовое туннелирование (МКТ) спинов в магнитных мезоскопических системах, предсказанные теоретически [1] и достаточно подробно описанные в литературе [2], наблюдались в экспериментах по частотной зависимости магнитной восприимчивости и шумового спектрального отклика в малых антиферромагнитных частицах [3], по температурной зависимости частоты магнитной релаксации в дисперсных и неупорядоченных магнитных средах [4] и по релаксации спектров пропускания субмиллиметровых волн в макромолекулярных спиновых кластерах [5]. Макроскопические квантовые эффекты являются проявлением мезоскопических свойств исследуемых магнитных систем и возникают при наличии в них

нескольких положений равновесия — стабильных либо метастабильных, разделенных энергетическим барьером ΔE , величина которого не более чем на порядок величины превышает характерную энергию кванта колебаний намагниченности вблизи положения равновесия $\hbar\omega$ (для ферромагнитных материалов обычно $\Delta E \sim 30\hbar\omega$). Малое значение энергетического барьера возникает для спиновых мод перемагничивания ферро- либо антиферромагнитных частиц малого объема [6], для спинов естественных магнитных дефектов, таких как магнитные вихри и доменные границы в тонких пленках и наноперемычках [7], для спиновых кластеров в молекулярных магнитах [8] и в других магнитных образованиях малого объема. Существенным отличием магнитных мезоскопических систем от немагнитных, находящихся в состоянии энергетического вырождения, является наличие зависимости амплитуды туннелирования спинов от четности их

*E-mail: popkov@nonlin.msk.ru

числа, что связано с запретом Крамерса на полное снятие вырождения при полужелом спине [9]. Однако подобный запрет снимается при наличии диссипативного окружения, которое создает сбой фазы интерферирующих амплитуд туннелирования вдоль топологически различающихся инстантонных траекторий. Спин-зависимая МКК, вообще говоря, легко разрушается при наличии случайных спинов в системе [10], например в изотопах с магнитными ядрами [11], переброс спинов в которых создает очень сильные флуктуации фазы инстантонов туннелирования. В отсутствие же случайных спинов в магнитной системе разрушение фазовой когерентности амплитуд туннелирования может вызывать также магнитоупругая связь спинов с колебаниями решетки. Разрушение МКК при этом может быть неполным, и эффект деструктивной интерференции инстантонов, запрещающей туннелирование спинов, частично снимается, и возникает эффект размораживания МКТ [12]. Туннельная связь близких по энергии состояний приводит к расталкиванию уровней и расщеплению вырожденных состояний. Величина матричного элемента энергетического расщепления пропорциональна в этом случае амплитуде вероятности перехода. Для изучения влияния макроскопических квантовых эффектов туннелирования спинов на энергетический спектр системы эффективны методы наблюдения магниторезонансных явлений и резонансной спектроскопии. Так, в работах [5, 13] методом СВЧ-спектроскопии изучались туннельные переходы и спиновая релаксация в молекулярном кристалле $Mn_{12}Ac$.

Для изучения мезоскопических проявлений макроскопического туннелирования спинов в малых частицах весьма перспективны сложно-замещенные редкоземельные ферриты-гранаты, содержащие сильно анизотропные магнитные ионы. Большую роль в физических свойствах таких материалов играют микроскопические магнитные дефекты, образующиеся вблизи примесных редкоземельных центров. Зачастую эти дефекты имеют определяющее значение в процессах статического намагничивания и магнитодинамических свойств объемных магнетиков [14]. Ярким примером подобных материалов является $Ho_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$, в котором вплоть до очень слабых концентраций примесных ионов изинговского типа ($x \sim 0.001$) наблюдаются фазовые магнитные переходы в магнитных полях, сравнимых с полем $H \sim H_E$ межподрешеточного обменного R-Fe-взаимодействия, и сложное поведение магнитного резонанса при низких температурах [15, 16]. При криогенных температурах,

определяемых частотой ферромагнитного резонанса в обменном поле, таких что

$$T < T^* = \hbar\gamma H_E/k_B,$$

частицы малого объема с редкоземельной примесью могут проявлять кооперативные квантовые свойства [17], которые, в свою очередь, могут оказывать влияние как на процессы магнитного насыщения и фазообразования, так и на особенности резонансных свойств в области пересечения энергетических уровней примесных ионов в магнитном поле. Поскольку обменное поле, действующее на редкоземельную подрешетку со стороны железной подрешетки, велико ($H_E \sim 10^5$ Э), ожидаемая температура кроссовера в подобных материалах может быть не ниже, чем в антиферромагнитных материалах, и составляет $T^* \sim 10$ К. Детальный анализ макроскопических квантовых явлений при фазовых переходах в сильных магнитных полях для материалов указанного типа с редкоземельными примесями ранее не проводился, хотя экспериментальные исследования магниторезонансных явлений, сопровождающих фазовые переходы в подобных материалах, проводились [15].

В настоящей работе изучаются эффекты МКТ и МКК в малых частицах кубического кристалла $Ho_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$ с изинговскими примесными центрами в сильном магнитном поле при его ориентации вдоль следующих кристаллографических направлений: $\mathbf{H} \parallel [100], [110], [111]$. Анализ проводится для случая малых концентраций ионов гольмия, $x \ll 1$, который представляет особый интерес, поскольку при этом обеспечивается малая величина энергетического барьера, разделяющего положения равновесия. Для каждой ориентации поля рассчитаны энергетические спектры с учетом соответствующего расщепления вблизи линий фазовых переходов первого рода, которые могут быть вызваны наличием эффектов МКК. Подобный анализ может оказаться весьма полезным при проведении экспериментов по наблюдению спектров магнитного резонанса в подобных материалах и по изучению спин-ориентационных фазовых превращений в сильных магнитных полях.

2. ЛАГРАНЖИАН, ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ И АМПЛИТУДЫ ТУННЕЛИРОВАНИЯ СПИНОВ ДЛЯ ОДНОРОДНО НАМАГНИЧЕННЫХ ЧАСТИЦ $Ho_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$ В СИЛЬНОМ ПОЛЕ

Иттрий-гольмиевый феррит-гранат $Ho_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$, ячейка которого содержит во-

семь формульных единиц, имеет кубическую симметрию: пространственная группа O_h^{10} , точечная группа $m\bar{3}m$, размер ячейки $a = 1.24$ нм. Редкоземельные катионы и ионы иттрия занимают s -позиции, характеризующиеся додекаэдрическим анионным (кислородным) окружением. В ячейке имеется шесть неэквивалентных позиций, которые могут занимать примесные редкоземельные ионы. Эти позиции различаются ориентациями локальных осей симметрии окружения и, как следствие, направлениями локального намагничивания сильноанизотропных ионов гольмия, обладающих свойствами псевдоизинговских ионов. Редкоземельные ионы находятся в сильном обменном поле, действующем со стороны ферромагнитной матрицы ионов железа, которые образуют две подрешетки — октаэдрического (a -подрешетка) и тетраэдрического (d -подрешетка) окружений. Из-за сильного внутри- и межподрешеточного обменного взаимодействия две железные подрешетки можно рассматривать как единую ферромагнитную подрешетку с намагниченностью M_{Fe} вплоть до полей, значительно превышающих антиферромагнитное обменное поле

$$H_E = \lambda M_{Fe},$$

действующее на спины редкоземельных ионов со стороны ионов железа. В этих предположениях, если ограничиться учетом только двух нижних уровней редкоземельного иона, что оправдано при достаточно низких температурах, термодинамический потенциал рассматриваемой системы можно представить в виде [16]

$$E = A \sum_{k=x,y,z} \left(\frac{\nabla M_k}{M_{Fe}} \right)^2 - \mathbf{M}_{Fe} \cdot \mathbf{H} - \frac{x_c k_B T}{3} \sum_{i=1}^3 \ln 2 \operatorname{ch} \frac{\mu |\mathbf{H} - \lambda \mathbf{M}_{Fe}|_{z_i}}{k_B T}. \quad (1)$$

Здесь индекс « i » нумерует актуальные неэквивалентные позиции изинговских ионов, z_i означает проекцию эффективного магнитного поля на локальную ось намагничивания \mathbf{z}_i (в гольмий-иттриевых ферритах-гранатах локальные оси намагничивания ионов гольмия \mathbf{z}_i ($i = 1, 2, 3$) совпадают с кристаллографическими осями [001], [010], [100]), μ — магнитный момент изинговского иона, $x_c = c_0 x$ — объемная концентрация примеси, $c_0 = 8/a^3$ — количество молей в единице объема, A — постоянная неоднородного обмена. В полярной системе координат лагранжиан системы можно записать следующим образом:

$$L = \int_V \left[\frac{M}{\gamma} (1 - \cos \theta) \frac{\partial \varphi}{\partial t} - E(\theta, \varphi) \right] d\mathbf{r}, \quad (2)$$

где γ — магнитомеханическое отношение для ферромагнитной подрешетки, θ и φ — полярный и азимутальный углы, определяющие ориентацию \mathbf{M}_{Fe} . Действие на временном интервале t_S будет соответственно определяться формулой

$$S_E = \int_0^{t_S} L dt = \int_0^{t_S} dt \int_V \left[\frac{M}{\gamma} (1 - \cos \theta) \frac{\partial \varphi}{\partial t} - E(\theta, \varphi) \right] d\mathbf{r}. \quad (3)$$

Первый член в лагранжиане (2) учитывает наличие топологического вклада в действие (3) в фазовом пространстве динамической системы (фазу Берри) [9], который отвечает за появление фазового сдвига в рассчитываемых ниже амплитудах вероятности. Намагниченность изинговских ионов следует за проекцией на изинговскую ось эффективного магнитного поля, создаваемого железной подрешеткой и внешним магнитным полем, и не дает топологического вклада [18].

Для нахождения амплитуды вероятности туннелирования мы воспользуемся подходом, основанным на теории интегралов по траекториям в фазовом пространстве динамической системы в мнимом времени [1, 19], ограничиваясь рассмотрением инстантонных траекторий $\Omega = (p, q)$, которые создают определяющий вклад в амплитуду вероятности туннелирования

$$K_{a \rightarrow b} = \int_a^b d[\Omega] \exp \left(\frac{i S_E(\Omega)}{\hbar} \right). \quad (4)$$

Амплитуда вероятности туннелирования при этом дается выражением

$$K_{t \rightarrow t+T} = A_K \exp(i S_E(\Omega_{cl})/\hbar) = A_K \exp(-B_1 + i B_2), \quad (5)$$

в котором величина

$$B_1 = \operatorname{Im} S_E(\Omega_{cl})$$

определяет экспоненциальный фактор амплитуды туннелирования — фактор Гамова. Этот фактор пропорционален мнимой части действия на инстантонной траектории $\Omega_{cl}(\tau)$, которая доставляет экстремум действию, обращая его первую вариацию в нуль, т. е.

$$\delta S_E(\Omega) = 0.$$

Фаза амплитуды вероятности пропорциональна действительной части действия, т. е.

$$B_2 = \text{Re } S_E(\Omega_{cl}).$$

Предэкспоненциальный множитель A_K в выражении для амплитуды туннелирования определяется спектром малых флуктуационных возмущений вблизи инстантонной траектории. Мы не будем в дальнейшем заниматься его вычислением, ограничившись замечанием, что по порядку величины он определяется выражением [20]

$$A_K \approx \omega_0 \sqrt{\frac{B_1}{\hbar}}, \quad (6)$$

где ω_0 — частота резонансных колебаний вблизи исходного положения равновесия.

3. МАГНИТНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ГОЛЬМИЙ-ИТТРИЕВЫХ ФЕРРИТАХ-ГРАНАТАХ

Приведем кратко необходимые для дальнейшего анализа сведения о магнитных фазовых превращениях в гольмий-иттриевых ферритах-гранатах и соответствующих фазовых состояниях спиновой подсистемы. Наибольший интерес для нас представляет случай низких температур. Энергия основного состояния системы при $T = 0$ К (потенциал (1)) при пренебрежении неоднородным обменом (первое слагаемое в (1)) в нормированных переменных

$$\varepsilon = \frac{E}{\lambda M_{\text{Fe}}^2}, \quad \mathbf{h} = \frac{\mathbf{H}}{\lambda M_{\text{Fe}}}, \quad l = \frac{M_{\text{Fe}}}{M_{\text{Fe}}}$$

принимает вид

$$\varepsilon = -l(\mathbf{h} - \mathbf{m}) - \mathbf{h} \cdot \mathbf{m}, \quad (7)$$

где вектор \mathbf{m} представляет собой нормированный на M_{Fe} суммарный момент ионов Ho^{3+} в относительных единицах, который может быть направлен только вдоль осей типа [111]. Величину модуля этого вектора

$$m = x_c \mu / \sqrt{3} M_{\text{Fe}}$$

можно рассматривать как относительную концентрацию ионов Ho^{3+} . Магнитные фазовые превращения в системе могут происходить только посредством дискретных переориентаций вектора \mathbf{m} от одного направления типа [111] к другому. Минимизация энергии (7) определяет равновесные фазовые состояния системы. Детальное описание основных особенностей фазовых диаграмм для рассматриваемых случаев можно найти, например, в [16].

Приведем классификацию и обозначения рассматриваемых в дальнейшем фаз для случаев $\mathbf{H} \parallel [001]$, $\mathbf{H} \parallel [110]$ и $\mathbf{H} \parallel [111]$, а также выражения для полей ориентационных фазовых переходов при $m \ll 1$.

$\mathbf{H} \parallel [001]$. Здесь возможны четырехкратно вырожденные фазы, различающиеся проекциями \mathbf{m} на \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} \text{фаза I} - \mathbf{m} \parallel [\bar{1}\bar{1}\bar{1}], \quad [1\bar{1}\bar{1}], \quad [\bar{1}1\bar{1}], \quad [11\bar{1}], \\ \text{фаза II} - \mathbf{m} \parallel [\bar{1}11], \quad [\bar{1}\bar{1}1], \quad [1\bar{1}1], \quad [\bar{1}\bar{1}1]. \end{aligned} \quad (8)$$

Линия фазового перехода, разделяющая эти фазы, описывается выражением

$$h_{\text{I,II}} = 1 - \frac{m^2}{3}. \quad (9)$$

$\mathbf{H} \parallel [110]$. В этом случае существуют три фазы:

$$\begin{aligned} \text{фаза I} - \mathbf{m} \parallel [\bar{1}\bar{1}\bar{1}], \quad [\bar{1}\bar{1}1], \\ \text{фаза II} - \mathbf{m} \parallel [\bar{1}11], \quad [1\bar{1}1], \quad [\bar{1}\bar{1}\bar{1}], \quad [1\bar{1}\bar{1}], \\ \text{фаза III} - \mathbf{m} \parallel [111], \quad [11\bar{1}]. \end{aligned} \quad (10)$$

Линии фазовых переходов первого рода для соответствующих фаз имеют вид

$$\begin{aligned} h_{\text{I,II}} &= 1 - \frac{m}{\sqrt{6}}, \\ h_{\text{II,III}} &= 1 + \frac{m}{\sqrt{6}}. \end{aligned} \quad (11)$$

$\mathbf{H} \parallel [111]$. Существуют четыре фазы:

$$\begin{aligned} \text{фаза I} - \mathbf{m} \parallel [\bar{1}\bar{1}\bar{1}], \\ \text{фаза II} - \mathbf{m} \parallel [\bar{1}\bar{1}1], \quad [\bar{1}\bar{1}\bar{1}], \quad [1\bar{1}\bar{1}], \\ \text{фаза III} - \mathbf{m} \parallel [\bar{1}11], \quad [1\bar{1}\bar{1}], \quad [11\bar{1}], \\ \text{фаза IV} - \mathbf{m} \parallel [111]. \end{aligned} \quad (12)$$

Соответствующие линии фазовых переходов первого рода имеют вид

$$\begin{aligned} h_{\text{I,II}} &= 1 - \frac{2}{3}m, \\ h_{\text{II,III}} &= 1, \\ h_{\text{III,IV}} &= 1 + \frac{2}{3}m. \end{aligned} \quad (13)$$

4. МЕЗОСКОПИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ СПИНОВ В МАЛЫХ ЧАСТИЦАХ $\text{Ho}_x \text{Y}_{3-x} \text{Fe}_5 \text{O}_{12}$ В СЛУЧАЕ $\mathbf{H} \parallel [100]$

Рассмотрим частицы малого объема

$$v_0 < (A/\lambda M_{\text{Fe}}^2)^{3/2},$$

когда намагниченность можно считать однородной во внешнем поле $\mathbf{H} \parallel [100]$, а первым членом в выражении для энергии (1) можно пренебречь. Полярную ось выберем параллельной оси $[100]$, а азимутальный угол будем отсчитывать от направления $[010]$ кристалла. В этом случае лагранжиан единицы объема принимает вид

$$L = \frac{M_{Fe}}{\gamma}(1 - \cos \theta)\phi + \lambda M_{Fe}^2 h \cos \theta + \tau \tilde{x} \ln \left[\operatorname{ch} \left(\frac{\sin \theta \cos \varphi}{\tau} \right) \operatorname{ch} \left(\frac{\sin \theta \sin \varphi}{\tau} \right) \times \operatorname{ch} \left(\frac{h - \cos \theta}{\tau} \right) \right], \quad (14)$$

где

$$\tilde{x} = \frac{1}{3} \lambda \mu M_{Fe} x_c, \quad \tau = \frac{k_B T}{\lambda \mu M_{Fe}}, \quad h = \frac{H}{\lambda M_{Fe}},$$

а действие равно

$$S_E = \int L dt dv = v_0 \int L dt. \quad (15)$$

При низких температурах $T \rightarrow 0$ и малых концентрациях $x \ll 1$ (когда

$$m = \frac{x_c \mu}{\sqrt{3} M_{Fe}} \ll 1$$

— малый параметр) в области больших полей $H \sim \lambda M_{Fe}$ на плоскости $h\tau$ возникает линия фазового перехода первого рода

$$h \approx 1 - m^2/3, \quad 0 < \tau < 2m^3/3\sqrt{3}$$

(см. (9)). На этой линии сравниваются по энергии две четырехкратно вырожденные по азимутальному углу

$$\varphi = \frac{\pi}{4}(2k + 1), \quad k = 0, 1, 2, 3,$$

фазы.

Для малых полярных углов отклонения вектора \mathbf{M}_{Fe} от направления поля \mathbf{H} (что всегда реализуется при больших полях и малых концентрациях x) после введения новых переменных

$$(p, q) = (\sqrt{3}/m) (\theta \cos \varphi, \theta \sin \varphi), \quad \tilde{t} = \omega_0 t,$$

где

$$\omega_0 = \gamma \lambda M_{Fe}, \quad \tilde{\tau} = (\sqrt{3}/m) \tau,$$

действие (15) может быть записано в нормированном виде:

$$S_E = \frac{\mu^2 x_c^2 v_0}{9 \gamma M_{Fe}} f(\tilde{\tau}).$$

Здесь

$$f(\tilde{\tau}) = \int d\tilde{t} \left\{ \frac{1}{2} (\dot{q}p - p\dot{q}) - \tilde{H}(q, p) \right\} \quad (16)$$

— нормированное действие, в котором введен эффективный гамильтониан

$$\tilde{H}(q, p) = \frac{h}{2}(p^2 + q^2) - \tilde{\tau} \ln \left(\operatorname{ch} \frac{p}{\tilde{\tau}} \operatorname{ch} \frac{q}{\tilde{\tau}} \times \operatorname{ch} \left(\frac{\sqrt{3}(1-h)}{m\tilde{\tau}} - \frac{m(p^2+q^2)}{2\sqrt{3}\tilde{\tau}} \right) \right) - H(p_0, q_0), \quad (17)$$

где постоянная $H(p_0, q_0)$ представляет собой уровень отсчета энергии от состояния равновесия (p_0, q_0) . Учитывая малость параметра $m \ll 1$, при больших полях вблизи линии фазового перехода $h \sim 1$ можно пренебречь малыми поправками, связанными с этим параметром, в гамильтониане (17) и рассмотреть упрощенный гамильтониан, описывающий эффект четырехкратного вырождения в фазах (8), считая энергии и направления полярных углов в этих фазах приблизительно одинаковыми, т. е.

$$\tilde{H}(q, p) \approx \frac{1}{2}(p^2 + q^2) - \tilde{\tau} \ln \left(\operatorname{ch} \frac{p}{\tilde{\tau}} \operatorname{ch} \frac{q}{\tilde{\tau}} \right) - H(p_0, q_0). \quad (18)$$

На примере этого гамильтониана мы проиллюстрируем используемый нами в дальнейшем метод нахождения амплитуд туннелирования спинов между вырожденными состояниями равновесия в предельном случае нулевой температуры $\tilde{\tau} \rightarrow 0$.

Уравнения Гамильтона

$$\dot{q} = \frac{\partial \tilde{H}(p, q)}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial \tilde{H}(p, q)}{\partial q} \quad (19)$$

можно записать в виде

$$\dot{q} = p - \operatorname{th} \frac{p}{\tilde{\tau}}, \quad \dot{p} = -q + \operatorname{th} \frac{p}{\tilde{\tau}}. \quad (20)$$

Существуют четыре энергетически эквивалентных точки равновесия

$$(q_0, p_0) = (a, \pm a); (-a, \pm a),$$

где a — положительный корень трансцендентного уравнения

$$\operatorname{th} \frac{a}{\tilde{\tau}} = a.$$

На рис. 1 показаны эти точки на плоскости pq . Между указанными точками равновесия возможны спонтанные переходы, связанные с макроскопическим

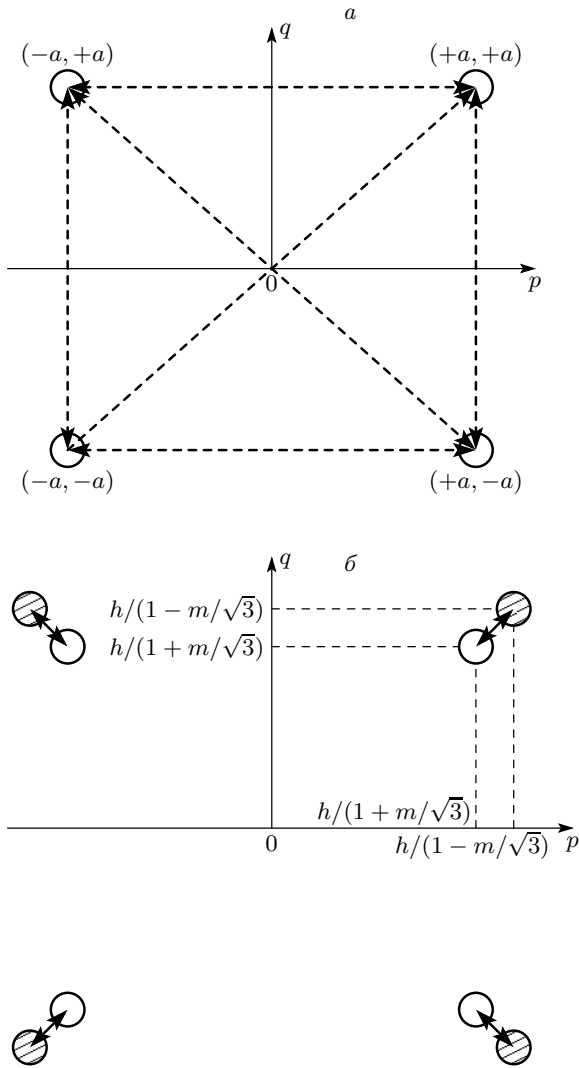


Рис. 1. Точки равновесия в плоскости pq при $\mathbf{H} \parallel [100]$: a — инстантонные траектории туннелирования в фазе I, b — инстантонные траектории туннелирования при фазовом переходе I \rightarrow II; светлые кружки — фаза I, заштрихованные кружки — фаза II

туннелированием спинов — макроскопическое квантовое туннелирование.

Для нахождения амплитуды вероятности туннелирования между состояниями равновесия системы перейдем к мнимому времени $\tau = it$ и комплексным переменным

$$p = p_1 + ip_2, \quad q = q_1 + iq_2.$$

В этих переменных исходная система уравнений записывается в виде

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= -p_2 + \frac{\sin \frac{p_2}{\tilde{\tau}} \cos \frac{p_2}{\tilde{\tau}}}{\text{ch}^2 \frac{p_1}{\tilde{\tau}} - \sin^2 \frac{p_2}{\tilde{\tau}}}, \\ \dot{q}_2 &= p_1 - \frac{\text{sh} \frac{p_1}{\tilde{\tau}} \text{ch} \frac{p_1}{\tilde{\tau}}}{\text{ch}^2 \frac{p_1}{\tilde{\tau}} - \sin^2 \frac{p_2}{\tilde{\tau}}}, \\ \dot{p}_1 &= q_2 - \frac{\sin \frac{q_2}{\tilde{\tau}} \cos \frac{q_2}{\tilde{\tau}}}{\text{ch}^2 \frac{q_1}{\tilde{\tau}} - \sin^2 \frac{q_2}{\tilde{\tau}}}, \\ \dot{p}_2 &= -q_1 + \frac{\text{sh} \frac{q_1}{\tilde{\tau}} \text{ch} \frac{q_1}{\tilde{\tau}}}{\text{ch}^2 \frac{q_1}{\tilde{\tau}} - \sin^2 \frac{q_2}{\tilde{\tau}}}. \end{aligned} \tag{21}$$

В комплексных переменных гамильтониан (18) принимает вид

$$\begin{aligned} H_1 = \text{Re } \tilde{H}(q, p) &= \frac{1}{2}(p_1^2 - p_2^2 + q_1^2 - q_2^2) - \\ &- \frac{\tilde{\tau}}{2} \ln \left(\text{ch}^2 \frac{p_1}{\tilde{\tau}} \cos^2 \frac{p_2}{\tilde{\tau}} + \text{sh}^2 \frac{p_1}{\tilde{\tau}} \sin^2 \frac{p_2}{\tilde{\tau}} \right) - \\ &- \frac{\tilde{\tau}}{2} \ln \left(\text{ch}^2 \frac{q_1}{\tilde{\tau}} \cos^2 \frac{q_2}{\tilde{\tau}} + \text{sh}^2 \frac{q_1}{\tilde{\tau}} \sin^2 \frac{q_2}{\tilde{\tau}} \right) - \\ &- a^2 + 2\tilde{\tau} \ln \left(\text{ch} \frac{a}{\tilde{\tau}} \right), \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} H_2 = \text{Im } \tilde{H}(q, p) &= p_1 p_2 + q_1 q_2 + \\ &+ \text{Arctg} \left(\text{th} \frac{p_1}{\tilde{\tau}} \text{tg} \frac{p_2}{\tilde{\tau}} \right) + \text{Arctg} \left(\text{th} \frac{q_1}{\tilde{\tau}} \text{tg} \frac{q_2}{\tilde{\tau}} \right). \end{aligned} \tag{23}$$

Таким образом, мы получили комплексный гамильтониан

$$H(p, q) = H_1(p_1, p_2, q_1, q_2) + iH_2(p_1, p_2, q_1, q_2), \tag{24}$$

который является аналитическим по каждой из своих комплексных переменных $p_k, q_k, k = 1, 2$. Здесь все функции $p_k, q_k, H_k, k = 1, 2$, являются действительными функциями своих действительных аргументов («время» τ также действительно).

Разделяя действительную и мнимую части в уравнениях Гамильтона, получаем действительную динамическую систему

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{d\tau} &= -\frac{\partial H_1}{\partial q_1}, \quad \frac{dp_2}{d\tau} = -\frac{\partial H_2}{\partial q_1} = \frac{\partial H_1}{\partial q_2}, \\ \frac{dq_1}{d\tau} &= \frac{\partial H_1}{\partial p_1}, \quad \frac{dq_2}{d\tau} = \frac{\partial H_2}{\partial p_1} = -\frac{\partial H_1}{\partial p_2}, \end{aligned} \tag{25}$$

которая является гамильтоновой в переменных

$$\mathbf{p} = (p_1, q_2), \quad \mathbf{q} = (q_1, p_2)$$

с гамильтонианом H_1 и дополнительным интегралом H_2 . Полученная таким образом система уравнений является интегрируемой.

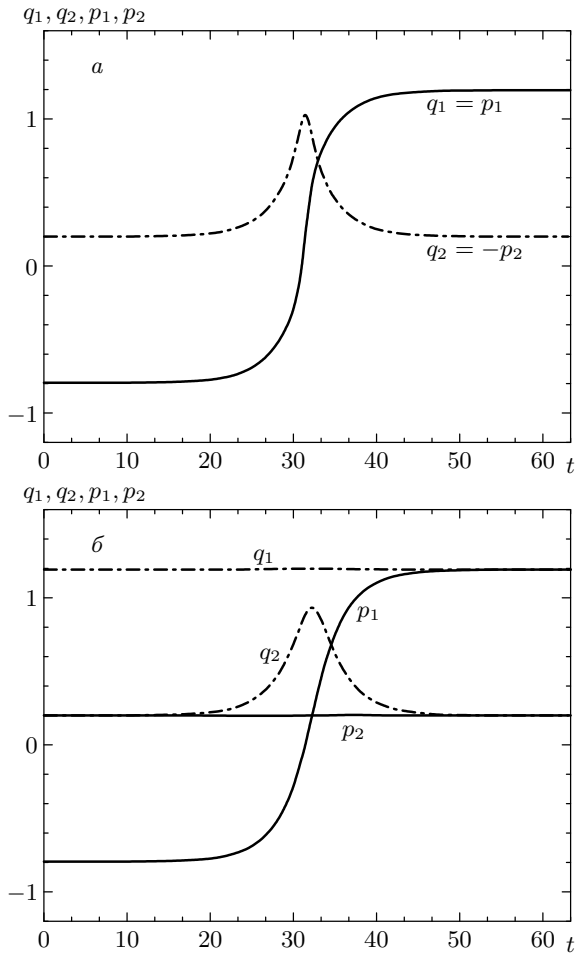


Рис. 2. Примеры инстантонных решений при $\tilde{\tau} = \text{th}3/3$, $a = \text{th}3$ между точками: *a* — $(q, p) = (+a, -a)$ и $(q, p) = (-a, +a)$, *б* — $(q, p) = (+a, -a)$ и $(q, p) = (+a, +a)$. Фазовые переменные q_1, q_2, p_1, p_2 и время t нормированы на $\tilde{\tau}$

Инстантонные траектории находят численным интегрированием уравнений методом Рунге–Кутты, используя асимптотику решений вблизи положений равновесия

$$\tilde{q} - q_0 = \delta q_1 + i\delta q_2 = \delta \exp(i\varphi + \lambda t),$$

$$\tilde{p} - p_0 = \delta p_1 + i\delta p_2 = \delta \exp(i(\varphi - \pi/2) + \lambda t),$$

где δ и φ — произвольные амплитуда и фаза асимптотического линейного решения,

$$\lambda = \pm \left(1 - \frac{1}{\tilde{\tau} \text{ch}^2 \frac{a}{\tilde{\tau}}} \right)$$

— корни характеристического уравнения линеаризованной системы (21).

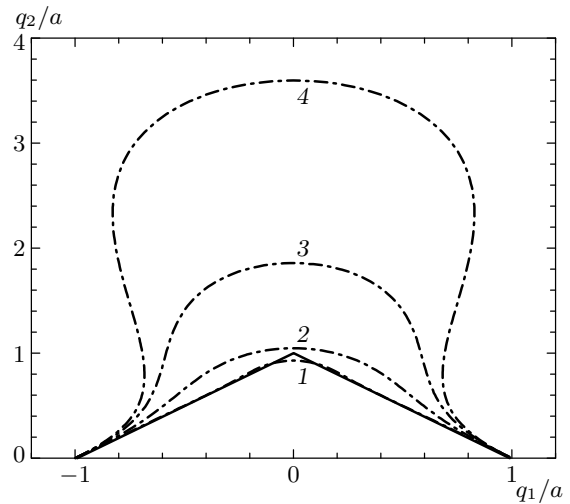


Рис. 3. Проекция нормированных инстантонных траекторий (штрих-пунктирные линии) между точками $(q, p) = \pm(a, a)$ на фазовую плоскость $q_1 q_2$ при разных значениях температурного параметра $\tilde{\tau} = 0.167$ (1), 0.482 (2), 0.763 (3), 0.924 (4). Сплошная линия показывает проекцию предельной траектории $q_2 = 1 - |q_1|$, описывающей инстантон в пределе $\tilde{\tau} = 0$

В рассматриваемой системе имеются две группы инстантонных решений, соединяющих точки равновесия, расположенные на диагоналях и сторонах четырехугольника. На рис. 2*а* приведено найденное численно инстантонное решение для перехода между точками $(q_-, p_-) = (-a, -a)$ и $(q_+, p_+) = (+a, +a)$. Аналогично находится инстантонное решение в случае перехода между точками $(q_-, p_-) = (+a, -a)$ и $(q_+, p_+) = (+a, +a)$ (рис. 2*б*).

Поведение инстантонных траекторий при изменении температуры показано на рис. 3. Для нахождения траектории в пределе нулевой температуры, когда $\tilde{\tau} \rightarrow 0$, $a \rightarrow 1$, рассмотрим снова туннельный переход между точками $(q_-, p_-) = (-a, -a)$ и $(q_+, p_+) = (a, a)$. Согласно найденным численным решениям, будем искать траекторию следующей симметрии: $(q_1, q_2) = (p_1, -p_2)$. На этой траектории второй интеграл $H_2(q_1, q_2, p_1, p_2)$ тождественно обращается в нуль. Обращение в нуль первого интеграла $H_1(q_1, q_2, p_1, p_2) = 0$ в неявном виде описывает траекторию движения. В пределе $\tilde{\tau} \rightarrow 0$, $a \rightarrow 1$ с учетом выбранной симметрии решения имеем

$$H_1(q_1, q_2, p_1, p_2) = (1 - |q_1|)^2 - p_2^2 = 0.$$

Таким образом, можно получить

$$p_1 = q_1, \quad p_2 = -q_2 = \pm(1 - |q_1|). \quad (26)$$

Найденное выше численное решение соответствующего типа для $\tilde{\tau} \neq 0$ в пределе $\tilde{\tau} \rightarrow 0$, $a \rightarrow 1$ переходит в асимптотическое решение (26) в фазовом пространстве системы. Эта тенденция показана на рис. 3, где приведены инстантонные траектории на фазовой плоскости $q_2 q_1$ для разных значений параметра $\tilde{\tau}$, нормированные на равновесное значение

$$|p_0| = |q_0| = a(\tilde{\tau}).$$

Амплитуда вероятности туннелирования определяется выражением (5), в котором экспоненциальный фактор находится по формуле

$$-B_1 + iB_2 = \frac{iS_{inst}}{\hbar} = B_0 \tilde{f}_{inst}(\tilde{\tau}), \quad (27)$$

где

$$B_0 = \frac{\mu^2 x_c^2 v_0}{9\hbar\gamma M}$$

— нормирующий фактор. Нормированный экспоненциальный фактор определяется при нулевой температуре как предел

$$\alpha_{inst}(0) = \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow 0} \tilde{f}_{inst}(\tilde{\tau}).$$

Учитывая, что инстантонная траектория соответствует нулевому уровню гамильтониана $H(q, p) = 0$, для нормированного действия на инстантонной траектории можно написать

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{inst}(\tilde{\tau}) &= \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\ddot{q}\tilde{p} - \dot{p}\dot{q}) d\tilde{t} = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \{(-\dot{q}_1 p_2 + q_1 \dot{p}_2 - \dot{q}_2 p_1 + q_2 \dot{p}_1) + \\ &\quad + i(-q_1 \dot{p}_1 + \dot{q}_1 p_1 - \dot{q}_2 p_2 + q_2 \dot{p}_2)\} d\tilde{t} = \\ &= \frac{1}{2} \int_{q_a}^{q_b} \left\{ \left(-p_2 + q_1 \frac{\partial p_2}{\partial q_1} - p_1 \frac{\partial q_2}{\partial q_1} + q_2 \frac{\partial p_1}{\partial q_1} \right) + \right. \\ &\quad \left. + i \left(-q_1 \frac{\partial p_1}{\partial q_1} + p_1 - \frac{\partial q_2}{\partial q_1} p_2 + q_2 \frac{\partial p_2}{\partial q_1} \right) \right\} dq_1. \quad (28) \end{aligned}$$

Отсюда после интегрирования для рассматриваемого случая получаем

$$\alpha_{inst} = \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow 0} \tilde{f}(\tilde{\tau}) = \alpha_1 + i\alpha_2 = -2. \quad (29)$$

Теперь рассмотрим переход между точками $(q_-, p_-) = (a, -a)$ и $(q_+, p_+) = (a, a)$. Для этого случая второй интеграл $H_2(q_1, q_2, p_1, p_2)$ обращается в нуль в пределе $\tilde{\tau} \rightarrow 0$, $a \rightarrow 1$ при $q_1 = a$, $p_2 = 0$. Первый интеграл при этом дает $q_2 = \pm(1 - |p_1|)$.

Поэтому на найденной предельной траектории получим после интегрирования

$$\alpha_{inst} = \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow 0} \tilde{f}(\tilde{\tau}) = \alpha_1 + i\alpha_2 = -1 + i. \quad (30)$$

Из сравнения формул (29) и (30) следует, что частота туннелирования между соседними вырожденными по энергии положениями равновесия значительно выше, чем при инстантонном переходе между противорасположенными состояниями. Аналогичным путем можно найти и остальные возможные инстантонные траектории и их вклады в вероятность туннелирования при нулевой температуре.

Рассмотрим теперь случай конечной величины малого параметра m , когда имеются две четырехкратно вырожденные фазы (8), описываемые гамильтонианом (17), с разной полярной ориентацией вектора намагниченности железной подрешетки в пределе низких температур $\tilde{\tau} \rightarrow 0$. Эти фазы определяются следующим образом.

Фаза I: $|p_0| = |q_0| = 1/(h+r)$, где $r = m/\sqrt{3}$. Эта фаза существует при полях

$$h \leq 1 - \frac{r^2}{(1+r)^2}.$$

Динамику этой фазы описывает гамильтониан

$$\begin{aligned} \tilde{H}(q, p) &= \frac{h+r}{2}(p^2 + q^2) - |p| - |q| - \\ &\quad - \frac{1-h}{r} - H(p_0, q_0). \quad (31) \end{aligned}$$

Фаза II: $|p_0| = |q_0| = 1/(h-r)$. Эта фаза существует при полях

$$h \geq 1 - \frac{r^2}{(1-r)^2}.$$

Этой фазе соответствует гамильтониан

$$\begin{aligned} \tilde{H}(q, p) &= \frac{h-r}{2}(p^2 + q^2) - |p| - |q| + \\ &\quad + \frac{1-h}{r} - H(p_0, q_0). \quad (32) \end{aligned}$$

Обе фазы сравниваются по энергии в точке фазового перехода первого рода (см. (9)) приближенно в поле

$$h = h^* \approx 1 - r^2.$$

Рассмотрим вероятность перехода между ближайшими точками равновесия этих двух фаз

$$p_0^I = q_0^I = \frac{1}{h+r}, \quad p_0^{II} = q_0^{II} = \frac{1}{h-r}$$

(см. рис. 1б) при таком значении поля, когда возникает их энергетическое вырождение, т. е. при $h = h^*$. Инстантонное решение найдем из условия сохранения гамильтонианов (31) и (32) на нулевом уровне, учитывая, что

$$H(p_0, q_0) = -\frac{1}{h^* - r} + \frac{1 - h^*}{r} = -\frac{1}{h^* + r} - \frac{1 - h^*}{r}.$$

Будем искать комплексное инстантонное решение частного вида

$$p = p_1 + ip_2, \quad q = p_1 - ip_2,$$

используя гамильтониан (17) при

$$\frac{1}{h + r} < p_1 < p^*$$

для фазы I и гамильтониан (17) для фазы II при

$$p^* < p_1 < \frac{1}{h - r}.$$

Параметр p^* определится условием непрерывности переменной $p_2(p^*)$ для рассматриваемых угловых фаз в комплексном фазовом пространстве рассматриваемой динамической системы (21).

В предельном случае $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ мнимая часть комплексного гамильтониана для обеих угловых фаз I и II тождественно обращается в нуль, т. е.

$$H_2(p_1, p_2) = 0,$$

а нулевой уровень действительной части гамильтониана для фазы I равен

$$H_1(p_1, p_2) = (h+r) \left(\left(p_1 - \frac{1}{h+r} \right)^2 - p_2^2 \right) = 0, \quad (33)$$

что дает

$$|p_2| = p_1 - \frac{1}{h+r} \quad \text{при} \quad \frac{1}{h+r} < p_1 < p^*.$$

Аналогично для фазы II находим

$$H_1(p_1, p_2) = (h-r) \left(\left(p_1 - \frac{1}{h-r} \right)^2 - p_2^2 \right) = 0, \quad (34)$$

откуда

$$|p_2| = \frac{1}{h-r} - p_1 \quad \text{при} \quad p^* < p_1 < \frac{1}{h-r}.$$

Из условия сшивки этих двух решений в точке $p_1 = p^*$ находим

$$\begin{aligned} p^* &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{h-r} + \frac{1}{h+r} \right) = \frac{h}{h^2 - r^2}, \\ p_2^* &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{h-r} - \frac{1}{h+r} \right) = \frac{r}{h^2 - r^2}. \end{aligned} \quad (35)$$

Используя полученное инстантонное решение для нулевого уровня гамильтониана, по формуле (28) найдем для рассматриваемого случая

$$\alpha_{inst} = \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow 0} \tilde{f}(\tilde{\tau}) = -\frac{r^2}{2(h^* - r^2)^2} \approx -\frac{r^2}{2}. \quad (36)$$

Найденное значение нормированного действия между двумя угловыми фазами I и II (см. (8)) значительно меньше полученных выше факторов туннелирования для ориентационных переходов МКК внутри каждой фазы. Это связано в данном случае с существенно меньшей величиной разделяющего энергетического барьера для фаз I и II по сравнению с барьером для азимутального изменения направления ориентации намагниченности железной подрешетки внутри одной фазы. Как следствие этого, внутрифазные туннельные эффекты сильно подавляются с ростом мезоскопического объема. Малая величина энергетического барьера сильно увеличивает мезоскопический объем, при котором могут проявляться квантовые свойства колебаний намагниченности вблизи линии фазового перехода первого рода. С другой стороны, при уменьшении объема частиц, когда разделяющий барьер для межфазного перехода I-II становится меньше кванта колебаний $\Delta E \ll \hbar\omega_0$ и железная подрешетка перестает различать фазы I и II из-за сильных квантовых флуктуаций, существенными для МКК могут стать переходы между азимутальными равновесными направлениями намагниченности железной подрешетки. С ростом температуры барьер перехода I-II подавляется гораздо сильнее, чем внутрифазные барьеры, определяющие устойчивость этих фаз по отношению к другим возможным переходам.

5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ В СЛУЧАЕ $\mathbf{H} \parallel [100]$ ПРИ УЧЕТЕ МКК-КОЛЕБАНИЙ СПИНОВ

Особенности расщепления основного состояния системы при наличии энергетического вырождения определяются решением задачи диагонализации гамильтониана с учетом актуальных матричных элементов туннелирования. В случае, когда четырехкратное азимутальное вырождение несущественно для МКК при смешивании состояний I и II, расщепление основного состояния происходит тривиально — на два уровня, с шириной туннельного перехода, определяемой фактором Гамова (36).

В случае же, когда актуальными становятся азимутальные МКК-переходы, основное состояние ме-

зоскопической рассматриваемой системы с четырьмя вырожденными положениями равновесия находится решением задачи на собственные значения для смешанной волновой функции

$$\Psi = c_1\phi_1 + c_2\phi_2 + c_3\phi_3 + c_4\phi_4.$$

Матричные элементы диагоналируемого гамильтониана задаются амплитудами туннелирования

$$\Delta_m \approx A_m \exp(-B_{m1} + iB_{m2}), \quad m = 1, 2,$$

между соответствующими положениями равновесия. Поэтому можно записать

$$\begin{pmatrix} -E & \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_1^* \\ \Delta_1^* & -E & \Delta_1 & \Delta_2 \\ \Delta_2 & \Delta_1^* & -E & \Delta_1 \\ \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_1^* & -E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = 0. \quad (37)$$

Собственные значения энергии находятся из решения уравнения

$$E^4 - 2E^2(\Delta_2^2 + 2|\Delta_1|^2) - 4E\Delta_2(\Delta_1^2 + \Delta_1^{*2}) - 4\Delta_2^2|\Delta_1|^2 - (\Delta_1^2 - \Delta_1^{*2})^2 = 0. \quad (38)$$

Видно, что в случае, когда имеется деструктивная интерференция амплитуд туннелирования, т. е.

$$\Delta_1^2 + \Delta_1^{*2} = 0,$$

возникает попарное вырождение энергетических уровней

$$E_{\pm} = \pm \sqrt{\Delta_2^2 + 2|\Delta_1|^2}.$$

В общем же случае имеются четыре различных значения корня этого уравнения.

6. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ И ТУННЕЛИРОВАНИЕ СПИНОВ ПРИ $\mathbf{H} \parallel [110]$

Рассмотрим теперь малую частицу $\text{No}_x\text{Y}_{3-x}\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ объема v_0 в поле $\mathbf{H} \parallel [110]$. Лагранжиан единицы объема для этого случая в координатной системе $[\bar{1}10]$, $[001]$, $[110]$ имеет вид [16]

$$L = \frac{M_{\text{Fe}}}{\gamma}(1 - \cos \theta)\phi + M_{\text{Fe}}H \cos \theta + \tau \tilde{x} \ln \left\{ \text{ch} \left(\frac{\sin \theta \sin \varphi}{\tau} \right) \right\} + \tau \tilde{x} \ln \left[\text{ch} \left(\frac{\sqrt{2}(h - \cos \theta)}{\tau} \right) + \text{ch} \left(\frac{\sqrt{2} \sin \theta \cos \varphi}{\tau} \right) \right]. \quad (39)$$

Здесь используются те же обозначения, что и в формуле (14). После введения новых переменных аналогично предыдущему случаю, а именно,

$$(q, p) = \sqrt{3} m^{-1} (\theta \cos \varphi, \theta \sin \varphi), \quad \tilde{\tau} = \omega_0 t,$$

$$\omega_0 = \gamma \lambda M_{\text{Fe}}, \quad \tilde{\tau} = \sqrt{3} m^{-1} \tau$$

в полях $h \sim 1$ получим действие

$$S_E = B_0 f(\tilde{\tau}) = \frac{\mu^2 x^2 v_0}{9 \gamma M_{\text{Fe}}} f(\tilde{\tau}),$$

в котором

$$f(\tilde{\tau}) = \int d\tilde{t} \left\{ \frac{1}{2} (\dot{p}q - \dot{q}p) - \tilde{H}(q, p) \right\}$$

содержит гамильтониан

$$\begin{aligned} \tilde{H}(q, p) = & \frac{1}{2}(p^2 + q^2) - \tilde{\tau} \ln \left(\text{ch} \frac{p}{\tilde{\tau}} \right) - \\ & - \tilde{\tau} \ln \left(\text{ch} \frac{\sqrt{2} \tilde{h}}{\tilde{\tau}} + \text{ch} \frac{\sqrt{2} q}{\tilde{\tau}} \right) - \\ & - \frac{1}{2}(p_0^2 + q_0^2) + \tilde{\tau} \ln \left(\text{ch} \frac{p_0}{\tilde{\tau}} \right) + \\ & + \tilde{\tau} \ln \left(\text{ch} \frac{\sqrt{2} \tilde{h}}{\tilde{\tau}} + \text{ch} \frac{\sqrt{2} q_0}{\tilde{\tau}} \right), \quad (40) \end{aligned}$$

где

$$\tilde{h} = \frac{\sqrt{3}(1-h)}{m},$$

а точки (q_0, p_0) являются точками равновесия системы. В пределе $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ эти точки равновесия определяют типы фаз (см. (10)), а именно, фазы I и III:

$$p_0 = \pm 1, \quad q_0 = 0$$

и фазу II:

$$p_0 = \pm 1, \quad q_0 = \pm \sqrt{2}.$$

Энергии обеих фаз сравниваются в точке фазового перехода первого рода при $\tilde{h} = \pm 1/\sqrt{2}$. На рис. 4 изображены равновесные точки и возможные типы инстантонных траекторий в фазах I (III) и в точке фазового перехода I-II.

Рассмотрим сначала туннельный внутрифазный МКК-переход $\Delta_{I \rightarrow I}$ между точками $(q_0, p_0) = (0, \pm 1)$ в пределе нулевой температуры $\tilde{\tau} \rightarrow 0$. Для этого выберем инстантонную траекторию в мнимом фазовом пространстве вида

$$p = p_1, \quad q = iq_2.$$

Гамильтониан в новых переменных в рассматриваемом предельном случае $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ принимает вид

$$\hat{H} = \frac{1}{2}(1 - |p_1|)^2 - \frac{1}{2}q_2^2.$$

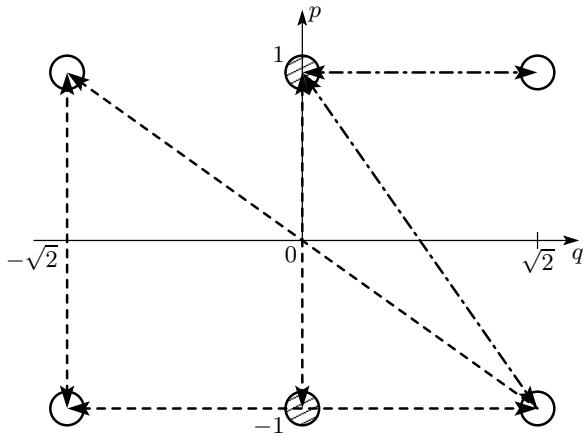


Рис. 4. $H \parallel [110]$. Точки равновесия и возможные типы туннельных переходов в плоскости pq в фазах I (заштрихованные кружки) и II (светлые кружки) и при фазовом переходе I \rightarrow II

Из условия сохранения энергии (нулевой уровень первого интеграла $H = 0$) находим инстантонную траекторию в фазовом пространстве в виде

$$q_2 = 1 - |p_1|.$$

Интегрирование по этой траектории дает

$$\begin{aligned} \alpha [(0, -1) \rightarrow (0, +1)] &= \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow 0} \tilde{f}(\tilde{\tau}) = \\ &= i \int \frac{1}{2} \left(iq_2 - i \frac{\partial q_2}{\partial p_1} p_1 \right) dp_1 = \\ &= - \int_{-1}^1 q_2 dp_1 = -1. \end{aligned} \quad (41)$$

Выражение (41) также определяет инстантонный вклад в амплитуду вероятности туннельного внутри-фазного перехода III–III. Это туннельное взаимодействие приводит к расщеплению двукратно вырожденных уровней энергии в фазах I и III на два уровня. Величина расщепления уровней при этом будет

$$\Delta E = 2A_K \exp(-B_0).$$

Рассмотрим теперь инстантонные переходы $\Delta_{I \rightarrow II}$ в поле $h_1 = 1/\sqrt{2}$ для перехода между точками

$$(q_0, p_0) = (0, +1) \rightarrow (+\sqrt{2}, +1).$$

Положим для этого случая

$$p = 1 + ip_2, \quad q = q_1.$$

Тогда при $|q_1| < 1/\sqrt{2}$ в пределе $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ гамильтониан принимает вид

$$\hat{H} = \frac{1}{2}q_1^2 - \frac{1}{2}p_2^2.$$

Получаем, что в этой области $p_2 = -|q_1|$. А при $|q_1| > 1/\sqrt{2}$ в пределе $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ имеем

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2} - |q_1| \right)^2 - \frac{1}{2}p_2^2.$$

Поэтому на участке $1/\sqrt{2} < q_1 < \sqrt{2}$ инстантон описывается формулой

$$p_2 = -\sqrt{2} + |q_1|.$$

Интегрирование вдоль найденной инстантонной траектории дает

$$\begin{aligned} \alpha \left[(0, 1) \rightarrow (\sqrt{2}, 1) \right] &= \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow 0} \tilde{f}(\tilde{\tau}) = \\ &= i \int d\tilde{t} \left\{ \frac{1}{2}(\dot{p}q - \dot{q}p) - \tilde{H}(q, p) \right\} = \\ &= \frac{i}{2} q_1 (1 + ip_2) \Big|_0^{\sqrt{2}} - i \int_0^{\sqrt{2}} (1 + ip_2) dq_1 = \\ &= -\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}i. \end{aligned} \quad (42)$$

Аналогично рассчитывается инстантонный вклад $\Delta_{II \rightarrow II}$ перехода между точками $(q_0, p_0) = (\sqrt{2}, \pm 1)$. Для этой траектории следует выбрать подстановку

$$p = p_1, \quad q = \sqrt{2} + iq_2.$$

Инстантонный вклад при этом равен

$$\begin{aligned} \alpha \left[(\sqrt{2}, -1) \rightarrow (\sqrt{2}, +1) \right] &= \\ &= \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow 0} \tilde{f}(\tilde{\tau}) = i \int d\tilde{t} \left\{ \frac{1}{2}(\dot{p}q - \dot{q}p) - \tilde{H}(q, p) \right\} = \\ &= -\frac{i}{2} \left(\sqrt{2} + iq_2 \right) p_1 \Big|_{-1}^1 + i \int_{-1}^1 \left(\sqrt{2} + iq_2 \right) dp_1 = \\ &= -1 + \frac{1}{\sqrt{2}}i. \end{aligned} \quad (43)$$

Для перехода между точками

$$(q, p) = \left(-\sqrt{2}, -1 \right) \rightarrow (0, 1)$$

для траектории используются соотношения

$$q_1 = (p_1 - 1)/\sqrt{2}, \quad q_2 = -p_2/\sqrt{2},$$

которые позволяют в пределе $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ найти инстантонную траекторию и ее вклад в экспоненту туннелирования

$$\alpha \left[\left(\sqrt{2}, -1 \right) \rightarrow (0, 1) \right] = -\sqrt{2} + i. \quad (44)$$

В случае перехода

$$(q, p) = \left(-\sqrt{2}, -1 \right) \rightarrow \left(\sqrt{2}, +1 \right)$$

сделаем подстановку

$$q_1 = \sqrt{2} p_1, \quad q_2 = -\sqrt{2} p_2.$$

Гамильтониан в пределе $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ сводится к виду

$$\hat{H} = \frac{3}{2} (1 - |p_1|)^2 - \frac{3}{2} p_2^2,$$

что приводит к $p_2 = 1 - |p_1|$ и дает инстантонный вклад, равный

$$\alpha \left[\left(-\sqrt{2}, -1 \right) \rightarrow \left(+\sqrt{2}, -1 \right) \right] = -2\sqrt{2}. \quad (45)$$

Переход типа

$$(q, p) = (0, 1) \rightarrow \left(\sqrt{2}, 1 \right)$$

имеет наименьший экспоненциальный фактор Гамова и поэтому наиболее актуален для МКК. Наличие этого туннельного взаимодействия приведет к частичному снятию шестикратного вырождения уровней в рассматриваемой точке фазового перехода первого рода $h = 1 - m/\sqrt{6}$ (или $\tilde{h} = 1/\sqrt{2}$). В данном приближении шестикратно вырожденный уровень разбивается на три эквидистантных двукратно вырожденных уровня, отделенных друг от друга интервалами

$$\Delta E = \sqrt{2} A_K \exp(-B_0/2).$$

Подобное рассуждение справедливо также для второй точки фазового перехода первого рода, которая имеет место при $h = 1 + m/\sqrt{6}$ (или $\tilde{h} = -1/\sqrt{2}$).

Аналогичный анализ для случая $\mathbf{H} \parallel [110]$ в промежуточной области полей при $h = 1$ ($\tilde{h} = 0$) показывает наличие трех типов инстантонных переходов, для которых

$$\alpha \left[\left(-\sqrt{2}, -1 \right) \rightarrow \left(\sqrt{2}, 1 \right) \right] = -2\sqrt{2}, \quad (46)$$

$$\alpha \left[\left(-\sqrt{2}, 1 \right) \rightarrow \left(\sqrt{2}, 1 \right) \right] = -2 + i\sqrt{2}, \quad (47)$$

$$\alpha \left[\left(\sqrt{2}, -1 \right) \rightarrow \left(\sqrt{2}, 1 \right) \right] = -1 + i/\sqrt{2}. \quad (48)$$

Наиболее актуальными здесь являются инстантонные переходы между двумя парами ближайших соседей (см. (48)), которые приведут к попарному снятию четырехкратного вырождения уровней для этого значения поля. Интервал между парой дублетов в этом случае равен

$$\Delta E = \sqrt{2} A_K \exp(-B_0),$$

как и при туннельных переходах в фазах I и III.

7. МКК В ОБЛАСТИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ПРИ $\mathbf{H} \parallel [111]$

Рассмотрим теперь случай $\mathbf{H} \parallel [111]$. Исходный лагранжиан единицы объема однородно намагниченного ферритмагнетика $\text{Ho}_x\text{Y}_{3-x}\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ для этого случая в системе координат [112], [110], [111] записывается в виде [16]

$$L = \frac{M_{\text{Fe}}}{\gamma} (1 - \cos \theta) \dot{\varphi} + M_{\text{Fe}} H \cos \theta + \tau \tilde{x} \sum_{n=0, \pm 1} \ln \left[\text{ch} \left(\frac{1 - h - \sqrt{2} \sin \theta \cos(\varphi + 2\pi n/3)}{\tau} \right) \right], \quad (49)$$

где обозначения соответствуют формуле (14). Для дальнейших расчетов введем нормированное время

$$\tilde{t} = \omega_0 t, \quad \omega_0 = \gamma \lambda M_{\text{Fe}}.$$

Рассмотрим область сильных магнитных полей $h \sim 1$. В новых переменных

$$(p, q) = \frac{3}{2\sqrt{2}m} (\theta \cos \varphi, \sin \varphi), \quad \tilde{\tau} = \frac{3\tau}{2m},$$

$$h_2 = \frac{3(1-h)}{2m},$$

учитывая, что актуальная область изменения нормированного поля $|h - 1| \sim m$ имеет такую же малость, как ненулевые равновесные значения полярного угла отклонения $\theta \sim m/h$, можно упростить лагранжиан задачи и записать действие в виде

$$S_E = B_0 f(\tilde{\tau}). \quad (50)$$

Здесь, как и ранее,

$$B_0 = \frac{1}{9} \frac{\mu^2 x_c^2 v_0}{\gamma M_{\text{Fe}}},$$

а

$$f(\tilde{\tau}, a) = \frac{8}{3} \int d\tilde{t} \left\{ \frac{1}{2} (\dot{q}p - \dot{p}q) - \tilde{H}(q, p) \right\}$$

является нормированным действием с эффективным гамильтонианом

$$\begin{aligned} \tilde{H}(q, p) &= \frac{1}{2}(p^2 + q^2) - \frac{1}{4}\tilde{\tau} \ln \left[\operatorname{ch} \left(\frac{h_2 - 2p}{\tilde{\tau}} \right) \times \right. \\ &\times \operatorname{ch} \left(\frac{h_2 + p - \sqrt{3}q}{\tilde{\tau}} \right) \left. \operatorname{ch} \left(\frac{h_2 + p + \sqrt{3}q}{\tilde{\tau}} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2}(p^2 + q^2) - \frac{1}{4}\tilde{\tau} \left[\ln \left(\operatorname{ch} \frac{h_2 - 2p}{\tilde{\tau}} \right) + \right. \\ &\left. + \ln \left(\operatorname{ch} \frac{2(h_2 + p)}{\tilde{\tau}} \right) + \operatorname{ch} \left(\frac{2\sqrt{3}q}{\tilde{\tau}} \right) \right], \quad (51) \end{aligned}$$

где в первом члене параметр h положен равным единице, так как рассматриваемые переходы лежат в узкой окрестности полей $|h - 1| \sim m \ll 1$.

В предельном случае $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ гамильтониан (энергия системы) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \tilde{H}(q, p) &= \frac{1}{2}(p^2 + q^2) - \\ &- \frac{1}{4}(|h_2 - 2p| + |h_2 + p - \sqrt{3}q| + |h_2 + p + \sqrt{3}q|). \quad (52) \end{aligned}$$

Его минимизация дает следующие точки равновесия (см. рис. 5).

Фазы I, IV (см. (12)) находятся в центре единичной окружности, т.е. для них $p = 0, q = 0$. Они соответствует намагничению железной подрешетки, которое параллельно приложенному магнитному полю вдоль оси [111].

Фаза II содержит три точки, противоположные на той же окружности

$$p = 1, \quad q = 0; \quad p = -\frac{1}{2}, \quad q = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Фаза III (см. (12)) содержит три эквивалентные точки равновесия на окружности единичного радиуса $\sqrt{p^2 + q^2} = 1$:

$$p = -1, \quad q = 0; \quad p = \frac{1}{2}, \quad q = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

В точках фазового перехода при значениях параметра $h_2 = \pm 1, 0$ уровень наименьшей энергии захватывает наибольшее число точек равновесия. Рассмотрим наиболее интересные для нас инстантонные траектории в точках фазового перехода. Введем комплексные переменные

$$p = p_1 + ip_2, \quad q = q_1 + iq_2.$$

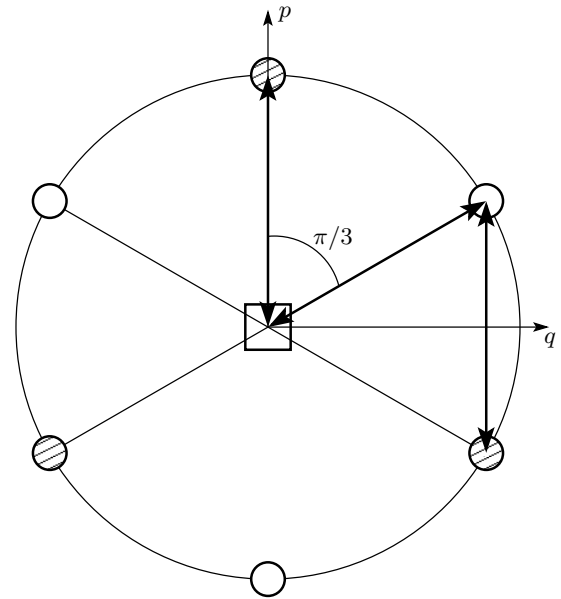


Рис. 5. Фазы ориентационных состояний M_{Fe} при $\mathbf{H} \parallel [111]$ в плоскости pq и типы туннельных переходов между ними: квадрат — фазы I, IV; заштрихованные кружки — фаза II; светлые кружки — фаза III

Гамильтониан задачи имеет мнимую и действительную составляющие, которые в пределе нулевой температуры $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ принимают вид

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \tilde{H}(q, p) &= \frac{1}{2}(p_1^2 + q_1^2 - p_2^2 - q_2^2) - \\ &- \frac{1}{4} \left(|h_2 - 2p_1| + |h_2 + p_1 - \sqrt{3}q_1| + \right. \\ &\left. + |h_2 + p_1 + \sqrt{3}q_1| \right), \quad (53) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \tilde{H}(q, p) &= p_1 p_2 + q_1 q_2 - \frac{1}{4} (2p_2 \operatorname{sgn}(2p_1 - h_2) + \\ &+ (p_2 - \sqrt{3}q_2) \operatorname{sgn}(h_2 + p_1 - \sqrt{3}q_1) + \\ &+ (p_2 + \sqrt{3}q_2) \operatorname{sgn}(h_2 + p_1 + \sqrt{3}q_1)). \quad (54) \end{aligned}$$

Теперь, используя подход, аналогичный описанному в предыдущих разделах, можно найти инстантонные вклады в экспоненциальный фактор туннелирования для всех типов межфазного перехода. Найдем, например, радиальный инстантон при $h = 1 - 2m/3$ ($h_2 = 1$) между точками $p = 0, q = 0$ и $p = 1, q = 0$, являющимися точками равновесия фаз I и II, для чего положим $p = p_1, q = iq_2$. При этом мнимая часть комплексного гамильтониана на рассматриваемой траектории тождественно обращается в нуль, т.е.

$$\text{Im } \tilde{H}(p, q) = 0.$$

Сохраняющаяся действительная часть гамильтониана равна

$$\text{Re } \tilde{H}(q, p) = \begin{cases} \frac{1}{2}(p_1^2 - q_2^2) - \frac{3}{4}, & 0 < p_1 < \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}((p_1 - 1)^2 - q_2^2) - \frac{3}{4}, & \frac{1}{2} < p_1 < 1. \end{cases} \quad (55)$$

На нулевом уровне гамильтониана, проходящем через рассматриваемые точки равновесия, действительная часть действия тождественно равна нулю, что дает искомое инстантонное решение в фазовом пространстве,

$$q_2 = \begin{cases} p_1, & 0 < p_1 < \frac{1}{2}, \\ 1 - p_1, & \frac{1}{2} < p_1 < 1, \end{cases} \quad (57)$$

и позволяет рассчитать вклад в действие в виде

$$\tilde{f}_{\text{I} \rightarrow \text{II}}(\tilde{\tau} = 0, h_2 = 1) = \frac{4}{3} \int (\dot{q}_2 p_1 - \dot{p}_1 q_2) dt = -\frac{8}{3} q_2 dp_1 = -\frac{2}{3}. \quad (58)$$

Аналогичный расчет инстантона между точками $p = -1/2, q = \sqrt{3}/2$ (фаза II) и $p = 1/2, q = \sqrt{3}/2$ (фаза III) в точке фазового перехода первого рода при $h = 1$ ($h_2 = 0$) дает инстантонный вклад в нормированный фактор Гамова

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{\text{II} \rightarrow \text{III}}(\tilde{\tau} = 0) &= \frac{4i}{3} \int \left[p_1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + iq_2 \right) - q_2 p_1 \right] dt = \\ &= i \frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{8}{3} \int_{-1/2}^{1/2} q_2 dp_1 = -\frac{2}{3} + \frac{4}{\sqrt{3}} i. \end{aligned} \quad (59)$$

Видно, что в отличие от предыдущего случая инстантонный переход дает также фазовый сдвиг в амплитуду туннелирования, определяемый мнимым слагаемым. При переходе в обратном направлении фазовый сдвиг меняет знак. Аналогичный фазовый сдвиг имеют и другие амплитуды туннелирования при инстантонном переходе между точками равновесия фаз II и III. Проанализируем особенности туннельного расщепления основного состояния, вносимые МКК-переходами, в окрестности рассмотренных фазовых переходов.

8. ДИАГОНАЛИЗАЦИЯ ГАМИЛЬТониАНА ИНСТАНТОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВБЛИЗИ ТОЧЕК ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ПРИ $h \parallel [111]$

Рассмотрим фазовые переходы вблизи $h = h^* = 1 \pm m$. Волновую функцию для четырех энергетически эквивалентных точек равновесия фаз I и II (III и IV) представим в виде

$$\begin{aligned} \Psi(p, q) &= C_1 \Psi_{\text{I}}(0, 0) + C_2 \Psi_{\text{II}}(1, 0) + \\ &+ C_3 \Psi_{\text{II}}\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + C_4 \Psi_{\text{II}}\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \end{aligned}$$

где C_i определяются из уравнения

$$\begin{pmatrix} E_{\text{I}}(h) - E & \Delta_{\text{II} \rightarrow \text{I}} & \Delta_{\text{II} \rightarrow \text{I}} & \Delta_{\text{II} \rightarrow \text{I}} \\ \Delta_{\text{II} \rightarrow \text{I}} & E_{\text{II}}(h) - E & 0 & 0 \\ \Delta_{\text{II} \rightarrow \text{I}} & 0 & E_{\text{II}}(h) - E & 0 \\ \Delta_{\text{II} \rightarrow \text{I}} & 0 & 0 & E_{\text{II}}(h) - E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = 0, \quad (60)$$

где

$$\Delta_{\text{II} \rightarrow \text{I}} = A_K \exp\left(-\frac{2}{3} B_0\right).$$

В точке фазового перехода $E_{\text{I}}(h^*) = E_{\text{II}}(h^*)$. Вблизи перехода $h - h^* \ll 1$ можно считать изменение недиагонального элемента малым (при $\Delta_{\text{II} \rightarrow \text{I}} \ll \hbar\omega_0$). Решение характеристического уравнения для системы (60) приводит к следующему результату: в окрест-

ности фазового перехода первого рода $\text{I} \rightarrow \text{II}$ вблизи основного состояния образуются два расщепленных синглетных уровня, между которыми имеется вырожденный дублет. В точке фазового перехода расщепление уровней имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta E_{1,2} &= \pm \sqrt{3} \Delta_{\text{II} \rightarrow \text{I}}, \\ \Delta E_{3,4} &= 0, \end{aligned} \quad (61)$$

где

$$\Delta E_i = E_i - E_1.$$

Теперь рассмотрим фазовый переход первого рода $\text{III} \rightarrow \text{II}$, который происходит при $h = h^* = 1$. В точке перехода образуются шесть энергетически вырожденных по азимутальному углу состояний — по три в каждой фазе. Волновую функцию системы представим в виде

$$\begin{aligned} \Psi(p, q) = & C_1 \Psi_{\text{III}}(-1, 0) + C_2 \Psi_{\text{III}}\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \\ & + C_3 \Psi_{\text{II}}\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + C_4 \Psi_{\text{III}}\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \\ & + C_5 \Psi_{\text{II}}\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + C_6 \Psi_{\text{III}}(1, 0). \end{aligned}$$

Решение задачи на собственные значения для гамильтониана туннельного взаимодействия в последнем случае проводится аналогично предыдущему случаю. Из соответствующего расчета следует, что в точке фазового перехода

$$E_{\text{III}}(h^*) = E_{\text{II}}(h^*) = E(1) = 0$$

характеристическое уравнение имеет решение, описывающее три попарно вырожденных дублета:

$$\begin{aligned} \Delta E_{1,2} &= \pm |\Delta_{\text{III} \rightarrow \text{II}}|, \\ \Delta E_{3,4} &= |\Delta_{\text{III} \rightarrow \text{II}}| \left(\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} \right)^{1/2}, \\ \Delta E_{5,6} &= |\Delta_{\text{III} \rightarrow \text{II}}| \left(\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (62)$$

где $|\Delta_{\text{III} \rightarrow \text{II}}| = A_K \exp(-2B_0/3)$.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты прделанного анализа представлены в таблице. В таблице указаны значения нормированных критических полей для различных ориентаций поля в кристалле, при которых происходят рассматриваемые ориентационные фазовые переходы первого рода. Для каждого перехода приведены значения угловых переменных, соответствующих точкам равновесия угловых фаз, и нормированное действие для соответствующих инстантонных переходов. Основное состояние малой частицы (нижний

энергетический уровень возможных состояний) расщепляется вблизи точки фазового перехода благодаря мезоскопическому смешиванию фаз из-за инстантонных взаимодействий. Схема расщепления основного состояния приведена в последнем столбце таблицы. В фигурных скобках приведено количество вырожденных энергетических состояний в фазе, отделенной по энергии от угловых фаз, между которыми происходит переход первого рода. Обращает на себя внимание ориентационный фазовый переход при $\mathbf{H} \parallel [100]$, когда энергетический барьер между двумя различающимися по полярному углу ориентационными фазовыми состояниями существенно отличается от такового для внутрифазных вырожденных по энергии состояний с различающимися азимутальными направлениями намагниченности железной подрешетки. Величина инстантонного вклада в экспоненциальный фактор тунnelирования для этих двух случаев отличается в $2/r^2$ раз, где

$$r = x_c \mu / 3M_{\text{Fe}} = x\mu / 15\mu_B$$

является малой величиной для разбавленных соединений, в которых $x \ll 1$. Это означает, что величина мезоскопического объема, при котором может быть заметно влияние мезоскопического смешивания фаз I и II на расщепление вырожденных уровней основного состояния для этой ориентации поля, существенно больше, чем для других ориентаций.

Оценим величину мезоскопического объема для туннельного перехода для фаз I и II в случае $\mathbf{H} \parallel [100]$, при котором величина МКК-расщепления достигнет $\Delta\omega = 1000$ МГц. Для этого воспользуемся формулой

$$\Delta\omega = A_\omega \exp(B_0\alpha_{inst}),$$

в которой

$$A_\omega = \omega_0 \sqrt{B_0\alpha_{inst}}, \quad \omega_0 = \gamma\lambda M, \quad \alpha_{inst} = \text{Re} \tilde{f}(0).$$

Из этой формулы следует, что

$$v_0 \approx \frac{4}{c_0\alpha_{inst}} \left(\frac{15\mu_B}{x\mu} \right)^2 \ln \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{a^3}{4} \left(\frac{15\mu_B}{x\mu} \right) \ln \frac{\omega_0}{\Delta\omega}.$$

Если принять, что $x = 0.1$, $\mu = 7.5\mu_B$, $\omega_0 = 1000$ ГГц, $a = 1.24$ нм, то оценка дает $v_0 \approx 10^5 a^3 \approx 2 \cdot 10^5$ нм³. При уменьшении объема величина частотного расщепления экспоненциально возрастает до частоты основного резонанса. Этому же способствует уменьшение концентрации примесных ионов. Так, близкое по величине частотное расщепление, связанное с другими инстантонными переходами и при других ориентациях поля, когда

Направление поля	Ориентация $\mathbf{M}_{Fe}(\theta, \varphi)$ в фазах	Величины полей фазовых переходов	Нормированное действие $\tilde{f}(0)$ для наиболее актуальных переходов	Расщепление уровней
$\mathbf{H} \parallel [100]$	Фазы I, II $\theta_{I,II} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{m}{h} \left(1 \pm \frac{m}{\sqrt{3}h} \right)$, $\varphi_I = \varphi_{II} = \pm\pi/4; \pm 3\pi/4$	$h_{I \rightarrow II} = 1 - \frac{m^2}{3}$	$\tilde{f}_{I \rightarrow II} = -\frac{m^2}{6}$	$\{4\} \rightarrow 2 + 2$
$\mathbf{H} \parallel [110]$	Фазы I, II, III $\theta_{I,III} = \frac{m}{\sqrt{3}h}$, $\varphi_{I,III} = \pm\pi/2$, $\theta_{II} = m$, $\text{th } \varphi_{II} = \pm 1/\sqrt{2}$	$\tilde{h}_{I \rightarrow II} = 1 - \frac{m}{\sqrt{6}}$ $\tilde{h}_{II \rightarrow III} = 1 + \frac{m}{\sqrt{6}}$	$\tilde{f}_{I \rightarrow II} = \tilde{f}_{II \rightarrow III} = -\frac{1}{2} \mp \frac{i}{\sqrt{2}}$	$\{2 + 4\} \rightarrow 2 + 2 + 2$
$\mathbf{H} \parallel [111]$	Фазы I, II, III, IV $\theta_{I,IV} = 0$, $\theta_{II,III} = \frac{2\sqrt{2}}{3}m$, $\varphi_{II} = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$, $\varphi_{III} = \varphi_{II} + \pi$	$\tilde{h}_{I \rightarrow II} = 1 - \frac{2}{3}m$ $\tilde{h}_{II \rightarrow III} = 1$ $\tilde{h}_{III \rightarrow IV} = 1 + \frac{2}{3}m$	$\tilde{f}_{I \rightarrow II} = -\frac{2}{3}$ $\tilde{f}_{II \rightarrow III} = -\frac{2}{3} \pm \frac{4}{\sqrt{3}}i$ $\tilde{f}_{III \rightarrow IV} = -\frac{2}{3}$	$\{1 + 3\} \rightarrow 1 + 2 + 1$ $\{3 + 3\} \rightarrow 2 + 2 + 2$ $\{3 + 1\} \rightarrow 1 + 2 + 1$

$\alpha_{inst} = -1/2$, может наблюдаться при том же объеме, но при значительно меньшей концентрации, а именно, при $x = 0.01$.

Дальнейшее уменьшение концентрации при $x < 0.001$ приводит к образованию магнитнонеоднородных состояний вблизи примесных центров [14]. Мезоскопический объем спиновых кластеров вблизи изинговских ионов в этом случае составляет примерно $v_{cl} \sim a^2 \sqrt{A/\lambda M^2}$ и практически не зависит от концентрации примеси при таком разбавлении. Меняется только число спиновых кластеров в заданном объеме кристалла. Мезоскопические колебания намагниченности, обусловленные туннелированием намагниченности железной подрешетки между ориентационными фазами в кластере, будут описываться аналогично МКК-колебаниям в малых частицах объема v_{cl} с эффективной концентрацией $x_c = 1/v_{cl}$ в формулах для действия (18), (44). Нормировочный экспоненциальный фактор при этом очень мал:

$$B_0 \sim \frac{a}{48\sqrt{A/\lambda M^2}} \left(\frac{\mu}{15\mu_B} \right)^2 \ll 1.$$

В связи с этим фазовые состояния с различающейся ориентацией положений равновесия становятся

физически неразличимыми благодаря квантовым флуктуациям, когда расстояние между мезоскопическими спиновыми неоднородностями возрастает до прекращения взаимодействия между ними. В переходной области концентраций могут наблюдаться явления МКК в мезоскопических спиновых неоднородностях, образуемых кластерами изинговских примесных ионов [17].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 02-02-16704, 03-02-17166), Министерства образования РФ (грант № E02-3.4-116), ИНТАС (грант № 99-01-839).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Enz and R. Shilling, J. Phys. C **19**, 1765 (1986); J. L. van Hemmen and A. Suto, Phys. Rev. B **141**, 37 (1986); E. M. Chudnovsky and L. Gunter, Phys. Rev. Lett. **60**, 661 (1988).
2. E. M. Chudnovsky and J. Tejada, *Macroscopic Quantum Tunneling of the Magnetic Moment*, Cambridge University Press, Cambridge (1998).

3. D. D. Awschalom, M. A. McCord, and G. Grinshtein, Phys. Rev. Lett. **65**, 783 (1990); D. D. Awschalom, J. F. Smith, G. Grinshtein, D. F. DiVincenzo, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **68**, 3092 (1992).
4. M. Uehara and B. Barbara, J. de Phys. (Paris) **47**, 235 (1986); C. Paulsen, L. C. Sampaio, B. Barbara, D. Fruchart, A. Marchand, J. L. Tholence, and M. Uehara, Phys. Lett. A **161**, 319 (1991).
5. M. Dressel, B. Gorshunov, K. Rajagopal, S. Vongtragool, and A. A. Muchin, Phys. Rev. B **67**, 060405-1 (2003).
6. A. Garg, Europhys. Lett. **22**, 205 (1993); V. Yu. Golyshev and A. F. Popkov, Europhys. Lett. **29**, 327 (1995).
7. T. Egami, Phys. Stat. Sol. A **20**, 157 (1973); E. M. Chudnovsky, O. Iglesias, and P. C. E. Stamp, Phys. Rev. B **46**, 5392 (1992); V. V. Dobrovitskii and A. K. Zvezdin, J. Magn. Magn. Mater. **156**, 205 (1996); А. Ф. Попков, ФТТ **44**, 135 (2002).
8. D. Gatteschi et al., Science **265**, 1054 (1994); F. Lioni et al., J. Appl. Phys. **81**, 4645 (1997); I. Tupitsin and B. Barbara, in *Magnetism: Molecules to Materials*, ed. by A. Muller and M. Drillon, Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim (2000); P. Politi, A. Rettori, F. Hartmann-Boutron, and J. Villian, Phys. Rev. Lett. **75**, 537 (1995).
9. D. Loss, D. P. DiVincenzo, and G. Grinstein, Phys. Rev. Lett. **69**, 3232 (1992); J. Von Delft and C. L. Henley, Phys. Rev. Lett. **69**, 3236 (1992).
10. N. V. Prokof'ev and P. C. E. Stamp, J. Phys. Cond. Mat. **5**, L667 (1994).
11. P. C. E. Stamp, Physica B **197**, 133 (1994).
12. V. Yu. Golyshev and A. F. Popkov, Phys. Rev. B **56**, 2712 (1997).
13. А. А. Мухин, А. С. Прохоров, Б. П. Горшунов, А. К. Звездин, В. Д. Травкин, М. Дрессель, УФН **172**, 1306 (2002).
14. А. К. Звездин, А. А. Мухин, А. И. Попов, ЖЭТФ **72**, 1097 (1977).
15. Р. З. Левитин, А. И. Попов, В. В. Снегирев, ФТТ **24**, 3138 (1982).
16. К. П. Белов, А. К. Звездин, А. М. Кадомцева, Р. З. Левитин, *Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках*, Наука, Москва (1979), с. 271; А. К. Звездин, В. М. Матвеев, А. А. Мухин, А. И. Попов, *Редкоземельные ионы в магнитоупорядоченных кристаллах*, Наука, Москва, (1985), с. 142.
17. А. Ф. Попков, А. И. Попов, Письма в ЖЭТФ **65**, 445 (1997).
18. А. К. Звездин, А. Ф. Попков, Письма в ЖЭТФ **57**, 548 (1993).
19. R. P. Feynman and A. R. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integrals*, McGraw-Hill, New York (1965); S. Coleman, *Aspects of Symmetry*, Cambridge University Press, Cambridge (1985); A. J. Leggett, Rev. Mod. Phys. **59**, 1 (1987).
20. A. Garg and G.-H. Kim, Phys. Rev. B **45**, 12921 (1991).