

НЕКЛАССИЧЕСКИЙ СВЕТ ПРИ КВАЗИСИНХРОННОМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ САМОПРЕОБРАЗОВАНИИ ЧАСТОТЫ

*А. А. Новиков, А. С. Чиркин**

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119992, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 30 апреля 2004 г.

Развита квантовая теория параметрического преобразования частоты лазерного излучения в активно-нелинейных кристаллах с регулярной доменной структурой. В таких кристаллах одновременно осуществляются лазерная генерация и квазисинхронное параметрическое преобразование частоты лазерного излучения. Для описания этих процессов использован метод Гейзенберга – Ланжевена. Рассмотрены два режима генерации субгармоники: надпороговый и подпороговый. Изучены спектральные свойства квадратурных компонент лазерного излучения и его субгармоники, а также статистика фотонов в зависимости от мощности накачки, длины кристалла и коэффициента отражения выходного зеркала резонатора. На основе полученных аналитических выражений выполнены численные расчеты указанных характеристик для активно-нелинейного кристалла Nd:Mg:LiNbO_3 с регулярной доменной структурой. Установлено, что в подпороговом режиме максимальное уменьшение спектральной плотности флуктуаций в квадратурной компоненте субгармоники по отношению к стандартному квантовому пределу может составлять 90 %, а в надпороговом режиме подавления флуктуаций практически не происходит. Уменьшение спектральной плотности флуктуаций квадратуры лазерного излучения не превышает 10 %. Показано, что статистика фотонов субгармоники в подпороговом режиме ее возбуждения суперпуассоновская. В случае надпорогового режима генерации излучения статистика фотонов близка к пуассоновской.

PACS: 42.25.Dd, 42.65.Ky, 42.70.Mr

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы активно ведутся исследования кристаллов с периодически-неоднородными нелинейными свойствами. Такие кристаллы являются сегнетоэлектриками, в которых при переходе от одного домена к другому направление вектора спонтанной поляризации среды меняется на противоположное, что может приводить к смене знака коэффициента квадратичной нелинейной восприимчивости на противоположный [1, 2]. Таким образом, в кристалле, обладающем однородными линейными свойствами, формируется «нелинейная» решетка. Нелинейно-оптические кристаллы с регулярной доменной структурой (РДС-кристаллы, или нелинейные фотонные кристаллы) имеют определенное преимущество по сравнению с однородными нелинейными кристаллами. Основное достоинство состоит в том, что путем подбора периода модуляции нелинейной

восприимчивости в РДС-кристалле можно компенсировать волновую расстройку взаимодействующих световых волн (так называемое квазисинхронное взаимодействие) и, в принципе, осуществить любое трехчастотное взаимодействие. В настоящее время квазисинхронные взаимодействия световых волн используют для генерации когерентного излучения в спектральных диапазонах от ультрафиолетового до инфракрасного. Наряду с этим все больший интерес вызывают квазисинхронные взаимодействия с точки зрения получения неклассического света — сжатого света и перепутанных фотонных состояний [3–6]. Исследуется применение неклассического света в различных прецизионных оптико-физических измерениях, в системах передачи и обработки оптической информации [7].

Новые возможности в нелинейной оптике открывают активно-нелинейные кристаллы с регулярной доменной структурой [8]. Активно-нелинейные кристаллы имеют примеси редкоземельных ионов,

*E-mail: chirkin@squeeze.phys.msu.su, aschirkin@pisem.net

которые обеспечивают активные (лазерные) свойства кристаллов, а кристаллическая матрица играет роль нелинейной среды. В них можно осуществить процесс самопреобразования частоты лазерной генерации, когда одновременно происходят лазерная генерация оптического излучения и нелинейное преобразование частоты этого излучения. Исследования активно-нелинейных кристаллов стимулируются широким диапазоном возможных применений компактных и надежных лазеров, генерирующих излучение в видимой и инфракрасной областях спектра.

Вместе с тем возможности самопреобразования частоты в однородных активно-нелинейных кристаллах ограничены их дисперсионными свойствами. Как отмечалось выше, эти ограничения можно преодолеть при наличии пространственной модуляции нелинейной восприимчивости. Недавно показано [8–11], что активно-нелинейные РДС-кристаллы, сочетающие преимущества как активно-нелинейных сред, так и сред с периодически-неоднородными нелинейными свойствами, интересны с точки зрения реализации разнообразных трехчастотных волновых взаимодействий. При этом одна из участвующих в таком процессе волн может усиливаться за счет активных свойств кристалла. Такие процессы могут служить основой создания миниатюрных лазеров с самопреобразованием частоты.

В настоящей работе изучены квантовые свойства света при параметрическом самопреобразовании частоты лазерной генерации. В таком процессе, происходящем внутри резонатора с активно-нелинейным РДС-кристаллом, одновременно имеет место лазерная генерация и процесс параметрического преобразования лазерной частоты. В рассматриваемом нами случае речь идет о генерации второй субгармоники. Следует отметить, что квантовая теория процессов лазерной генерации и параметрического преобразования частоты по отдельности к настоящему времени хорошо разработана (см., например, монографии [12–14]). Однако при самопреобразовании частоты мы имеем дело с двумя связанными процессами, что, естественно, не только изменяет физику рассматриваемого явления, но и усложняет теоретический анализ.

В работах [15, 16] квантовая теория параметрического самопреобразования частоты была разработана применительно к газовым лазерам. Для газовых лазеров время жизни фотона в резонаторе, T , много больше времен релаксации инверсной населенности, T_{\parallel} , и поляризации активной среды, T_{\perp} , ($T \gg T_{\perp}, T_{\parallel}$), что при анализе позволяет адиабати-

чески исключать из уравнений для лазерной генерации инверсную населенность и поляризацию. Однако для активно-нелинейных кристаллов имеет место другое соотношение между указанными временами, а именно, $T \ll T_{\perp} \ll T_{\parallel}$. Поэтому для твердотельных лазерных систем результаты теории [15, 16] оказываются неприменимыми. В данной работе квантовый анализ параметрического самопреобразования частоты выполнен для произвольного соотношения между характерными временами. Мы рассмотрим спектр флуктуаций квадратурных компонент и статистику фотонов лазерного излучения и поля субгармоники. Полученные общие формулы использованы нами в численных расчетах параметрического самопреобразования частоты в активно-нелинейном РДС-кристалле Nd:Mg:LiNbO₃.

Структура работы следующая. В разд. 2 по отдельности записаны уравнения Гейзенберга–Ланжевена лазерной генерации и квазисинхронных трехчастотных взаимодействий. Параметрическое самопреобразование рассмотрено в разд. 3. Здесь приведены соответствующие уравнения Гейзенберга–Ланжевена и получены их решения методом возмущения. В разд. 4 представлены расчеты спектра флуктуаций квадратурных компонент лазерного излучения и его субгармоники в подпороговом и надпороговом режимах генерации субгармоники в активно-нелинейном кристалле Nd:Mg:LiNbO₃. В разд. 5 основное внимание уделено анализу статистики фотонов субгармоники в подпороговом режиме ее генерации.

2. ЛАЗЕРНЫЕ И НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Анализ процесса параметрического самопреобразования частоты проведем следующим образом. Вначале мы по отдельности опишем лазерную генерацию в активном кристалле и трехчастотные волновые взаимодействия в нелинейно-оптическом кристалле. Затем, объединяя полученные уравнения, придем к системе совместных уравнений для операторов поля и атомов среды, описывающих процессы в активно-нелинейном кристалле. При этом мы будем пользоваться методом Гейзенберга–Ланжевена [12–14], который, как известно, особенно удобен для расчета корреляционных функций операторов и, следовательно, спектральных плотностей.

Будем изучать процесс лазерной и параметри-

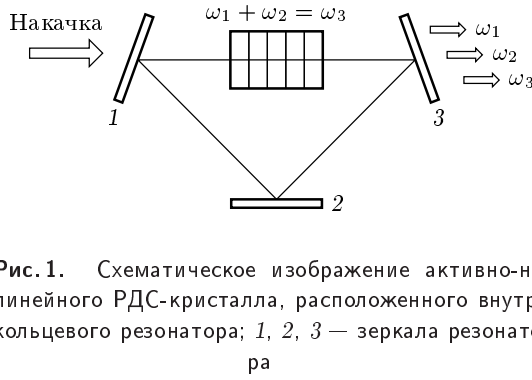


Рис. 1. Схематическое изображение активно-нелинейного РДС-кристалла, расположенного внутри кольцевого резонатора; 1, 2, 3 — зеркала резонатора

ческой генераций в активно-нелинейном РДС-кристалле, расположенном внутри кольцевого резонатора (рис. 1), два зеркала которого (1 и 2) полностью отражают излучение на возбуждаемых частотах, а третье зеркало (3) является выходным. Причем полагаем, что накачка кристалла осуществляется лазерным излучением через зеркало 1, а зеркала 2 и 3 для излучения накачки полностью прозрачны.

2.1. Лазерная генерация в активном кристалле

Итак, рассмотрим сначала процесс лазерной генерации в активно-нелинейном кристалле без учета его нелинейно-оптических свойств. Воспользуемся квантовым подходом, основанным на операторном уравнении Гейзенберга, следуя в основном [12]. Исключение из системы операторных уравнений для поля и атомов среды операторов, связанных с термостатом, моделирующим взаимодействие поля с другими физическими системами, кроме атомов, приводит для рассматриваемого процесса к следующей системе уравнений Гейзенберга – Ланжевена [12]:

$$\frac{da_l}{dt} = -k_l a_l - iT_C g \sigma + F_l(t), \quad (1)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{\tau_{\perp}} (-\sigma + igT_{\perp} a_l N) + \Gamma(t), \quad (2)$$

$$\frac{d\sigma^{\dagger}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\perp}} (-\sigma^{\dagger} - igT_{\perp} a_l^{\dagger} N) + \Gamma^{\dagger}(t), \quad (3)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\tau_{\parallel}} \left[P - N + i2T_{\parallel} g (\sigma a_l^{\dagger} - \sigma^{\dagger} a_l) \right] + \Gamma_N(t). \quad (4)$$

Уравнения (1)–(4) записаны в представлении взаимодействия и в приближении вращающейся волны. При этом считаем, что частота поля ω_l совпадает

с частотой перехода ω_0 между лазерными уровнями ($\omega_0 = \omega_l$). В системе уравнений (1)–(4)

$$\sigma = \sum_{\nu=1}^M \sigma_{\nu}, \quad N = \sum_{\nu=1}^M N_{\nu}$$

— соответственно, операторы поляризации и разности населенности активной среды, содержащей M атомов, a_l^{\dagger} (a_l) — оператор рождения (уничтожения) фотона частоты ω_l ,

$$g = \sqrt{\frac{c\hbar\omega_l}{4I_S V T_{\parallel} T_{\perp}}}$$

— константа взаимодействия атома с электромагнитным полем, T_{\parallel} и T_{\perp} — времена релаксации инверсной населенности и поляризации среды, I_S — интенсивность насыщения активной среды, V — объем квантования, определяемый поперечными размерами пучка накачки и длиной кристалла, c — скорость света в вакууме, T_C — время обхода волной резонатора, t — безразмерное время, полученное нормировкой текущего времени на T_C ($t \rightarrow t/T_C$), $\tau_{\parallel} = T_{\parallel}/T_C$, $\tau_{\perp} = T_{\perp}/T_C$,

$$P = \frac{k_l(1 + \eta)}{g^2 T_C T_{\perp}}$$

— параметр накачки, причем η характеризует превышение мощности накачки, поглощенной в активной среде, над пороговым значением (ему соответствует $\eta = 0$). Условию лазерной генерации соответствует $\eta > 0$. Операторы $\Gamma(t)$, $\Gamma_N(t)$ и $F_l(t)$ — операторы шумов, связанные, соответственно, с поляризацией, инверсной населенностью активной среды и потерями. Появление этих операторов и слагаемых $\tau_{\perp}^{-1} \sigma$, $\tau_{\perp}^{-1} \sigma^{\dagger}$, $\tau_{\parallel}^{-1} (P - N)$ и $k_l a_l$ в системе уравнений (1)–(4) обусловлено взаимодействием с термостатом. Коэффициент

$$k_l = \frac{\alpha_l L + 1 - R_l}{2}, \quad (5)$$

где α_l и R_l — линейные потери в кристалле и коэффициент отражения выходного зеркала по интенсивности на частоте ω_l , L — длина кристалла. Оператор случайной силы F_l определяется соотношением [13, 17]

$$F_l(t) = \sqrt{\alpha_l L} b_l(t) + \sqrt{1 - R_l} c_l(t), \quad (6)$$

где b_l и c_l — операторы, связанные с потерями в кристалле и на выходном зеркале резонатора.

Операторы b_j и c_j связаны с модой частоты ω_j , они удовлетворяют следующим соотношениям (см., например, [12]):

$$[b_j(t), b_k^{\dagger}(t')] = [c_j(t), c_k^{\dagger}(t')] = \delta_{jk} \delta(t - t'), \quad (7)$$

$$\langle b_j^\dagger(t) \rangle = \langle b_j(t) \rangle = \langle c_j(t) \rangle = \langle c_j^\dagger(t) \rangle = 0, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \langle b_j(t)b_k(t') \rangle &= \langle b_j^\dagger(t)b_k^\dagger(t') \rangle = \\ &= \langle c_j(t)c_k(t') \rangle = \langle c_j^\dagger(t)c_k^\dagger(t') \rangle = 0, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\langle b_j^\dagger(t)b_k(t') \rangle = \langle c_j^\dagger(t)c_k(t') \rangle = \bar{n}_j(T)\delta_{jk}\delta(t-t'). \quad (10)$$

Здесь $j, k = 1, 2, 3$ (операторы с разными индексами относятся к волнам с разными частотами, соотношения (7)–(10) будут использованы также ниже), δ_{jk} — символ Кронекера,

$$\bar{n}_j(T) = \left(\exp \frac{\hbar\omega_j}{kT} - 1 \right)^{-1}$$

— среднее число тепловых фононов в моде при температуре термостата T . При комнатной температуре $\bar{n}_j(T) \ll 1$.

В соответствии с (6)–(10) имеем

$$\left[F_l(t), F_l^\dagger(t') \right] = 2k_l\delta(t-t'), \quad (11)$$

$$\langle F_l(t) \rangle = \langle F_l^\dagger(t) \rangle = 0, \quad (12)$$

$$\langle F_l^2(t) \rangle = \langle (F_l^\dagger(t))^2 \rangle = 0, \quad (13)$$

$$\langle F_l^\dagger(t)F_l(t') \rangle = 2k_l\bar{n}_l\delta(t-t'). \quad (14)$$

Шумовые операторы $\Gamma(t)$ и $\Gamma_N(t)$ обладают следующими свойствами [12]:

$$\langle \Gamma(t)F_l(t') \rangle = 0, \quad \langle \Gamma(t)F_l^\dagger(t') \rangle = 0, \quad (15)$$

$$\langle \Gamma_N(t)F_l(t') \rangle = 0, \quad \langle \Gamma_N(t)F_l^\dagger(t') \rangle = 0, \quad (16)$$

$$\langle \Gamma(t)\Gamma(t') \rangle = 0, \quad \langle \Gamma^\dagger(t)\Gamma^\dagger(t') \rangle = 0, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \langle \Gamma^\dagger(t)\Gamma(t') \rangle &= \\ &= \left(\frac{T_C}{\tau_\perp}(M + N_0) + \frac{T_C}{2\tau_\parallel}(P - N_0) \right) \delta(t-t'), \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \Gamma(t)\Gamma^\dagger(t') \rangle &= \\ &= \left(\frac{T_C}{\tau_\perp}(M - N_0) - \frac{T_C}{2\tau_\parallel}(P - N_0) \right) \delta(t-t'), \quad (19) \end{aligned}$$

$$\langle \Gamma_N(t)\Gamma_N(t') \rangle = \frac{2T_C}{\tau_\parallel} \left(M - \frac{PN_0}{M} \right) \delta(t-t'), \quad (20)$$

$$\langle \Gamma^\dagger(t)\Gamma_N(t') \rangle = -\frac{T_C}{\tau_\parallel} \left(1 + \frac{P}{M} \right) \sigma_0^* \delta(t-t'), \quad (21)$$

$$\langle \Gamma(t)\Gamma_N(t') \rangle = -\frac{T_C}{\tau_\parallel} \left(\frac{P}{M} - 1 \right) \sigma_0 \delta(t-t'). \quad (22)$$

Здесь N_0 и σ_0 — стационарные значения операторов инверсной населенности и поляризации среды (см. далее формулу (32)).

Записанные в этом разделе уравнения позволяют проанализировать процесс лазерной генерации в активном кристалле с учетом потерь в нем и на выходящем зеркале резонатора.

2.2. Квазисинхронные волновые взаимодействия в нелинейном кристалле

Теперь обратимся к трехчастотному процессу ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$) в нелинейно-оптическом РДС-кристалле, расположенном внутри кольцевого резонатора. Без учета потерь гамильтониан такого взаимодействия можно представить в виде

$$H_{NL} = \hbar\varepsilon(Qa_3^\dagger a_2 a_1 - Q^* a_1^\dagger a_2^\dagger a_3), \quad (23)$$

где a_j^\dagger (a_j) — операторы рождения (уничтожения) фотона частоты ω_j ,

$$\varepsilon = \pi L d_{eff} \sqrt{\frac{8\pi\hbar\omega_1\omega_2\omega_3}{n_1 n_2 n_3 c^2 V}}$$

— коэффициент нелинейной связи волн, n_j — показатель преломления для волны с частотой ω_j , d_{eff} — эффективный нелинейный коэффициент, зависящий от поляризаций взаимодействующих волн. Множитель

$$Q = \exp\left(-\frac{i\Delta k L}{2}\right) \operatorname{sinc} \frac{\Delta k L}{2} \operatorname{tg} \frac{\Delta k \Lambda}{4}$$

в выражении (23) учитывает регулярную доменную структуру кристалла [18]. Здесь $L = S\Lambda$ — длина кристалла, S — число периодов регулярной доменной структуры в кристалле, Λ — период модуляции нелинейной восприимчивости кристалла (период РДС),

$$\Delta k = k(\omega_3) - k(\omega_2) - k(\omega_1)$$

— фазовая расстройка, $k(\omega_j)$ — волновое число для частоты ω_j . В случае периода модуляции Λ , много меньшем характерной нелинейной длины взаимодействия, и при выполнении условия квазисинхронизма, т. е. при $\Delta k = 2\pi m/\Lambda$, где m — порядок квазисинхронизма (нечетное число), процесс взаимодействия волн в РДС-кристалле протекает так же, как при синхронном взаимодействии в однородных средах [2, 19]. В этом случае $Q = 2/\pi m$.

В соответствии с (23) уравнения Гейзенберга–Ланжевена при учете потерь для рассматриваемого нелинейного процесса имеют вид

$$\frac{da_{1,2}}{dt} = -k_{1,2}a_{1,2} + i\varepsilon a_{2,1}^\dagger a_3 + F_{1,2}(t), \quad (24)$$

$$\frac{da_3}{dt} = -k_3 a_3 + i\varepsilon a_1 a_2 + F_3(t). \quad (25)$$

При выводе этих уравнений для исключения из анализа операторов, связанных с тепловым резервуаром, поступаем таким же образом, как и при получении

нии лазерных уравнений (1)–(4). Здесь коэффициенты k_l и флуктуационные операторы $F_l(t)$ определяются, соответственно, выражениями (5) и (6). Принимая во внимание эти соотношения и следуя методу, изложенному, например, в работе [20], можно убедиться, что коммутационные соотношения для операторов a_j^\dagger и a_j сохраняются во времени, т. е.

$$[a_j(t), a_k^\dagger(t)] = \delta_{jk}. \quad (26)$$

Квантовые уравнения (24), (25) описывают процесс трехчастотных нелинейно-оптических взаимодействий в расположенном внутри резонатора кристалле при наличии потерь.

Уравнения лазерной генерации (1)–(4) и нелинейно-оптические уравнения (24), (25) совместно составляют основу квантовой теории процессов самопреобразования оптических частот.

3. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АКТИВНО-НЕЛИНЕЙНОМ КРИСТАЛЛЕ

Рассмотрим процесс самоделения пополам лазерной частоты в активно-нелинейном кристалле. В таком процессе происходит лазерная генерация на частоте ω и одновременно деление пополам частоты этого излучения (генерация субгармоники с частотой $\omega/2$). В рассматриваемом трехчастотном взаимодействии $\omega_1 = \omega_2 = \omega/2$, $\omega_3 = \omega$ и система уравнений, описывающая данный процесс, имеет вид

$$\frac{da_1}{dt} = -k_1 a_1 + i2\varepsilon a_1^\dagger a_3 + F_1(t), \quad (27)$$

$$\frac{da_3}{dt} = -k_3 a_3 - iT_C g \sigma + i\varepsilon a_1^2 + F_3(t), \quad (28)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{\tau_\perp} (-\sigma + igT_\perp a_3 N) + \Gamma(t), \quad (29)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\tau_\parallel} (P - N + i2gT_\parallel (\sigma a_3^\dagger - \sigma^\dagger a_3)) + \Gamma_N(t). \quad (30)$$

Уравнения (27)–(30) получены путем объединения системы нелинейно-оптических уравнений (24), (25) и системы уравнений для лазерной генерации (1)–(4). При этом учтено, что волна с частотой $\omega_3 = \omega$ усиливается в активной среде и одновременно участвует в нелинейном взаимодействии. Индекс «1» относится к волне субгармоники.

Поскольку анализ нелинейной системы уравнений (27)–(30) в общем случае не представляется возможным, мы проанализируем типичные режимы генерации с точки зрения параметрического процесса: подпороговый и надпороговый режимы возбуждения субгармоники. Пусть мощность накачки превышает порог лазерной генерации. Тогда атомные и полевые операторы можно представить в виде

$$\begin{aligned} a_j(t) &= A_{j0} + \delta a_j(t), & \sigma(t) &= \sigma_0 + \delta\sigma(t), \\ N(t) &= N_0 + \delta N(t), \end{aligned} \quad (31)$$

где классические величины A_{j0} , σ_0 и N_0 соответствуют стационарному решению системы (27)–(30) в отсутствие случайных сил, а $\delta a_j(t)$, $\delta\sigma(t)$ и $\delta N(t)$ — операторы, которые учитывают флуктуации. Нетрудно убедиться, что значения A_{j0} , σ_0 и N_0 являются фактически стационарными средними значениями, поскольку операторные силы $F_1(t)$ и $F_3(t)$ не коррелируют между собой и с флуктуационными операторами $\Gamma(t)$ и $\Gamma_N(t)$.

Стационарное решение системы (27)–(30) имеет вид

$$\begin{aligned} A_{30} &= -\frac{ik_1}{2\varepsilon}, & N_0 &= \frac{P}{1 + k_1^2 g^2 T_\parallel T_\perp / \varepsilon^2}, \\ \sigma_0 &= \frac{k_1 g T_\perp P}{2(\varepsilon + k_1^2 g^2 T_\parallel T_\perp / \varepsilon)}, \\ A_{10} &= \pm \left(\frac{k_1 k_3 (\eta - k_1^2 g^2 T_\parallel T_\perp / \varepsilon^2)}{2(\varepsilon^2 + k_1^2 g^2 T_\parallel T_\perp)} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (32)$$

Решение (32) существует при $\eta \geq k_1^2 g^2 T_\parallel T_\perp / \varepsilon^2$. Этот режим соответствует превышению мощности накачки над порогом генерации субгармоники ($A_{10} \neq 0$). Согласно (32), амплитуда волны лазерного излучения A_{30} не зависит от мощности накачки. Иначе говоря, при увеличении мощности накачки амплитуда A_{30} остается постоянной, а весь прирост мощности накачки идет на увеличение амплитуды волны субгармоники. Как и следовало ожидать, в рассматриваемом параметрическом процессе фаза субгармоники сдвинута относительно фазы волны лазерной генерации на $\pi/2$ или $-\pi/2$ [21].

Если параметры кристалла, накачки и резонатора таковы, что $\eta < k_1^2 g^2 T_\parallel T_\perp / \varepsilon^2$, то порог генерации субгармоники не превышен. Для подпорогового режима возбуждения субгармоники стационарное решение (27)–(30) дает следующие соотношения:

$$\begin{aligned} A_{30} &= \frac{\eta^{1/2}}{(4g^2 T_\parallel T_\perp)^{1/2}}, & N_0 &= \frac{k_3}{g^2 T_C T_\perp}, \\ \sigma_0 &= \frac{i\eta^{1/2} k_3}{(4g^4 T_C^2 T_\parallel T_\perp)^{1/2}}, & A_{10} &= 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Из сравнения (32) и (33) следует, что превышение порога генерации субгармоники приводит к изменению стационарной амплитуды лазерной генерации. Причина этого состоит в том, что лазерная волна испытывает дополнительные потери на генерацию волны субгармоники.

Проанализируем спектры флуктуаций лазерного излучения и его субгармоники в этих двух режимах возбуждения.

3.1. Генерация субгармоники в надпороговом режиме

Обратимся сначала к надпороговому режиму генерации субгармоники. Этому случаю соответствуют стационарные решения вида (32). Тогда линеаризованная в окрестности стационарного решения система (27)–(30) для флуктуационных операторов приводит к уравнениям

$$\frac{d(\delta a_1)}{dt} = -k_1 \delta a_1 + i2\varepsilon(A_{30}\delta a_1^\dagger + A_{10}\delta a_3) + F_1(t), \quad (34)$$

$$\frac{d(\delta a_3)}{dt} = -k_3 \delta a_3 - iT_C g \delta \sigma + i\varepsilon 2A_{10} \delta a_1 + F_3(t), \quad (35)$$

$$\frac{d(\delta \sigma)}{dt} = -\frac{1}{\tau_\perp} \delta \sigma + iT_C g(N_0 \delta a_3 + A_{30} \delta N) + \Gamma(t), \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(\delta N)}{dt} = & -\frac{1}{\tau_\parallel} \delta N + i2T_C g \times \\ & \times \left(\sigma_0 \delta a_3^\dagger + A_{30}^\dagger \delta \sigma - \sigma_0 \delta a_3 - A_{30} \delta \sigma^\dagger \right) + \Gamma_N(t). \end{aligned} \quad (37)$$

Воспользуемся фурье-преобразованием уравнений (34)–(37), например,

$$\delta a_1(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \delta a_1(t) e^{i\Omega t} dt.$$

Решение уравнений (34)–(37) для фурье-компонент $\delta a_{1,3}(\Omega)$ дает следующий результат:

$$\delta a_1(\Omega) = \frac{x_1^*(-\Omega)Z(\Omega) - y_1(\Omega)Z^\dagger(-\Omega)}{y_1(\Omega)y_1^*(-\Omega) - x_1(\Omega)x_1^*(-\Omega)}, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \delta a_3(\Omega) = & i \left[(i\Omega - k_1) \delta a_1(\Omega) + \right. \\ & \left. + i2\varepsilon A_{30} \delta a_1^\dagger(-\Omega) + F_1(\Omega) \right] (2\varepsilon A_{10})^{-1}, \end{aligned} \quad (39)$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned} x_1(\Omega) = & -4\varepsilon^2 A_{10} - i2\varepsilon y A_{30}^* - \\ & - (i\Omega - k_1)(i\Omega - k_3 - gT_C L_\perp N_0 + x), \end{aligned}$$

$$y_1(\Omega) = y(i\Omega - k_1) - i2\varepsilon A_{30}(i\Omega - k_3 - gT_C L_\perp N_0 + x),$$

$$\begin{aligned} Z(\Omega) = & (k_3 - i\Omega + gT_C N_0 L_\perp - x)F_1(\Omega) + y(\Omega) \times \\ & \times F_1^\dagger(-\Omega) + i2\varepsilon A_{10} [F_3(\Omega) + i(1 - 2\gamma A_{30}^*)L_\perp \Gamma(\Omega) - \\ & - i2A_{30}\gamma L_\perp \Gamma^\dagger(-\Omega) + \gamma \Gamma_N(\Omega)], \end{aligned}$$

$$\gamma = \gamma(\Omega) = 2gT_C A_{30} L_\perp (i\Omega - \tau_\parallel^{-1} + 4gT_C L_\perp |A_{30}|^2)^{-1},$$

$$\gamma^* = \gamma^*(-\Omega),$$

$$x = x(\Omega) = 2gT_C \gamma (A_{30}^* N_0 L_\perp - i\sigma_0), \quad x^* = x^*(-\Omega),$$

$$y = y(\Omega) = 2gT_C \gamma (A_{30} N_0 L_\perp + i\sigma_0), \quad y^* = y^*(-\Omega),$$

$$L_\perp = L_\perp(\Omega) = \frac{gT_C}{i\Omega - \tau_\perp^{-1}}.$$

Мы будем интересоваться статистическими свойствами квадратурных компонент полей лазерной генерации и субгармоники на выходе резонатора, которые измеряются методом балансного гомодинного детектирования [22]. Введем квадратурные фурье-компоненты:

$$X_j(\Omega) = \delta a_{j,out}(\Omega) + \delta a_{j,out}^\dagger(\Omega), \quad (40)$$

$$Y_j(\Omega) = i \left(\delta a_{j,out}^\dagger(\Omega) - \delta a_{j,out}(\Omega) \right), \quad (41)$$

где $\delta a_{j,out}$ — фурье-компонента оператора поля с частотой ω_j на выходе резонатора, определяемая следующим граничным условием на выходном зеркале резонатора [17]:

$$\delta a_{j,out}(\Omega) = \sqrt{1 - R_j} \delta a_j(\Omega) - c_j(\Omega). \quad (42)$$

В соответствии с (40) и (41) квадратурные компоненты δ -коррелированы:

$$\langle X_j^\dagger(\Omega) X_j(\Omega') \rangle = S_{X,j}(\Omega) \delta(\Omega - \Omega'), \quad (43)$$

$$\langle Y_j^\dagger(\Omega) Y_j(\Omega') \rangle = S_{Y,j}(\Omega) \delta(\Omega - \Omega'), \quad (44)$$

где $S_{X,j}(\Omega)$ и $S_{Y,j}(\Omega)$ — спектральная плотность флуктуаций квадратурных компонент. С помощью соотношений (38)–(44) можно найти аналитические выражения для спектральных плотностей $S_{X,j}(\Omega)$ и $S_{Y,j}(\Omega)$. Однако получающиеся при этом выражения оказываются очень громоздкими. Поэтому здесь они не приводятся. Ниже в разд. 4 представлены графики зависимостей спектральных плотностей $S_{X,j}(\Omega)$ и $S_{Y,j}(\Omega)$ от различных параметров задачи.

3.2. Генерация субгармоники в подпороговом режиме

В подпороговом режиме генерации субгармоники стационарное решение системы (27)–(30) имеет вид (33). В этом случае для флуктуационных операторов получаем уравнения

$$\frac{d(\delta a_1)}{dt} = -k_1 \delta a_1 + i2\varepsilon A_{30} \delta a_1^\dagger + F_1(t), \quad (45)$$

$$\frac{d(\delta a_3)}{dt} = -k_3 \delta a_3 - iT_C g \delta \sigma + F_3(t), \quad (46)$$

$$\frac{d(\delta \sigma)}{dt} = -\frac{1}{\tau_\perp} \delta \sigma + iT_C g (N_0 \delta a_3 + A_{30} \delta N) + \Gamma(t), \quad (47)$$

$$\frac{d(\delta N)}{dt} = -\frac{1}{\tau_\parallel} \delta N + i2T_C g (\sigma_0 \delta a_3^\dagger + A_{30} \delta \sigma - \sigma_0^* \delta a_3 - A_{30} \delta \sigma^\dagger) + \Gamma_N(t). \quad (48)$$

Для фурье-спектров полевых операторов на выходе резонатора имеем

$$\delta a_{1,out}(\Omega) = \sqrt{1 - R_1} \times \frac{(i\Omega - k_1) F_1(\Omega) - i2\varepsilon A_{30} F_1^\dagger(-\Omega)}{4\varepsilon^2 |A_{30}|^2 - (i\Omega - k_1)^2} - c_1(\Omega), \quad (49)$$

$$\delta a_{3,out}(\Omega) = \frac{\sqrt{1 - R_3}}{yy^* - xx^*} \times \left[z F_3(\Omega) - y F_3^\dagger(-\Omega) + (zx_2 - iA_{30} L_\perp \gamma y) \Gamma(\Omega) + (-iA_{30} L_\perp \gamma z - yx_2^*) \Gamma^\dagger(-\Omega) + (z\gamma - y\gamma^*) \Gamma_N(-\Omega) \right] - c_3(\Omega). \quad (50)$$

Здесь введены обозначения:

$$x_2 = x_2(\Omega) = i(1 - 2\gamma A_{30}^*) L_\perp, \quad x_2^* = x_2^*(-\Omega),$$

$$z = z(\Omega) = i\Omega - k_3 - gT_C N_0 L_\perp + 2gT_C \gamma^* (A_{30} N_0 L_\perp + i\sigma_0).$$

Квадратурные компоненты в рассматриваемом случае также δ -коррелированы, и их спектральные плотности определяются из соотношений (43), (44). Используя формулы (49) и (50), можно получить аналитические выражения для спектральных плотностей $S_{X,j}(\Omega)$ и $S_{Y,j}(\Omega)$. Графики данных зависимостей также приведены в разд. 4.

Таким образом, изложенная теория позволяет получить выражения для спектра флуктуаций квадратурных компонент лазерного излучения и его субгармоники, возбуждаемой одновременно в том

же самом кристалле, для двух режимов параметрического самопреобразования частоты. Спектральные плотности квадратурных компонент зависят от многих параметров рассматриваемой физической системы. Поэтому их зависимости приведем для конкретного активно-нелинейного кристалла Nd:Mg:LiNbO₃, в котором уже наблюдался один из процессов самопреобразования частоты, а именно, квазисинхронное самоудвоение [23].

4. КВАДРАТУРНО-СЖАТЫЙ СВЕТ НА ЛАЗЕРНОЙ ЧАСТОТЕ И ЧАСТОТЕ СУБГАРМОНИКИ В РДС-КРИСТАЛЛЕ Nd:Mg:LiNbO₃

Рассчитаем спектры квадратурных компонент лазерного излучения и его субгармоники для процесса параметрического самопреобразования частоты лазерной генерации в активно-нелинейном РДС-кристалле Nd:Mg:LiNbO₃. В таком кристалле накачка осуществляется излучением на длине волны 0.81 мкм, например, полупроводниковым лазером [23]. Лазерная генерация имеет место на длине волны 1.084 мкм и, следовательно, длина волны субгармоники составляет 2.168 мкм. При параметрическом взаимодействии типа $ee-e$ волны лазерного излучения и субгармоники имеют необыкновенную поляризацию. При этом условие квазисинхронного взаимодействия реализуется при периоде модуляции нелинейной восприимчивости $\Lambda = 22$ мкм [23]. Другие параметры кристалла Nd:Mg:LiNbO₃: эффективный нелинейный коэффициент $d_{eff} = 34.4$ пм/В, линейные потери на частотах $\omega/2$ и ω равны $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.08$ см⁻¹, интенсивность насыщения $I_S = 10^4$ Вт/см², число активных атомов $M = 10^{18}$, время продольной и поперечной релаксации, соответственно, $T_\parallel = 10^{-4}$ с и $T_\perp = 6.7 \cdot 10^{-10}$ с, типичное время обхода резонатора $T_C = 3 \cdot 10^{-11}$ с.

4.1. Спектральные характеристики в надпороговом режиме генерации субгармоники

Характерные спектральные плотности квадратурных компонент, рассчитанные на основе выражений (38)–(44), представлены на рис. 2, 3. На них спектральная плотность, равная единице, соответствует стандартному квантовому пределу. На рис. 2 показан спектр флуктуаций в одной из квадратур лазерного излучения при различных мощностях накачки. Как видно на рис. 2, чем больше

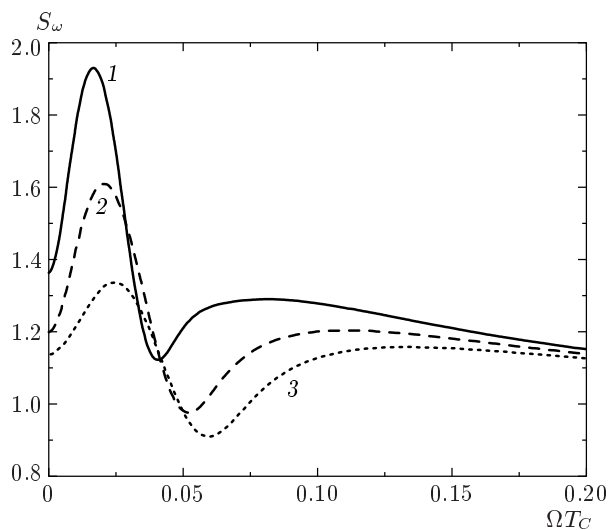


Рис. 2. Спектр флуктуаций квадратуры лазерного излучения в надпороговом режиме генерации субгармоники при различных отношениях мощности накачки P_{pump} и пороговой P_{th} : $P_{pump}/P_{th} = 10$ (1), 15 (2), 20 (3). Значения других параметров: $R_{\omega/2} = 1$, $R_\omega = 0.9$, $L = 0.5$ см

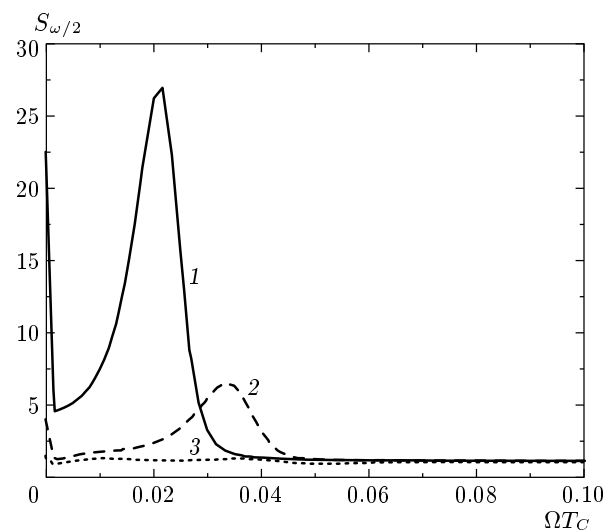


Рис. 3. Спектр флуктуаций квадратуры поля субгармоники в надпороговом режиме ее генерации при различных коэффициентах отражения выходного зеркала резонатора для волны субгармоники $R_{\omega/2} = 0.95$ (1), 0.97 (2), 0.99 (3). Значения других параметров: $R_\omega = 1$, $P_{pump}/P_{th} = 15$, $L = 0.5$ см

превышение мощности накачки над пороговым значением, тем сильнее подавление флуктуаций квадратуры относительно стандартного квантового предела в некоторой области спектра. Другими словами, в этой области спектра возбуждается квадратурно-сжатый свет. Согласно рис. 2 максимальная эффективность подавления флуктуаций ниже стандартного квантового предела в квадратурной компоненте может составлять для лазерного излучения около 10%. Эти результаты относятся к X-кватрурным компонентам полей, а что касается флуктуаций в Y-кватртурах, то в соответствии с соотношением неопределенности они возрастают, что подтвердили наши расчеты. На рис. 3 представлены спектры флуктуаций одной из кватртур поля субгармоники при различных коэффициентах отражения выходного зеркала резонатора. Как видно из рис. 3, подавления флуктуаций в квадратурной компоненте не происходит. Таким образом, в активно-нелинейном кристалле Nd:Mg:LiNbO₃ при рассматриваемых параметрах для надпорогового режима генерации субгармоники имеет место лишь незначительное подавление флуктуаций для лазерного излучения.

4.2. Спектральные характеристики в подпороговом режиме генерации субгармоники

Для этого случая спектры флуктуаций одной из кватртур поля субгармоники, рассчитанные с помощью выражений (40)–(44), (49) и (50), представлены на рис. 4–6. Расчеты выполнены при различных мощностях накачки, для различных коэффициентов отражения выходного зеркала резонатора и для различных длин кристалла. При расчетах брались те же параметры кристалла Nd:Mg:LiNbO₃, что и для надпорогового режима генерации субгармоники, а другие параметры указаны в подписях к рисункам. На рис. 4–6 уровню стандартного квантового предела соответствует также единичная спектральная плотность. Из анализа этих рисунков следует, что максимальное подавление флуктуаций, которому соответствует наиболее темная часть, в отличие от надпорогового режима генерации субгармоники, имеет место на ненулевой частоте. Из рис. 4 видно, что чем больше мощность накачки, тем сильнее происходит подавление флуктуаций в квадратуре субгармоники. Однако при этом происходит сужение спектральной полосы, где наблюдается эффект подавления флуктуаций. В соответствии с рис. 5, увеличивая коэффициент отражения выходного зер-

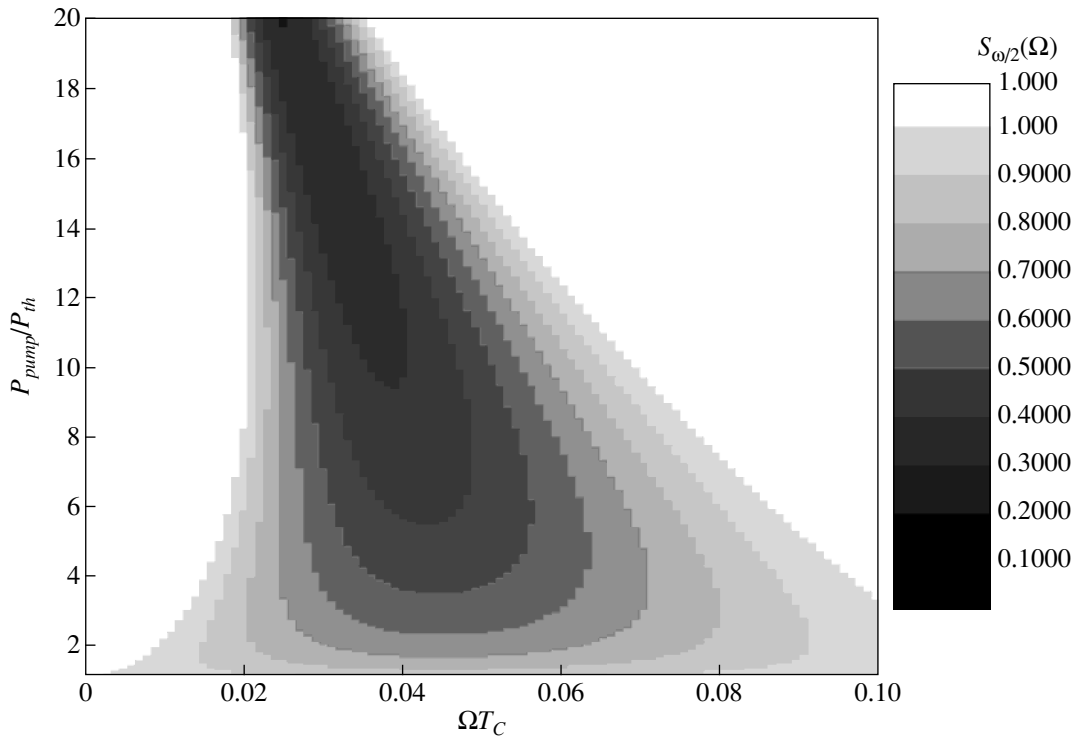


Рис. 4. Спектр флуктуаций квадратуры поля субгармоники в подпороговом режиме ее генерации при различном превышении мощности накачки над порогом лазерной генерации P_{pump}/P_{th} . Значения других параметров: $L = 0.5$ см, $R_\omega = 1$, $R_{\omega/2} = 0.8$. Шкала уровня спектральной плотности изображена справа на рисунке, более темный цвет соответствует более низкому уровню флуктуаций

кала для волны субгармоники, можно существенно повысить эффективность подавления флуктуаций в ее квадратуре. Аналогичное поведение спектра наблюдается на рис. 6 при изменении длины активно-нелинейного кристалла. Рисунок 6 построен для случая

$$\eta + 1 = \frac{P_{pump}(1 - e^{-\alpha_p L})}{P_{th}},$$

$$P_{pump} = 0.5 \text{ Вт}, \quad P_{th} = 1.25k_3 \text{ Вт}$$

(k_3 — безразмерная величина, определяемая (5)), $\alpha_p = 2 \ln 2 \text{ см}^{-1}$. Максимальная эффективность подавления спектра флуктуаций при взятых параметрах составляет для волны субгармоники около 90 % (для X -квадратуры поля). Для волны лазерной генерации в рассматриваемом режиме генерации, как показывают наши расчеты, подавления флуктуаций практически не происходит.

5. СТАТИСТИКА ФОТОНОВ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ САМОПРЕОБРАЗОВАНИИ ЧАСТОТЫ

В общем случае нахождение функции распределения фотонов на лазерной частоте и частоте субгармоники представляет значительные сложности. В связи с этим мы ограничимся анализом статистических свойств фотонов в рамках моментов второго порядка. Речь пойдет о вычислении средних значений и дисперсии числа фотонов. Кроме того, для упрощения расчетов рассмотрим среднее число фотонов $\langle n_j \rangle = \langle a_j^\dagger a_j \rangle$ и фактор Фано

$$F_j = \frac{\langle n_j^2 \rangle - \langle n_j \rangle^2}{\langle n_j \rangle}$$

на частоте субгармоники ($j = 1$) и лазерной частоте ($j = 3$) внутри резонатора.

Согласно (31) в окрестности стационарного решения уравнений (27)–(30) имеем

$$\langle n_j \rangle = |A_{j0}|^2 + \langle \delta a_j^\dagger \delta a_j \rangle. \tag{51}$$

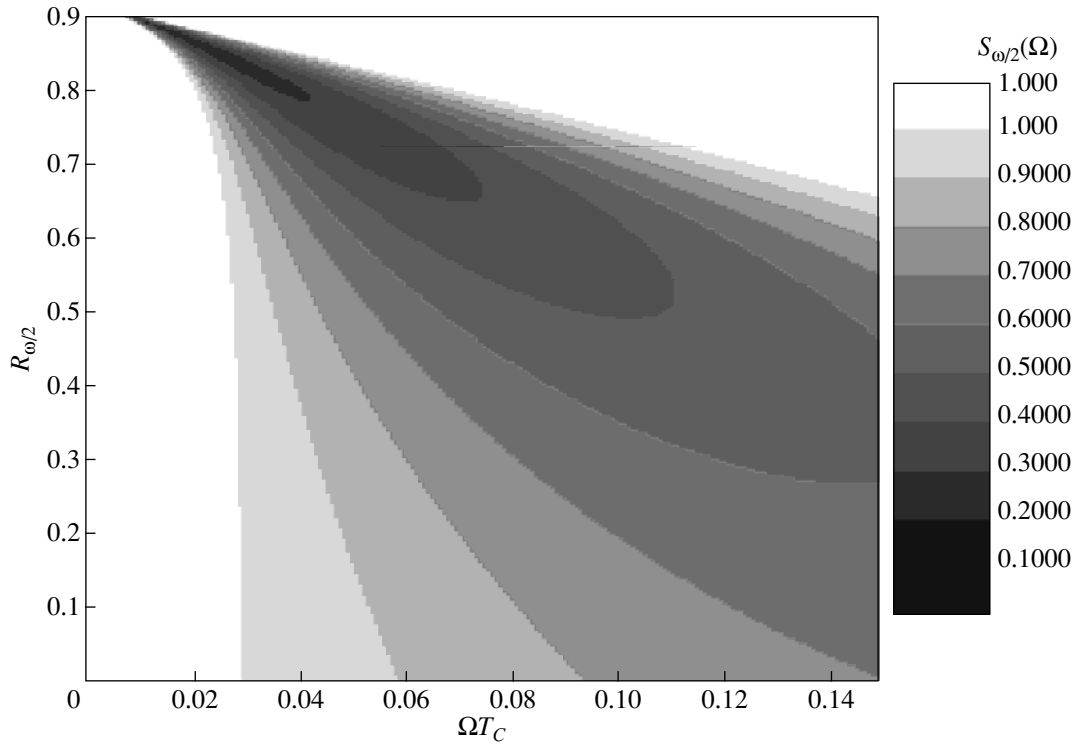


Рис. 5. Спектр флуктуаций квадратуры поля субгармоники в подпороговом режиме ее генерации при различных коэффициентах отражения выходного зеркала для субгармоники $R_{\omega/2}$. Значения других параметров: $P_{pump}/P_{th} = 10$, $R_{\omega} = 1$, $L = 0.5$ см. Шкала уровня спектральной плотности изображена справа на рисунке, более темный цвет соответствует более низкому уровню флуктуаций

Для дисперсии числа фотонов с той же точностью получаем выражение

$$\sigma_j^2 = \langle n_j^2 \rangle - \langle n_j \rangle^2 = |A_{j0}|^2 \left(1 + 2 \langle \delta a_j^\dagger \delta a_j \rangle \right) + A_{j0}^2 \left(\langle \delta a_j \delta a_j \rangle + \langle \delta a_j^\dagger \delta a_j^\dagger \rangle \right). \quad (52)$$

Поскольку в надпороговом режиме генерации субгармоники $|A_{j0}|^2 \gg \langle \delta a_j^\dagger \delta a_j \rangle$, то

$$\langle n_j \rangle \approx |A_{j0}|^2, \quad \langle n_j^2 \rangle - \langle n_j \rangle^2 \approx |A_{j0}|^2, \quad (53)$$

следовательно, фактор Фано $F_j = \sigma_j^2 / \langle n_j \rangle \approx 1$, $j = 1, 3$, и статистика фотонов в резонаторе на возбуждаемых частотах близка к пуассоновской.

Статистика фотонов на лазерной частоте остается пуассоновской и в подпороговом режиме генерации субгармоники ($|A_{10}| = 0$). Статистика же излучения на частоте субгармоники зависит от средних значений $\langle \delta a_1^\dagger \delta a_1 \rangle$ и $\langle (\delta a_1^\dagger \delta a_1)^2 \rangle$. Временную динамику оператора δa_1^\dagger (δa_1) под действием случайной си-

лы нетрудно найти, пользуясь уравнением (45) и ему эрмитово-сопряженным. В результате имеем

$$\delta a_1^\dagger(t) = \int_0^t e^{-k_1 \theta} \left(F_1^\dagger(t - \theta) \operatorname{ch}(2\varepsilon A_{30} \theta) + i F_1(t - \theta) \operatorname{sh}(2\varepsilon A_{30} \theta) \right) d\theta. \quad (54)$$

В соответствии с решением (54), учитывая статистические свойства флуктуаций, связанных с операторами $F_1^\dagger(t)$ и $F_1(t)$ (12)–(14), в установившемся подпороговом режиме возбуждения субгармоники получим

$$\langle n_1 \rangle = \frac{(2\varepsilon A_{30})^2 + 2k_1^2 \bar{n}_1(T)}{2(k_1^2 - (2\varepsilon A_{30})^2)} \quad (55)$$

для среднего числа фотонов и

$$\sigma_1^2 = \frac{k_1^2}{2(k_1^2 - (2\varepsilon A_{30})^2)} \times \left[3(2\varepsilon A_{30})^2 + 8(2\varepsilon A_{30})^2 \bar{n}_1(T) + 4(k_1^2 - (2\varepsilon A_{30})^2) \bar{n}_1^2(T) \right] \quad (56)$$

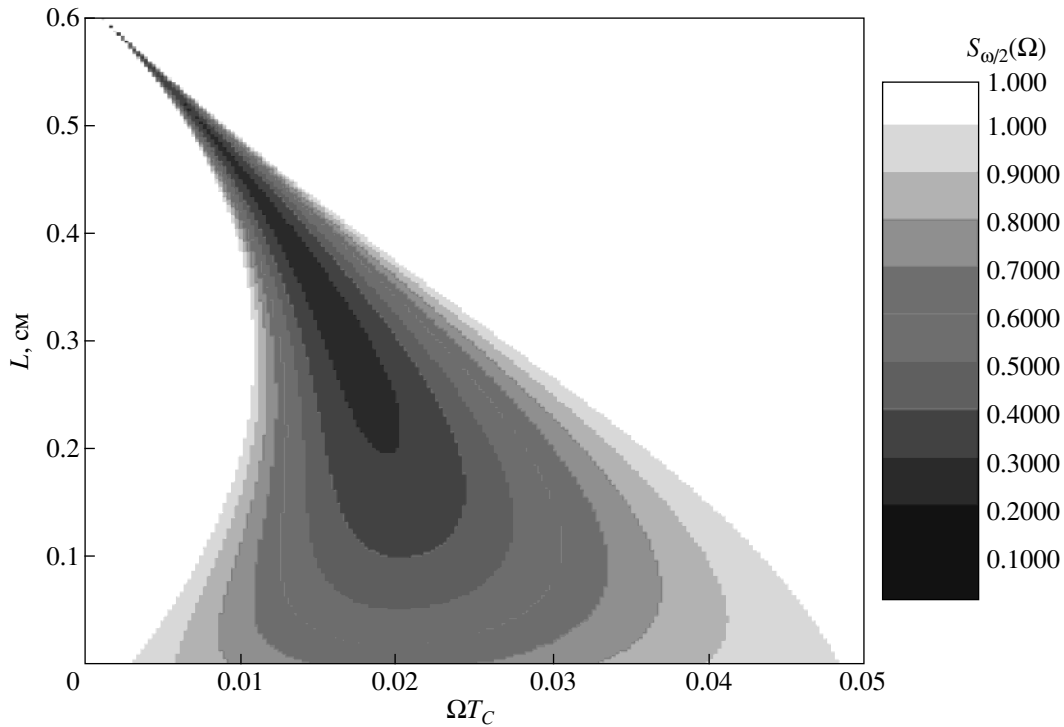


Рис. 6. Спектр флуктуаций квадратуры поля субгармоники в подпороговом режиме ее генерации в зависимости от длины активно-нелинейного кристалла L . Значения других параметров: $P_{pump}/P_{th} = 10$, $R_{\omega} = 1$, $R_{\omega/2} = 0.9$. Шкала уровня спектральной плотности изображена справа на рисунке, более темный цвет соответствует более низкому уровню флуктуаций

для дисперсии числа фотонов. С учетом того, что согласно (33)

$$A_{30} = \frac{\eta^{1/2}}{(4g^2 T_{\parallel} T_{\perp})^{1/2}},$$

получаем

$$k_1^2 - (2\epsilon A_{30})^2 = k_1^2 - \frac{\epsilon^2 \eta}{g^2 T_{\parallel} T_{\perp}}.$$

При приближении интенсивности накачки к порогу генерации субгармоники ($\eta \approx k_1^2 g^2 T_{\parallel} T_{\perp} / \epsilon^2$), как и следовало ожидать, среднее число фотонов субгармоники, его дисперсия и значение фактора Фано резко возрастают.

Если число тепловых фотонов $\bar{n}_1(T) \ll 1$, то согласно (55), (56) фактор Фано равен

$$F_1 = 1.5 + 2\langle n_1 \rangle. \tag{57}$$

В другом предельном случае ($\bar{n}_1(T) \gg 1$) фактор Фано не зависит от близости к порогу генерации, $F_1 = \bar{n}_1(T)$, т.е. определяется средним числом тепловых фотонов.

Следует отметить, что вдали от порога генерации субгармоники при $\langle n_1 \rangle \ll 1$ значение фактора Фано для возбуждаемых бифотонов $F_1 = 1.5$ отличается от значения $F = 2$ для бифотонов, формируемых при спонтанном параметрическом рассеянии [17, 22]. Это меньшее значение фактора Фано, по нашему мнению, связано с инерционностью отклика рассматриваемой физической системы на случайное воздействие (наличием в (45) слагаемого, описывающего потери).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на основе уравнений Гейзенберга – Ланжевена развита теория генерации неклассического света при параметрическом самопреобразовании частоты лазерной генерации в активно-нелинейном кристалле. Проведен подробный анализ процесса самоделения пополам частоты лазерной генерации. Расчеты выполнены при произвольном соотношении между временем жизни фотона в резонаторе и временами релаксации населенности и поляризации ак-

тивной среды. Рассмотрены режимы подпороговой и надпороговой генерации субгармоники. Выявлено наличие оптимальных параметров кристалла, накачки и резонатора, при которых реализуется максимальная эффективность подавления флуктуаций в квадратурных компонентах полей субгармоники и лазерного излучения ниже уровня стандартного квантового предела. Рассмотрена также статистика фотонов генерируемых полей.

Представленные результаты показывают, что активно-нелинейные РДС-кристаллы могут быть источниками неклассического света. Расширение возможностей таких кристаллов по самопреобразованию частоты за счет наличия в них регулярной доменной структуры открывает перспективы для создания компактных источников неклассического излучения в различных диапазонах длин волн.

В РДС-кристаллах, кроме традиционных нелинейно-оптических взаимодействий, могут быть осуществлены последовательные трехчастотные взаимодействия световых волн, имеющие общую лазерную волну накачки. В связи с этим представляет интерес разработка квантовой теории этих процессов в активно-нелинейных РДС-кристаллах. В этом случае в резонаторе одновременно протекают три связанных процесса: лазерный процесс и два нелинейно-оптических процесса. Развитие теории самопреобразования частоты в РДС-кристаллах при последовательных взаимодействиях может быть выполнено на основе обобщения теории, изложенной в настоящей работе.

Авторы благодарны Ю. М. Голубеву, Т. Ю. Голубевой, И. В. Соколову и Г. Д. Лаптеву за полезные обсуждения работы. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке INTAS (грант № 01-2097).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. L. Byer, *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* **6**, 549 (1997).
2. А. С. Чиркин, В. В. Волков, Г. Д. Лаптев, Е. Ю. Морозов, *КЭ* **30**, 847 (2000).
3. A. Levenson, P. Vidakovich, and C. Simonneau, *J. Europ. Opt. Soc. A* **7**, 81 (1998).
4. S. Tanzilli, H. De Riedmatten, W. Tittel, H. Zbinden, P. Baldi, M. De Micheli, D. V. Ostrowsky, and N. Gisin, *Electron. Lett.* **37**, 1 (2001).
5. K. S. Zhang, M. Martinelli, T. Condreau, A. Maitre, and C. Fabre, *Phys. Rev. A* **64**, 033815 (2001).
6. A. S. Chirkin, *J. Opt. B* **4**, S91 (2002).
7. *Физика квантовой информации*, под ред. Д. Боймейстера, А. Экерта, А. Цайлингера, Постмаркет, Москва (2002).
8. G. D. Laptev, A. A. Novikov, and A. S. Chirkin, *J. Rus. Laser Res.* **23**, 183 (2002).
9. K. S. Abedin, T. Tsuritani, M. Sato, and H. Ito, *Appl. Phys. Lett.* **70**, 10 (1996).
10. J. Capmany, D. Callejo, V. Bermudez, E. Dieguez, D. Artigas, and L. Torner, *Appl. Phys. Lett.* **79**, 293 (2001).
11. J. Capmany, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 144 (2001).
12. Г. Хакен, *Лазерная светодинамика*, Мир, Москва (1988).
13. D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics*, Springer, Berlin (1995).
14. М. О. Скалли, М. С. Зубайри, *Квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2003).
15. В. Н. Горбачев, Е. С. Ползик, *ЖЭТФ* **96**, 1984 (1989).
16. R. Schack, A. Sizmann, and A. Schenzle, *Phys. Rev. A* **43**, 6303 (1999).
17. C. W. Gardiner, *Quantum Noise*, Springer-Verlag, Berlin (1991).
18. Г. Д. Лаптев, А. А. Новиков, *КЭ* **31**, 981 (2001).
19. E. V. Makeev and A. S. Chirkin, *J. Rus. Laser Res.* **24**, 544 (2003).
20. М. Лэкс, *Флуктуации и когерентные явления*, Мир, Москва (1974).
21. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин, *Введение в статистическую радиофизику и оптику*, Наука, Москва (1981).
22. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2000).
23. Г. Д. Лаптев, А. А. Новиков, А. С. Чиркин, *Письма в ЖЭТФ* **78**, 45 (2003).