

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В ПСЕВДОЩЕЛЕВОМ СОСТОЯНИИ В МОДЕЛИ ГОРЯЧИХ ТОЧЕК: ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСЕЙ И ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА

*Н. А. Кулеева**, *Э. З. Кучинский***, *М. В. Садовский****

*Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук
620016, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 10 июня 2004 г.

Рассматриваются особенности сверхпроводящего состояния (s - и d -спаривание) в модели псевдощелевого состояния, вызванного гейзенберговскими спиновыми флуктуациями ближнего порядка антиферромагнитного типа. Модель основана на картине сильного рассеяния вблизи горячих точек на поверхности Ферми. Анализ проведен на основе микроскопического вывода разложения Гинзбурга–Ландау с учетом всех фейнмановских диаграмм теории возмущений по взаимодействию электрона с флуктуациями ближнего порядка и в лестничном приближении для рассеяния на нормальных (немагнитных) примесях. Определена зависимость критической температуры сверхпроводящего перехода и других характеристик сверхпроводника от параметров псевдощели и величины примесного рассеяния. Показано, что в рамках рассмотренной модели удастся объяснить характерный вид фазовой диаграммы высокотемпературных сверхпроводников.

PACS: 74.20.Fg, 74.20.De

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших проблем физики высокотемпературных сверхпроводников на основе оксидов меди является теоретическое описание характерного вида их фазовой диаграммы [1]. Особый интерес при этом вызывает выяснение природы псевдощелевого состояния, наблюдаемого в широкой области температур и концентраций носителей [2] и несомненно играющего центральную роль в формировании свойств нормального и сверхпроводящего состояний этих систем. Несмотря на продолжающиеся здесь дискуссии, предпочтительным представляется сценарий образования псевдощели, основанный на картине сильного рассеяния носителей тока на спиновых флуктуациях антиферромагнитного¹⁾ (AFM, SDW) ближнего порядка [2, 3]. В импульсном пространстве это рассеяние происходит с передачей волновых векторов порядка $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$ (a — посто-

янная двумерной решетки) и приводит к предвестникам перестройки электронного спектра, возникающей при установлении дальнего AFM-порядка (удвоении периода). В результате возникает нефермижидкостное поведение (дизэлектризация) спектральных характеристик в окрестности так называемых «горячих точек» на поверхности Ферми, возникающих в местах пересечения этой поверхности с границами «будущей» антиферромагнитной зоны Бриллюэна [2].

В рамках такого подхода активно исследовалась упрощенная модель псевдощелевого поведения [4, 5], в которой рассеяние на реальных (динамических) спиновых флуктуациях заменялось (что справедливо при достаточно высоких температурах) статическим гауссовым случайным полем псевдощелевых флуктуаций с характерным волновым вектором из окрестности \mathbf{Q} , ширина которой определяется обратной корреляционной длиной ближнего порядка $\kappa = \xi^{-1}$. Обзор этих работ в применении к свойствам нормального состояния и для простейших моделей влияния псевдощелевых флуктуаций на сверхпроводимость можно найти в [2].

*E-mail: strigina@iep.uran.ru

**E-mail: kuchinsk@iep.uran.ru

***E-mail: sadovski@iep.uran.ru

¹⁾ Нельзя также исключить роль аналогичных зарядовых (CDW) флуктуаций.

В недавней работе авторов [6] на основе микроскопического вывода разложения Гинзбурга–Ландау²⁾ было изучено влияние псевдощелевых флуктуаций в модели горячих точек на основные характеристики сверхпроводящего состояния (s - и d -спаривание), формирующегося на фоне этих флуктуаций. При этом рассматривался несколько упрощенный вариант модели, когда гейзенберговские спиновые флуктуации заменялись изинговскими либо вообще не зависящими от спина зарядовыми флуктуациями CDW-типа. Было показано, что такие псевдощелевые флуктуации «диэлектрической» природы в общем случае подавляют сверхпроводимость, приводя к понижению температуры сверхпроводящего перехода, уменьшению скачка теплоемкости в точке перехода и ряду других аномалий характеристик сверхпроводников. Были выявлены два возможных типа взаимодействия сверхпроводящего параметра порядка с псевдощелевыми флуктуациями, приводящих к существенно различным масштабам их влияния на сверхпроводимость.

Целью настоящей работы является обобщение подхода, предложенного в [6], на «реалистичский» случай гейзенберговских спиновых флуктуаций, а также расчет влияния (немагнитных) примесей (беспорядка) на сверхпроводимость в псевдощелевом состоянии. Показано, что в рамках рассматриваемой модели удается провести полуколичественное моделирование типичной фазовой диаграммы высокотемпературного сверхпроводника.

2. МОДЕЛЬ ГОРЯЧИХ ТОЧЕК И РЕКУРРЕНТНАЯ ПРОЦЕДУРА ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ГРИНА И ВЕРШИННЫХ ЧАСТЕЙ

Основные представления о рассматриваемом нами варианте модели горячих точек и методе расчета одноэлектронной функции Грина достаточно подробно изложены в работах [4, 5], методы нахождения интересующих нас вершинных частей описаны ранее [6, 8]. Поэтому в данном разделе мы приведем лишь основные уравнения и введем необходимые обозначения, кратко описав изменения, требующиеся для учета спиновой структуры взаимодействия в гейзенберговской модели антиферромагнитных флуктуаций.

В модели «почти антиферромагнитной» ферми-жидкости [4] вводится эффективное взаимодей-

ствие электронов со спиновыми флуктуациями, описываемое динамической восприимчивостью, характеризующейся подлежащими определению из эксперимента корреляционной длиной ξ спиновых флуктуаций и их характерной частотой ω_{sf} , которые могут существенно зависеть от концентрации носителей (а в случае ξ и от температуры). Эта динамическая восприимчивость, а с ней и эффективное взаимодействие имеют (в импульсном представлении) максимум в окрестности $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$, что и приводит к возникновению двух типов квазичастиц — горячих, импульсы которых расположены в окрестности точек поверхности Ферми, связанных вектором рассеяния порядка \mathbf{Q} , и холодных, импульсы которых находятся вблизи участков поверхности Ферми, окружающих диагонали зоны Бриллюэна [2, 4, 5].

При рассмотрении достаточно высоких температур ($2\pi T \gg \omega_{sf}$) спиновой динамикой можно пренебречь [4]. Тогда взаимодействие со спиновыми (псевдощелевыми) флуктуациями сводится к рассеянию электронов соответствующим статическим гауссовым случайным полем. В такой модели удается предложить упрощенную форму эффективно-го взаимодействия (коррелятора случайного поля флуктуаций) [4, 5], позволяющую провести полное суммирование фейнмановского ряда теории возмущений, что приводит к возникновению следующей рекуррентной процедуры для определения одноэлектронной функции Грина:

$$G_k(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_k(\mathbf{p}) + ikv_k\kappa - \Sigma_k(\varepsilon_n, \mathbf{p})}, \quad (1)$$

$$\Sigma_k(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = W^2 s(k+1)G_{k+1}(\varepsilon_n, \mathbf{p}), \quad (2)$$

что изображено в виде символического уравнения Дайсона на рис. 1а, где введена функция

$$G_{0k}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_k(\mathbf{p}) + ikv_k\kappa}. \quad (3)$$

Здесь $\kappa = \xi^{-1}$ — обратная корреляционная длина псевдощелевых флуктуаций, $\varepsilon_n = 2\pi T(n+1/2)$ (для определенности считаем $\varepsilon_n > 0$),

$$\xi_k(\mathbf{p}) = \begin{cases} \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{Q}} & \text{при нечетных } k, \\ \xi_{\mathbf{p}} & \text{при четных } k, \end{cases} \quad (4)$$

$$v_k = \begin{cases} |v_x(\mathbf{p}+\mathbf{Q})| + |v_y(\mathbf{p}+\mathbf{Q})| & \text{при нечетных } k, \\ |v_x(\mathbf{p})| + |v_y(\mathbf{p})| & \text{при четных } k, \end{cases} \quad (5)$$

²⁾ Аналогичное рассмотрение на основе уравнений Горькова было проведено в работе [7].

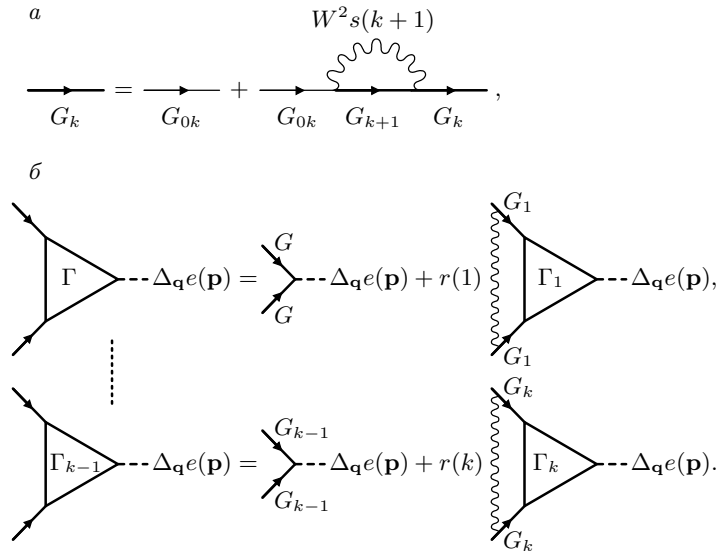


Рис. 1. Рекуррентные уравнения для функции Грина (а) и «треугольной» вершины (б)

$\mathbf{v}(\mathbf{p}) = \partial \xi_{\mathbf{p}} / \partial \mathbf{p}$ — скорость свободной квазичастицы со спектром $\xi_{\mathbf{p}}$, который берется в стандартном виде [4]:

$$\xi_{\mathbf{p}} = -2t(\cos p_x a + \cos p_y a) - 4t' \cos p_x a \cos p_y a - \mu, \quad (6)$$

t, t' — соответственно интегралы переноса между ближайшими соседями и между вторыми ближайшими соседями на квадратной решетке, a — параметр решетки, μ — химический потенциал.

Параметр W размерности энергии, определяющий эффективную ширину псевдощели, в модели гейзенберговских спиновых флуктуаций может быть записан как [4]

$$W^2 = g^2 \frac{\langle \mathbf{S}_i^2 \rangle}{3} = g^2 \langle (n_{i\uparrow} - n_{i\downarrow})^2 \rangle, \quad (7)$$

где g — константа взаимодействия электронов со спиновыми флуктуациями, $\langle \mathbf{S}_i^2 \rangle$ — средний квадрат спина на узле решетки, $n_{i\uparrow}, n_{i\downarrow}$ — операторы числа электронов на узле с соответствующими проекциями спина. Ясно, что аналогично корреляционной длине ξ параметр W в рамках полуфеноменологического подхода [4, 5] также является некоторой функцией концентрации носителей (и температуры), подлежащей определению из эксперимента.

Множитель $s(k)$ определяется комбинаторикой фейнмановских диаграмм и равен

$$s(k) = k \quad (8)$$

в простейшем случае соизмеримых флуктуаций ближнего порядка зарядового (CDW) типа, тогда как для наиболее интересного случая гейзенберговских спиновых (SDW) флуктуаций [4]³⁾

$$s(k) = \begin{cases} \frac{k+2}{3} & \text{при нечетных } k, \\ \frac{k}{3} & \text{при четных } k. \end{cases} \quad (9)$$

Условия применимости рассматриваемого приближения подробно обсуждались в [4, 5].

Замечательной особенностью рассматриваемой модели является возможность полного суммирования всего ряда фейнмановских диаграмм⁴⁾ для вершинных функций, описывающих отклик системы на произвольное внешнее воздействие. Достаточно подробно этот вопрос рассмотрен в [8]. Здесь мы сразу приведем возникающие при соответствующем анализе рекуррентные уравнения для «треугольных» вершин в куперовском канале, аналогичные выведенным в работе [6] и описывающие отклик на произвольную флуктуацию сверхпроводящего параметра порядка (щели)

$$\Delta(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \Delta_{\mathbf{q}} e(\mathbf{p}), \quad (10)$$

³⁾ Подробный анализ комбинаторики фейнмановских диаграмм для модели гейзенберговских флуктуаций приводится в Приложении.

⁴⁾ Включая все диаграммы с перекрещивающимися линиями взаимодействия.

Выбор знака в рекуррентной процедуре для вершинной части

Пары	CDW-флуктуации	SDW-флуктуации (Изинг)	SDW-флуктуации (Гейзенберг)
s	+	−	+
d	−	+	−

где симметричный множитель, определяющий тип (симметрию) спаривания берется в виде

$$e(\mathbf{p}) = \begin{cases} 1, & s\text{-спаривание,} \\ \cos(p_x a) - \cos(p_y a), & d_{x^2-y^2}\text{-спаривание} \end{cases} \quad (11)$$

и спаривание подразумевается синглетным по спину. Интересующую нас вершину удобно записать как

$$\Gamma(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{p}, -\mathbf{p} + \mathbf{q}) \equiv \Gamma_{\mathbf{p}}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q})e(\mathbf{p}). \quad (12)$$

Тогда величина $\Gamma_{\mathbf{p}}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q})$ определяется рекуррентной процедурой следующего вида:

$$\Gamma_{\mathbf{p}k-1}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}) = 1 \pm W^2 r(k) G_k(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q}) G_k(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) \times \left[1 + \frac{2ik\kappa v_k}{G_k^{-1}(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q}) - G_k^{-1}(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) - 2ik\kappa v_k} \right] \times \Gamma_{\mathbf{p}k}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}), \quad (13)$$

которая представлена графиками на рис. 1б. «Физическая» вершина соответствует $\Gamma_{\mathbf{p}k=0}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q})$. Дополнительный комбинаторный множитель $r(k) = s(k)$ для простейшего случая зарядовых (или изинговских спиновых) псевдощелевых флуктуаций, рассматривавшихся в работе [6]. Для наиболее интересного случая гейзенберговских спиновых (SDW) флуктуаций, которые рассматриваются ниже, этот множитель равен [4] (см. также Приложение)

$$r(k) = \begin{cases} k & \text{при четных } k, \\ \frac{k+2}{9} & \text{при нечетных } k. \end{cases} \quad (14)$$

Выбор знака перед W^2 в правой части выражения (13) зависит от симметрии сверхпроводящего параметра порядка и типа псевдощелевых флуктуаций [6] (подробности см. в Приложении). Соответствующие варианты перечислены в таблице, из которой, в частности, видно, что в наиболее интересном для нас случае d -спаривания и гейзенберговских псевдощелевых флуктуаций следует взять знак

«−», так что рекуррентная процедура для вершинной части становится знакопеременной. В то же время для случая s -спаривания и флуктуаций того же типа следует взять знак «+», и рекуррентная процедура становится знакопостоянной. В работе [6] было показано (на других примерах из таблицы), что такое различие в типах рекуррентной процедуры приводит к двум вариантам качественно различного поведения всех основных характеристик сверхпроводников.

3. ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСЕЙ

Влияние рассеяния на нормальных (немагнитных) примесях легко учесть в самосогласованном борновском приближении, записав для одноэлектронной функции Грина уравнение Дайсона, показанное графически на рис. 2а, где, по сравнению с рис. 1а, добавлен стандартный вклад в собственно-энергетическую часть от примесного рассеяния [9]. В результате рекуррентное уравнение для функции Грина записывается в виде

$$G_k(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \left[G_{0k}^{-1}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) - \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) - W^2 s(k+1) G_{k+1}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) \right]^{-1}, \quad (15)$$

где ρ — концентрация примесей с точечным потенциалом U , а в «примесную» собственно-энергетическую часть входит полная функция Грина $G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = G_{k=0}(\varepsilon_n, \mathbf{p})$, которая в общем случае должна определяться самосогласованным образом с помощью выписанной процедуры. Вклад в эту собственно-энергетическую часть от действительной части функции Грина обычным образом [9] сводится к несущественной перенормировке химического потенциала, так что уравнение (15) приобретает вид

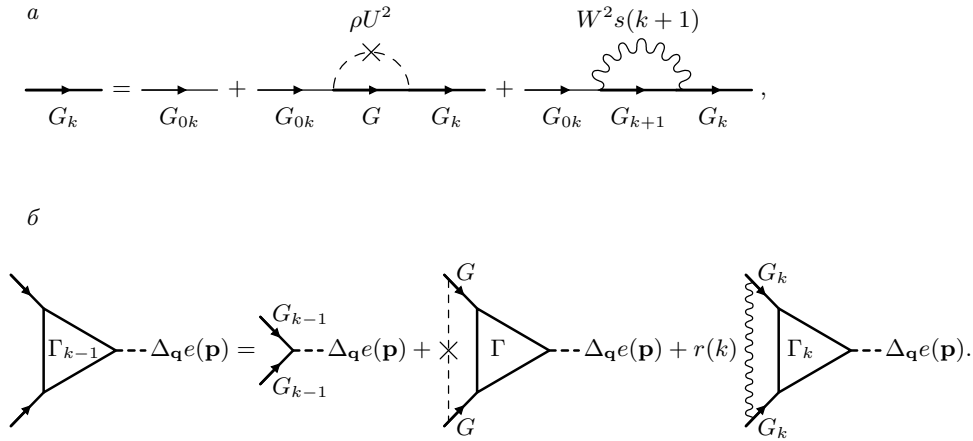


Рис. 2. Рекуррентные уравнения для функции Грина (а) и «треугольной» вершины (б) с учетом рассеяния на примесях

$$G_k(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \left[i \left(\varepsilon_n - \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} \text{Im} G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) + k v_k \kappa \right) - \xi_k(\mathbf{p}) - W^2 s(k+1) G_{k+1}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) \right]^{-1}. \quad (16)$$

Поэтому, по сравнению с беспримесным случаем, фактически происходит замена (перенормировка)

$$\varepsilon_n \rightarrow \varepsilon_n - \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} \text{Im} G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) \equiv \varepsilon_n \eta_\varepsilon, \quad (17)$$

$$\eta_\varepsilon = 1 - \frac{\rho U^2}{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} \text{Im} G(\varepsilon_n, \mathbf{p}). \quad (18)$$

Если не проводить полного самосогласования в собственно-энергетической части примесного рассеяния, то в простейшем приближении просто имеем

$$\varepsilon_n \rightarrow \varepsilon_n - \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} \text{Im} G_{00}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) \equiv \varepsilon_n \eta_\varepsilon = \varepsilon_n + \gamma_0 \text{sign} \varepsilon_n, \quad (19)$$

$$\eta_\varepsilon = 1 + \frac{\gamma_0}{|\varepsilon_n|}, \quad (20)$$

где $\gamma_0 = \pi \rho U^2 N_0(0)$ — стандартная борновская частота рассеяния на примесях [9] ($N_0(0)$ — плотность состояний свободных электронов на уровне Ферми).

Для интересующих нас треугольных вершин рекуррентное уравнение, учитывающее рассеяние на примесях, имеет графический вид, показанный на рис. 2б. Для вершины, описывающей взаимодействие с флуктуацией сверхпроводящего параметра

порядка (10) с симметрией d -типа (11), это уравнение существенно упрощается, поскольку вклад второй диаграммы в правой части рис. 2б фактически равен нулю в силу условия $\sum_{\mathbf{p}} e(\mathbf{p}) = 0$ (ср. обсуждение аналогичной ситуации в [10]). Тогда рекуррентное уравнение для вершины имеет вид (13), где в качестве $G_k(\pm \varepsilon_n \mathbf{p})$ следует использовать выражения, определяемые из (15), (16), т.е. просто «одетые» примесным рассеянием функции Грина, определяемые рис. 2а. Для вершины, описывающей взаимодействие с флуктуацией параметра порядка с s -симметрией, имеем уравнение

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathbf{p}k-1}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}) &= \\ &= 1 + \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q}) G(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) \Gamma_{\mathbf{p}}(\varepsilon, -\varepsilon_n, \mathbf{q}) \pm \\ &\quad \pm W^2 r(k) G_k(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q}) G_k(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) \times \\ &\quad \times \left\{ 1 + \frac{2ik\kappa v_k}{G_k^{-1}(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q}) - G_k^{-1}(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) - 2ik\kappa v_k} \right\} \times \\ &\quad \times \Gamma_{\mathbf{p}k}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}), \quad (21) \end{aligned}$$

где для $G_k(\pm \varepsilon_n, \mathbf{p})$ снова следует использовать выражения (15), (16), а знак перед W^2 определяется в соответствии с изложенными выше правилами. Отличие от случая вершины взаимодействия с флуктуациями d -симметрии состоит в появлении второго члена в правой части уравнения (21), т.е. в замене

$$1 \rightarrow \eta_\Gamma = 1 + \rho U^2 \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q}) \times G(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) \Gamma_{\mathbf{p}}(\varepsilon, -\varepsilon_n, \mathbf{q}). \quad (22)$$

Поэтому процедура самосогласованного счета вы-

глядит теперь следующим образом. Стартуем с нулевого приближения $G = G_{00}$, $\Gamma_{\mathbf{p}} = 1$, тогда в уравнениях (16), (21) имеем просто

$$\eta_\varepsilon = \eta_\Gamma = 1 - \frac{\rho U^2}{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} \text{Im } G_{00}(\varepsilon_n, \mathbf{p}).$$

«Прогонаем» соответствующие рекуррентные процедуры (начиная с некоторого достаточно большого значения k) и определяем новые значения $G = G_{k=0}$ и $\Gamma_{\mathbf{p}} = \Gamma_{k=0}$. Снова вычисляем η_ε и η_Γ с помощью (18) и (22), используем эти значения в (16), (21) и т. д. до достижения сходимости.

При рассмотрении вершины d -симметрии следует просто считать $\eta_\Gamma = 1$ на всех этапах расчета. Фактически в этом случае нет особой нужды проводить полное самосогласование по примесному рассеянию, так как оно приводит к сравнительно незначительным поправкам к результатам несамосогласованного расчета с использованием простейшей замены (19) [7].

4. РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПЕРЕХОДА И КОЭФФИЦИЕНТОВ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

Критическая температура сверхпроводящего перехода определяется уравнением куперовской неустойчивости нормальной фазы:

$$1 - V\chi(0; T) = 0, \tag{23}$$

где обобщенная куперовская восприимчивость определяется графиком, приведенным на рис. 3, и равна

$$\chi(\mathbf{q}; T) = -T \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q}) \times G(-\varepsilon_n, -\mathbf{p}) e^2(\mathbf{p}) \Gamma_{\mathbf{p}}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}). \tag{24}$$

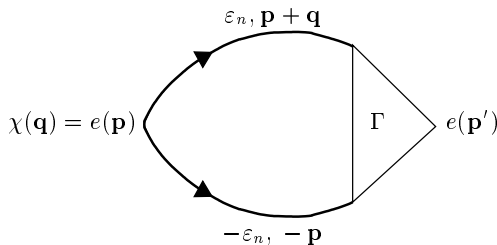


Рис. 3. Диаграммное представление для обобщенной восприимчивости $\chi(\mathbf{q})$ в куперовском канале

Константа V спаривательного взаимодействия, отличная от нуля в слое шириной $2\omega_c$ вокруг уровня Ферми, определяет затравочную температуру перехода T_{c0} в отсутствие псевдощелевых флуктуаций с помощью стандартного уравнения БКШ⁵⁾:

$$1 = \frac{2VT}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\bar{m}} \int_0^{\pi/a} dp_x \int_0^{\pi/a} dp_y \frac{e^2(\mathbf{p})}{\xi_{\mathbf{p}}^2 + \varepsilon_n^2}, \tag{25}$$

где $\bar{m} = [\omega_c/2\pi T_{c0}]$ — безразмерный параметр обрезания суммы по мацубаровским частотам. Как и в [6], все расчеты проводились для типичного спектра (6) квазичастиц в ВТСП при различных соотношениях t, t' и μ . Достаточно произвольно выбирая $\omega_c = 0.4t$ и $T_{c0} = 0.01t$, можно легко подобрать значение параметра спаривания V в (25), дающее такое значение T_{c0} для различных типов спаривания. В частности, для спаривания s -типа получаем $V/ta^2 = 1$, а для $d_{x^2-y^2}$ -спаривания имеем $V/ta^2 = 0.55$.

То обстоятельство, что для расчета T_c требуется куперовская восприимчивость при $q = 0$, существенно упрощает расчеты [6]. В общем случае, например, для расчета коэффициентов разложения Гинзбурга–Ландау требуется знание величины $\chi(q; T)$ при произвольных (малых) q .

Разложение Гинзбурга–Ландау для разности плотностей свободных энергий сверхпроводящего и нормального состояний записывается в стандартном виде:

$$F_s - F_n = A|\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + q^2 C |\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + \frac{B}{2} |\Delta_{\mathbf{q}}|^4 \tag{26}$$

и определяется петлевым разложением для свободной энергии в поле флуктуаций параметра порядка (10).

Коэффициенты Гинзбурга–Ландау A, B, C удобно нормировать на их значения в отсутствие псевдощелевых флуктуаций, записав их в виде [6]

$$A = A_0 K_A, \quad C = C_0 K_C, \quad B = B_0 K_B, \tag{27}$$

⁵⁾ Мы не обсуждаем микроскопическую природу этого взаимодействия; она может быть связана с обменом теми же антиферромагнитными спиновыми флуктуациями, фононами или с комбинацией электрон-фононного и спин-флуктуационного взаимодействий.

где

$$\begin{aligned} A_0 &= N_0(0) \frac{T - T_c}{T_c} \langle e^2(\mathbf{p}) \rangle, \\ C_0 &= N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{32\pi^2 T_c^2} \langle |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 e^2(\mathbf{p}) \rangle, \\ B_0 &= N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2} \langle e^4(\mathbf{p}) \rangle, \end{aligned} \quad (28)$$

угловые скобки обозначают обычное усреднение по поверхности Ферми:

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{N_0(0)} \sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi_{\mathbf{p}}) \dots,$$

$N_0(0)$ — плотность состояний на поверхности Ферми для свободных электронов.

Тогда имеем следующие общие выражения [6]:

$$K_A = \frac{\chi(0; T) - \chi(0; T_c)}{A_0}, \quad (29)$$

$$K_C = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\chi(\mathbf{q}; T_c) - \chi(0; T_c)}{q^2 C_0}, \quad (30)$$

$$K_B = \frac{T_c}{B_0} \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} e^4(\mathbf{p}) G^2(\varepsilon_n, \mathbf{p}) \times G^2(-\varepsilon_n, -\mathbf{p}) \Gamma_{\mathbf{p}}^4(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, 0), \quad (31)$$

которые и использовались для прямых численных расчетов.

При наличии примесей все функции Грина и вершины, входящие в эти выражения, следует вычислять согласно выписанным выше уравнениям (16) и (21).

Знание коэффициентов разложения Гинзбурга–Ландау позволяет определить все основные характеристики сверхпроводника вблизи температуры перехода T_c . Длина когерентности определяется как

$$\frac{\xi^2(T)}{\xi_{BCS}^2(T)} = \frac{K_C}{K_A}, \quad (32)$$

где $\xi_{BCS}(T)$ — значение этой длины в отсутствие псевдощели. Для глубины проникновения магнитного поля имеем

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda_{BCS}(T)} = \sqrt{\frac{K_B}{K_A K_C}}, \quad (33)$$

где также проведена нормировка на значение $\lambda_{BCS}(T)$ в отсутствие псевдощелевых флуктуаций.

Аналогичным образом определяются нормированный наклон кривой верхнего критического поля вблизи T_c ,

$$\left. \frac{dH_{c2}}{dT} \right|_{T_c} / \left. \frac{dH_{c2}}{dT} \right|_{T_{c0}} = \frac{T_c}{T_{c0}} \frac{K_A}{K_C}, \quad (34)$$

и относительный скачок теплоемкости в точке перехода:

$$\Delta C = \frac{(C_s - C_n)T_c}{(C_s - C_n)T_{c0}} = \frac{T_c}{T_{c0}} \frac{K_A^2}{K_B}. \quad (35)$$

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Результаты расчетов для случая зарядовых (CDW) и спиновых (SDW) изинговских флуктуаций ближнего порядка были приведены в работе [6]. Здесь мы сосредоточимся на рассмотрении наиболее важного и интересного случая гейзенберговских спиновых (SDW) флуктуаций и на обсуждении роли примесного рассеяния (разупорядочения). Ввиду особой важности случая d -спаривания для физики высокотемпературных сверхпроводников на основе оксидов меди этому случаю уделяется несколько большее внимание.

Все расчеты в данном разделе проводились для достаточно характерных параметров исходного электронного спектра $t'/t = -0.4$, $\mu/t = -1.3$, а для обратной корреляционной длины принималось значение $\kappa a = 0.2$. С целью экономии места мы не приводим результаты расчетов для безразмерных коэффициентов разложения Гинзбурга–Ландау K_A , K_B , K_C , а сразу показываем типичные зависимости для основных физических характеристик

При рассмотрении зависимостей от ширины псевдощели все характеристики приводятся нормированными на их значение при $T = T_{c0}$, а при рассмотрении зависимостей от частоты γ_0 примесного рассеяния — на их значение при $T = T_{c0}(W)$, т. е. при «затравочном» значении температуры перехода при заданном значении W , но в отсутствие примесного рассеяния ($\gamma_0 = 0$).

5.1. Случай d -спаривания

На рис. 4 показана зависимость температуры T_c сверхпроводящего перехода от эффективной ширины W псевдощели для нескольких значений частоты примесного рассеяния. Видно, что псевдощелевые флуктуации приводят к заметному подавлению сверхпроводимости, причем в присутствии конечно-го беспорядка возникает критическое значение W ,

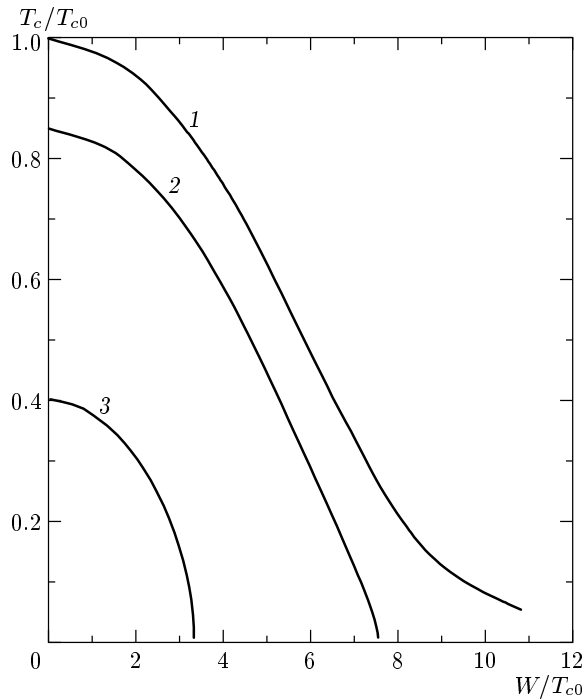


Рис. 4. Зависимость T_c от эффективной ширины W псевдощели в случае d -спаривания для трех значений частоты примесного рассеяния: $\gamma_0/T_{c0} = 0$ (1), 0.18 (2), 0.64 (3). Обратная корреляционная длина $ka = 0.2$

при котором величина T_c обращается в нуль. Такое подавление T_c естественно связано с частичной «диэлектризацией» электронного спектра в окрестности горячих точек [4, 5].

Аналогичные зависимости для длины когерентности и глубины проникновения магнитного поля показаны на рис. 5, а для наклона температурной зависимости верхнего критического поля и скачка теплоемкости в точке перехода — на рис. 6. Характерно быстрое подавление этих последних характеристик сверхпроводника псевдощелевыми флуктуациями.

Зависимость от величины корреляционной длины флуктуаций ближнего порядка более медленная — во всех случаях рост ξ (уменьшение параметра κ) усиливает эффект псевдощелевых флуктуаций.

На рис. 7 показаны зависимости температуры T_c сверхпроводящего перехода от частоты γ_0 рассеяния на примесях для нескольких значений эффективной ширины псевдощели. Видно, что при наличии псевдощелевых флуктуаций подавление T_c с ростом беспорядка происходит заметно быстрее, чем в их отсутствие ($W = 0$), когда зависимость $T_c(\gamma_0)$ в слу-

чае d -спаривания описывается стандартной кривой Абрикосова–Горькова [10, 11]. Аналогичные зависимости для длины когерентности и глубины проникновения показаны на рис. 8, а для наклона кривой $H_{c2}(T)$ и скачка теплоемкости — на рис. 9. Опять видно, что и примесное рассеяние (беспорядок) ведет к быстрому уменьшению двух последних величин, т. е. усиливает аналогичный эффект от псевдощелевых флуктуаций.

Полученные зависимости от параметров псевдощели качественно аналогичны полученным в работе [6] для случая псевдощелевых флуктуаций зарядового (CDW) типа, когда, как и в рассмотренном здесь случае, возникает знакопеременная рекуррентная процедура для вершинной части. В то же время возникают и определенные количественные различия, которые связаны с иной комбинаторикой диаграмм. Зависимости от частоты примесного рассеяния (беспорядка) в такой модели ранее не изучались⁶⁾.

Найденные зависимости находятся в качественном соответствии с большинством данных, полученных в экспериментах по изучению сверхпроводимости в области существования псевдощели (область недодопированных составов на фазовой диаграмме купратов). Ниже показано, что полученные результаты могут быть использованы для непосредственного моделирования типичной фазовой диаграммы ВТСП-купратов.

5.2. Случай s -спаривания

Рассмотрение случая s -спаривания представляет интерес в основном с точки зрения выявления характерных отличий от случая спаривания d -типа. Экспериментальные данные по сверхпроводимости s -типа в системах с псевдощелью практически отсутствуют, хотя и не исключено, что соответствующие системы будут открыты в будущем.

Расчеты показывают, что псевдощелевые флуктуации заметно подавляют температуру сверхпроводящего перехода и в этом случае (рис. 10), хотя характерный масштаб таких флуктуаций, необходимый для существенного подавления сверхпроводимости, значительно выше, чем в случае спаривания d -типа. Этот результат уже был получен в работе [6], однако следует обратить внимание на отсут-

⁶⁾ Рассмотрение соответствующих зависимостей T_c в работе [7] проводилось для случая знакопостоянной рекуррентной процедуры, возникающей в случае SDW-флуктуаций изинговского типа, когда подавление сверхпроводимости происходит существенно медленней.

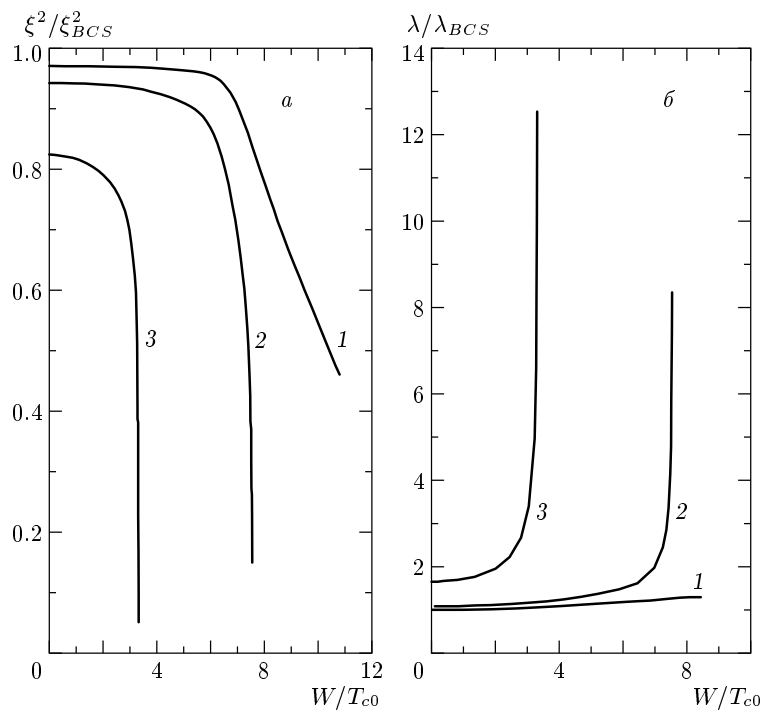


Рис. 5. Зависимости квадрата длины когерентности (а) и глубины проникновения магнитного поля (б) от эффективной ширины W псевдощели в случае d -спаривания для трех значений частоты примесного рассеяния: $\gamma_0/T_{c0} = 0$ (1), 0.18 (2), 0.64 (3)

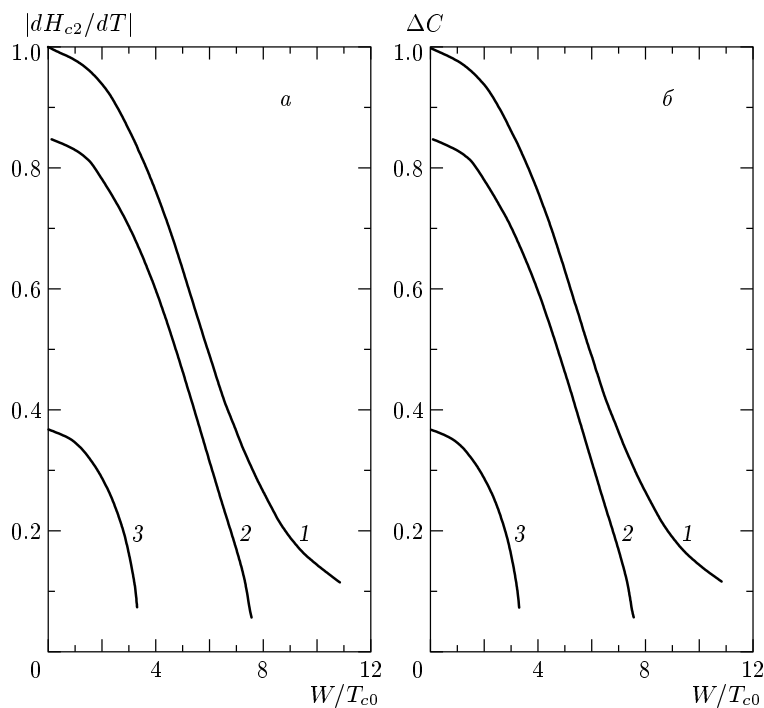


Рис. 6. Зависимости наклона верхнего критического поля и скачка теплоемкости в точке перехода от эффективной ширины W псевдощели в случае d -спаривания для трех значений частоты примесного рассеяния: $\gamma_0/T_{c0} = 0$ (1), 0.18 (2), 0.64 (3)

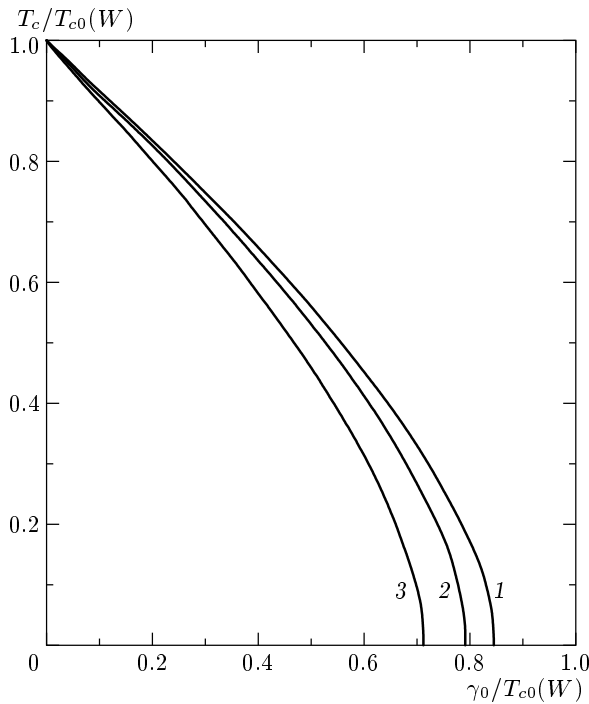


Рис. 7. Зависимость T_c от частоты γ_0 рассеяния на примесях (беспорядка) в случае d -спаривания для трех значений эффективной ширины псевдощели: $W/T_{c0} = 0$ (1), 2.8 (2), 5.5 (3)

ствие в рассматриваемом случае гейзенберговских SDW-флуктуаций характерной «полочки» на зависимости $T_c(W)$, получающейся в случае рассеяния на псевдощелевых флуктуациях CDW-типа [6]. На таком же масштабе W происходит и существенное подавление величины скачка теплоемкости в точке сверхпроводящего перехода, что показано на вставке к рис. 10. Соответствующие зависимости для длины когерентности и глубины проникновения вполне аналогичны полученным ранее в работе [6], и мы их не приводим. На рис. 11 показаны результаты расчетов для зависимости T_c от частоты рассеяния на примесях (беспорядка). Наряду с относительно слабым эффектом подавления T_c беспорядком, связанным [7] с размытием плотности состояний на уровне Ферми, может наблюдаться и слабый эффект повышения T_c с ростом γ_0 , связанный, по-видимому, с эффектом «замытия» псевдощели в плотности состояний примесным рассеянием.

На рис. 12 показано, как рассеяние на примесях влияет в случае s -спаривания на длину когерентности и глубину проникновения магнитного поля.

Наконец, на рис. 13 показано, как рассеяние на примесях (беспорядок) влияет на наклон верхне-

го критического поля и скачок теплоемкости. Скачок теплоемкости существенно подавляется беспорядком, наклон $H_{c2}(T)$ ведет себя качественно иным образом, чем в случае d -спаривания: рост беспорядка приводит к заметному росту этой величины, как и в случае стандартной теории «грязных» сверхпроводников [20], тогда как псевдощелевые флуктуации способствуют увеличению наклона зависимости $H_{c2}(T)$. В отсутствие псевдощелевых флуктуаций аналогичные различия в поведении наклона кривой $H_{c2}(T)$ при разупорядочении отмечались ранее [10].

6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗОВОЙ ДИАГРАММЫ

Описанная модель влияния псевдощелевых флуктуаций на сверхпроводимость позволяет провести простое моделирование типичной фазовой диаграммы ВТСП-купратов⁷⁾. Впервые попытка такого моделирования в крайне упрощенном варианте нашей модели была предпринята в работе [13]. Основная идея состоит в отождествлении параметра W с экспериментально наблюдаемой эффективной шириной псевдощели (температурой кроссовера в псевдощелевую область фазовой диаграммы) $E_g \approx T^*$, определяемой из многочисленных экспериментов [1–3]. Эта величина, как известно, практически линейно убывает с ростом концентрации легирующей примеси (носителей тока) от величин порядка 10^3 К, обращаясь в нуль при некоторой критической концентрации $x_c \approx 0.19–0.22$, слегка превышающей «оптимальное значение» $x_{opt} \approx 0.15–0.17$ [1, 14]. Соответственно, мы можем принять⁸⁾ аналогичную концентрационную зависимость нашего параметра ширины псевдощели $W(x)$. В этом смысле можно считать, что зависимость $W(x)$ определяется непосредственно из эксперимента. Тогда единственным параметром, подлежащим определению, становится концентрационная зависимость затравочной температуры сверхпроводящего перехода $T_{c0}(x)$, которая существовала бы в отсутствие псевдощелевых флуктуаций. Ее знание позволит определить концентрационное поведение реальной температуры перехода $T_c(x)$ путем реше-

⁷⁾ При этом мы пренебрегаем существованием узкой области антиферромагнитного упорядочения в состоянии моттовского диэлектрика, существующей при малых концентрациях легирующей примеси, ограничиваясь рассмотрением широкой области существования «плохого» металла.

⁸⁾ Естественно, такое отождествление можно провести с точностью до неизвестного коэффициента пропорциональности порядка единицы.

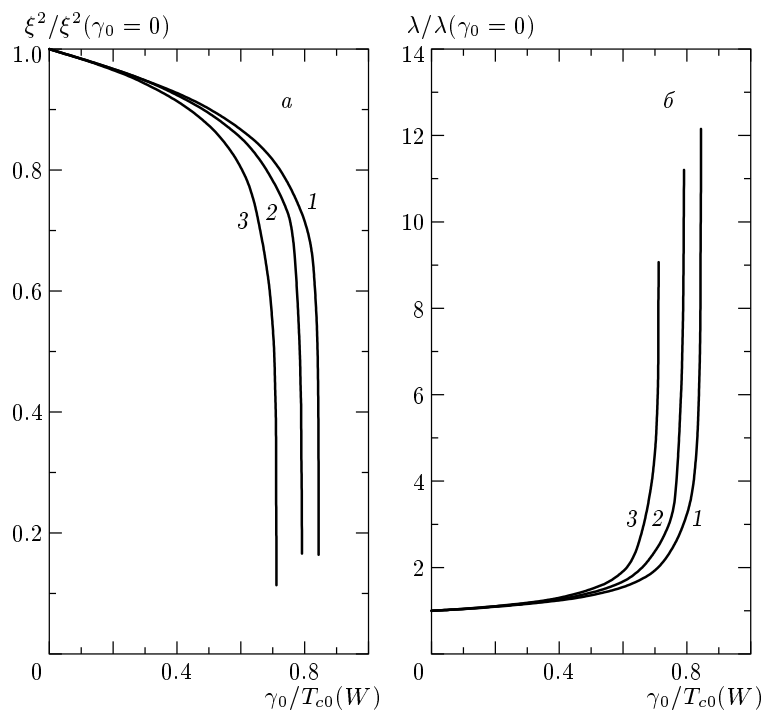


Рис. 8. Зависимости квадрата длины когерентности и глубины проникновения магнитного поля от частоты γ_0 рассеяния на примесях (беспорядка) в случае d -спаривания для трех значений эффективной ширины псевдощели: $W/T_{c0} = 0$ (1), 2.8 (2), 5.5 (3)

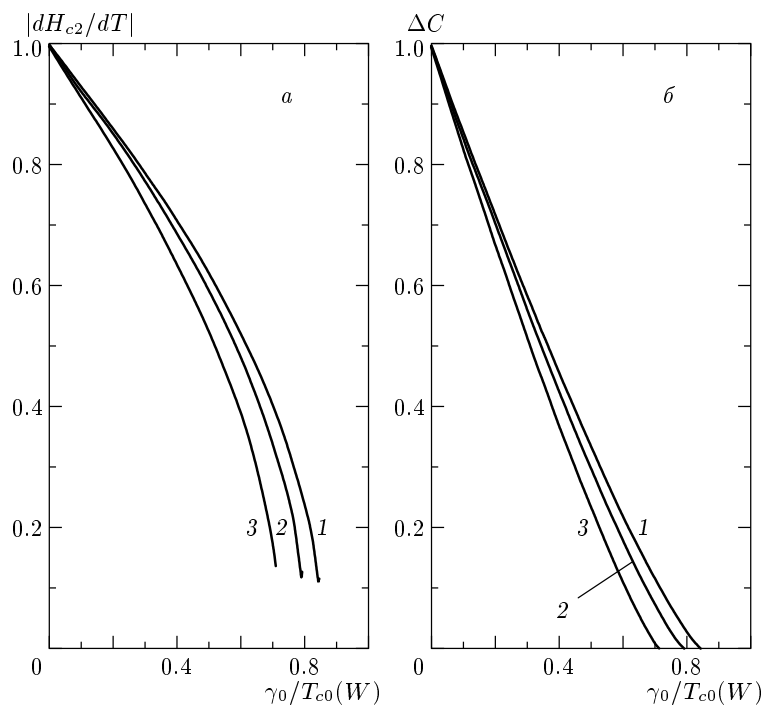


Рис. 9. Зависимости наклона верхнего критического поля и скачка теплоемкости в точке перехода от частоты γ_0 рассеяния на примесях (беспорядка) в случае d -спаривания для трех значений ширины псевдощели: $W/T_{c0} = 0$ (1), 2.8 (2), 5.5 (3)

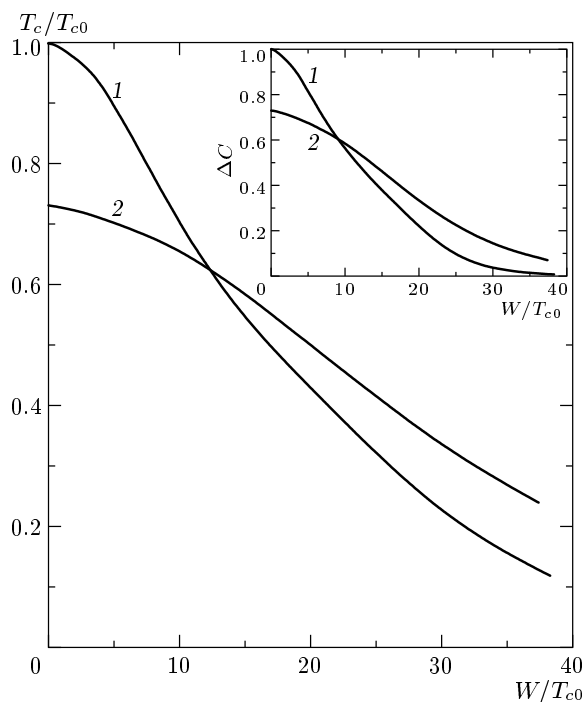


Рис. 10. Зависимость T_c от эффективной ширины W псевдощели в случае s -спаривания для двух значений частоты примесного рассеяния: $\gamma_0/T_{c0} = 0$ (1), 20 (2). Обратная корреляционная длина $ka = 0.2$. На вставке показано характерное поведение скачка теплоемкости при аналогичных параметрах

ния уравнений нашей модели. К сожалению, как уже отмечалось в работе [6], зависимость $T_{c0}(x)$ в общем случае не известна и не определяется из экспериментов, оставаясь подгоночным параметром теории.

Предполагая, как и в [13], что зависимость $T_{c0}(x)$ можно описать линейной функцией x , обращаясь в нуль при $x = 0.3$, и подбирая значение $T_{c0}(x = 0)$ так, чтобы получить желаемое значение $T_c(x = x_{opt})$, можно рассчитать вид «наблюдаемой» зависимости $T_c(x)$. Пример результатов такого расчета для случая d -спаривания и рассеяния на зарядовых (CDW) псевдощелевых флуктуациях [6] с использованием типичной зависимости $W(x)$ показан на рис. 14. Видим, что даже при столь произвольных предположениях модель горячих точек позволяет получить зависимость $T_c(x)$, довольно близкую к экспериментально наблюдаемой. Аналогичные расчеты для изинговской модели взаимодействия со спиновыми флуктуациями (знакопостоянная рекуррентная процедура для вершинной части [6]) пока-

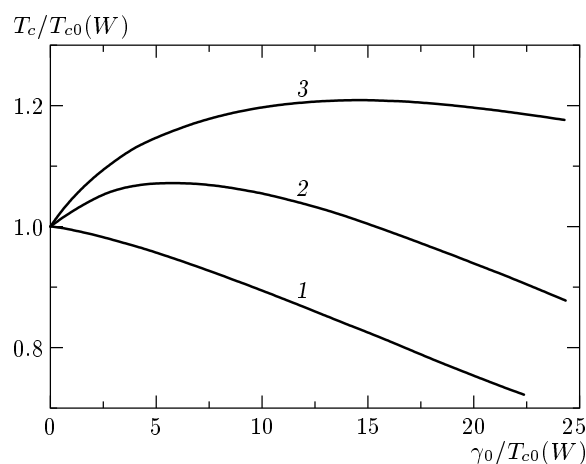


Рис. 11. Зависимость температуры T_c сверхпроводящего перехода от частоты γ_0 рассеяния на примесях (беспорядка) в случае s -спаривания для трех значений ширины псевдощели: $W/T_{c0} = 0$ (1), 8 (2), 15 (3)

зывают, что разумные значения $T_c(x)$ могут быть получены только при нереалистических значениях $W(x)$, примерно на порядок превышающих наблюдаемые.

В рамках рассматриваемой нами модели БКШ для затравочной температуры T_{c0} предположение заметной концентрационной зависимости этой величины представляется довольно нереалистическим⁹⁾. Поэтому предположим, что величина T_{c0} вообще не зависит от концентрации носителей x , но учтем, что введение легирующей примеси неизбежно ведет к появлению примесного рассеяния (внутреннего беспорядка), что можно описать соответствующей линейной зависимостью $\gamma(x)$. Предположим, что именно такой рост неупорядоченности приводит к полному подавлению d -спаривания при $x = 0.3$ в соответствии с известной зависимостью Абрикосова–Горькова [11]. Результаты расчета фазовой диаграммы для системы типа $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ в нашей модели для случая гейзенберговских псевдощелевых флуктуаций с учетом описанной роли примесного рассеяния показаны на рис. 15. И использованные при расчете значения параметров задачи, соответствующие данной системе, приведены в подписи к рис. 15. «Экспериментальные» значения $T_c(x)$, показанные на этом рисунке (так же как и на рис. 14)

⁹⁾ В рамках такого подхода зависимость $T_{c0}(x)$ может быть обусловлена только соответствующей относительно слабой зависимостью плотности состояний на уровне Ферми.

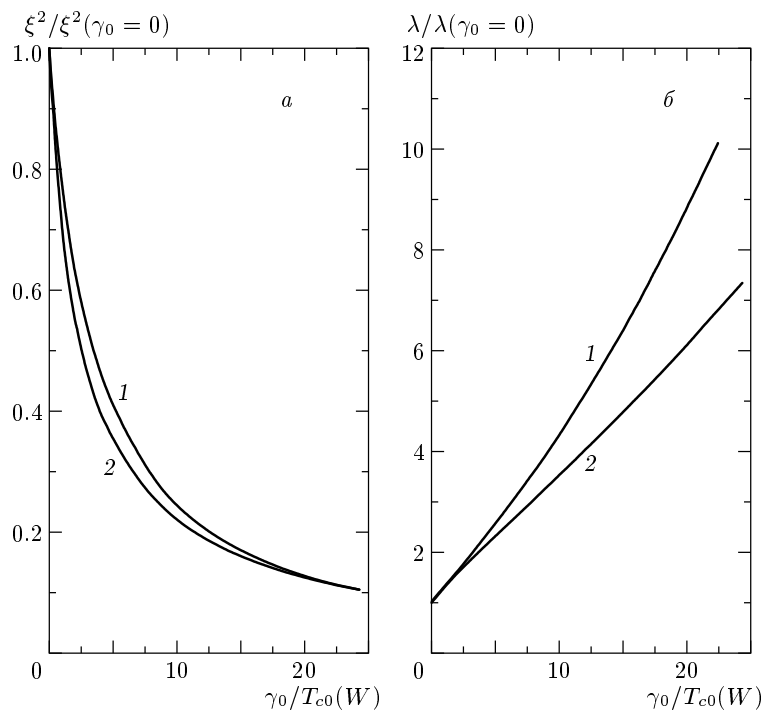


Рис. 12. Зависимости квадрата длины когерентности и глубины проникновения магнитного поля от частоты γ_0 рассеяния на примесях (беспорядка) в случае s -спаривания для двух значений ширины псевдощели: $W/T_{c0} = 0$ (1), 15 (2)

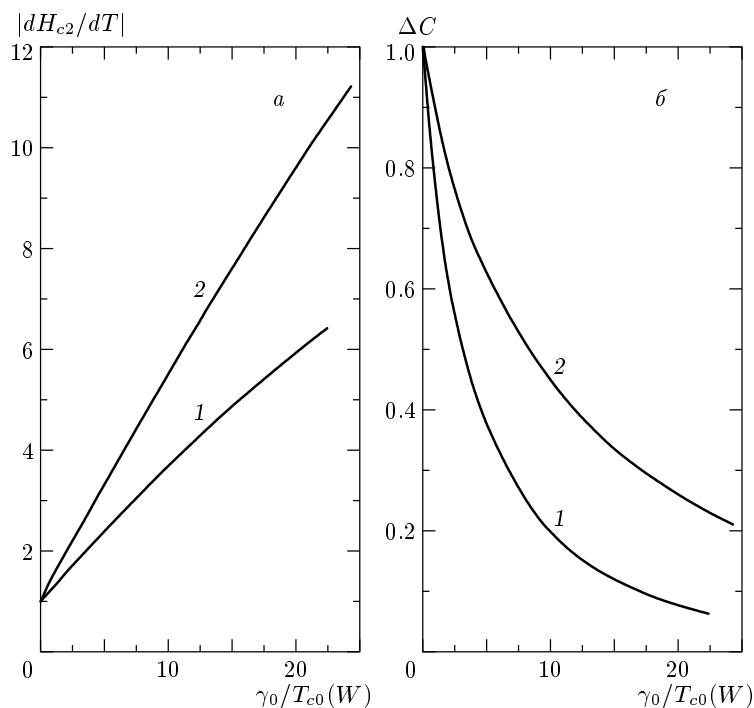


Рис. 13. Зависимости наклона верхнего критического поля и скачка теплоемкости в точке перехода от частоты γ_0 рассеяния на примесях (беспорядка) в случае s -спаривания для двух значений ширины псевдощели: $W/T_{c0} = 0$ (1), 15 (2)

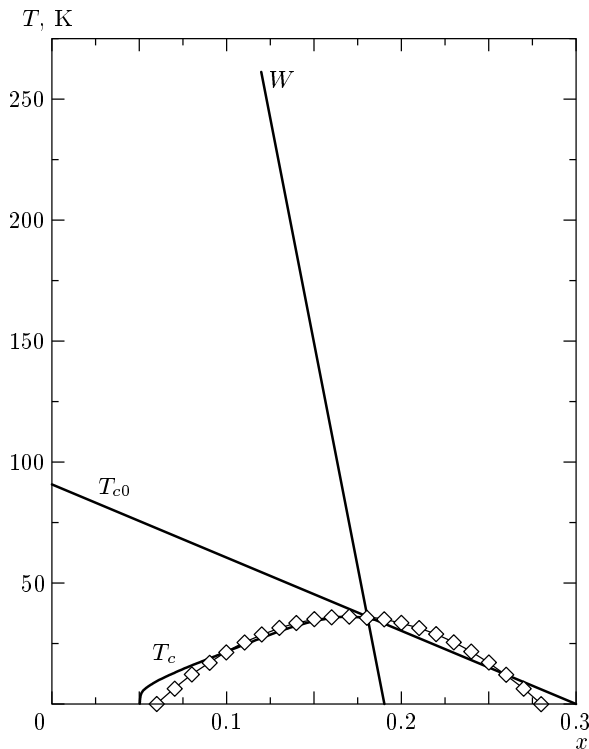


Рис. 14. Модельная фазовая диаграмма для случая рассеяния на псевдощелевых флуктуациях зарядового (CDW) типа (d -спаривание) и затравочной температуры сверхпроводящего перехода T_{c0} , линейно зависящей от концентрации носителей. Ромбы — «экспериментальные» значения; $W(x = 0) = 708$ K; $T_{c0}(x = 0) = 90$ K, $\kappa a = 0.2$; $T_c(x = 0.17) = 36$ K

ромбами, получены с помощью эмпирической формулы [14, 15]

$$\frac{T_c(x)}{T_c(x = x_{opt})} = 1 - 82.6(x - x_{opt})^2, \quad (36)$$

которая дает достаточно хорошее описание концентрационного поведения T_c для целого ряда ВТСП-купратов. Видим, что во всей области недодопированных составов наша модель дает практически идеальное описание «экспериментальных» данных при вполне разумных значениях $W(x)$. В конце области передопированных составов описание несколько ухудшается, однако следует иметь в виду, что выражение (36) также не дает здесь достаточно хороших результатов, да и наша модель исчезновения сверхпроводимости в области передопированных составов является, очевидно, весьма грубой, а какая-либо специальная подгонка параметров, улучшающая согласие с данными в

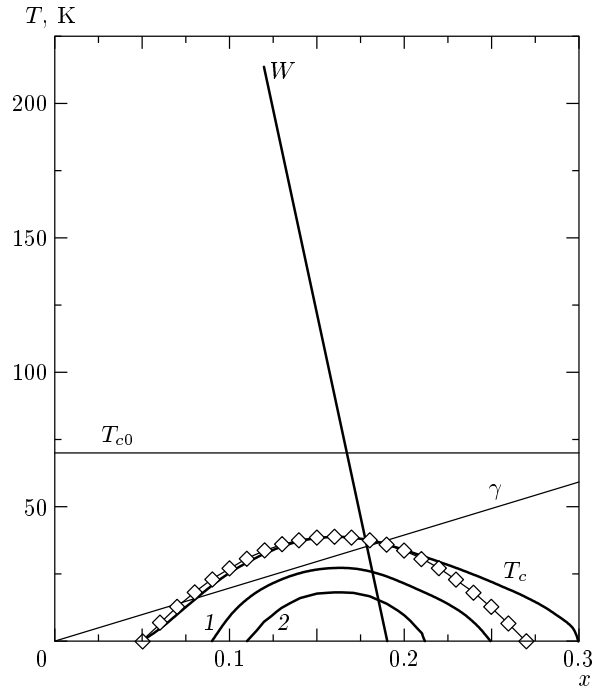


Рис. 15. Модельная фазовая диаграмма для случая рассеяния на гейзенберговских (SDW) псевдощелевых флуктуациях (d -спаривание) и затравочной температуры сверхпроводящего перехода T_{c0} , не зависящей от концентрации носителей, с учетом роли внутренней неупорядоченности $\gamma(x)$, линейной по концентрации легирующей примеси. Ромбы — «экспериментальные» значения; $\gamma_0 = 0.15T_{c0}$ (кривая 1), $\gamma_0 = 0.25T_{c0}$ (кривая 2); $W_m(x = 0) = 580$ K; $T_{c0} = 70$ K; $t'/t = -0.25$; $\mu/t = -0.8$; $\kappa a = 0.2$; $T_{max}(x = 0.16) = 39$ K

этой области, вообще не проводилась.

Интересно рассмотреть вопрос о поведении температуры T_c сверхпроводящего перехода при дополнительном разупорядочении системы для различных составов (концентраций носителей). Имеется довольно много экспериментальных работ, в которых такое разупорядочение проводилось путем введения примесей [16, 17] или облучением быстрыми нейтронами [18] и электронами [19, 20]. При этом специальное обсуждение роли дополнительного разупорядочения в контексте существования псевдощелевого состояния проводилось только в работе [17].

В нашей модели такое разупорядочение можно симулировать введением дополнительного параметра γ_0 рассеяния на «примесях», который просто добавляется к параметру $\gamma(x)$ внутреннего беспорядка. Результаты расчетов температуры сверхпроводящего перехода для двух значений этого параметра

также показаны на рис. 15. Видно, что в полном соответствии с экспериментом [17] введение «примесей» (беспорядка) приводит к быстрому сужению области существования сверхпроводимости. Также в полном соответствии со сделанным выше в связи с рис. 7 выводом и с результатами экспериментов [17, 18] подавление сверхпроводимости беспорядком в области недодопированных составов (псевдощелевой области) происходит существенно быстрее, чем при оптимальном составе. Можно было бы ожидать, что введение «нормального» беспорядка, приводящее, очевидно, к некоторому уменьшению псевдощели в плотности состояний, могло бы привести к определенной «затяжке» уменьшения T_c , однако такой эффект для случая спаривания d -типа просто отсутствует.

Проблема, однако, состоит в том, что во всех случаях убывание T_c происходит быстрее, чем по стандартной кривой Абрикосова–Горькова для случая d -спаривания [11]. В то же время попытки соответствующей обработки большинства экспериментальных данных по разупорядочению в ВТСП-купратах [16, 19, 20] приводят к выводу о том, что такое уменьшение в действительности происходит существенно медленнее, чем предсказывается зависимостью Абрикосова–Горькова. Эта до сих пор нерешенная задача относится к числу основных проблем теории высокотемпературных сверхпроводников [12]. Один из путей ее решения может быть связан с последовательным описанием роли беспорядка в сверхпроводниках, находящихся в области перехода от «рыхлых» пар теории БКШ к «компактным» парам, возникающим в пределе очень сильной связи [21]. Другая интересная возможность объяснения такой затяжки уменьшения T_c связана с анизотропией упругого рассеяния на примесях, подробно рассмотренной в работах [10, 22]. Такой эффект может быть относительно легко включен в нашу схему расчетов. Он представляется особенно интересным в связи с установленным фактом сильной анизотропии упругого рассеяния (с симметрией d -типа), наблюдавшейся в ARPES-экспериментах на системе $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ [23, 24]. Соответствующая частота рассеяния изменяется в интервале 20–60 мэВ [24], что почти на порядок превышает максимальное значение $\gamma(x)$, использованное в наших расчетах, и еще раз указывает на необычную устойчивость d -спаривания в купратах по отношению к статическому беспорядку. Следует заметить, что наша модель для собственно-энергетической части электрона фактически описывает аналогичную анизотропию упругого рассеяния, соответствующую его

возрастанию в окрестности горячих точек, однако эффект затяжки уменьшения T_c в наших расчетах не наблюдался.

Полученные результаты показывают, что, несмотря на очевидную грубость сделанных предположений, модель горячих точек позволяет легко получить достаточно разумное (иногда даже полуколичественное) описание области существования сверхпроводимости на фазовой диаграмме ВТСП-купратов¹⁰⁾. Основным недостатком использованного подхода остается значительная неопределенность сценария формирования концентрированной зависимости затравочной температуры сверхпроводящего перехода.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрение, проведенное в настоящей работе, показывает, что модель псевдощелевого состояния, основанная на концепции горячих точек, может обеспечить достаточно последовательное описание основных свойств сверхпроводящей фазы ВТСП-купратов и их фазовой диаграммы при сравнительно небольшом числе подгоночных параметров, большая часть которых может быть определена из независимых экспериментов.

Следует подчеркнуть, что все рассмотрение было проведено в рамках стандартного предположения [12] о самоусредяемости сверхпроводящего параметра порядка (щели) в поле случайных примесей и псевдощелевых флуктуаций. Обычно это предположение оправдывается для сверхпроводников, длина когерентности которых (размер куперовских пар) существенно превышает другие микроскопические длины в системе, такие как длина свободного пробега или корреляционная длина ξ псевдощелевых флуктуаций. В рассматриваемом классе моделей псевдощелевого состояния это не обязательно так и могут возникать существенные эффекты несамоусредяемости [25, 26], которые приводят к качественной картине неоднородного сверхпроводящего состояния с каплями сверхпроводящей фазы, существующими в области температур $T > T_c$. В принципе, имеются прямые экспериментальные данные, подтверждающие такую картину неоднородной

¹⁰⁾ Выше всегда подразумевались системы с дырочным легированием, для которых зависимость $T^*(x)$ является хорошо установленной [1, 14]. Для электронно-допированных систем данные по псевдощелевому состоянию довольно фрагментарны.

сверхпроводимости в ВТСП-купратах [27–29]. Разумеется, мы далеки от того, чтобы утверждать, что эти реальные эксперименты подтверждают именно картину, теоретически разрабатывавшуюся на очень упрощенных моделях в работах [25, 26]. Тем не менее эти результаты подчеркивают важность последовательного анализа эффектов несомоусредняемости в относительно реалистических моделях псевдощелевого состояния, таких как рассмотренная выше модель горячих точек¹¹⁾.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-16031), в рамках программ фундаментальных исследований Президиума РАН «Квантовая макрофизика» и Отделения физических наук РАН «Сильнокоррелированные электроны в полупроводниках, металлах, сверхпроводниках и магнитных материалах», а также проекта Министерства науки и образования РФ «Исследование коллективных и квантовых эффектов в конденсированных средах».

ПРИЛОЖЕНИЕ

Комбинаторика диаграмм в модели гейзенберговских псевдощелевых флуктуаций

Для анализа комбинаторики диаграмм рассмотрим предел бесконечной корреляционной длины спиновых флуктуаций. В этом случае выражение для спиновой плотности, на которой рассеивается электрон, имеет вид

$$\mathbf{S}_q = S\delta(\mathbf{q} - \mathbf{Q}), \quad (\text{П.1})$$

а усреднение по гауссовым спиновым флуктуациям сводится к обычному интегрированию [4]:

$$\langle \dots \rangle = \frac{g^3}{(2\pi)^{3/2}W^3} \int d\mathbf{S} \exp\left(-\frac{g^2\mathbf{S}^2}{2W^2}\right) \dots \quad (\text{П.2})$$

Следовательно, в этом пределе можно сначала решать задачу об электроном в когерентном поле спиновой плотности (П.1), а затем проводить усреднение (П.2) по ее флуктуациям. Для дальнейшего рассмотрения удобно ввести флуктуирующее поле $\delta = (g/\sqrt{3})\mathbf{S}$ — «потенциал», на котором и рассеивается электрон. Тогда усреднение (П.2) по спиновым

флуктуациям сводится к усреднению по флуктуациям этого поля:

$$\langle \dots \rangle = \sqrt{\frac{3}{2\pi W^2}} \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_l \exp\left(-\frac{3\delta_l^2}{2W^2}\right) \frac{3}{2\pi W^2} \times \\ \times \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} d|\delta_t| |\delta_t| \exp\left(-\frac{3|\delta_t|^2}{2W^2}\right) \dots \quad (\text{П.3})$$

Таким образом, имеем два флуктуирующих поля, на которых рассеиваются свободные носители: вещественное продольное поле $\delta_l = (g/\sqrt{3})S_z$ и комплексное поперечное поле δ_t , характеризуемое амплитудой $|\delta_t|$ и фазой φ и связанное с двумя поперечными компонентами вектора \mathbf{S} .

Такое усреднение порождает диаграммную технику, в которой есть два вида эффективных взаимодействий [4]: одно изображается штриховой линией,

$$V_{eff1} = \frac{g^2}{3} \langle S_{z\mathbf{q}} S_{z-\mathbf{q}} \rangle = \pm \frac{W^2}{3} \delta(\mathbf{q} - \mathbf{Q}), \quad (\text{П.4})$$

где знак « \pm » относится к случаю изменения проекции спина под данной линией (например, когда штриховая линия охватывает нечетное число операторов S_+ , S_- , переворачивающих спин), другое — волнистой линией,

$$V_{eff2} = \frac{g^2}{3} \langle S_{+\mathbf{q}} S_{--\mathbf{q}} \rangle = 2 \frac{W^2}{3} \delta(\mathbf{q} - \mathbf{Q}). \quad (\text{П.5})$$

Средние $\langle S_+ S_+ \rangle$ и $\langle S_- S_- \rangle$ равны нулю вследствие усреднения по фазе в (П.3).

Приступим к решению задачи об электроном в когерентном поле спиновой плотности (П.1). В этом случае матричная одночастичная функция Грина имеет четыре независимых компоненты¹²⁾, которые могут быть определены из следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} G_{1\uparrow;1\uparrow} &= G_1 + G_1 \delta_l G_{2\uparrow;1\uparrow} + G_1 \delta_t G_{2\downarrow;1\uparrow}, \\ G_{2\uparrow;1\uparrow} &= G_2 \delta_l G_{1\uparrow;1\uparrow} + G_2 \delta_t G_{1\downarrow;1\uparrow}, \\ G_{2\downarrow;1\uparrow} &= -G_2 \delta_l G_{1\downarrow;1\uparrow} + G_2 \delta_t^* G_{1\uparrow;1\uparrow}, \\ G_{1\downarrow;1\uparrow} &= -G_1 \delta_l G_{2\downarrow;1\uparrow} + G_1 \delta_t^* G_{2\uparrow;1\uparrow}, \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

где введены короткие обозначения $(\varepsilon_n, \mathbf{p}) \rightarrow 1$, $(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{Q}) \rightarrow 2$ и

$$G_1 = \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}}}, \quad G_2 = \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{Q}}}.$$

¹¹⁾ В принципе, в рамках картины существования сверхпроводящих капель можно понять и ряд экспериментов, которые обычно трактуются в пользу сверхпроводящей природы псевдощели в ВТСП.

¹²⁾ Компоненты, отличающиеся от данных изменением знака всех проекций спина, могут быть получены заменой $\delta_l \rightarrow -\delta_l$, $\delta_t \leftrightarrow \delta_t^*$.

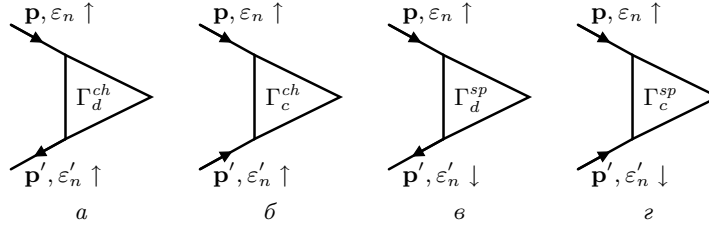


Рис. 16. Двухчастичные вершины с разной комбинаторикой диаграмм

Отсюда получаем

$$\begin{aligned}
 G_{1\uparrow;1\uparrow} &= \frac{G_2^{-1}}{G_1^{-1}G_2^{-1} - |\delta|^2}, \\
 G_{2\uparrow;1\uparrow} &= \frac{\delta_l}{G_1^{-1}G_2^{-1} - |\delta|^2}, \\
 G_{1\downarrow;1\uparrow} &= 0, \quad G_{2\downarrow;1\uparrow} = \frac{\delta_t^*}{G_1^{-1}G_2^{-1} - |\delta|^2},
 \end{aligned}
 \tag{П.7}$$

где $|\delta| = \sqrt{\delta_l^2 + |\delta_t|^2}$ — амплитуда поля δ .

Усредненная по флуктуациям одночастичная функция Грина в этом случае имеет вид

$$\begin{aligned}
 G &= \langle G_{1\uparrow;1\uparrow} \rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{3}{W^2} \right)^{3/2} \times \\
 &\times \int_0^\infty d|\delta| |\delta|^2 \exp\left(-\frac{3|\delta|^2}{2W^2}\right) \frac{G_2^{-1}}{G_1^{-1}G_2^{-1} - |\delta|^2}.
 \end{aligned}
 \tag{П.8}$$

Данное интегральное представление легко можно записать [4] в виде цепной дроби (1), (2) с $\kappa = 0$ и комбинаторными коэффициентами $s(k)$, определяемыми выражением (9).

Несколько сложней обстоит дело с определением комбинаторных коэффициентов $r(k)$ для двухчастичных вершин. Могут быть рассмотрены четыре типа вершин, представленных на рис. 16. Для всех четырех типов вершин рекуррентная процедура имеет вид (13), однако знаки в процедуре и комбинаторные коэффициенты $r(k)$ могут быть различными. Рассмотрим все вершины в когерентном поле δ .

1. Зарядовая вершина (в вершине сохраняется проекция спина) в диффузионном канале (частица-дырка), рис. 16а:

$$\Gamma_d^{ch} = \sum_{i,\sigma} G_{1\uparrow;i\sigma} G_{i'\sigma;1'\uparrow} = \frac{(G_2 G_{2'})^{-1} + |\delta|^2}{d_\delta}, \tag{П.9}$$

где i и σ пробегает значения 1, 2 и \uparrow, \downarrow , введено обозначение $(\varepsilon'_n, \mathbf{p}') \rightarrow 1'$, $(\varepsilon'_n, \mathbf{p}' + \mathbf{Q}) \rightarrow 2'$ и $d_\delta = [(G_1 G_2)^{-1} - |\delta|^2][(G_1' G_2')^{-1} - |\delta|^2]$.

2. Зарядовая вершина в куперовском канале (частица-частица)¹³⁾, рис. 16б:

$$\Gamma_c^{ch} = \sum_{i,\sigma} G_{1\uparrow;i\sigma} G_{1'\uparrow;i'\sigma} = \frac{(G_2 G_{2'})^{-1} + \delta_l^2}{d_\delta}. \tag{П.10}$$

3. Спиновая вершина (в вершине проекция спина меняет знак) в диффузионном канале (частица-дырка), рис. 16в:

$$\Gamma_d^{sp} = \sum_{i,\sigma} G_{1\uparrow;i\sigma} G_{i'\sigma;1'\downarrow} = \frac{(G_2 G_{2'})^{-1} - \delta_l^2}{d_\delta}. \tag{П.11}$$

4. Спиновая вершина в куперовском канале (частица-частица), рис. 16г:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_c^{sp} &= \sum_{i,\sigma} G_{1\uparrow;i\sigma} G_{1'\downarrow;i'\sigma} = \\
 &= \frac{(G_2 G_{2'})^{-1} + (|\delta_t|^2 - \delta_l^2)}{d_\delta}.
 \end{aligned}
 \tag{П.12}$$

Физические вершины получаются из данных вершин с когерентным полем δ усреднением (П.3) по флуктуациям соответствующего поля.

Итак, мы видим, что вершина Γ_d^{ch} определяется выражением (П.9), а все другие вершины имеют вид¹⁴⁾

$$\Gamma = \frac{(G_2 G_{2'})^{-1} \pm |\delta|^2/3}{d_\delta}, \tag{П.13}$$

где знак «+» соответствует вершинам Γ_c^{ch} и Γ_c^{sp} , знак «-» — вершине Γ_d^{sp} .

В случае вершины Γ_d^{ch} очевидно, что $r(k) = s(k)$. Действительно, разложение для физической вершины $\langle \Gamma_d^{ch} \rangle$ может быть получено вставкой соответствующей свободной вершины во все электронные линии

¹³⁾ Возникает при описании триплетного спаривания.

¹⁴⁾ Этот вид эквивалентен выражениям (П.10)–(П.12) при проведении усреднения.

произвольной диаграммы для одночастичной функции Грина. При этом вставка данной вершины не изменяет ни направления электронной линии, ни проекции спина, соответственно не изменяется и комбинаторика диаграмм.

В пределе бесконечной корреляционной длины любая скелетная диаграмма для вершины отличается от лестничной диаграммы того же порядка с взаимодействием $(W^2/3)\delta(\mathbf{q} - \mathbf{Q})$ лишь знаком и множителем 2^p , где p — число волнистых линий. Таким образом, сумма всех скелетных диаграмм данного порядка может быть заменена соответствующей лестничной диаграммой с взаимодействием $(W^2/3)\delta(\mathbf{q} - \mathbf{Q})$, домноженной на комбинаторный множитель, который мы будем называть числом скелетных диаграмм данного порядка.

Первый член в выражениях (П.9)–(П.12) для всех вершин одинаков и порождает при усреднении числа скелетных диаграмм четного порядка по W^2 (так как этот член соответствует слагаемому с $i = 1$ в данных выражениях). Таким образом, числа скелетных диаграмм четного порядка для всех четырех вершин одинаковы. Второй член в этих выражениях порождает числа диаграмм нечетного порядка (он соответствует слагаемому с $i = 2$). Следовательно, числа скелетных диаграмм нечетного порядка для трех вершин, определяемых выражением (П.13), составляют $\pm 1/3$ от соответствующих чисел для вершины Γ_d^{ch} . Знак « $-$ », соответствующий вершине Γ_d^{sp} , может быть компенсирован изменением знака в рекуррентной процедуре для этой вершины. Следовательно, знак перед вторым слагаемым в (П.13) определяет знак в рекуррентной процедуре (13) для данных вершин, а комбинаторные коэффициенты $r(k)$ для этих трех вершин одинаковы.

Число скелетных диаграмм порядка L имеет вид¹⁵⁾

$$3^L \prod_{1 \leq k \leq L} r(k). \quad (\text{П.14})$$

Таким образом, для четных $L = 2n$ получаем

$$\prod_{1 \leq k \leq 2n} r(k) = \prod_{1 \leq k \leq 2n} s(k), \quad (\text{П.15})$$

а для нечетных $L = 2n + 1$ —

$$\prod_{1 \leq k \leq 2n+1} r(k) = \frac{1}{3} \prod_{1 \leq k \leq 2n+1} s(k), \quad (\text{П.16})$$

¹⁵⁾ Множитель 3^L возникает вследствие того, что рекуррентная процедура (13) и комбинаторные коэффициенты $r(k)$ соответствуют разложению по степеням W^2 , а число скелетных диаграмм определено для разложения по степеням $W^2/3$.

откуда с учетом (9) немедленно следует (14).

В данной работе нас в основном интересовала вершина Γ_c^{sp} . Проведенный выше анализ, который показывает, что для данной вершины возникает значащая процедура, для случая s -спаривания, когда симметричный множитель $e(\mathbf{p})$, который должен стоять в вершине, равен единице. В случае же d -спаривания, когда сверхпроводящая щель при перебросе на \mathbf{Q} меняет знак (т.е. $e(\mathbf{p}) = -e(\mathbf{p} + \mathbf{Q})$), знак рекуррентной процедуры необходимо сменить на противоположный [6] и процедура становится значащей переменной. Отметим, что в случае изинговских спиновых флуктуаций, рассмотренных в работе [6], ситуация со знаками рекуррентной процедуры для вершины строго противоположная. Этот несколько удивительный факт нетрудно понять из выражения (П.12) для вершины Γ_c^{sp} . В изинговской модели пропадают две поперечные компоненты (т.е. поле δ_t), что и приводит к смене знака перед вторым слагаемым в (П.12), а значит, и в рекуррентной процедуре.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. L. Tallon and J. W. Loram, *Physica C* **349**, 53 (2000).
2. М. В. Садовский, *УФН* **171**, 539 (2001).
3. D. Pines, E-print archives, cond-mat/0404151.
4. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, *Phys. Rev. B* **60**, 667 (1999).
5. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **115**, 1765 (1999).
6. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, Н. А. Стригина, *ЖЭТФ* **125**, 854 (2004).
7. Н. А. Кулеева, Э. З. Кучинский, *ФТТ* **46**, 1557 (2004).
8. М. В. Садовский, Н. А. Стригина, *ЖЭТФ* **122**, 610 (2002).
9. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1963).
10. А. И. Посаженикова, М. В. Садовский, *Письма в ЖЭТФ* **63**, 347 (1996); *ЖЭТФ* **112**, 2124 (1997).
11. R. J. Radtke, K. Levin, H.-B. Schüttler, and M. R. Norman, *Phys. Rev. B* **48**, 653 (1993).
12. M. V. Sadovskii, *Superconductivity and Localization*, World Sci., Singapore (2000).

13. A. Posazhennikova and P. Coleman, *Phys. Rev. B* **67**, 165109 (2003).
14. S. H. Naqib, J. R. Cooper, J. L. Tallon et al., E-print archives, cond-mat/0312443.
15. M. R. Presland, J. L. Tallon, R. G. Buckley et al., *Physica C* **176**, 95 (1991).
16. Y. Fukuzumi, K. Mizuhashi, K. Takenaka, and S. Uchida, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 684 (1996).
17. J. L. Tallon, C. Bernhard, G. V. M. Williams, and J. W. Loram, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5294 (1997).
18. А. Е. Карькин, С. А. Давыдов, Б. Н. Гощицкий и др., *ФММ* **76**, 103 (1993).
19. S. K. Tolpygo, J.-Y. Lin, M. Gurrvitch et al., *Phys. Rev. B* **53**, 12454, 12462 (1996).
20. F. Rullier-Albenque, H. Alloul, and R. Tourbot, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 047001 (2003).
21. А. И. Посаженикова, М. В. Садовский, *Письма в ЖЭТФ* **65**, 258 (1997).
22. G. Haran and A. D. S. Nagy, *Phys. Rev. B* **54**, 15463 (1996).
23. T. Valla, A. V. Fedorov, P. D. Johnson et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 828 (2000).
24. A. Kaminski, H. M. Fretwell, M. R. Norman et al., E-print archives, cond-mat/0404385.
25. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **117**, 613 (2000).
26. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **121**, 758 (2002).
27. S. H. Pan, J. P. O'Neil, R. L. Badzey et al., *Nature* **413**, 282 (2001).
28. K. McElroy, D.-H. Lee, J. E. Hoffman et al., E-print archives, cond-mat/0404005.
29. A. Fang, C. Howald, N. Kanenko et al., E-print archives, cond-mat/0404452.