

СПЕКТР НАДПОРОГОВОЙ ИОНИЗАЦИИ В СИЛЬНОМ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОМ ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

С. П. Гореславский, С. В. Попруженко, Н. И. Швецов-Шиловский, О. В. Щербачев*

*Московский инженерно-физический институт (государственный университет)
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 29 июня 2004 г.

В модели Келдыша методом перевала получены аналитические выражения для спектрально-углового распределения вероятности ионизации сильным линейно поляризованным лазерным полем, пригодные при произвольных значениях энергии электрона и параметра адиабатичности. В многофотонном и туннельном режимах получены асимптотические разложения общих формул, исследована их точность, сформулированы условия применимости. Приведены буквенные оценки параметров, характеризующих свойства и эволюцию распределений.

PACS: 32.80.Fb

1. ВВЕДЕНИЕ

В процессе ионизации атомов лазерными полями высокой интенсивности электроны поглощают больше фотонов, чем минимально необходимо для перехода в непрерывный спектр. Этот эффект, получивший название надпороговой ионизации, был теоретически предсказан Келдышем в 1964 г. [1]. Первое наблюдение надпороговой ионизации в эксперименте [2], последовавшее через пятнадцать лет, привело к появлению огромного числа экспериментальных и теоретических работ. Изучались как собственно надпороговая ионизация, так и сопутствующие процессы генерации высоких гармоник и коррелированной двойной ионизации. Результаты этих исследований подробно изложены в обзорах и монографиях [3–6].

В последнее десятилетие возможности эксперимента существенно расширились в связи с созданием источников лазерного излучения, генерирующих интенсивные импульсы фемтосекундной длительности с частотой повторения в килогерцовом диапазоне. Это позволило набирать надежную статистику редких событий и исследовать спектрально-угловые распределения вероятности надпороговой ионизации атомов в широком диапазоне энергий электронов, когда регистрируемый сигнал изменяется по величине на 10–12 порядков [7]. Было установлено, что в линейно поляризованном поле

спектр электронов, испускаемых вдоль направления поляризации, имеет универсальную форму, главные особенности которой определяются параметрами поля и потенциалом ионизации атома. На начальном участке спектр быстро убывает вплоть до энергии $\varepsilon \approx (2-3)U_p$, где $U_p = F^2/4\omega^2$ — средняя колебательная энергия электрона в лазерном поле с напряженностью F и частотой ω или пондеромоторный потенциал (здесь и ниже используются атомные единицы $\hbar = m = -e = 1$). Далее располагается так называемое высокоэнергетическое плато — протяженный участок, на котором выход электронов убывает с ростом энергии относительно медленно. Плато резко обрывается на энергии $\varepsilon \approx 10U_p$. Регистрируемый сигнал в области высокоэнергетического плато на 4–6 порядков ниже, чем на начальном участке спектра.

В модели Келдыша [1, 8, 9] амплитуда вероятности ионизации вычисляется как матричный элемент оператора возмущения между связанным атомным состоянием и волковской волной. Поскольку в волковских состояниях влияние лазерного поля на движение свободного электрона учтено точно, модель описывает процесс ионизации вне рамок теории возмущений. С другой стороны, волковские состояния не учитывают взаимодействие электрона с атомным остатком, и поэтому акт ионизации выглядит как «прямой» переход в континуум. Построенная таким образом теория воспроизводит основные свойства

*E-mail: n79@narod.ru

начального участка экспериментально наблюдаемого спектра надпороговой ионизации атомов, но не приводит к появлению высокоэнергетического плато. Для описания плато подход с волковскими состояниями был модифицирован таким образом, чтобы учесть взаимодействие оказавшегося в континууме электрона с атомным остатком. При этом волновой пакет ионизованного электрона, вычисленный в приближении прямого перехода в континуум, принимается за нулевое приближение, и в первом порядке теории возмущений по потенциалу атомного остатка рассчитывается рассеяние пакета родительским ионом [10–13]. В таких расчетах амплитуда вероятности прямой ионизации входит в составной матричный элемент процесса перерассеяния.

В потенциале нулевого радиуса амплитуду прямой ионизации можно выразить через обобщенную функцию Бесселя, которая представляет собой бесконечный ряд из произведений двух обычных функций Бесселя [14, 15]. Обобщенные функции Бесселя достаточно просто табулируются, однако они неудобны для проведения качественного анализа спектра при различных параметрах лазерного поля и атома и тем более неудобны в расчетах процессов перерассеяния.

В связи с этим большой интерес представляют приближенные аналитические формулы, которые дают наглядное представление о зависимости спектров фотоионизации от лазер-атомных параметров. Такого рода формулы были получены уже в ранних работах [1, 8, 9] путем вычисления амплитуды перехода методом перевала. Впоследствии эти результаты неоднократно использовались и уточнялись [16–18]. Однако во всех этих работах показатель экспоненты в точке перевала раскладывался в ряд по отклонению энергии электрона от положения максимума распределения. Такое разложение не имеет прямого отношения к методу перевала и существенно ограничивает область применимости получаемых результатов. В линейно поляризованном поле максимум спектра приходится на энергию $\varepsilon = 0$ и, соответственно, полученные с использованием разложения по энергии распределения описывают лишь начальный участок спектра, не охватывая всю область энергий с доминирующим вкладом прямой ионизации.

Между тем распределения электронов, рассчитанные методом перевала без упомянутых выше разложений [19, 20], прекрасно согласуются по всему спектру прямой ионизации с результатами расчетов другими методами [12, 21], с экспериментальными данными по фотоионизации отрицательных

ионов [22] и, как отмечалось выше, воспроизводят основные свойства спектра прямой надпороговой ионизации нейтральных атомов интенсивным излучением оптического диапазона. В методе перевала амплитуда перехода определяется стандартной формулой (см. ниже (2)), в которую нужно подставить явный вид действия, вычисленного в комплексной точке перевала. В работах [19, 20] возникающие комплексные выражения табулировались для конкретного набора параметров задачи, и соответствующие распределения анализировались в графическом или числовом виде. Ниже будет показано, что в случае линейно поляризованного поля можно получить замкнутые вещественные выражения для спектрально-углового распределения фотоэлектронов, пригодные в широком диапазоне энергий, и значительно продвинуться в их аналитическом исследовании. Такого типа формулы, но без учета интерференции и для единственного направления вдоль поляризации поля обсуждаются в работе [23].

В настоящей работе мы приводим формулы, относящиеся к ионизации из потенциальной ямы нулевого радиуса. Характеристикой такой ямы является потенциал ионизации единственного связанного s -состояния.

Обобщение полученных результатов на случай потенциалов с конечным радиусом действия, в которых возможны связанные состояния с ненулевым орбитальным моментом, приводит к двум следствиям. Во-первых, изменяется общий числовой множитель спектрально-углового распределения, что, естественно, не влияет на функциональные зависимости. Во-вторых, добавляется известная угловая зависимость. Учет обоих этих факторов может быть выполнен аналогично предыдущим работам [9, 19]. Без указанных усложнений наши формулы непосредственно применимы для исследования формы электронного спектра при фотоионизации отрицательного иона водорода как в слабых, так и в сильных полях. Иная ситуация в случае нейтральных атомов. Здесь подход, основанный на волковских состояниях, используется для описания ионизации достаточно сильными низкочастотными лазерными полями, способными сообщить электрону импульс, сравнимый или превышающий характерные атомные величины. Учет по теории возмущений дальнего действующего кулоновского поля остаточного иона приводит к появлению большого множителя в распределении фотоэлектронов для короткодействующего потенциала [24, 25]. Этот множитель зависит от напряженности поля, но не зависит от импульса электрона. В результате полная вероятность ионизации

ции возрастает на несколько порядков по величине, а форма распределения остается неизменной.

Структура статьи следующая. В разд. 2 получено общее выражение для спектрально-углового распределения, пригодное в широкой области энергий при произвольных значениях параметра адиабатичности. В разд. 3 рассмотрены новые асимптотические разложения распределений в многофотонном и туннельном режимах. Раздел 4 содержит основные выводы работы.

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Будем рассматривать ионизацию s -состояния с энергией связи I в потенциале нулевого радиуса низкочастотным, $I/\omega \gg 1$, линейно поляризованным лазерным полем $\mathbf{F}(t) = (F \sin \omega t, 0, 0)$. Скорость перехода в волковское состояние с импульсом \mathbf{p} при поглощении n квантов запишем в виде

$$\frac{dW_n}{d\Omega} \equiv W_n(\mathbf{p}) = 2\pi |B(\mathbf{p})|^2 p,$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла в направлении вектора \mathbf{p} . Энергия электрона $\varepsilon_p = \mathbf{p}^2/2$ определяется законом сохранения энергии

$$\varepsilon_p + I + U_p = n\omega = (N + k)\omega, \quad (1)$$

где во втором равенстве N — пороговое число квантов, необходимое для выхода в континуум, $k = 0, 1, 2, \dots$ нумерует последовательность пиков в энергетическом спектре. Энергия электрона в пороговом канале $k = 0$ равна Δ , $0 < \Delta = N\omega - U_p - I < \omega$. Амплитуда ионизации $B(\mathbf{p})$ имеет вид однократного интеграла по времени по периоду поля [9, 19]. Низкочастотный характер поля позволяет вычислять этот интеграл методом перевала, применив который, получим

$$B(\mathbf{p}) = \frac{(2I)^{1/4}}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{t_s} \frac{\exp(iS(\mathbf{p}, t_s))}{(S''(\mathbf{p}, t_s))^{1/2}}. \quad (2)$$

Действие $S(\mathbf{p}, t)$ определяется формулой

$$S(\mathbf{p}, t) = It + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^t dt' \varepsilon_p(t'),$$

где $\varepsilon_p(t)$ — зависящая от времени кинетическая энергия электрона с дрейфовым (каноническим) импульсом \mathbf{p} в поле $\mathbf{F}(t)$. Уравнение для комплексных точек перевала $\omega t_s = \omega t_0 + i\omega t_1$ имеет вид

$$\frac{1}{2}(p_x + p_F \cos \omega t_s)^2 + I + \frac{1}{2}p_{\perp}^2 = 0. \quad (3)$$

Здесь $p_F = F/\omega = 2\sqrt{U_p}$ — амплитуда колебаний кинематического импульса (скорости) электрона в периодическом поле, а p_{\perp} — компонента импульса в плоскости, перпендикулярной направлению линейной поляризации.

Выбор контура интегрирования в методе перевала для обобщенной функции Бесселя и классификация возможных положений точек перевала обсуждаются в работе [14]. В рассматриваемом нами случае контур, расположенный в полосе $0 < \omega t_0 < 2\pi$ верхней полуплоскости ($\omega t_1 > 0$), нужно проводить через две точки ωt_{\pm} , которые имеют одинаковую мнимую часть и симметрично расположенные вещественные части $\omega t_{0\pm} = \pi \pm d$. Наличие в (2) двух слагаемых порождает интерференцию в спектрально-угловых распределениях электронов.

Решения уравнения (3) естественным образом выражаются через два безразмерных параметра γ_p^2 и γ_{\perp}^2 , аналогичных параметру адиабатичности Келдыша γ^2 [1]:

$$\gamma^2 = \frac{I}{2U_p}, \quad \gamma_p^2 = \frac{I + p^2/2}{2U_p}, \quad \gamma_{\perp}^2 = \frac{I + p_{\perp}^2/2}{2U_p}.$$

Действительно, разделяя вещественную и мнимую части уравнения (3), будем иметь:

$$\begin{aligned} \sin(\omega t_0) \operatorname{sh}(\omega t_1) &= \pm \gamma_{\perp}, \\ p_x + p_F \cos(\omega t_0) \operatorname{ch}(\omega t_1) &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где знаки «+» и «-» относятся, соответственно, к точкам ωt_+ и ωt_- . Исключая из уравнений (4) тригонометрические функции, находим мнимую часть точек перевала:

$$\operatorname{sh}^2(\omega t_1) = \frac{\gamma_p^2 - 1}{2} + \sqrt{\left(\frac{\gamma_p^2 - 1}{2}\right)^2 + \gamma_{\perp}^2}. \quad (5)$$

С известным решением (5) по уравнениям (4) легко вычисляется вещественная часть точек перевала $\omega t_{0\pm} = \pi \pm d$:

$$d = \arccos \frac{p_x}{p_F \operatorname{ch}(\omega t_1)}. \quad (6)$$

Разделив вещественную и мнимую части действия $S(\mathbf{p}, t_{\pm})$, выполнив в (2) суммирование по точкам перевала и вводя обозначения

$$\operatorname{Re} S_{\pm} = \operatorname{Re} S(\mathbf{p}, \omega t_{\pm}) - \operatorname{Re} S(\mathbf{p}, \omega t_{-}),$$

$$S''(\mathbf{p}, t_{\pm}) = \frac{4U_p \gamma}{\omega} \rho \exp(\mp \Phi),$$

после несложных алгебраических преобразований получаем вещественное выражение для углового распределения вероятности n -фотонной ионизации:

$$W_n(\mathbf{p}) = \frac{\omega^2 p}{2\pi^2 F p} \times \exp(-2 \operatorname{Im} S) [1 + \cos(\operatorname{Re} S_{\pm} - \Phi)], \quad (7)$$

$$\operatorname{Im} S = n\omega t_1 - \frac{\varepsilon_p}{\omega} \operatorname{th}(\omega t_1) \cos^2 \theta - \frac{U_p}{\omega} \operatorname{sh}(\omega t_1) \operatorname{ch}(\omega t_1), \quad (8)$$

$$\operatorname{Re} S_{\pm} = 2dn - \cos \theta \frac{p p_F}{\omega} \gamma_{\perp} \operatorname{cth}(\omega t_1) \times \left(1 + \frac{1}{2 \operatorname{ch}^2(\omega t_1)}\right), \quad (9)$$

$$\rho = \frac{\gamma_{\perp}}{\gamma} \frac{\sqrt{\operatorname{sh}^4(\omega t_1) + \gamma_{\perp}^2}}{\operatorname{sh}(\omega t_1)}, \quad (10)$$

$$\Phi = \operatorname{arctg} \left(\cos \theta \frac{p \operatorname{th}^2(\omega t_1)}{p_F \gamma_{\perp}} \right). \quad (11)$$

В формулах (7)–(11) импульс p и энергия $\varepsilon_p = p^2/2$ связаны с числом поглощенных квантов n законом сохранения энергии (1); угол θ отсчитывается от направления поляризации. Вероятность n -фотонной ионизации (7) с вещественными функциями (8)–(11) эквивалентна результату (33) работы [19] для случая $l = m = 0$, записанному в терминах комплексной амплитуды ионизации и комплексной точки перевала.

Стандартный метод перевала применим при вычислении амплитуды ионизации, если в точках перевала можно ограничиться квадратичным разложением действия, $|S'''(\omega t_s)| \ll |S''(\omega t_s)|^{3/2}$, и если точки перевала являются изолированными, $|S''(\omega t_s)|^{-1/2} \ll 2d$. Анализ показывает, что в низкочастотном поле, $\omega \ll I$, с напряженностью ниже атомной, $F \ll F_a = (2I)^{3/2}$, условия применимости выполнены при всех значениях параметра γ .

Спектрально-угловое распределение, определяемое соотношениями (7)–(11), применимо для любых энергий фотоэлектронов и произвольной величины параметра адиабатичности. Зависимость от энергии, угла вылета электрона и других параметров присутствует как явно, так и через мнимую часть точки перевала ωt_1 . Из структуры решения (5) видно, что величина ωt_1 критически зависит от знака комбинации $\gamma_p^2 - 1$. В случае $\gamma_p^2 > 1$ два слагаемых в правой части (5) складываются, что эффективно удаляет точку перевала от вещественной оси и уменьшает величину вероятности. Если же $\gamma_p^2 < 1$,

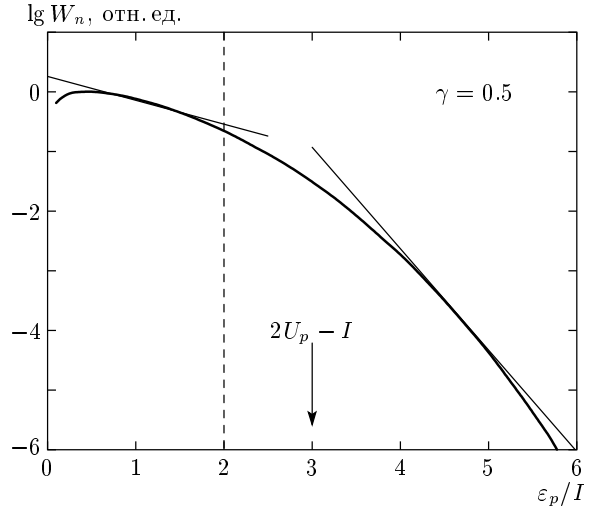


Рис. 1. Энергетический спектр фотоэлектронов в направлении поляризации поля, вычисленный по общим формулам (7)–(11) без учета интерференции. Параметры отвечают ионизации He излучением с частотой $\hbar\omega = 1.58$ эВ и интенсивностью $0.85 \cdot 10^{15}$ Вт/см²; $\gamma = 0.5$, $F/F_a = 0.06$. Положение критической энергии отмечено стрелкой

то эти слагаемые компенсируют друг друга, точка перевала приближается к вещественной оси и, следовательно, вероятность возрастает. В многофотонном режиме $\gamma_p^2 > 1$ при всех значениях энергии, поскольку уже $\gamma^2 > 1$. В туннельном режиме $\gamma^2 < 1$, и на разных участках спектра параметр γ_p^2 может быть как меньше, так и больше единицы. Поэтому поведение вероятности ионизации меняется в окрестности критической энергии

$$\varepsilon_{cr} = 2U_p - I, \quad (12)$$

определяемой условием $\gamma_p^2 = 1$. Этот вывод иллюстрирует рис. 1, на котором видно, как резко меняется наклон касательных с разных сторон от ε_{cr} . Ширина переходной области имеет порядок потенциала ионизации.

Согласно широко используемой полуклассической модели [26], спектр прямой ионизации заканчивается на энергии $\varepsilon_{cl} = 2U_p$, которую часто называют классической границей спектра. При этом обычно говорится, что в квантовой теории резкая граница отсутствует, но при $\varepsilon > \varepsilon_{cl}$ происходит быстрое убывание вероятности. Из рис. 1 видно, что быстрое убывание начинается с энергии ε_{cr} , которая меньше классической границы на величину потенциала ионизации. В глубоком туннельном режиме, $\gamma^2 \ll 1$, различие между границами ε_{cr} и ε_{cl} отно-

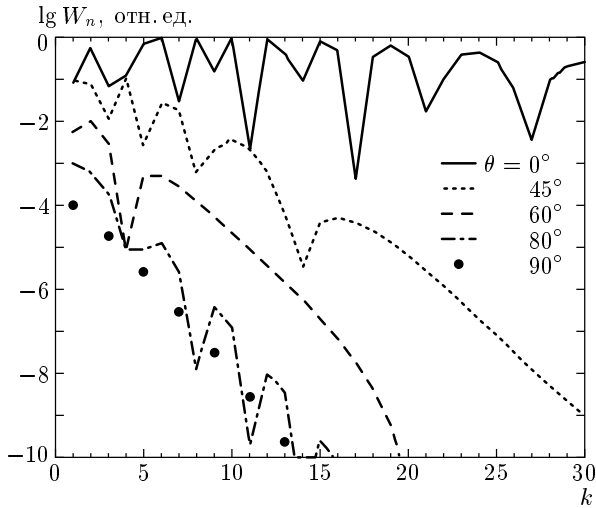


Рис. 2. Спектры фотоэлектронов вдоль различных направлений вылета электрона, рассчитанные с учетом интерференции по общим формулам (7)–(11). Параметры те же, что на рис. 1

нительно невелико, а переходная область составляет небольшой участок всего спектра. Однако это различие становится актуальным, когда параметр γ^2 имеет величину, не сильно отличающуюся от единицы. К примеру, при $\gamma^2 = 1/2$ имеем $\varepsilon_{cr} = U_p$, что в два раза меньше классической границы. С ростом параметра γ энергия ε_{cr} сдвигается влево и обращается в нуль при $\gamma = 1$.

Обсудим еще некоторые общие свойства спектров. На рис. 2 показаны энергетические спектры с учетом интерференции в случае эмиссии электрона под углом к направлению поляризации поля. Рассматривается весь диапазон возможных направлений вылета (для симметричных углов θ и $\pi - \theta$ спектры одинаковые). Видно, что с ростом угла вылета θ соответствующие спектры убывают все быстрее и быстрее. Эта тенденция имеет место не только для небольших углов вылета [12], но сохраняется при всех углах. Поскольку параметры расчета для рисунка соответствуют туннельному режиму ионизации, $\gamma = 1/2$, обсуждаемое свойство спектров становится очевидным из-за наличия в показателе экспоненты множителя $(1 + \varepsilon_p \sin^2 \theta / I)^{3/2}$, см. ниже формулу (26).

При рассмотрении интерференции в спектрах обращает на себя внимание то, что при вылете электрона вдоль направления поляризации и под небольшим ($\theta < 45^\circ$) углом к ней расстояние между соседними провалами в энергетическом спектре («период» интерференционной структуры) увеличивается

с ростом энергии [12]. Наиболее ярко это свойство проявляется при $\theta = 0$ (см. рис. 2 в [12]). Непосредственно из рис. 2 видна еще одна качественная закономерность: на рассматриваемом начальном участке спектра интерференционный «период» растет с увеличением угла эмиссии. Этот рост продолжается вплоть до $\theta \approx 60^\circ$ (на соответствующей этому углу кривой имеется лишь один провал). Однако при дальнейшем увеличении угла вылета «период» начинает уменьшаться, т. е. количество провалов на рассматриваемом участке спектра возрастает. Описанные свойства спектра можно также вывести, анализируя поведение производной $d \operatorname{Re} S_{\pm} / dn$, которая играет роль «частоты» интерференционных колебаний.

В пределе, когда ионизованный электрон вылетает перпендикулярно направлению лазерного поля, интерференционный «период» становится постоянным и равным удвоенной энергии фотона. Из-за обращения в нуль множителя $[1 + \cos(\operatorname{Re} S_{\pm} - \Phi)]$ в выражении (7), в спектре отсутствуют надпороговые пики, соответствующие поглощению нечетного числа квантов $n = N + k$ [19]. Это видно и из формул (6) и (11), откуда при $\theta = 90^\circ$ получается $2d = \pi$, $\Phi = 0$ и, следовательно, $\operatorname{Re} S_{\pm} = \pi n$. Для параметров рис. 2 пороговое число квантов нечетное ($N = 47$) и в спектре вдоль перпендикулярного полю направления отсутствуют надпороговые пики с четными номерами k . Отсутствие в спектре пиков, соответствующих поглощению нечетного числа фотонов при ионизации состояния с нулевым орбитальным моментом, находится в согласии с дипольными правилами отбора по моменту и четности. Надпороговый спектр вдоль $\theta = 90^\circ$ с расстоянием между пиками, равным 2ω , возникает и в численных расчетах [27]. Насколько нам известно, это свойство спектра до настоящего времени экспериментально не наблюдалось. Завершая обсуждение спектра вдоль направления, поперечного к полю, заметим, что в этом случае $\gamma_{\perp} = \gamma_p$, $\operatorname{sh}(\omega t_1) = \gamma_p$ и показатель экспоненты (8) можно записать в виде $\operatorname{Im} S = (I/\omega)g(\gamma_p)$ с функцией $g(x)$, определенной ниже соотношением (13).

3. ПРЕДЕЛЬНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ

В настоящем разделе обсуждаются разложения точного в рамках метода перевала результата (7)–(11). Будут получены разложение в области малых энергий для произвольных γ [9] и новые разложения, описывающие распределение электронов

в широком диапазоне энергий в многофотонном, $\gamma > 1$, и туннельном, $\gamma < 1$, режимах.

3.1. Ионизация в состояниях с малыми энергиями

Общие формулы (8)–(11) можно упростить при произвольной величине параметра адиабатичности, если ограничиться областью малых энергий, $\varepsilon_p < I$. Используя обозначение [1]

$$g(\gamma) = \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2}\right) \text{Arsh } \gamma - \frac{\sqrt{\gamma^2 + 1}}{2\gamma} \quad (13)$$

и удерживая в разложениях по малому параметру $\varepsilon_p/I < 1$ в (5), (8)–(11) только главные вклады, получим:

$$\text{Im } S = \frac{I}{\omega} g(\gamma) + \frac{\varepsilon_p}{\omega} \left(\text{Arsh } \gamma - \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + 1}} \right) + \frac{\varepsilon_p \sin^2 \theta}{\omega} \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + 1}}, \quad (14)$$

$$\text{Re } S_{\pm} = \pi n - 4 \cos \theta \sqrt{\frac{\varepsilon_p(I + 2U_p)}{\omega^2}}, \quad (15)$$

$$\rho = \sqrt{\gamma^2 + 1}, \quad (16)$$

$$\Phi = \cos \theta \sqrt{\frac{\varepsilon_p}{I}} \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + 1}. \quad (17)$$

Вероятность (7), элементы которой вычисляются согласно (14)–(16), совпадает с формулой (53) работы [9].

Сравнение спектров вдоль направления поляризации, $\theta = 0$, рассчитанных по общим и разложенным формулам, показано на рис. 3. Параметры соответствуют туннельному режиму $I = U_p/2$ и, как видно, очень хорошее согласие имеется при $\varepsilon_p/U_p < 1/2$. Далее с ростом энергии кривые расходятся достаточно медленно, так что различие на порядок наступает около энергии $\varepsilon_p/U_p \approx 1.5$. При вылете электрона под углом $\theta \sim 1$ к направлению поляризации расхождение между точными формулами и линейным по энергии разложением наблюдается раньше. Например, для $\varepsilon_p = U_p/2$ и $\theta = 45^\circ$ приближенные формулы (14)–(17) занижают вероятность в 4 раза, а при той же энергии и $\theta = 60^\circ$ результаты различаются уже на порядок. Область применимости разложения по малым энергиям в многофотонном режиме также оказывается более узкой (см. п. 3.2).

Из разложения разности фаз (15) видно, что в области малых энергий эта величина велика по сравнению с единицей как в туннельном, так и в многофотонном режиме, и сильно меняется при переходе

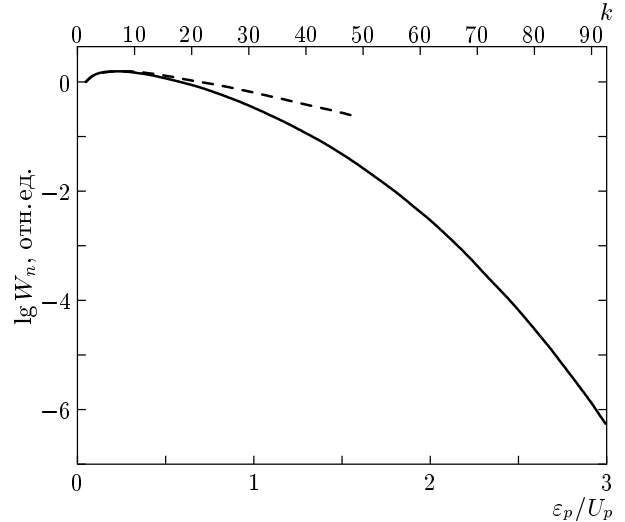


Рис. 3. Энергетический спектр вдоль направления поляризации, вычисленный без учета интерференции по общим формулам (7)–(11) (сплошная линия) и формулам (14)–(17), применимым в области малых энергий, (штриховая линия). Значения параметров соответствуют рис. 1. На верхней шкале показано количество поглощенных надпороговых квантов

к соседнему надпороговому пику, при небольшом изменении направления вылета электрона или интенсивности. Однако формула с главным членом разложения (15) недостаточна для аккуратного расчета интерференционной структуры. Имеющаяся неточность положения интерференционного минимума в самом начале спектра быстро накапливается с ростом энергии. Так, например, при параметрах рис. 3 приближенное выражение (15) предсказывает интерференционный максимум при энергии, соответствующей поглощению десяти надпороговых квантов, тогда как согласно общему результату (9) здесь находится минимум. Формулу (15) можно улучшать, учитывая следующие члены разложения, вплоть до вкладов порядка единицы. Проще, однако, в случае необходимости рассчитывать интерференцию по общей формуле (9).

3.2. Многофотонный режим

В многофотонном режиме, $\gamma^2 > 1$, при всех энергиях электронов выполняется неравенство $\gamma_p^2 > 1$. Поэтому разложение в (5), (8)–(11) по степеням малого параметра γ_p^{-2} позволяет получить единую приближенную формулу, охватывающую весь спектр надпороговой ионизации. Сколько членов такого

разложения нужно учесть, чтобы в показателе экспоненты и фазе корректно вычислить вклады порядка единицы, зависит от присутствующих в выражениях (8), (9) больших множителей n , ε_p/ω и U_p/ω . В приводимых ниже формулах мы ограничились вкладами, обеспечивающими относительную точность показателя экспоненты и фазы порядка γ_p^{-2} :

$$\text{Im } S = n \ln \frac{2\gamma_p}{e^{1/2}} + \frac{U_p}{\omega} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{16\gamma_p^2} \right) - \frac{\varepsilon_p}{\omega} \left(1 - \frac{1}{2\gamma_p^2} \right) + \frac{\varepsilon_p}{\omega} \sin^2 \theta \left(1 - \frac{1}{2\gamma_p^2} \right), \quad (18)$$

$$\text{Re } S_{\pm} = 2dn - 2 \cos \theta \sqrt{\frac{\varepsilon_p(I + \varepsilon_p \sin^2 \theta)}{\omega^2}} \times \left(1 + \frac{1}{\gamma_p^2} \right), \quad (19)$$

$$d = \arccos \left(\cos \theta \sqrt{\frac{\varepsilon_p}{I + \varepsilon_p}} \right) + \frac{\cos \theta \sqrt{\varepsilon_p(I + \varepsilon_p \sin^2 \theta)}}{2\gamma_p^2(I + \varepsilon_p)}, \quad (20)$$

$$\rho = \frac{\gamma_{\perp} \gamma_p}{\gamma}, \quad (21)$$

$$\Phi = \text{arctg} \frac{\sqrt{\varepsilon_p} \cos \theta}{\sqrt{I + \varepsilon_p \sin^2 \theta}} - \frac{\cos \theta \sqrt{\varepsilon_p(I + \varepsilon_p \sin^2 \theta)}}{\gamma_p^2(I + \varepsilon_p)}. \quad (22)$$

Области применимости многофотонного разложения и разложения по малым энергиям частично перекрываются. Разложения по параметрам $\gamma^{-2} \ll 1$ в (14)–(16) и $\varepsilon_p/I \ll 1$ в (18)–(22) приводят к одинаковым результатам. В частности, показатель экспоненты (18) принимает вид:

$$\text{Im } S = \frac{I}{\omega} g(\gamma) + \frac{\varepsilon_p}{\omega} \left(\ln \frac{2\gamma}{e} + \frac{3}{4\gamma^2} \right) + \frac{\varepsilon_p}{\omega} \sin^2 \theta \left(1 - \frac{1}{2\gamma^2} \right), \quad (23)$$

где $g(\gamma)$ представляет собой многофотонный предел функции (13)

$$g(\gamma) = \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2} \right) \ln(2\gamma) - \frac{1}{2} + \frac{3}{32\gamma^2}.$$

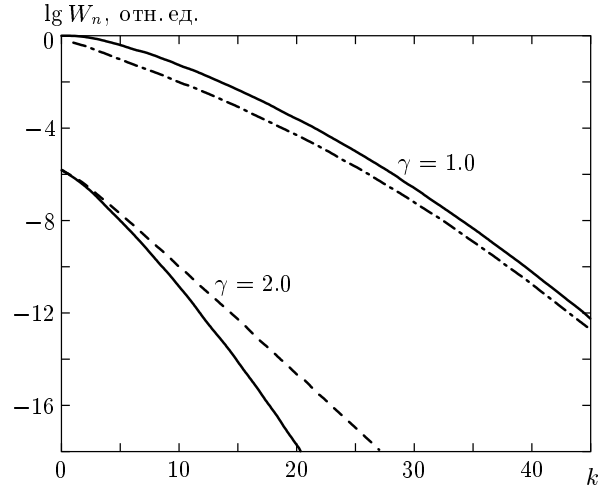


Рис. 4. Спектры фотоэлектронов (без интерференции) вдоль направления поляризации поля в случае ионизации атомов He излучением с частотой $\hbar\omega = 1.58$ эВ при интенсивностях $2.0 \cdot 10^{14}$ Вт/см² ($\gamma = 1.0$) и $5.3 \cdot 10^{13}$ Вт/см² ($\gamma = 2.0$). Сплошная линия — расчет по общим формулам (7)–(11), штрих-пунктирная — многофотонное разложение (18)–(22) (при $\gamma = 2.0$ штрих-пунктирная линия сливается со сплошной). Штриховая прямая — результат линейной по энергии аппроксимации (14)–(17) при $\gamma = 2.0$

Уже при $\gamma = 2$ огибающая спектра, рассчитанная с многофотонным разложением (18), практически совпадает с точным результатом: различие оказывается меньшим 10% (см. рис. 4). При $\gamma = 1$, т. е. на границе области применимости, многофотонное разложение описывает качественное поведение спектра, занижая вероятность ионизации в среднем в 5–6 раз. На рис. 4 видно также, что в многофотонном режиме линейная по энергии аппроксимация показателя экспоненты применима при энергиях электрона, значительно меньших потенциала ионизации. Причина заключается в том, что замена выражения (18) на (23) корректна, если отброшенные члены разложения малы по сравнению с единицей. Наибольший отброшенный вклад порядка $\varepsilon_p^2/\omega I$ возникает при разложении логарифма в (18). Из условия $\varepsilon_p^2/\omega I < 1$ следует, что линейное по ε_p разложение оправдано для надпороговых пиков с номерами $k < \sqrt{I/\omega}$. В низкочастотном поле, когда $I/\omega \gg 1$, это ограничение сильнее, чем изначальное предполагавшееся условие применимости разложения по малым энергиям $k < I/\omega$ (на рис. 4 $I/\omega = 15$).

Слагаемое с $\sin^2 \theta$ в показателе экспоненты (18) описывает огибающую угловой зависимости (зависи-

мость от θ имеется еще в интерференционном множителе). Поскольку $\varepsilon_p \approx k\omega$, для ширины углового распределения в k -м надпороговом пике в многофотонном режиме из (18) сразу следует оценка: $\theta_c(k) \approx 1/\sqrt{k}$ (ср. с [17]). Достаточно широкое в первых пиках угловое распределение с ростом энергии вытягивается вдоль направления поляризации. Из-за наличия интерференции максимум углового распределения приходится, как правило, на угол $\theta \neq 0$ [19].

Отметим, что условия $\gamma \gg 1$ недостаточно для перехода к пределу теории возмущений, когда вероятность зависит от интенсивности степенным образом. Необходимо, чтобы выполнялось условие $U_p/\omega \ll 1$, которое позволит в показателе экспоненты и в фазе косинуса опустить вклады, пропорциональные этому параметру. Только в этом пределе интерференционная структура распределений перестает зависеть от интенсивности.

3.3. Туннельный режим

Как уже отмечалось выше, особенность туннельного режима состоит в том, что слева и справа от критической энергии (12) параметр γ_p^2 принимает значения, соответственно, меньшие и большие единицы. Поэтому с разных сторон от этой границы разложения строятся различными способами.

При достаточно больших энергиях электрона выполняется неравенство $\gamma_p^2 \gg 1$ и высокоэнергетический «хвост» спектрально-углового распределения можно описывать формулами многофотонного разложения (18)–(22). Однако следует иметь в виду, что в туннельном режиме область применимости такого разложения начинается с достаточно больших энергий. Так, при $\gamma^2 = 1/2$ условие $\gamma_p^2 \geq 3$ выполняется для энергий $\varepsilon_p \geq 5U_p$. Как видно из рис. 5, экстраполяция многофотонного разложения за область применимости в сторону меньших энергий непригодна даже для качественного описания спектра: отличие от реального распределения достигает нескольких порядков.

В области ниже границы (12) разложение строится из следующих соображений. Поскольку на этом участке спектра $\gamma_p^2 - 1 < 0$, компенсация слагаемых в правой части (5) тем сильнее, чем меньше по сравнению с единицей «поперечный» параметр γ_\perp^2 . Поэтому естественно выполнить в формуле (5) разложение по параметру $\gamma_\perp^2 \ll 1$. В условиях компенсации $\text{sh}(\omega t_1) \approx \gamma_\perp \ll 1$, что позволяет заменять гиперболические функции степенным

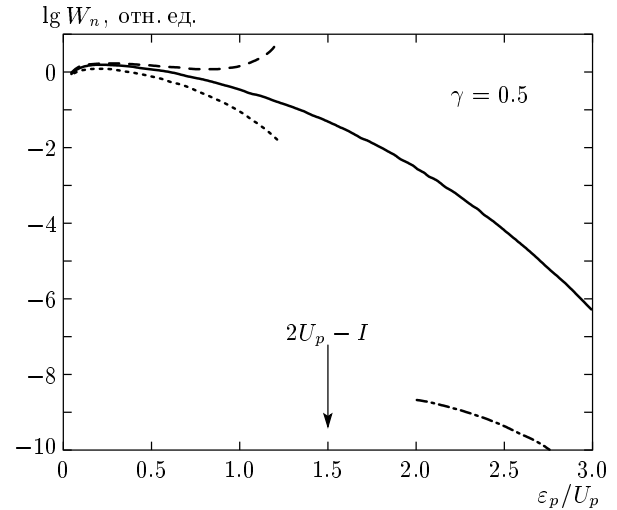


Рис. 5. Спектр прямой ионизации вдоль направления поляризации в туннельном режиме (без учета интерференционного множителя), вычисленный по общим и приближенным формулам для $\text{Im } S$. Параметры такие же, как на рис. 1. Сплошная линия — общие формулы, штрих-пунктирная — многофотонное разложение, пунктирная — туннельное разложение (26), штриховая — туннельное разложение (26), в фигурной скобке которого опущено второе слагаемое

разложением. Для более компактной записи получаемых в настоящем разделе формул удобно ввести обозначение $\tilde{p}_x = p_x/p_F = p \cos \theta/p_F$. Учитывая, что $1 - \gamma_p^2 = 1 - \tilde{p}_x^2 - \gamma_\perp^2$, и выполняя в (5) разложение по параметру $\gamma_\perp^2 \ll 1$, получим:

$$\omega t_1 = \frac{\gamma_\perp}{\sqrt{1 - \tilde{p}_x^2}} \left\{ 1 - \frac{1 + 2\tilde{p}_x^2}{6(1 - \tilde{p}_x^2)^2} \gamma_\perp^2 \right\}. \quad (24)$$

При вычислении мнимой части показателя экспоненты происходит взаимная компенсация членов низшего порядка. Удерживая вклады порядка γ_\perp^5 , имеем

$$\text{Im } S = \frac{p_F^2}{2\omega} \left(\gamma_\perp^2 \omega t_1 - \frac{1 - \tilde{p}_x^2}{3} (\omega t_1)^3 - \frac{1 + 2\tilde{p}_x^2}{15} (\omega t_1)^5 + \dots \right). \quad (25)$$

После подстановки (24) в (25) и необходимых разложений в (9)–(11) находим приближенное выражение для спектрально-углового распределения в туннельном режиме:

$$\operatorname{Im} S = \frac{F_a}{3F\sqrt{1-\tilde{p}_x^2}} \left(1 + \frac{p_\perp^2}{2I}\right)^{3/2} \times \left\{1 - \frac{1+2\tilde{p}_x^2}{10(1-\tilde{p}_x^2)^2} \gamma_\perp^2\right\}, \quad (26)$$

$$\operatorname{Re} S_\pm = n2 \arccos \left(1 - \frac{\gamma_\perp^2}{2(1-\tilde{p}_x^2)}\right) \tilde{p}_x - \frac{4U_p}{\omega} \tilde{p}_x \sqrt{1-\tilde{p}_x^2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1+2\tilde{p}_x^2}{(1-\tilde{p}_x^2)^2} \gamma_\perp^2\right), \quad (27)$$

$$\rho = \frac{\gamma_\perp}{\gamma} \sqrt{1-\tilde{p}_x^2}, \quad (28)$$

$$\operatorname{tg} \Phi = \tilde{p}_x \frac{\gamma_\perp}{1-\tilde{p}_x^2}. \quad (29)$$

Частные случаи показателя экспоненты (26) ранее приводились в литературе. Так, полагая $\tilde{p}_x = 0$ в (26), приходим к выражению (16) из работы [28], а распределение (4) из [23] получится, если в (26) положить $p_\perp = 0$ и опустить второе слагаемое в фигурных скобках.

Существует общая область применимости туннельного разложения и разложения по малым энергиям. Разложения по параметрам $\gamma \ll 1$ в (14)–(17) и $\varepsilon_p/I \ll 1$ в (26)–(29) приводят к одинаковым результатам.

Спектр в направлении поляризации поля при $\gamma = 1/2$, рассчитанный по общим формулам метода перевала и с помощью разложений, показан на рис. 5. Как видно на рисунке, остается широкий участок спектра около критической энергии, где разложения оказываются непригодными и расчет следует проводить по общим формулам (7)–(11).

При выводе туннельного разложения удерживались вклады порядка γ_\perp^5 (см. (25)), из-за чего в фигурной скобке показателя экспоненты (26) появилась поправка, пропорциональная γ_\perp^2 . С этой поправкой при $p = 0$ из (26) получается известный [9] туннельный предел функции $g(\gamma)$ с учетом квадратичного вклада: $g(\gamma) = (F_a/3F)(1-\gamma^2/10)$. На рис. 5 видно, что в самом начале спектра поправка, пропорциональная γ_\perp^2 , несколько улучшает согласие с результатом расчета по общим формулам, но в то же время из-за множителя $(1-\tilde{p}_x^2)^{-5/2}$ приводит к более резкому отклонению от него, когда энергия приближается к ε_{cr} . Это отклонение возникает, потому что нарушается условие применимости туннельного разложения. При $\gamma^2 \ll 1$ неравенство

$$\gamma_\perp^2 = \frac{I + \varepsilon_p \sin^2 \theta}{2U_p} \ll 1$$

выполнено в двух случаях. Во-первых, для всех направлений вылета фотоэлектрона θ , если энергия ε_p меньше или порядка потенциала ионизации I . Во-вторых, для направлений вылета, близких к направлению линейной поляризации, когда угол θ меньше или порядка параметра адиабатичности γ . В этом случае энергия ε_p может быть сравнимой с U_p , но не должна быть близкой к критической энергии: $\varepsilon_{cr} - \varepsilon_p \gg I$. Последнее ограничение возникает из-за того, что при выводе соотношения (24) малым параметром разложения фактически является $\gamma_\perp/\sqrt{1-\tilde{p}_x^2}$, а для $\theta = 0$ и $\varepsilon_p = \varepsilon_{cr}$ этот параметр становится равным единице.

Добавим еще, что с ростом параметра γ критическая энергия сдвигается влево и, соответственно, область применимости туннельного разложения сужается. Одновременно с этим многофотонное разложение приближается к точному результату (см. выше п. 3.2).

С учетом того, что на значительной части туннельного спектра множитель $\sqrt{1-\tilde{p}_x^2}$ остается величиной порядка единицы, из (26) следует оценка ширины углового распределения в k -м надпороговом максимуме:

$$\theta_c(k) \approx \frac{1}{\sqrt{\gamma k}}. \quad (30)$$

По сравнению с многофотонным режимом ширины $\theta_c(k)$ медленнее убывают с ростом k и, хотя и слабо, пропорционально \sqrt{F} , зависят от интенсивности. Для номеров $k \approx U_p/\omega$ ширина углового распределения становится малой величиной порядка $\gamma\sqrt{F/F_a}$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итог, сформулируем основные выводы. Вычисление амплитуды ионизации сильным низкочастотным лазерным полем методом перевала позволяет получить в явном виде спектрально-угловое распределение фотоэлектронов, применимое в широком диапазоне энергий и напряженностей поля. Исследование аналитической структуры распределения показало, что в условиях туннельного режима ионизации существует критическая энергия, около которой меняется характер убывания энергетического спектра. Эта энергия меньше общепринятой «классической» границы спектра $2U_p$ на величину потенциала ионизации.

В многофотонном и туннельном режимах получены асимптотические разложения общих формул метода перевала, которые в области малых энергий переходят в результаты ранней работы Переломова

и др. [9]. В туннельном режиме разложения имеют разный вид с двух сторон от критической энергии, причем со стороны больших энергий спектр описывается формулами многофотонного предела. В переходной области около критической энергии разложения неприменимы и расчет нужно вести по общим формулам. Это обстоятельство необходимо учитывать, когда параметр адиабатичности не очень мал по сравнению с единицей и переходная область занимает значительную часть спектра. Такая ситуация типична для экспериментов по ионизации атомов оптическим излучением в туннельном режиме.

Помимо непосредственного анализа распределений прямой ионизации, полученные формулы могут быть использованы при рассмотрении сопутствующих процессов упругого перерассеяния, генерации высоких гармоник лазерной частоты и коррелированной двойной ионизации. Значительно расширившиеся в течение последнего десятилетия возможности эксперимента позволяют исследовать упомянутые процессы в полях с эллиптической поляризацией. Поэтому представляется актуальным обобщение результатов настоящей работы на случай эллиптически поляризованного поля.

Авторы признательны В. С. Попову за полезные обсуждения и Н. Л. Манакову, обратившему наше внимание на работу [19].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 02-02-16678, 03-02-17112).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945, (1964).
2. P. Agostini, F. Fabre, G. Mainfray, G. Petite et al., Phys. Rev. Lett. **42**, 1127 (1979).
3. L. F. DiMauro and P. Agostini, Adv. Atom. Mol. Opt. Phys. **35**, 79 (1995).
4. M. V. Fedorov, *Atomic and Free Electrons in a Strong Light Field*, World Sci., Singapore (1998).
5. N. B. Delone and V. P. Krainov, *Multiphoton Processes in Atoms*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg (1994).
6. W. Becker, F. Grasbon, R. Kopold, D. B. Milosevic et al., Adv. Atom. Mol. Opt. Phys. **48**, 35 (2002).
7. B. Sheehy, R. Lafon, M. Widmer, B. Walker et al., Phys. Rev. A **58**, 3942 (1998).
8. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **50**, 255 (1966).
9. А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Терентьев, ЖЭТФ **50**, 1393 (1966).
10. М. Ю. Кучиев, Письма в ЖЭТФ **45**, 319 (1987).
11. M. Lewenstain, K. C. Kulander, K. J. Schafer, and P. H. Bucksbaum, Phys. Rev. A **51**, 1495 (1995).
12. A. Lohr, M. Kleber, R. Kopold, and W. Becker, Phys. Rev. A **55**, R4003 (1997).
13. С. П. Гореславский, С. В. Попруженко, ЖЭТФ **117**, 895 (2000).
14. C. Leubner, Phys. Rev. A **23**, 2877 (1981).
15. H. Reiss, Progr. Quant. Electron. **16**, 1 (1992).
16. С. П. Гореславский, С. В. Попруженко, ЖЭТФ **110**, 1200 (1996).
17. В. С. Попов, ЖЭТФ **118**, 56 (2000).
18. В. Д. Мур, С. В. Попруженко, В. С. Попов, ЖЭТФ **119**, 893 (2001).
19. G. F. Gribakin and M. Yu. Kuchiev, Phys. Rev. A **55**, 3760 (1997).
20. G. G. Paulus, F. Zacher, H. Walther, A. Lohr, W. Becker, and M. Kleber, Phys. Rev. Lett. **80**, 484 (1998).
21. M. V. Frolov, N. L. Manakov, E. A. Pronin, and A. F. Starace, J. Phys. B.: Atom. Mol. Opt. Phys. **36**, L419 (2003).
22. I. Yu. Kiyani and H. Helm, Phys. Rev. Lett. **90**, 183001-1 (2003).
23. V. P. Krainov, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **36**, L169 (2003).
24. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **52**, 223 (1967).
25. А. М. Переломов, В. С. Попов, ЖЭТФ **52**, 514 (1967).
26. P. B. Corkum, N. H. Burnett, and F. Brunel, Phys. Rev. Lett. **62**, 1259 (1989).
27. Е. А. Волкова, А. М. Попов, О. В. Тихонова, ЖЭТФ **120**, 1336 (2001).
28. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, УФН **168**, 531 (1998).