

ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ ОТКЛИК ДВУХЪЯМНЫХ НАНОСТРУКТУР

B. Ф. Елесин*

*Московский инженерно-физический институт (государственный университет)
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 сентября 2004 г.

Развита последовательная аналитическая теория когерентного резонансного туннелирования электронов в двухъямнойnanoструктуре в присутствии слабого электромагнитного поля. Получены простые выражения для коэффициента прохождения и линейного отклика двухъямной nanoструктуры, позволяющие выяснить физику процессов и найти усиление в зависимости от параметров структуры. Показано, что высокочастотный отклик двухъямной nanoструктуры значительно превышает отклик одноямыи структуры (резонансно-туннельного диода), а приложение постоянного электрического поля позволяет перестраивать частоту генерации и увеличивать усиление. Делается вывод о перспективности двухъямной nanoструктуры для создания генераторов в терагерцовом диапазоне. Показано, что в отличие от резонансно-туннельного диода определяющую роль играет межямыи интерференция электронов и излучательные переходы «лазерного типа».

PACS: 79.60.Jv, 73.23.-b

1. ВВЕДЕНИЕ

Резонансное туннелирование в nanoструктурах представляет большие перспективы при создании интегральных схем, логических элементов, генераторов и лазеров [1]. Принципиально новые возможности появляются, если реализуются условия когерентного туннелирования. Примерами могут служить когерентные лазеры, не требующие инверсной населенности [2], генераторы на двухзонной штарковской лестнице [3] и др.

Современный уровень технологии уже способен обеспечить когерентность на достаточно больших длинах (до десятка квантовых ям), о чем свидетельствуют экспериментальные исследования (см., например, [4]). Следует также отметить, что простое условие когерентного туннелирования $\tau_T < \tau_{ph}$ (τ_T — время нахождения электрона в яме, τ_{ph} — время разрушения когерентности) может быть слишком жестким. Действительно, как показывает детальная теория, электрон-фононное взаимодействие не влияет при определенных условиях на затухание блоховских осцилляций [5], а резонансное

туннелирование остается когерентным даже при $\tau_T \gg \tau_{ph}$ [6].

Поэтому представляется интересным изучение особенностей взаимодействия электромагнитного поля с nanoструктурами в условиях когерентного туннелирования. Здесь следует отметить, что теоретическое описание когерентных систем требует последовательного квантовомеханического подхода. Причина состоит в том, что резонансное туннелирование обусловлено квантовой интерференцией электронов, исключительно чувствительной к граничным условиям и энергии инжектируемых электронов. Такой подход был использован ранее для описания высокочастотного отклика одноямыи структуры [7] (называемой также РТД — резонансно-туннельный диод).

Цель настоящей работы — разработка теории высокочастотного отклика для двухъямной nanoструктуры (ДНС). Такую структуру можно рассматривать как простейшую на пути от РТД к сверхрешетке со штарковской лестницей. Кроме того, ДНС представляет самостоятельный интерес. Во-первых, в ней проявляются принципиально новые черты, обусловленные межямыи интерференцией и расположением уровней. Во-вторых, высокочастотный

*E-mail: VEF@supercon.mephi.ru

отклик, связанный с переходами между расщепленными уровнями, может значительно превосходить отклик в РТД [8, 9]. Таким образом, ДНС весьма перспективны для создания генераторов в терагерцовом диапазоне.

В работе развита последовательная аналитическая теория когерентного резонансного туннелирования электронов, взаимодействующих с электромагнитным полем. Применяется простая модель структуры и подход, использованные ранее в [7]. Получены простые выражения для коэффициента прохождения и отклика системы, позволяющие выяснить физику процессов и рассчитать усиление в зависимости от параметров ДНС.

В частности, показано, что усиление ДНС значительно превышает усиление РТД, а приложение постоянного электрического поля позволит перестраивать частоту генерации. Особенно интересным представляется результат, согласно которому существует интервал величины постоянного поля, где усиление увеличивается. Следует также отметить, что, как и в работе [7] для РТД, удается исключить расходящиеся при $\omega \rightarrow 0$ выражения типа $1/\omega^2$, присущие приближенным теориям (см. ссылки в [7]), и получить правильные частотные зависимости.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

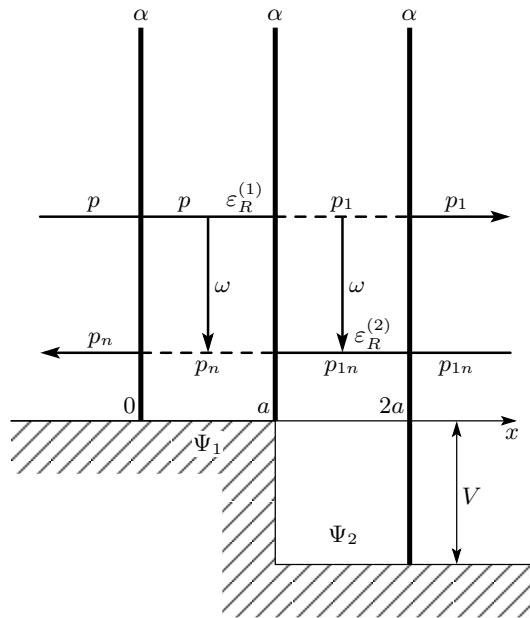
Мы изучим модель когерентного туннелирования в ДНС, используя подход, развитый в работе [7]. Рассматривается одномерная структура с δ -функциональными барьерами в точках $x = 0, a, 2a$ (см. рисунок). Слева ($x \rightarrow -\infty$) к первой квантовой яме подводится стационарный поток электронов, пропорциональный q^2 , с энергией ε , примерно равной энергии резонансного уровня ε_R первой ямы. В области ДНС действует переменное электрическое поле $E(t)$ с потенциалом $V(x, t)$,

$$V(x, t) = 2U(x) \cos \omega t,$$

$$U(x) = \begin{cases} xU, & 0 < x < 2a, \\ 2Ua, & x > 2a, \quad U = -eE/2. \end{cases} \quad (1)$$

Резонансный уровень второй ямы может быть смешен на величину V , например, за счет действия постоянного электрического поля. Волновая функция $\Psi(x, t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \alpha [\delta(x) + \delta(x - a) + \delta(x - 2a)] \Psi + V(x, t) \Psi - V \theta(x - a) \Psi. \quad (2)$$



Здесь положено $\hbar = 2m = 1$. Установившееся решение (2) ищем в виде (см. [7])

$$\Psi(x, t) = e^{-i\varepsilon t} [\Psi_{l0}(x) + e^{-i\omega_n t} \Psi_{ln}(x)], \quad 0 \leq x \leq a, \quad (3)$$

$$\Psi(x, t) = e^{-i\varepsilon t} [\Psi_{20}(x) + e^{-i\omega_n t} \Psi_{2n}(x)], \quad a \leq x \leq 2a.$$

Парциальные волновые функции Ψ_{l0} , Ψ_{ln} , $l = 1, 2$, $n = \pm 1$, описывают электроны соответственно с квазиэнергиями ε и $\varepsilon + \omega_n$.

Функции нулевого приближения по переменному полю $\Psi_{l0}(x)$ удовлетворяют уравнениям

$$p^2 \Psi_{l0}(x) + \Psi_{l0}''(x) = 0, \quad p_1^2 \Psi_{20} + \Psi_{20}'' = 0 \quad (4)$$

и граничным условиям

$$\Psi_{10}(0)(1 - \beta) + \frac{\Psi'_{10}(0)}{ip} = 2q, \quad p^2 = \varepsilon;$$

$$\beta = \frac{\alpha}{ip},$$

$$\Psi_{20}(2a)(1 - \beta_1) - \frac{\Psi'_{20}(2a)}{ip_1} = 0; \quad p_1^2 = p^2 + V; \quad (5)$$

$$\beta_1 = \frac{\alpha}{ip_1},$$

$$\Psi_{10}(a) = \Psi_{20}(a), \quad \Psi'_{20}(a) - \Psi'_{10}(a) = \alpha \Psi_{10}(a).$$

Соответствующие уравнения и граничные условия

для функции $\Psi_{ln}(x)$ в линейном по полю приближении имеют вид

$$\begin{aligned} p_n^2 \Psi_{1n} + \Psi_{1n}'' &= U(x) \Psi_{10}, \quad p_n^2 = p^2 - \omega_n, \\ \omega_n &= -n\omega, \end{aligned} \quad (6)$$

$$p_{1n}^2 \Psi_{2n} + \Psi_{2n}'' = U(x) \Psi_{20}, \quad p_{1n}^2 = p_1^2 - \omega_n;$$

$$\begin{aligned} \Psi_{1n}(0)(1 - \beta_n) + \frac{\Psi'_{1n}(0)}{ip_n} &= 0, \quad \beta_n = \frac{\alpha}{ip_n}, \\ \Psi_{2n}(2a)(1 - \beta_{1n}) - \frac{\Psi'_{2n}(2a)}{ip_{1n}} &= 0, \\ \beta_{1n} &= \frac{\alpha}{ip_{1n}}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Psi_{1n}(a) = \Psi_{2n}(a),$$

$$\Psi'_{2n}(a) - \Psi'_{1n}(a) = \alpha \Psi_{1n}(a).$$

Переменное поле вызывает токи поляризации (отклик)

$$\begin{aligned} J_l^c(x, t) &= J_l^c(x) \cos \omega t, \\ J_l^s(x, t) &= J_l^s(x) \sin \omega t. \end{aligned}$$

Здесь J^c — синфазный с полем ток, J^s — реактивный ток

$$\begin{aligned} J_l^c(x) &= \sum_{n=\pm 1} J_{l,n}^c, \\ J_{l,n}^c &= -ie [(\Psi_{l0}^* \Psi_{ln}' + \Psi_{ln}^* \Psi_{l0}') - \text{с.с.}] . \end{aligned} \quad (8)$$

Далее мы ограничимся током J^c , который приводит к излучению (поглощению) переменного электрического поля.

3. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ И КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРОХОЖДЕНИЯ ДВУХЪЯМНОЙ НАНОСТРУКТУРЫ В ОТСУТСТВИЕ ПЕРЕМЕННОГО ПОЛЯ

Решения уравнений (4) имеют вид

$$\begin{aligned} \Psi_{10} &= A_{10} e^{ipx} + B_{10} e^{-ipx}, \\ \Psi_{20} &= A_{20} e^{ip_1 x} + B_{20} e^{-ip_1 x}, \end{aligned} \quad (9)$$

причем коэффициенты даются выражениями

$$\begin{aligned} A_{10} &= \frac{2qe^{2ip_1 a} \Delta_{10}(1)}{\Delta_{10}(2)}, \quad B_{10} = \frac{2qe^{2ipa} \Pi_{10}}{\Delta_{10}(2)}, \\ A_{20} &= \frac{4q(2 - \beta_1) e^{i(p-p_1)a}}{\Delta_{10}(2)}, \\ B_{20} &= \frac{4q\beta_1 e^{i(3p_1+p)a}}{\Delta_{10}(2)}, \end{aligned} \quad (10)$$

где обозначено

$$\begin{aligned} \Delta_{10}(1) &= (2 - \beta_1) \left(1 + \frac{p_1}{p} - \beta \right) e^{-2ip_1 a} - \\ &\quad - \beta_1 \left(\beta + \frac{p_1}{p} - 1 \right), \\ \Pi_{10} &= (2 - \beta_1) \left(\beta + 1 - \frac{p_1}{p} \right) + \\ &\quad + \beta_1 \left(\beta + \frac{p_1}{p} + 1 \right) e^{2ipa}, \\ \Delta_{10}(2) &= (2 - \beta) e^{2ipa} \Delta_{10}(1) - \beta e^{2ipa} \Pi_{10}. \end{aligned} \quad (11)$$

Определитель $\Delta_{10}(2)$ описывает резонансные свойства ДНС и вид коэффициента прохождения электронов через структуру:

$$T(\varepsilon) = \frac{64}{|\Delta_{10}(2)|^2}. \quad (12)$$

Мы будем рассматривать здесь и далее структуру с «сильными» барьерами, когда $\alpha/p \gg 1$. Именно в этом пределе реализуются замечательные свойства квантовых ям.

Вначале мы изучим резонансные свойства симметричной ДНС, когда $V = 0$, $p = p_1$. В этом случае определитель (11) принимает более простой вид $\Delta_{10}(2) \equiv \Delta_0(2)$,

$$\begin{aligned} \Delta_0(2) &= (2 - \beta)^3 - 2\beta^2 (2 - \beta) e^{2ipa} - \\ &\quad - \beta^2 (2 + \beta) e^{4ipa}. \end{aligned} \quad (13)$$

Вблизи резонансных значений энергии, где $\Delta_0(2)$ принимает минимальное значение, импульс p представим в виде

$$p = p_0 + \tilde{p}, \quad p_0 = \pi/a, \quad \tilde{p} \ll p_0.$$

Тогда для $x = \tilde{p}a$ получаем уравнение

$$\begin{aligned} x^2(1 + 2ix) + 4\delta x \left(1 + \frac{x}{\pi} \right) + 8ix^2\delta \left(1 + \frac{x}{\pi} \right) + \\ + 3\delta^2 \left(1 + \frac{2x}{\pi} \right) - 2i\delta^3 = 0, \quad (14) \\ \delta = p_0/\alpha \ll 1. \end{aligned}$$

Будем искать решение (14) в виде разложения $x = x_1 + x_2$ по степеням малого параметра δ . В первом приближении получаем уравнение

$$x_1^2 + 4\delta x_1 + 3\delta^2 = 0, \quad (15)$$

которое имеет следующие решения:

$$x_1^{(1)} = -\delta, \quad x_1^{(2)} = -3\delta. \quad (16)$$

Два решения соответствуют расщеплению резонансного уровня изолированной ямы на два уровня с энергиями

$$\varepsilon_R^{(1)} = p_0^2 - \frac{2p_0\delta}{a}, \quad \varepsilon_R^{(2)} = p_0^2 - \frac{6p_0\delta}{a} \quad (17)$$

и энергетической шириной расщепления

$$t_0 \equiv \varepsilon_R^{(1)} - \varepsilon_R^{(2)} = \frac{4p_0}{a}\delta = \frac{4p_0^2}{\alpha a}. \quad (18)$$

В следующем по δ приближении имеем

$$x_2^{(1)} = \delta^2/\pi - i\delta^2, \quad x_2^{(2)} = 9\delta^2/\pi - i\delta^2. \quad (19)$$

Наличие мнимой части означает затухание из-за возможности ухода электрона из ДНС. Соотношения (17)–(19) позволяют записать определитель $\Delta_0(2)$ в форме

$$\Delta_0(2) \approx \frac{8i}{\Gamma t_0} \left[\varepsilon - \varepsilon_R^{(1)} + i\Gamma \right] \left[\varepsilon - \varepsilon_R^{(2)} + i\Gamma \right], \quad (20)$$

$$\Gamma = \frac{2p_0^3}{\alpha^2 a},$$

где Γ — ширина резонансных уровней ДНС. Нетрудно видеть, что в резонансе определитель принимает следующие значения:

$$\Delta_0(2, p = p^{(1)}) = -8, \quad \Delta_0(2, p = p^{(2)}) = 8. \quad (21)$$

Выражение (20) позволяет найти коэффициент прохождения ДНС в явном виде:

$$T(\varepsilon) = \frac{\Gamma^2 t_0^2}{\left[(\varepsilon - \varepsilon_R^{(1)})^2 + \Gamma^2 \right] \left[(\varepsilon - \varepsilon_R^{(2)})^2 + \Gamma^2 \right]}. \quad (22)$$

Он имеет два резонансных максимума вблизи резонансных энергий $\varepsilon_R^{(1,2)}$ с шириной Γ . Резонансные значения $T(\varepsilon_R^{(1,2)})$ равны единице, а при $\varepsilon = \varepsilon_R^{(1)} - t_0/2$ (между максимумами) коэффициент прохождения становится весьма малым, $T(\varepsilon_R^{(1)} - t_0/2) = 4(p/\alpha)^2 \ll 1$.

Рассмотрим общий случай $V \neq 0$, считая, однако, $V \ll \varepsilon_R$. В этом случае уравнения очень громоздки и мы не будем приводить их полностью. В первом приближении по δ уравнение для x_1 принимает вид

$$x_1^2 + 2x_1 \left(2\delta + \frac{\tilde{V}}{4} \right) + 3\delta^2 + \delta\tilde{V} = 0, \quad (23)$$

где $\tilde{V} = Va/p_0 \ll 1$, $\delta = p_0/\alpha \ll 1$.

Уравнение (23) имеет два решения:

$$x_1^{(1,2)} = - \left(2\delta + \frac{\tilde{V}}{4} \right) \pm \sqrt{\delta^2 + \left(\frac{\tilde{V}}{4} \right)^2}, \quad (24)$$

что соответствует двум уровням с соответствующими энергиями:

$$\varepsilon_R^{(1,2)}(1) = p_0^2 + \frac{2p_0 x_1^{(1,2)}}{a}. \quad (25)$$

Величина энергетического расщепления

$$t = \varepsilon_R^{(1)}(1) - \varepsilon_R^{(2)}(2) = t_0 \sqrt{1 + V^2/t_0^2} \quad (26)$$

растет с V . При $V \gg t_0$ расщепление $t \approx V$, т. е. уровни в ямах становятся независимыми.

Мнимая часть поправки следующего порядка по δ и \tilde{x}_1 имеет универсальный вид

$$x_2'' = -\delta^2 \quad (27)$$

для обоих уровней и не зависит от \tilde{V} . Это приводит к тому, что ширины уровней Γ одинаковы и даются выражением (20). Реальная часть поправки x_2' имеет громоздкий вид и мы ее не приводим. При необходимости ее можно учесть в $\varepsilon_R^{(1,2)}$ и t .

Если подставить значения резонансной энергии (с точностью до $\delta^2, \tilde{V}^2, \delta\tilde{V}$) в определитель $\Delta_{10}(2)$, то получаем выражение

$$\Delta_{10}(2, p = p^{(1,2)}) = \mp 8 \sqrt{1 + V^2/t_0^2}, \quad (28)$$

переходящее в (21) при $V = 0$. Видим, что с ростом V резонансное значение определителя растет, как и должно быть. Используя полученные результаты, определитель $\Delta_{10}(2)$ вблизи резонанса можно представить в виде

$$\Delta_{10}(2) = \frac{i8}{\Gamma t_0} \left[\varepsilon - \varepsilon_R^{(1)}(1) + i\Gamma \right] \left[\varepsilon - \varepsilon_R^{(2)}(1) + i\Gamma \right]. \quad (29)$$

Коэффициент прохождения (12)

$$T(\varepsilon) = \frac{\Gamma^2 t_0^2}{\left[(\varepsilon - \varepsilon_R^{(1)}(1))^2 + \Gamma^2 \right] \left[(\varepsilon - \varepsilon_R^{(2)}(1))^2 + \Gamma^2 \right]} \quad (30)$$

снова имеет два резонансных пика с ширинами Γ . Резонансные значения $T(\varepsilon)$ уменьшаются с ростом V ,

$$T(\varepsilon) = \frac{t_0^2}{t_0^2 + V^2}, \quad (31)$$

поскольку поле V приводит к разрушению межямной интерференции и локализации электронов в отдельных ямах.

**4. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ В
ДВУХЪЯМНОЙ СТРУКТУРЕ В
ПРИСУТСТВИИ ПЕРЕМЕННОГО ПОЛЯ.
ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ**

Решения уравнений (6) для функций Ψ_{ln} имеют вид (см., например, [7])

$$\begin{aligned}\Psi_{1n} &= A_{1n}e^{ip_n x} + B_{1n}e^{-ip_n x} + f_1(x), \\ \Psi_{2n} &= A_{2n}e^{ip_{1n} x} + B_{2n}e^{-ip_{1n} x} + f_2(x), \\ f_l(x) &= -\frac{2U}{\omega_n^2} \left[\Psi'_{l0}(x) + \frac{x\omega_n}{2} \Psi_{l0}(x) \right].\end{aligned}\quad (32)$$

Подставляя Ψ_{1n} и Ψ_{2n} в граничные условия (7), получаем систему линейных уравнений для определения коэффициентов A_{ln} и B_{ln} :

$$\begin{aligned}(2-\beta_n)A_{1n} - \beta_n B_{1n} &= F_1, \\ A_{1n} + B_{1n}e^{-2ip_n a} - A_{2n}e^{i(p_{1n}-p_n)a} - B_{2n}e^{-i(p_{1n}+p_n)a} &= F_2, \\ A_{1n}(\beta_n + 1) + B_{1n}(\beta_n + 1) - \frac{p_{1n}}{p_n} e^{i(p_{1n}-p_n)a} A_{2n} + \frac{p_{1n}}{p_n} e^{-i(p_{1n}+p_n)a} B_{2n} &= F_3, \\ \beta_{1n}A_{2n} + (\beta_{1n} - 2)B_{2n}e^{-4ip_{1n} a} &= F_4.\end{aligned}\quad (33)$$

Правые части F_j даются выражениями

$$\begin{aligned}F_1 &= (\beta_n - 1)f_1(0) - \frac{f'_1(0)}{ip_n}, \\ F_2 &= [f_2(a) - f_1(a)]e^{-ip_n a}, \\ F_3 &= \left[\frac{f'_2(a)}{ip_n} - \frac{f'_1(a)}{ip_n} - \beta_n f_1(a) \right] e^{-ip_n a}, \\ F_4 &= \left[(1 - \beta_{1n})f_2(2a) - \frac{f'_2(2a)}{ip_{1n}} \right] e^{-2ip_{1n} a}.\end{aligned}\quad (34)$$

Решения системы (33) можно представить в виде

$$\begin{aligned}A_{1n}\Delta_{1n}(2) &= F_1\Delta_{1n}(1)e^{2ip_{1n} a} + \beta_n \{I\}, \\ B_{1n}\Delta_{1n}(2) &= F_1\Pi_{1n}e^{2ip_n a} + (2 - \beta_n)\{I\}, \\ A_{2n}\tilde{\Delta}_{1n}(2) &= -F_4\tilde{\Pi}_{1n}e^{-i(p_{1n}+p_n)a-2ip_n a} + (2 - \beta_n)e^{-4ip_{1n} a} \{II\}, \\ B_{2n}\tilde{\Delta}_{1n}(2) &= -F_4\tilde{\Delta}_{1n}(1)e^{i(p_{1n}-p_n)a} + \beta_{1n} \{II\},\end{aligned}\quad (35)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned}\{I\} &= e^{2ip_n a} \left[\frac{p_{1n}}{p_n} F_2 C_-^n - F_3 C_+^n \right] - 2 \frac{p_{1n}}{p_n} F_4 \exp[2ip_{1n} a + i(p_{1n} + p_n)a], \\ \{II\} &= 2F_1 e^{-2ip_n a} + [F_2 D_n - F_3 C_n],\end{aligned}\quad (36)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\Delta}_{1n}(2) &= \exp[-3i(p_{1n} + p_n)a]\Delta_{1n}(2), \\ \Delta_{1n}(2) &= (2 - \beta_n)\Delta_{1n}(1)e^{2ip_{1n} a} - \beta_n \Pi_{1n}e^{2ip_n a},\end{aligned}\quad (37)$$

$$\left\{ \begin{aligned}\Delta_{1n}(1) &= (2 - \beta_{1n}) \left(1 + \frac{p_{1n}}{p_n} - \beta_n \right) \times \\ &\quad \times e^{-2ip_{1n} a} - \beta_{1n} \left(\beta_n + \frac{p_{1n}}{p_n} - 1 \right), \\ \Pi_{1n} &= \left(1 + \beta_n - \frac{p_{1n}}{p_n} \right) (1 - \beta_{1n}) + \\ &\quad + \beta_{1n} \left(1 + \frac{p_{1n}}{p_n} + \beta_n \right) e^{2ip_{1n} a}, \\ C_{\pm}^n &= (2 - \beta_{1n}) \pm \beta_{1n} e^{2ip_{1n} a}, \\ C_n &= (2 - \beta_n)e^{-2ip_n a} + \beta_n, \\ D_n &= \beta_n(\beta_n + 1) + (\beta_n - 1)(2 - \beta_n)e^{-2ip_n a}, \\ \tilde{\Delta}_{1n}(1) &= (2 - \beta_n) \left(1 + \frac{p_{1n}}{p_n} - \beta_n \right) e^{-2ip_n a} - \\ &\quad - \beta_n \left(\beta_n + 1 - \frac{p_{1n}}{p_n} \right), \\ \tilde{\Pi}_{1n} &= (2 - \beta_n) \left(\beta_n + \frac{p_{1n}}{p_n} - 1 \right) + \\ &\quad + \beta_n \left(\beta_n + 1 + \frac{p_{1n}}{p_n} \right) e^{2ip_n a}, \\ \Delta_{1n}(2) &= (2 - \beta_{1n})\tilde{\Delta}_{1n}(1)e^{2ip_n a} - \\ &\quad - \beta_{1n}\tilde{\Pi}_{1n}e^{2ip_{1n} a}.\end{aligned}\right. \quad (38)$$

Определитель $\Delta_{1n}(2)$ в (38) аналогичен $\Delta_{10}(2)$ с точностью до замены $p_{1n} \rightarrow p_1$. Поэтому его можно записать в следующем виде:

$$\Delta_{1n}(2) \approx \frac{i8}{\Gamma t_0} \left[\varepsilon - \omega_n - \varepsilon_R^{(1)}(1) + i\Gamma \right] \times \left[\varepsilon - \omega_n - \varepsilon_R^{(2)}(1) + i\Gamma \right]. \quad (39)$$

Формулы (35)–(39) дают точное решение системы (6)–(7), которое, к сожалению, громоздко и трудно обозримо. Кроме того, оно имеет формально расходящиеся выражения при $\omega \rightarrow 0$. Однако, как впервые было показано в работе [7], можно совершить такое преобразование, при котором выделяются и точно компенсируются расходящиеся члены. При этом используются малые параметры $\delta = p_0/\alpha$ и ω_n/ε_R , присущие структуре с сильными барьерами. Малость частоты (равной в резонансе расщеплению t) по сравнению с резонансной энергией следует из малости расщепления

$$\frac{t}{\varepsilon_R} = \frac{4}{\pi} \delta \ll 1.$$

В частности, учитывая малость δ и ω_n/ε_R , можно упростить выражения для F_j , опуская малые по δ и ω_n/ε_R члены:

$$F_1 = F_{11} = \bar{U} [(2 - \beta_n) A_{10} + \beta_n B_{10}], \\ \bar{U} = \frac{2Uip}{\omega_n^2}, \quad (40)$$

$$F_2 = F_{21} + F_{22}, \quad F_3 = F_{31} + F_{32},$$

$$F_{21} = \bar{U} \left\{ [A_{10} - B_{10}e^{-2ipa}] - i \frac{a\omega_n}{2p} (A_{10} + B_{10}e^{-2ipa}) \right\} e^{i(p-p_n)a}, \\ F_{31} = -\frac{\bar{U}p_1}{p} \left\{ [A_{10}(1 + \beta_n) + B_{10}e^{-2ipa}(1 - \beta_n)] - i \frac{a\omega_n}{2p} [A_{10}(1 + \beta_n) + B_{10}e^{-2ipa}(\beta_n - 1)] \right\} e^{i(p-p_n)a}, \quad (41)$$

$$F_{22} = -\frac{\bar{U}p_1}{p} \left\{ [A_{20} - B_{20}e^{-2ip_1a}] - i \frac{a\omega_n}{2p_1} [A_{20} + B_{20}e^{-2ip_1a}] \right\} \exp(i(p_1 - p_n)a), \\ F_{32} = -\frac{\bar{U}p_1p_{1n}}{pp_n} \left\{ [A_{20} + B_{20}e^{-2ip_1a}] - i \frac{a\omega_n}{2p} [A_{20} - B_{20}e^{-2ip_1a}] \right\} \exp(i(p_1 - p_n)a), \\ F_{42} = \bar{U} \frac{p_1}{p} \{ \beta_{1n} A_{20} + (2 - \beta_{1n}) B_{20} e^{-4ip_1a} \} \times \exp(2i(p_1 - p_{1n})a).$$

5. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ И ОТКЛИК ПЕРВОЙ ЯМЫ ДВУХЪЯМНОЙ СТРУКТУРЫ

Удобнее рассмотреть волновые функции и отклик каждой ямы по отдельности. Прежде всего выразим коэффициенты A_{1n} и B_{1n} через A_{10} и B_{10} таким образом, чтобы выделить расходящиеся при $\omega \rightarrow 0$ члены:

$$A_{1n} = \bar{U} A_{10} - \frac{\bar{U} \beta_n}{\Delta_{1n}(2)} [M_{1n} - \Phi_{1n}] \equiv A_{1n}^{(1)} + A_{1n}^{(2)}, \quad (42)$$

$$B_{1n} = -\bar{U} B_{10} - \frac{\bar{U} (2 - \beta_n)}{\Delta_{1n}(2)} [M_{1n} - \Phi_{1n}] \equiv B_{1n}^{(1)} + B_{1n}^{(2)},$$

где обозначено

$$M_{1n} = [A_{10} \Pi_{1n} Y_n e^{2ip_n a} + B_{10} \Delta_{1n}(1) Y_n^* e^{2ip_{1n} a}],$$

$$\Phi_{1n} = 2 \frac{p_1 p_{1n}}{pp_n} \exp(i(p_{1n} + p_n)a) \times \\ \times [A_{20} \beta_{1n} X_{1n}^* e^{2ip_1 a} + B_{20} (2 - \beta_n) X_{1n} e^{-2ip_1 a}],$$

$$Y_n = Z_n - i \frac{a\omega_n}{2p} (1 + Z_n), \\ X_{1n} = Z_{1n} + i \frac{a\omega_n}{2p} (1 + Z_{1n}), \\ Z_n = e^{i(p-p_n)a} - 1, \quad Z_{1n} = e^{i(p_1-p_{1n})a} - 1. \quad (43)$$

Вклады $A_{1n}^{(1)}$ и $B_{1n}^{(1)}$ содержат расходящиеся при $\omega \rightarrow 0$ члены и не зависят от определителя $\Delta_{1n}(2)$, который сокращается за счет членов, сгруппировавшихся в $\Delta_{1n}(2)$ при A_{10} и B_{10} в числителе. Коэффициенты $A_{1n}^{(2)}$ и $B_{1n}^{(2)}$ конечны при $\omega \rightarrow 0$ и только они вносят вклад в отклик.

Можно показать, что расходящаяся по ω часть волновой функции, возникающая из-за $A_{1n}^{(1)}$ и $B_{1n}^{(1)}$, компенсируется вкладом от неоднородного решения f_1 . Действительно, разлагая $p_{1n} = p_1 - \omega_n/2p_1$ в показателе $\exp(\pm ip_{1n}x)$ при $A_{1n}^{(1)}$ и $B_{1n}^{(2)}$, видим, что происходит сокращение соответствующих расходящихся вкладов. Таким образом, получаем для Ψ_{1n}

$$\Psi_{1n} \approx A_{1n}^{(2)} e^{ip_{1n}x} + B_{1n}^{(2)} e^{-ip_{1n}x}. \quad (44)$$

Как увидим ниже, ток (8) выражается через комбинации $A_{1n}^{(2)}$ и $B_{1n}^{(2)}$:

$$\delta_{1n} = A_{1n}^{(2)} - B_{1n}^{(2)}, \quad \gamma_{1n} = A_{1n}^{(2)} + B_{1n}^{(2)}, \quad (45)$$

которые находим из (42):

$$\gamma_{1n} = -\frac{2\bar{U}}{\Delta_{1n}(2)} [M_{1n} - \Phi_{1n}], \\ \delta_{1n} = (\beta_{1n} - 1) \gamma_{1n}. \quad (46)$$

Следует отметить, что коэффициенты и их комбинации γ_{1n} и δ_{1n} волновой функции Ψ_{1n} содержат интерферирующий вклад как от электронов, пришедших с верхнего уровня первой ямы после излучения фотона (порядка M_{1n}), так и от электронов, испытавших резонансное туннелирование из второй ямы (порядка Φ_{1n}).

Теперь вычислим M_{1n} , воспользовавшись выражениями (43), (10), (11). Определитель $\Delta_{10}(1)$ при резонанском значении импульса $p = p^{(1)}$ равен в основном по δ и \tilde{V} приближении

$$\Delta_{10}(1) \approx -\Pi_{10}(p^{(1)}) \approx \frac{2i\alpha}{p_0} \left[V_0 + \sqrt{1 + V_0^2} \right], \\ V_0 = \frac{V}{t_0}. \quad (47)$$

Здесь и далее мы полагаем, что энергия электронов ε , подводимых к структуре, равна $\varepsilon_R^{(1)}(1)$. Чтобы найти значение $\Delta_{1n}(1)$, заметим, что оно совпадает с $\Delta_{10}(1)$, если заменить p_{1n} на p_1 , p_n на p . Поэтому, выбирая частоту равной энергии расщепления t , получаем, что $p_{1n}^{(1)} = p_1^{(2)}$, так что

$$\Delta_{1n}(1, p^{(1)}) \approx -\Pi_{1n} = \frac{2i\alpha}{p_0} \left[V_0 - \sqrt{1 + V_0^2} \right]. \quad (48)$$

Подставляя сомножители в (43) и учитывая, что

$$Y_n + Y_n^* = \left(\frac{a\omega_n}{2p} \right)^2, \quad (49)$$

получаем

$$M_{1n} = -\frac{8q\alpha^2}{\Delta_{10}(2)p^2} \left(\frac{a\omega_n}{2p} \right)^2. \quad (50)$$

Нетрудно убедиться, что

$$\Phi_{1n} = 3M_{1n}, \quad (51)$$

поскольку

$$X_{1n} + X_{1n}^* = -3 \left(\frac{a\omega_n}{2p} \right)^2. \quad (52)$$

Собирая результаты, находим

$$\gamma_{1n} = -\frac{i4Ua(8q)}{\Gamma\Delta_{10}(2)\Delta_{1n}(2)}. \quad (53)$$

Хотим обратить особое внимание на то обстоятельство, что квадрат частоты в знаменателе сокращается, так что функция Ψ_{1n} конечна при $\omega \rightarrow 0$.

Переходим к вычислению тока первой ямы $J_{1n}^c(x)$. После подстановки Ψ_{10} и Ψ_{1n} в (8) приходим к следующему выражению:

$$J_{1n}^c(x) = ep \{ [K_{1n} + \text{c.c.}] \cos(p - p_n)x - i[F_{1n} - \text{c.c.}] \sin(p - p_n)x \}, \quad (54)$$

$$\begin{aligned} K_{1n} &= (\delta_{10}^* \gamma_{1n} + \gamma_{10}^* \delta_{1n}), \quad p - p_n \approx \omega_n/2p, \\ F_{1n} &= (\delta_{10}^* \delta_{1n} + \gamma_{10}^* \gamma_{1n}), \quad \delta_{10} = A_{10} - B_{10}, \\ \gamma_{10} &= A_{10} + B_{10}. \end{aligned} \quad (55)$$

Ток (54) J_{1n}^c состоит из двух слагаемых. Первое слабо зависит от координаты и пропорционально φ_{1n} :

$$K_{1n} = \gamma_{1n} \varphi_{1n}, \quad (56)$$

$$\varphi_{1n} = \delta_{10}^* + (\beta_n - 1)\gamma_{10}^* = \beta_n(A_{10}^* + B_{10}^*) - 2B_{10}^*. \quad (57)$$

Как показано в [7] для одноямной структуры, первое слагаемое описывает переходы электронов между состояниями с волновыми функциями, пропорциональными $\sin px$ и $\cos px$, $\sin px$ и $\cos px$, характерными для токового состояния и исчезающими в изолированной квантовой яме. Эти переходы идут с примерно одинаковыми весами, что позволяет им эффективно интерферировать. Если энергия подводимых электронов совпадает с резонансной, то происходит компенсация и φ_{1n} обращается в нуль. Мы покажем ниже, что и в нашем случае при любых V вклад φ -слагаемого мал, если $\varepsilon = \varepsilon_R^{(1)}(1)$.

Второе слагаемое соответствует переходу «лазерного типа» между состояниями $\sin px$ и $\sin px$, поскольку эти функции совпадают с собственными функциями изолированной ямы. Правда, импульсы p_1 и p_n различаются на малую величину $\omega_n/2p$ (в лазере $p - p_n = \pm\pi/a$).

Опуская малые по δ члены, находим для F_{1n}

$$\{F_{1n} - \text{c.c.}\} = i \frac{(8q)^2 4Uaa^2/p^2 \left[V_0 + \sqrt{1 + V_0^2} \right]}{\Gamma |\Delta_{10}(2)|^2} \times \left[\frac{1}{\Delta_{1n}(2)} + \text{c.c.} \right]. \quad (58)$$

Отсюда следует, что ток J_{1n}^c пропорционален $[1/\Delta_{1n}(2) + \text{c.c.}]$. Из выражения (39) для $\Delta_{1n}(2)$ видно, что $\Delta_{1,1}(2) \gg \Delta_{1,-1}$, поскольку условия резонанса выполняются для переходов между уровнями с энергиями $\varepsilon_R^{(1)}$ и $\varepsilon_R^{(2)}$. Поэтому далее мы пренебрегаем нерезонансными переходами, полагая $J_{1c}(x) \approx J_{1,-1}^c(x)$.

Теперь мы можем найти приведенный ток и отклик первой ямы:

$$\begin{aligned} J_{1c} &= \int_0^a J_{1,-1}^c(x) \frac{dx}{a}, \\ \tilde{J}_{1c} &= \frac{J_{1c}}{(Ua)(epq^2)} = \frac{\omega_n a}{4p} \times \\ &\times \frac{(8)^2 4\alpha^2/p^2 \left[V_0 + \sqrt{1 + V_0^2} \right]}{\Gamma |\Delta_{10}(2)|^2} \left[\frac{1}{\Delta_{1n}(2)} + \text{c.c.} \right]. \end{aligned} \quad (59)$$

Полагаем условие резонанса $\omega_n = t = t_0 \sqrt{1 + V_0^2}$ выполненным, тогда, используя резонансные значения $\Delta_{10}(2)$ и $\Delta_{1n}(2)$, приходим к окончательной формуле:

$$\tilde{J}_{1c}(V_0) = \tilde{J}_{1c}(0) \frac{\left[V_0 + \sqrt{1 + V_0^2} \right]}{1 + V_0^2}, \quad \tilde{J}_{1c}(0) = \frac{\alpha}{\Gamma p}. \quad (60)$$

Проанализируем зависимость J_{1c} от напряжения смещения V_0 . При $V_0 = 0$ ток принимает значение

$J_{1c}(0)$, затем растет с V_0 , а при больших $V_0 \gg 1$ убывает пропорционально $1/V_0$. При некотором значении $V_0 = 1/\sqrt{3}$ ток достигает максимального значения. Увеличение тока J_{1c} в некотором интервале смещения V объясняется тем, что поле V «расстраивает» резонансный определитель $\Delta_{10}(1)$, увеличивая его пропорционально $[V_0 + \sqrt{1+V_0^2}]$. С дальнейшим ростом V преобладающим становится увеличение $|\Delta_{10}(2)|^2$ и $\Delta_{1n}(2)$, что и приводит к максимуму. Отсюда можно сделать вывод, что существует оптимальный интервал изменения напряжения $0 < V \leq t_0$, где усиление максимально и в то же время возможна перестройка частоты.

В заключение покажем, что если энергия подводимых электронов соответствует энергии верхнего уровня, то φ_{1n} оказывается малым по сравнению со вторым слагаемым F_{1n} по параметру δ . Действительно, после подстановки A_{10} и B_{10} в (57) φ_{1n} можно привести к виду

$$\begin{aligned} \varphi_{1n} = & -\frac{2q}{\Delta_{10}(2)} \times \\ & \times \{2[e^{2ip_n a} \Pi_{10} + e^{2ip_1 a} \Delta_{10}(1)] - \Delta_{10}(2)\} \approx \\ & \approx \frac{2iq8}{\Delta_{10}(2)} \left\{ 2V_0 \left[V_0 + \sqrt{1+V_0^2} \right] - \sqrt{1+V_0^2} \right\}. \end{aligned}$$

Отсюда нетрудно прийти к сказанному выше утверждению.

6. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ И ОТКЛИК ВТОРОЙ ЯМЫ

Поступая аналогично тому, как делалось для первой ямы, найдем коэффициенты A_{2n} и B_{2n} , выделяя расходящиеся по ω члены. После некоторых преобразований получаем

$$A_{2n} = \bar{U}_1 A_{20} \exp(2i(p_1 - p_{1n})a) + \bar{U} \frac{2 - \beta_{1n}}{\Delta_{1n}(2)} (M_{2n} - \Phi_{2n}),$$

$$\begin{aligned} B_{2n} = & -\bar{U}_1 B_{20} \exp(-2i(p_1 - p_{1n})a) + \\ & + \bar{U} \frac{\beta_{1n} e^{4ip_{1n} a}}{\Delta_{1n}(2)} (M_{2n} - \Phi_{2n}), \quad (61) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} M_{2n} = & \left[A_{20} e^{2ip_1 a} \tilde{\Delta}_{1n}(1) X_{1n}^* \exp(2i(p_n - p_{1n})a) + \right. \\ & \left. + B_{20} e^{-2ip_1 a} \tilde{\Pi}_{1n} X_{1n} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{2n} = & 2 \exp(2i(p_n - p_{1n})a) \times \\ & \times [A_{10}(2 - \beta_n) Y_n + B_{10} \beta_n Y_n^*], \quad \bar{U}_1 = \bar{U} \frac{p_1}{p}, \quad (62) \end{aligned}$$

Выражения (61) для A_{2n} и B_{2n} отличаются от A_{1n} и B_{1n} (42) тем, что при A_{20} и B_{20} стоят экспоненты $\exp(\pm 2i(p_1 - p_{1n})a)$ и $e^{4ip_{1n} a}$ во втором слагаемом для B_{2n} . Чтобы восстановить симметрию, удобно перейти к новым функциям $\tilde{\psi}_{2n}$ и $\tilde{\psi}_{20}$:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_{2n} = & \tilde{A}_{2n} \exp(ip_n(x - 2a)) + \\ & + \tilde{B}_{2n} \exp(-ip_n(x - 2a)) + f_2(x - 2a), \\ \tilde{\psi}_{20} = & \tilde{A}_{20} \exp(ip_1(x - 2a)) + \\ & + \tilde{B}_{20} \exp(-ip_1(x - 2a)), \end{aligned} \quad (63)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2n} = & A_{2n} e^{2ip_{1n} a}, \quad \tilde{B}_{2n} = B_{2n} e^{-2ip_{1n} a}, \\ \tilde{A}_{20} = & A_{20} e^{2ip_1 a}, \quad \tilde{B}_{20} = B_{20} e^{-2ip_1 a}. \end{aligned} \quad (64)$$

После преобразования (63), (64) выражения для \tilde{A}_{2n} и \tilde{B}_{2n} принимают вид

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2n} = & \bar{U}_1 \tilde{A}_{20} + \frac{\bar{U}(2 - \beta_{1n})}{\Delta_{1n}(2)} [\tilde{M}_{2n} - \tilde{\Phi}_{2n}] \equiv \\ & \equiv \tilde{A}_{2n}^{(1)} + \tilde{A}_{2n}^{(2)}, \\ \tilde{B}_{2n} = & -\bar{U}_1 \tilde{B}_{20} + \frac{\bar{U} \beta_{1n}}{\Delta_{1n}(2)} [\tilde{M}_{2n} - \tilde{\Phi}_{2n}] \equiv \\ & \equiv \tilde{B}_{2n}^{(1)} + \tilde{B}_{2n}^{(2)}, \end{aligned} \quad (65)$$

где

$$\tilde{M}_{2n} = \left[\tilde{A}_{20} \tilde{\Delta}_{1n}(1) e^{2ip_n a} X_{1n}^* + \tilde{B}_{20} \tilde{\Pi}_{1n} e^{2ip_1 a} X_{1n} \right],$$

$$\tilde{\Phi}_{2n} = 2e^{i(p_{1n} + p_n)a} [A_{10}(2 - \beta_n) Y_n + B_{10} \beta_n Y_n^*]. \quad (66)$$

Кроме того, преобразуется выражение для тока второй ямы:

$$\begin{aligned} J_{2n}^c(x) = & ep \left\{ (\tilde{K}_{2n} + \text{c.c.}) \cos(p_1 - p_{1n})(x - 2a) - \right. \\ & \left. - i(\tilde{F}_{2n} - \text{c.c.}) \sin(p_1 - p_{1n})(x - 2a) \right\}, \\ p_1 - p_{1n} \approx & \frac{\omega_n}{2p_1}. \end{aligned} \quad (67)$$

В \tilde{K}_{2n} и \tilde{F}_{2n} надо заменить коэффициенты A и B на \tilde{A} и \tilde{B} . Используя (65), найдем $\tilde{\gamma}_{2n}$ и $\tilde{\delta}_{2n}$:

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_{2n} = & \tilde{A}_{2n}^{(2)} + \tilde{B}_{2n}^{(2)} = \frac{2\bar{U}}{\Delta_{1n}(2)} [\tilde{M}_{2n} - \tilde{\Phi}_{2n}] \\ \tilde{\delta}_{2n} = & \tilde{A}_{2n}^{(2)} - \tilde{B}_{2n}^{(2)} = -(\beta_{1n} - 1) \tilde{\gamma}_{2n}. \end{aligned} \quad (68)$$

Следует отметить, что $\tilde{\delta}_{2n}$ связано с $\tilde{\gamma}_{2n}$ с противоположным знаком по сравнению с (46), поэтому $\tilde{\varphi}_{2n}$ будет иметь структуру, отличную от φ_{1n} . Прежде всего вычислим \tilde{K}_{2n}

$$\tilde{K}_{2n} = \tilde{\gamma}_{2n} \tilde{\varphi}_{2n}, \quad \tilde{\varphi}_{2n} = 2\tilde{A}_{20}^* - \beta_{1n}(\tilde{A}_{20}^* + \tilde{B}_{20}^*). \quad (69)$$

После подстановки \tilde{A}_{20} и \tilde{B}_{20} получаем

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}_{2n} &= \frac{8qe^{-i(p_1+p)a}}{\Delta_{10}^*(2)} [2 + (\beta_{1n} - \beta_1)] = \\ &= \frac{16qe^{-i(p_1+p)a}}{\Delta_{10}^*(2)} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_1^2}{t_0^2}} \right].\end{aligned}$$

Снова, как и в первой яме, φ -вклад мал по параметру α/p по сравнению с «лазерным» вкладом от \tilde{F}_{2n} . Таким образом, имеется принципиальное отличие от РТД, где преобладает φ -вклад.

Найдем приведенный ток второй ямы (67):

$$\begin{aligned}J_{2n}^c &= \frac{1}{a} \int_a^{2a} dx \sin(p_1 - p_{1n})(x - 2a) \times \\ &\quad \times \left[-iep_1(\tilde{F}_{2n} - \text{c.c.}) \right] = \\ &= \left(-\frac{\omega_n a}{4p_1} \right) \left[-iep_1(\tilde{F}_{2n} - \text{c.c.}) \right]. \quad (70)\end{aligned}$$

Обратим внимание, что интеграл отрицателен, в отличие от интеграла первой ямы. Однако $\tilde{\gamma}_{2n}$ также имеет противоположный знак по сравнению с γ_{1n} .

Теперь вычислим \tilde{M}_{2n} , что представляет определенные сложности. Поэтому поступим следующим образом. Разобьем X_{1n} и X_{1n}^* на действительную и мнимую части:

$$\begin{aligned}X_{1n} &= X + iY, \quad X_{1n}^* = X - iY, \\ X &= -\frac{3}{2} \left(\frac{a\omega_n}{2p_1} \right)^2, \quad Y = 2 \left(\frac{a\omega_n}{2p_1} \right). \quad (71)\end{aligned}$$

После чего \tilde{M}_{2n} запишем в виде

$$\begin{aligned}\tilde{M}_{2n} &= X \left\{ \tilde{A}_{20} \tilde{\Delta}_{1n}(1) e^{2ip_{1n}a} + \tilde{B}_{20} \tilde{\Pi}_{1n} e^{2ip_{1n}a} \right\} + \\ &\quad + iY \left\{ \tilde{B}_{20} \tilde{\Pi}_{1n} e^{2ip_{1n}a} - \tilde{A}_{20} \tilde{\Delta}_{1n}(1) e^{2ip_{1n}a} \right\}.\end{aligned}$$

Выражение при Y сводится к определителю $\Delta_{1n}(2)$, резонансное значение которого мало. Поэтому вторым слагаемым можно пренебречь. Нетрудно показать, что при $p = p^{(1)}$ выражение для $\tilde{\Pi}_{1n}$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\tilde{\Pi}_{1n}(p = p^{(1)}) &= -\tilde{\Delta}_{1n}(1) = \\ &= \frac{2i\alpha}{p} \left[\frac{V}{t_0} + \sqrt{1 + \frac{V^2}{t_0^2}} \right], \quad (72)\end{aligned}$$

так что

$$\tilde{M}_{2n} = -3 \left(\frac{a\omega_n}{2p_1} \right)^2 \frac{8q\alpha^2/p^2}{\Delta_{10}(2)} \left[V_0 + \sqrt{1 + V_0^2} \right]. \quad (73)$$

Соответственно, для $\tilde{\Phi}_{2n}$ и $\tilde{\gamma}_{2n}$ получаем

$$\tilde{\Phi}_{2n} = \frac{1}{3} \tilde{M}_{2n}, \quad (74)$$

$$\tilde{\gamma}_{2n} = -\frac{i(8q)4aU}{\Delta_{10}(2)\Delta_{1n}(2)\Gamma} \left[V_0 + \sqrt{1 + V_0^2} \right]. \quad (75)$$

Подставляя $\tilde{\delta}_{20}^*$ и $\tilde{\delta}_{2n} \approx -\beta\tilde{\gamma}_{2n}$ в (70), находим ток второй ямы:

$$\begin{aligned}\tilde{J}_{2n}^c &= \frac{(8)^2 4\alpha/p}{|\Delta_{10}(2)|^2 \Gamma} \left(\frac{1}{\Delta_{1n}} + \text{c.c.} \right) \times \\ &\quad \times \left[V_0 + \sqrt{1 + V_0^2} \right] \sqrt{1 + V_0^2}, \quad (76)\end{aligned}$$

который в точности совпадает с током в первой яме (59). Соответствующее резонансное значение имеет вид

$$\tilde{J}_{2c} = \tilde{J}_c(0) \left[\frac{V_0 + \sqrt{1 + V_0^2}}{1 + V_0^2} \right], \quad \tilde{J}_c(0) = \frac{\alpha/p}{\Gamma}. \quad (77)$$

Уравнение (2) решалось также численно [10]. Анализические результаты, полученные выше для коэффициента прохождения токов первой и второй ям, совпадают с численными.

7. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представляет интерес провести сравнение результатов, полученных для двухъямной наноструктуры, с соответствующими для одноямной и когерентного лазера на квантовой яме. Согласно [7], ток поляризации РТД (отклик) дается выражением

$$\tilde{J}_c = \frac{J_c}{Uapq^2} = \frac{4\gamma\Gamma_1^2}{[(\omega - \gamma)^2 + \Gamma_1^2][(\omega + \gamma)^2 + \Gamma_1^2]}, \quad (78)$$

$$\gamma = \varepsilon - \varepsilon_R, \quad \Gamma_1 = 2\Gamma.$$

В низкочастотном пределе $\omega \ll \Gamma$ и, полагая $\gamma = \Gamma_1$, получаем $\tilde{J}_c = 1/\Gamma_1$. Сравнивая (78) с (77), видим, что приведенный высокочастотный ток ($\omega \gg \Gamma$) ДНС превышает ток РТД более чем в α/p раз. Еще больший выигрыш достигается при сравнении с током РТД в высокочастотном квантовом режиме [7] при $\gamma = \omega \gg \Gamma$:

$$\tilde{J}_c = \frac{1}{\omega}. \quad (79)$$

Он составляет

$$\frac{J_{1c}}{J_c} \approx \frac{\alpha}{p} \frac{\omega}{\Gamma}. \quad (80)$$

Таким образом, ДНС дает существенно большее усиление на высоких частотах $\omega \gg \Gamma$, чем одноямная структура.

Если сравнить J_{1c} с соответствующим током когерентного лазера [2], в котором излучательные переходы идут между резонансными уровнями квантовой ямы ($p - p_n = \pi/a$), то увидим, что J_{1c} меньше на величину p/α . Причина — меньшая частота, равная энергии расщепления. Но, в отличие от когерентного лазера, в ДНС допустима перестройка частоты с изменением постоянного напряжения V , причем напряжение увеличивает усиление в определенном интервале V .

Работа выполнена в рамках программы ФЦП «Интеграция» (грант № Б0049), а также программы «Физика твердотельных наноструктур» Минпромнауки РФ (грант № 99-1140).

Автор благодарен Ю. В. Копаеву и И. Катееву за плодотворные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. P. Sun, G. I. Haddad, P. Mazumder, and J. N. Schulman, *Resonant Tunneling Diodes: Models and Properties*, Proceedings of the IEEE, Vol. 86, № 4, April 1998, p. 644.
2. В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **112**, 483 (1997).
3. В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев, ЖЭТФ **123**, 1308 (2003).
4. S. Haas et al., Phys. Rev. **B 57**, 14860 (1998).
5. И. А. Дмитриев, Р. А. Сурис, ФТП **36**, 1460 (2002).
6. В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **96**, 966 (2003).
7. В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **116**, 704 (1999); ЖЭТФ **121**, 925 (2002); ЖЭТФ **124**, 379 (2003).
8. В. Ф. Елесин, В. В. Капаев, Ю. В. Копаев, А. В. Чуканов, Письма в ЖЭТФ **66**, 709 (1997).
9. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, ФТП **36**, 330 (2002).
10. В. Ф. Елесин, И. Ю. Катеев, направлена в ФТП.