### КОГЕРЕНТНЫЙ ПЕРЕНОС ИМПУЛЬСА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ТРЕХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ СО ВСТРЕЧНЫМИ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

В. И. Романенко<sup>\*</sup>, Л. П. Яценко

Институт физики Национальной академии наук Украины 03028, Киев, Украина

Поступила в редакцию 22 марта 2004 г.

Теоретически исследуется изменение импульса трехуровневого атома, в котором два состояния с меньшей энергией являются метастабильными (Λ-схема энергетических уровней), при условии его взаимодействия с частично перекрывающимися во времени полями встречных лазерных импульсов. Рассмотрены случаи двух и четырех встречных импульсов с различными несущими частотами. Показано, что в случае адиабатического взаимодействия атома со светом возможно изменение импульса атома на величину, кратную импульсу фотона, с малой по сравнению с квадратом импульса фотона дисперсией.

PACS: 32.80.Lg, 32.80.Qk, 32.80.Wr, 42.50.Vk

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Световое давление на атомы (см., например, [1–4] и указанную там библиографию) приводит как к изменению среднего импульса атома пропорционально времени его взаимодействия с полем, так и к импульсной диффузии со среднеквадратичным отклонением импульса от его среднего значения пропорционально квадратному корню от времени его взаимодействия с полем. Таким образом, спустя некоторое время после начала взаимодействия атома с полем возникает распределение атомов по скоростям в направлении распространения световых волн, даже если в начале взаимодействия составляющая скорости у всех атомов в этом направлении была одинаковой. Кроме того, поскольку импульсная диффузия связана с процессом спонтанного излучения света атомом из возбужденного состояния, образующийся в результате взаимодействия с полем атомный ансамбль является некогерентной суперпозицией атомов с разными импульсами. Эта некогерентность атомного ансамбля является препятствием для создания элементов атомной оптики, которые должны обеспечить возможность интерференции атомных волн. Очевидно, для сохранения когерентности

в процессе взаимодействия атомов со световыми полями необходимо так построить взаимодействие атомов со светом, чтобы процесс спонтанного излучения практически не влиял на результирующий атомный ансамбль.

Такую возможность дает, например, стимулированное рамановское адиабатическое прохождение (СТИРАП, STIRAP), в основе которого лежит явление когерентного пленения населенностей [5–7]. В простейшем случае взаимодействия трехуровневого атома с двумя частично перекрывающимися во времени импульсами, которые связывают метастабильные состояния с возбужденным, СТИРАП позволяет практически полностью перенести населенность с одного метастабильного состояния в другое без заметного заселения возбужденного состояния [8]. Если световые импульсы распространяются в противоположных направлениях, изменение импульса атома после поглощения фотона одной из встречных волн и вынужденного излучения в другую равно сумме импульсов соответствующих фотонов. Этот метод позволяет перенести населенности по магнитным подуровням атомов [9–11] и молекул [12] с одновременным изменением импульса, сохраняя когерентность.

Другой путь значительного изменения импульса атома с сохранением когерентности — взаимодей-

<sup>\*</sup>E-mail: vr@iop.kiev.ua

<sup>2</sup> ЖЭТФ, вып.2

ЖЭТФ, том **127**, вып. 2, 2005

ствие двухуровневого атома с двумя встречными лазерными импульсами с различными несущими частотами [13]. В работе [13] показано, что при условии достаточно медленного изменения амплитуд полей возможна передача атому импульса со средним значением, кратным импульсу фотона, и малой (по сравнению с квадратом импульса фотона) дисперсией, без изменения электронного состояния атома или с переходом атома в возбужденное состояние. Физической основой этой передачи импульса является пребывание атома в адиабатическом состоянии (собственном состоянии зависящего от времени гамильтониана) в течение всего времени взаимодействия с полем. Это адиабатическое состояние в начале взаимодействия атома с полем является собственной функцией оператора импульса с одним значением импульса, а в конце — собственной функцией оператора импульса с другим значением импульса. Экспериментальная реализация передачи импульса атому в предложенной в работе [13] схеме взаимодействия атома с полем требует использования коротких световых импульсов, длительность которых меньше времени жизни атома в возбужденном состоянии, из-за значительной заселенности возбужденного состояния атома во время действия лазерных импульсов. Она неприменима в опытах с атомными пучками, где вместо импульсных используются непрерывные лазеры, а импульсное действие света на атом возникает благодаря пересечению им лазерного луча во время движения, поскольку типичное время взаимодействия атома с полем ( $\sim 10^{-5}$  с) значительно превышает типичное время жизни атома в возбужденном состоянии ( $\sim 10^{-7}$ - $10^{-8}$  с). Отметим, что увеличение отстройки частот световых импульсов от резонанса с целью уменьшения спонтанного излучения с верхнего уровня нивелирует сам эффект.

В данной работе рассматривается передача импульса трехуровневому атому или молекуле ( $\Lambda$ -схема энергетических уровней) при условии его взаимодействия с полем встречных лазерных импульсов. Наличие третьего уровня позволяет при некоторых условиях значительно уменьшить населенность возбужденного состояния и, соответственно, потери населенности за счет спонтанного излучения. Экспериментальное наблюдение исследуемого явления возможно в тех же атомах и молекулах и на тех же переходах, в которых наблюдается явление СТИРАП, например, в Ne<sup>\*</sup>, NO, SO<sub>2</sub> [8]. В зависимости от разности энергий метастабильных состояний и поляризации лазерного излучения каждый из лазерных импульсов может связывать только один или оба метастабильных состояния с возбужденным.

# 1.1. Случай большой разности энергий метастабильных состояний

Рассматривается взаимодействие атома с четырьмя лазерными импульсами, два из которых распространяются в направлении оси z, а другие два — в противоположном направлении. Предполагаем, что поле каждого импульса связывает лишь одно из метастабильных состояний с возбужденным. Это может быть обусловлено большой разницей энергий метастабильных уровней или, в отдельных случаях, выбором поляризации лазерного излучения. Несущие частоты импульсов таковы, что четверку импульсов можно разбить на две пары. Разница несущих частот каждой пары импульсов близка к частоте перехода между метастабильными состояниями, так что возможен двухфотонный переход с поглощением света на несущей частоте одного из импульсов и излучением на несущей частоте другого импульса пары. В то же время двухфотонные переходы с поглощением и вынужденным излучением света при участии импульсов разных пар невозможны благодаря значительной отстройке от двухфотонного резонанса для этих процессов. При условии достаточно большой отстройки несущих частот импульсов от однофотонного резонанса населенность возбужденного состояния незначительна даже в случае длительного, по сравнению со временем спонтанного излучения, взаимодействия атома с полем, так что потери населенности за счет спонтанного излучения незначительны. В эффективной двухуровневой схеме, формирующейся в этих условиях, возможна передача импульса с малой дисперсией по сравнению с квадратом импульса фотона как без изменения электронного состояния атома, так и с переходом в другое метастабильное состояние.

# 1.2. Случай малой разности энергий метастабильных состояний

В этом случае каждый из импульсов связывает оба метастабильных состояния с возбужденным. Для переноса населенности с одновременным изменением импульса атома достаточно двух встречных импульсов, один из которых распространяется в направлении оси z, а другой — в противоположном направлении (случай распространения импульсов в одном направлении, когда передача импульса от поля к атому отсутствует, рассматривался ранее в работе [14]). Как и в случае двухуровневого атома в поле встречных импульсов, для сохранения когерентности время взаимодействия атома со светом должно быть гораздо меньше времени спонтанного излучения атома в возбужденном состоянии.

### 2. СЛУЧАЙ БОЛЬШОЙ РАЗНОСТИ ЭНЕРГИЙ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ

#### 2.1. Модель

Рассмотрим трехуровневый атом (далее, говоря об атоме, имеем в виду также и молекулу) с двумя метастабильными состояниями  $|1\rangle$ ,  $|3\rangle$  и возбужден-



Рис.1. Схема взаимодействия трехуровневого атома с четырьмя лазерными импульсами. Короткими горизонтальными стрелками обозначены направления распространения импульсов,  $\omega_j$ ,  $\delta_j$   $(j = 1, \ldots, 4)$  — несущие частоты импульсов и их отстройки от соответствующих частот переходов,  $\hbar S = W_3 - W_1$  — разность энергий метастабильных уровней

ным состоянием  $|2\rangle$ , энергия которого больше энергий метастабильных состояний. Из состояния  $|2\rangle$  возможны спонтанные переходы в другие, отличные от  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  состояния со скоростью  $\gamma$  (среднее время жизни атома в возбужденном состоянии равно  $1/\gamma$ ). Спонтанными переходами в состояния  $|1\rangle$ ,  $|3\rangle$  пренебрежем. Считаем, что до начала взаимодействия атома с полем заселено только состояние  $|1\rangle$ . Взаимодействие атома с полем будем описывать в квазиклассическом приближении (поле — классическим образом, а атом — квантовомеханическим). Атом взаимодействует с четырьмя лазерными импульсами с несущими частотами  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  (см. рис. 1). Мы считаем разницу энергий метастабильных состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$ ,

$$\hbar S = W_3 - W_1,$$

столь большой, что каждый из импульсов связывает возбужденное состояние лишь с одним метастабильным состоянием. Два импульса распространяются в направлении оси z (импульсы 1, 3), а два — в противоположном направлении (импульсы 2, 4). Импульсы 1 и 2 связывают состояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , импульсы 3 и 4 — состояния  $|3\rangle$  и  $|2\rangle$ . Действующее на атом электрическое поле имеет вид

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_{1}(t)\cos(\omega_{1}t - k_{1}z + \varphi_{1}) + \\ + \mathbf{E}_{2}(t)\cos(\omega_{2}t + k_{2}z + \varphi_{2}) + \\ + \mathbf{E}_{3}(t)\cos(\omega_{3}t - k_{3}z + \varphi_{3}) + \\ + \mathbf{E}_{4}(t)\cos(\omega_{4}t + k_{4}z + \varphi_{4}).$$
(1)

Здесь  $k_i$  — величины волновых векторов,  $\varphi_i$  — начальные фазы ( $i = 1, \ldots, 4$ ).

В приближении Рамана–Ната, состоящем в пренебрежении кинетической энергией, гамильтониан атома имеет вид

$$H(t) = H_0 - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(t) - i\hbar \frac{\gamma}{2} |2\rangle \langle 2|,$$
  

$$H_0 = W_1 |1\rangle \langle 1| + W_2 |2\rangle \langle 2| + W_3 |3\rangle \langle 3|,$$
  

$$\mathbf{d} = d_{12} |1\rangle \langle 2| + d_{21} |2\rangle \langle 1| + d_{32} |3\rangle \langle 2| + d_{23} |2\rangle \langle 3|.$$
(2)

Здесь  $H_0$  — гамильтониан атома в отсутствие поля,  $|n\rangle$  и  $W_n$  (n = 1, ..., 3) — его собственные состояния и соответствующие им собственные энергии, **d** оператор дипольного момента атома. Введенный в (2) релаксационный член позволяет описывать изменение состояния атома уравнением Шредингера, не пользуясь эквивалентным, но более сложным уравнением для матрицы плотности. Возможность такого описания обусловлена пренебрежением спонтанным излучением при переходе из возбужденного состояния в состояния  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  в рассматриваемой здесь модели. Хотя для системы, описываемой гамильтонианом в электродипольном приближении, переходы из состояния  $|2\rangle$  в состояния  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  есть всегда, ими можно пренебречь, если вероятность перехода в другие состояния значительно больше, как это имеет место, например, для молекул. Отсутствие кинетической энергии в гамильтониане означает, по существу, приближение большой массы — изменение импульса атома практически не изменяет его кинетическую энергию, и, таким образом, мы пренебрегаем эффектами Доплера и отдачи. Предыдущее наше исследование взаимодействия двухуровневого атома с двумя встречными импульсами [13] показало, что кинетическая энергия не влияет качественно на картину взаимодействия атома с полем, во всяком случае при умеренных (порядка десятков импульсов фотона) изменениях импульса атома, которые мы здесь рассматриваем. В то же время приближение Рамана-Ната значительно упрощает анализ, поскольку координаты атома в этом случае в уравнение Шредингера входят только как параметр.

В приближении вращающейся волны гамильтониан атома принимает вид

$$\begin{split} H_{12}^{RWA} &= \frac{\hbar}{2} \left[ \Omega_1 \exp \left( i (\delta_1 t - k_1 z + \varphi_1) \right) + \\ &+ \Omega_2 \exp \left( i (\delta_2 t + k_2 z + \varphi_2) \right) \right], \\ H_{21}^{RWA} &= \frac{\hbar}{2} \left[ \Omega_1^* \exp \left( -i (\delta_1 t - k_1 z + \varphi_1) \right) + \\ &+ \Omega_2^* \exp \left( -i (\delta_2 t + k_2 z + \varphi_2) \right) \right], \\ H_{22}^{RWA} &= -i \frac{\hbar}{2} \gamma, \end{split}$$
(3)  
$$\begin{split} H_{23}^{RWA} &= \frac{\hbar}{2} \left[ \Omega_3^* \exp \left( -i (\delta_3 t - k_3 z + \varphi_3) \right) + \\ &+ \Omega_4^* \exp \left( -i (\delta_4 t + k_4 z + \varphi_4) \right) \right], \\ H_{32}^{RWA} &= \frac{\hbar}{2} \left[ \Omega_3 \exp \left( i (\delta_3 t - k_3 z + \varphi_3) \right) + \\ &+ \Omega_4 \exp \left( i (\delta_4 t + k_4 z + \varphi_4) \right) \right]. \end{split}$$

Невыписанные здесь матричные элементы равны нулю. В (3) введены отстройки несущих частот импульсов от соответствующего резонанса:

$$\delta_{1} = \omega_{1} - \frac{1}{\hbar} (W_{2} - W_{1}),$$

$$\delta_{2} = \omega_{2} - \frac{1}{\hbar} (W_{2} - W_{1}),$$

$$\delta_{3} = \omega_{3} - \frac{1}{\hbar} (W_{2} - W_{3}),$$

$$\delta_{4} = \omega_{4} - \frac{1}{\hbar} (W_{2} - W_{3}),$$
(4)

а также частоты Раби

$\Omega_1 = -\left\langle 1 \left  \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_1(t) \right  2 \right\rangle / \hbar,$	$\Omega_2 = -\left\langle 1 \left  \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_2(t) \right  2 \right\rangle / \hbar,$
$\Omega_3 = -\left\langle 3 \left  \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_3(t) \right  2 \right\rangle / \hbar,$	$\Omega_{4} = -\left\langle 3 \left  \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_{4}(t) \right  2 \right\rangle / \hbar,$
характеризующие величи	ну взаимодействия атома

с электрическим полем соответствующего импульса света.

# 2.2. Адиабатическое исключение населенности возбужденного состояния

Пусть отстройки несущих частот всех импульсов от соответствующих частот переходов значительно превышают частоты Раби, но в то же время разницы отстроек  $\delta_1$ ,  $\delta_4$  несущих частот первого и четвертого и  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  второго и третьего импульсов от резонансов сравнимы с частотами Раби. Кроме того,

$$\begin{aligned} |\Delta_{14} + i\gamma| \gg \\ \gg \max(|\Omega_1(t)|, |\Omega_2(t)|, |\Omega_3(t)|, |\Omega_4(t)|), \\ |\Delta_{23} + i\gamma| \gg \\ \gg \max(|\Omega_1(t)|, |\Omega_2(t)|, |\Omega_3(t)|, |\Omega_4(t)|), \end{aligned}$$
(5)  
$$\begin{aligned} |\Delta_{14} - \Delta_{23}| \gg \\ \gg \max(|\Omega_1(t)|, |\Omega_2(t)|, |\Omega_3(t)|, |\Omega_4(t)|), \end{aligned}$$

где

$$\Delta_{14} = \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta_4), \Delta_{23} = \frac{1}{2} (\delta_2 + \delta_3).$$
(6)

Время взаимодействия атома с полем  $\tau_{int}$  считаем настолько большим, что

 $\tau_{int} \max(\Omega_n(t)) \gg 1$ 

для всех *n*. Адиабатически исключая амплитуду заселенности возбужденного состояния, находим матричные элементы гамильтониана эффективной двухуровневой системы в базисе состояний  $|1\rangle$ ,  $|3\rangle$ :

$$H_{1,1}^{TL} = \frac{\hbar}{2} \left( \frac{|\Omega_1(t)|^2}{2\Delta_{14} + i\gamma} + \frac{|\Omega_2(t)|^2}{2\Delta_{23} + i\gamma} \right),$$

$$H_{1,3}^{TL} = \frac{\hbar}{2} \left( \frac{\Omega_1(t)\Omega_4^*(t)}{2\Delta_{14} + i\gamma} e^{i\Phi_{14}} + \frac{\Omega_2(t)\Omega_3^*(t)}{2\Delta_{23} + i\gamma} e^{i\Phi_{23}} \right),$$

$$H_{3,1}^{TL} = \frac{\hbar}{2} \left( \frac{\Omega_1^*(t)\Omega_4(t)}{2\Delta_{14} + i\gamma} e^{-i\Phi_{14}} + \frac{\Omega_2^*(t)\Omega_3(t)}{2\Delta_{23} + i\gamma} e^{-i\Phi_{23}} \right),$$

$$H_{3,3}^{TL} = \frac{\hbar}{2} \left( \frac{|\Omega_4(t)|^2}{2\Delta_{14} + i\gamma} + \frac{|\Omega_3(t)|^2}{2\Delta_{23} + i\gamma} \right),$$
(7)

где

$$\Phi_{14} = \varphi_1 - \varphi_4 + (\delta_1 - \delta_4)t - (k_1 + k_4)z,$$
  
$$\Phi_{23} = \varphi_2 - \varphi_3 + (\delta_2 - \delta_3)t + (k_2 + k_3)z.$$

Поскольку отстройки несущих частот световых импульсов от соответствующих частот переходов невелики по сравнению с последними, с большой точностью выполняется соотношение

$$k_1 + k_4 = k_2 + k_3 = 2k_{av},$$

где  $k_{av}$  — средний импульс фотонов.

Неэрмитовый гамильтониан с комплексными частотами Раби (7), описывающий открытую двухуровневую систему, по сути описывает движение атома в поле комплексного потенциала. Рассеяние атома в поле комплексного потенциала, возникающего при взаимодействии двухуровневого атома со стоячей волной с учетом релаксации, рассматривалось в работе [15], где, в частности, показано, что в поле двух стоячих волн возможно формирование суперузкого, с температурой, меньшей энергии отдачи, распределения атомов вдоль направления световых лучей.

### Уравнение Шредингера в импульсном представлении

Без нарушения общности будем считать, что атом до начала взаимодействия с полем описывается плоской волной с нулевой компонентой скорости атома вдоль оси z (связанный со скоростью доплеровский сдвиг частоты можно включить в отстройки полей от частот переходов). Гамильтониан (7) периодичен по z с периодом  $\pi/k_{av}$ , так что амплитуды вероятности пребывания атома в состояниях  $|1\rangle$ ,  $|3\rangle$ естественно искать в виде разложения в ряд по собственным функциям

$$\langle z|2n\rangle = \exp\left(2ink_{av}z\right)$$

оператора z-компоненты импульса атома в координатном представлении (соответствующее собственное значение равняется  $2n\hbar k_{av}$ ), где n — произвольное целое число. Сделав соответствующее разложение, можно увидеть, что амплитуды вероятности найти атом в состоянии  $|1\rangle$  с z-компонентой импульса  $2n\hbar k_{av}$  связаны с амплитудами вероятности найти атом в состоянии  $|3\rangle$  с z-компонентой импульса  $(2n \pm 2)\hbar k_{av}$ . Другими словами, если в начале взаимодействия с полем атом пребывал в состоянии  $|1\rangle$ и имел нулевую z-компоненту импульса, то в процессе взаимодействия ненулевыми могут быть лишь

Когерентный перенос импульса при взаимодействии ....

амплитуды вероятности найти атом в состоянии  $|1\rangle$  с *z*-компонентой импульса  $4n\hbar k_{av}$  и в состоянии  $|3\rangle$  с *z*-компонентой импульса  $2(2n+1)\hbar k_{av}$ . Это позволяет описать состояние атома вектором **B**, компоненты с номером 2n которого дают амплитуду вероятности найти атом в состоянии  $|1\rangle$  с *z*-компонентой импульса  $4n\hbar k_{av}$ , а компоненты с номером 2n+1 — в состоянии  $|3\rangle$  с *z*-компонентой импульса  $2(2n+1)\hbar k_{av}$ . Тогда амплитуды вероятностей обнаружить атом в состояниях  $|1\rangle$  или  $|3\rangle$  в точках с координатой *z* принимают вид

$$C_{1}(z,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{2n}(t)e^{i\Phi_{2n}} \langle z|4n \rangle,$$

$$C_{3}(z,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{2n+1}(t)e^{i\Phi_{2n+1}} \langle z|2(2n+1) \rangle.$$
(8)

Очевидно, без нарушения общности фазы в (8) можно считать произвольными. Выбирая их в виде

$$\Phi_{2n} = n \left(\phi_2 - \phi_1 + \phi_4 - \phi_3\right) + \frac{1}{2} \left(\delta_0 - 2n\delta_d\right) t,$$

$$\Phi_{2n+1} = \Phi_{2n} - \frac{1}{2} \left(\phi_2 + \phi_1 - \phi_4 - \phi_3\right) - \delta_0 t,$$
(9)

где

$$\delta_{0} = \frac{1}{2} \left( \delta_{1} - \delta_{4} + \delta_{2} - \delta_{3} \right),$$
  

$$\delta_{d} = \delta_{1} - \delta_{4} - \delta_{2} + \delta_{3},$$
(10)

и принимая во внимание (7), получим уравнение Шредингера в импульсном представлении

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B}(t) = H^M\mathbf{B}(t), \qquad (11)$$

где ненулевые матричные элементы  $H^M$  равны

$$\begin{split} H_{2n,2n-1}^{M} &= \frac{\hbar}{2} \frac{\Omega_{2}\Omega_{3}^{*}}{2\Delta_{23} + i\gamma}, \\ H_{2n,2n}^{M} &= \frac{\hbar}{2} \left( \frac{|\Omega_{1}|^{2}}{2\Delta_{14} + i\gamma} + \frac{|\Omega_{2}|^{2}}{2\Delta_{23} + i\gamma} + \delta_{0} - n\delta_{d} \right), \\ H_{2n,2n+1}^{M} &= \frac{\hbar}{2} \frac{\Omega_{1}\Omega_{4}^{*}}{2\Delta_{14} + i\gamma}, \\ H_{2n+1,2n}^{M} &= \frac{\hbar}{2} \frac{\Omega_{1}^{*}\Omega_{4}}{2\Delta_{14} + i\gamma}, \\ H_{2n+1,2n+1}^{M} &= \frac{\hbar}{2} \left( \frac{|\Omega_{3}|^{2}}{2\Delta_{23} + i\gamma} + \frac{|\Omega_{4}|^{2}}{2\Delta_{14} + i\gamma} - - \delta_{0} - \frac{1}{2} (2n+1) \delta_{d} \right), \\ H_{2n+1,2n+2}^{M} &= \frac{\hbar}{2} \frac{\Omega_{2}^{*}\Omega_{3}}{2\Delta_{23} + i\gamma}. \end{split}$$
(12)

Отметим, что полученное уравнение не зависит от начальных фаз полей. Это является следствием предположения о значительной отстройке несущих частот световых импульсов от резонанса.

Как несложно видеть из (11), (12), в случае, когда величиной  $\gamma$  можно пренебречь и условие (5) выполнено, реализуется эффективная двухуровневая схема взаимодействия атома с двумя световыми импульсами без потерь. Соответствующие частоты Раби равны

$$\Omega_{14} = \frac{1}{4} \frac{\Omega_1 \Omega_4}{\Delta_{14}}, \quad \Omega_{23} = \frac{1}{4} \frac{\Omega_2 \Omega_3}{\Delta_{23}}$$

Каждый из этих эффективных световых импульсов вызывает переход между состояниями  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  с изменением импульса атома на  $2\hbar k_{av}$ . Если время взаимодействия атома с полем настолько велико, что

$$\max(\Omega_{14}, \Omega_{23})\tau_{int} \gg 1, \tag{13}$$

то, аналогично рассмотренной в [13] схеме взаимодействия двухуровневого атома с бихроматическим полем встречных световых импульсов, можно ожидать передачи импульса, равного целому числу  $2\hbar k_{av}$ , от поля к атому с изменением или без изменения внутреннего состояния атома. Отметим и качественное отличие уравнений (11), (12) от аналогичных уравнений работы [13] — наличие штарковского сдвига, квадратичного по частотам Раби.

Скорость спонтанного излучения  $\gamma$  входит как в диагональные, так и в недиагональные матричные элементы гамильтониана (12) и приводит к появлению в них мнимых частей. Эти мнимые части вызывают уменьшение населенности метастабильных состояний за счет перехода атома в другие, отличные от  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  и  $|3\rangle$  состояния. Ими можно пренебречь, если

 $\max(\gamma_1, \gamma_3)\tau_{int} \ll 1,$ 

где

$$\begin{split} \gamma_1 &= \frac{\gamma}{4} \left( \frac{|\Omega_1|^2}{\Delta_{14}^2 + \frac{1}{4}\gamma^2} + \frac{|\Omega_2|^2}{\Delta_{23}^2 + \frac{1}{4}\gamma^2} \right), \\ \gamma_3 &= \frac{\gamma}{4} \left( \frac{|\Omega_3|^2}{\Delta_{23}^2 + \frac{1}{4}\gamma^2} + \frac{|\Omega_4|^2}{\Delta_{14}^2 + \frac{1}{4}\gamma^2} \right). \end{split}$$
(15)

Необходимым, но не достаточным условием возможности одновременного выполнения критериев (13) и (14) является

$$\max(|\Delta_{14}|, |\Delta_{23}|) \gg \gamma. \tag{16}$$

В дальнейшем мы будем считать неравенство (16) выполненным.

Как видно из (13), критерий адиабатичности лучше выполняется с возрастанием напряженности поля лазерных импульсов; в то же время возрастание напряженности ухудшает критерий (14) независимости переноса населенностей и передачи импульса от скорости спонтанного излучения. Чтобы оставить значение критерия (14) неизменным, при возрастании напряженности необходимо одновременно увеличивать в той же пропорции и отстройки  $\Delta_{14}$ ,  $\Delta_{23}$ .

В связи с невозможностью аналитического решения уравнений (11), (12) рассмотрим их численные решения и проиллюстрируем возможность передачи атому значительного импульса с малой дисперсией в поле встречных лазерных импульсов.

#### 2.4. Численное моделирование

Поскольку до начала взаимодействия с полем атом описывается плоской волной с нулевой *z*-компонентой импульса,  $B_0 = 1$ , а все остальные  $B_n$  равны нулю. Не ставя перед собой цель исследовать все возможные комбинации форм световых импульсов, их амплитуд и относительных задержек, рассмотрим импульсы вида

$$\Omega_{1} = \Omega_{max} F\left(\frac{t-t_{1}}{\tau}\right),$$

$$\Omega_{2} = \Omega_{max} F\left(\frac{t-t_{2}}{\tau}\right),$$

$$\Omega_{3} = \Omega_{max} F\left(\frac{t-t_{3}}{\tau}\right),$$

$$\Omega_{4} = \Omega_{max} F\left(\frac{t-t_{4}}{\tau}\right),$$
(17)

где

(14)

$$F(x) = \begin{cases} \cos^2(\pi x), & -\frac{1}{2} \le x \le \frac{1}{2}, \\ 0, & x \le -\frac{1}{2}, & x \ge \frac{1}{2}. \end{cases}$$
(18)

Такая форма импульса (в отличие, например, от  $\cos(\pi x)$ ) обеспечивает нули производных по времени в начале и конце взаимодействия с полем, облегчая достижение адиабатического решения уравнений. Хотя выбор формы световых импульсов для иллюстрации возможности передачи атому импульса с малой дисперсией, величина которой стремится к нулю с приближением взаимодействия к адиабатическому, не играет принципиальной роли, мы не рассматриваем обычно используемые в расчетах гауссовы импульсы не только потому, что реальные световые импульсы не могут быть бесконечной протяженности, но и потому, что именно из-за бесконечной протяженности гауссовых импульсов с возрастанием длительности светового импульса (или напряженности лазерных полей) в конечном итоге атом возвращается в исходное состояние без изменения импульса. Это явление связано с отсутствием пересечений кривых собственных значений вещественной части гамильтониана для импульсов бесконечной протяженности.

Для определенности будем считать, что

$$\Delta_{14} = -\Delta_{23} = \Delta_0. \tag{19}$$

Критерий (5) возможности адиабатического исключения амплитуды возбужденного состояния при таком выборе средних отстроек  $\Delta_{14}$ ,  $\Delta_{23}$  выполнен, если

$$\Delta_0 \gg \Omega_{max}.$$

Величины  $\Delta_0$ ,  $\Omega_{max}$  определяют частоты Раби двухфотонных переходов  $\Omega_{14}$ ,  $\Omega_{23}$  с максимальным значением

$$\Omega_0 = \frac{1}{4} \frac{\Omega_{max}^2}{\Delta_0}$$

и штарковские сдвиги

$$\Delta_{S1} = \frac{1}{4} \frac{|\Omega_1|^2}{\Delta_{14}} + \frac{1}{4} \frac{|\Omega_2|^2}{\Delta_{23}}$$

состояния |1 и

$$\Delta_{S3} = \frac{1}{4} \frac{|\Omega_3|^2}{\Delta_{23}} + \frac{1}{4} \frac{|\Omega_4|^2}{\Delta_{14}}$$

состояния  $|3\rangle$ .

На перенос населенности между внутренними состояниями атома влияют как сдвиг между максимумами временных зависимостей частот Раби  $\Omega_{14}$  и  $\Omega_{23}$ , так и зависящие от времени штарковские сдвиги частот переходов. Последний фактор исследовался ранее для модели двухуровневого атома при наличии импульсного светового поля и управляемого штарковского сдвига в работе [16]. Чтобы разделить влияние этих факторов, рассмотрим два разных случая взаимодействия световых импульсов с атомом.

# 2.4.1 Сдвинутые во времени двухфотонные переходы

Вначале рассмотрим последовательность световых импульсов, максимально близкую к случаю двухуровневого атома в поле встречных импульсов, проанализированному в [13]. Пусть

$$t_1 = t_4 = t_d/2, \quad t_2 = t_3 = -t_d/2,$$
 (20)

другими словами, пары импульсов 1, 4 и 2, 3, распространяющиеся в противоположных направлениях, формируют зависимые от времени двухфотонные частоты Раби  $\Omega_{14}$ ,  $\Omega_{23}$  с одинаковым видом временной зависимости, но со сдвигом  $t_d$  во времени. При этих условиях штарковский сдвиг  $\Delta_{S1} = \Delta_{S3}$  не может влиять на эффективность переноса населенности и передачу импульса, которые могут зависеть только от разности штарковских сдвигов состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$ .

На рис. 2 приведены зависимости средней *z*-компоненты импульса атома в состоянии  $|1\rangle$  после взаимодействия с полем световых импульсов (вначале она равна нулю)

$$p_1 = \frac{2\hbar k_{av}}{n_1} \sum_{j=-\infty}^{\infty} 2j |B_{2j}|^2, \qquad (21)$$

где

$$n_1 = \sum_{j=-\infty}^{\infty} |B_{2j}|^2$$

— населенность состояния  $|1\rangle$ , и среднеквадратичного отклонения *z*-компоненты импульса атома (другие компоненты импульса остаются неизменными) от ее среднего значения,

$$\Delta p_1 = \sqrt{\frac{4\hbar^2 k_{av}^2}{n_1}} \sum_{j=-\infty}^{\infty} (2j)^2 |B_{2j}|^2 - p_1^2, \qquad (22)$$

от  $\Omega_0/\delta_d$  для импульсов разной длительности. Зависимость  $p_1(\Omega_0/\delta_d)$  имеет ступенеобразный характер, при этом наблюдается значительное уменьшение  $\Delta p_1$  в области ступенек. Увеличение длительности взаимодействия атома с полем уменьшает степень неадиабатичности взаимодействия, что приводит как к уменьшению  $\Delta p_1$  в области ступенек, так и к увеличению ширины этих ступенек. То, что в области ступенек  $\Delta p_1 \ll \hbar k_{av}$ , означает, что *z*-компонента импульса практически всех атомов, взаимодействующих с полем, изменяется на величину  $p_1 = 0, 4\hbar k_{av}, 8\hbar k_{av}, \dots$ , кратную  $4\hbar k_{av}$ . В области между ступеньками, которая сужается с увеличением длительности световых импульсов, два или более значения  $|B_{2j}|^2 \sim 1$ , и  $\Delta p_1$  достигает максимума.

Как видно на рисунке, спонтанное излучение практически не влияет на величину переданного



Рис.2. Зависимости изменения среднего значения z-компоненты импульса атома (жирная кривая) и среднеквадратичного отклонения от среднего значения (тонкая кривая) в единицах  $\hbar k_{av}$  для атомов в состоянии  $|1\rangle$  (a, b) и населенности состояния  $|1\rangle$  после взаимодействия с последовательностью световых импульсов вида (17), (20) от отношения максимальной двухфотонной частоты Раби к разнице двухфотонных отстроек 1, 4 и 2, 3 пар импульсов (e, v). Параметры:  $t_d = 0.4\tau$ ,  $\delta_0 = 0$ ;  $\delta_d \tau = 200$  (a, e),  $\delta_d \tau = 2000$  (b, c). Сплошная линия —  $\gamma = 0$ , штриховая —  $\gamma/\Delta_0 = 0.0002$ 

атому импульса и его среднеквадратичное отклонение от среднего значения (кривые при отсутствии и наличии релаксации на рис. 2a и  $\delta$  неразличимы). В то же время уменьшение населенности  $n_1$  основного состояния при тех же значениях параметров взаимодействия может быть существенным. Полученный результат интуитивно ясен: в анализируемой модели, не учитывающей спонтанные переходы в состояния  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$ , спонтанное излучение выводит атомы из взаимодействия с полем, не изменяя функции распределения атомов, оставшихся в состояниях  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$ , по импульсам. В итоге, благодаря релаксации, средний импульс и его дисперсия в состояниях  $|1\rangle$ и  $|3\rangle$  не изменяются, хотя населенность этих состояний может существенно измениться.

В рассматриваемой области изменения  $\Omega_0/\delta_d$  средний импульс

$$p_3 = \frac{2\hbar k_{av}}{n_3} \sum_{j=-\infty}^{\infty} (2j+1) |B_{2j+1}|^2, \qquad (23)$$

и среднеквадратичное отклонение

$$\Delta p_3 = \sqrt{\frac{4\hbar^2 k_{av}^2}{n_3}} \sum_{j=-\infty}^{\infty} (2j+1)^2 |B_{2j+1}|^2 - p_3^2, \quad (24)$$

где

$$n_3 = \sum_{j=-\infty}^{\infty} |B_{2j+1}|^2$$

— населенность состояния  $|3\rangle$ , с большой точностью равны соответственно нулю и  $2\hbar k$ . В распределении атомов по импульсам в состоянии  $|3\rangle$  для указанных на рисунке параметров присутствуют два ярко выраженных максимума: при  $+2\hbar k$  и  $-2\hbar k$ .

Отметим, что значение левой части критерия (14) при больших  $\Omega_0/\delta_d$  для штриховой кривой на рис. 2 $\epsilon$  составляет 0.2, а на рис. 2 $\epsilon - 2$  (для оценки мы взяли время взаимодействия атома с полем  $\tau_{int} = \tau$ ), что соответствует малости влияния спонтанного излучения на процесс переноса населенности в первом случае и заметному уменьшению количества атомов в состоянии  $|1\rangle$  во втором.

Для атомов, в которых вероятность спонтанных переходов в состояния  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  превышает или сравнима с вероятностью перехода в другие состояния, релаксация может существенно изменить функцию распределения по импульсам — возврат атома в состояния  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  в процессе спонтанного излучения приводит к размыванию функции распределения по импульсам, однако ее влияние можно практически исключить, увеличивая отстройки несущих частот импульсов от резонанса и одновременно повышая их энергию таким образом, чтобы выполнялись критерии (13), (14).

Ступенчатая зависимость переданного импульса от частоты Раби, так же, как и ступенчатые зависимости от других параметров (например,  $\delta_0$ ,  $t_d$ ), может быть понята из анализа квазиэнергий адиабатических состояний (собственных значений гамильтониана (12)). До начала и после конца взаимодействия со световыми импульсами (все частоты Раби равны нулю), квазиэнергии адиабатических состояний, соответствующих состоянию  $|1\rangle$  атома, равны

$$\hbar \varpi_{2n} = \frac{1}{2} \hbar \delta_0 - \frac{n}{2} \hbar \delta_d$$

Квазиэнергии же тех состояний, которые до начала и после конца взаимодействия с полем световых импульсов соответствуют состояниям |3⟩ атома, равны

$$\hbar \varpi_{2n+1} = -\frac{1}{2}\hbar \delta_0 - \frac{2n+1}{4}\hbar \delta_d.$$

Если в течение всего времени взаимодействия с полем энергия адиабатического состояния, в начале взаимодействия совпадающая с  $\hbar \varpi_0$ , лежит достаточно далеко от энергий других адиабатических состояний и после окончания взаимодействия совпадает с  $\hbar \varpi_n$ , то можно ожидать изменения *z*-компоненты импульса атома на  $2n\hbar k_{av}$ . Изменение параметров взаимодействия атома с полем в некоторых пределах (напряженности полей, отстройки, задержки между импульсами) не приводит к изменению взаимного расположения кривых квазиэнергий, в итоге переданный атому импульс практически не зависит от параметров в этих пределах. Дальнейшее изменение параметров после прохождения некоторой области, где квазиэнергии близки и состояние атома не может описываться одним адиабатическим состоянием, приводит к другому расположению кривых и другой величине переданного импульса. Поясним сказанное примером.

Рисунок 3a иллюстрирует зависимость квазиэнергий адиабатических состояний  $\hbar \varpi_n$  в единицах  $\hbar \delta_d$  от времени для параметров, обеспечивающих передачу импульса  $4\hbar k_{av}$  атому. Квазиэнергия адиабатического состояния, отвечающая атому в основном состоянии с нулевой проекцией импульса на направление распространения световых импульсов в начале взаимодействия с полем, показана толстой линией. Вертикальными линиями отмечены моменты начала и окончания одновременного взаимодействия атома со всеми световыми импульсами. Поскольку атом взаимодействует сначала с парой импульсов 2, 3, полем до момента времени, отмеченного вертикальной линией, как видно из гамильтониана (12), могут быть связаны лишь пары амплитуд  $B_{2n}, B_{2n-1}$ . Этим парам отвечают пары адиабатических состояний, которые до начала взаимодействия атома с полем имеют квазиэнергии

и

$$\hbar \varpi_{2n-1} = -\frac{1}{2}\hbar \delta_0 - \frac{2n-1}{2}\hbar \delta_d,$$

 $\hbar \varpi_{2n} = \frac{1}{2} \hbar \delta_0 - \frac{n}{2} \hbar \delta_d$ 

и только в пределах этих пар возможно изменение состояния атома. Поскольку разность соответствующих квазиэнергий значительно превышает  $\hbar/\tau$ , атом остается в начальном адиабатическом состоянии, квазиэнергия которого обозначена толстой линией. Пересечение графика этой квазиэнергии около  $t = -0.35\tau$  с графиком другой квазиэнергии, принадлежащей другой паре адиабатических состояний, связанных между собой полем световых импульсов, не приводит к изменению состояния атома. По этой же причине не приводит к изменению состояния атома и пересечение графиков квазиэнергий около  $t = +0.35\tau$ . Как видно на рисунке, после окончания взаимодействия атома с полем он находится в состоянии, отвечающем квазиэнергии  $-\hbar \delta_d$ , т.е. *z*-компонента импульса атома изменилась на  $4\hbar k_{av}$ .

С возрастанием напряженности лазерных полей взаимное расположение кривых, изображающих временную зависимость квазиэнергий, изменяется, появляется новое их пересечение в области слева от первой вертикальной линии и возникает вид, показанный на рис.  $3\delta$  для значения  $\Omega_0/\delta_d = 1.25$ . При указанном значении  $\Omega_0/\delta_d$  для случая  $\delta_d \tau = 200$ (рис. 2a) среднее значение *z*-компоненты импульса атома в состоянии  $|1\rangle$  изменяется на  $4\hbar k_{av}$ , увеличение  $\delta_d \tau$  до 2000 приводит к промежуточному между  $4\hbar k_{av}$ и <br/>  $8\hbar k_{av}$ среднему значению z-компоненты переданного атому импульса (рис. 26), среднеквадратичное отклонение при этом приближается к максимальному значению 2ħkav. Дальнейшее увеличение длительности взаимодействия с полем приводит к изменению среднего значение *z*-компоненты импульса атома в состоянии  $|1\rangle$  на  $8\hbar k_{av}$  и уменьшению среднеквадратичного отклонения до величины, значительно меньшей  $\hbar k_{av}$ . Такое поведение ясно из рассмотрения представленных на рисунке зависимостей квазиэнергии от времени. В отличие от рис. 3*a*, на рис. 3*b* наблюдаются сближения без пересечения кривых квазиэнергий (avoided crossings). В области этих сближений (они отмечены стрелками) возможны переходы Ландау-Зинера между различными адиабатическими состояниями, представлен-



Рис. 3. Зависимости квазиэнергий адиабатических состояний гамильтониана (12)) в единицах  $\hbar \delta_d$  от времени для полей вида (17), (20). Параметры:  $t_d = 0.4\tau$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\delta_0 = 0$ ;  $\Omega_0/\delta_d = 0.78125$  (*a*),  $\Omega_0/\delta_d = 1.25$  (*b*). Тонкими вертикальными линиями отмечено начало и конец временного интервала, в пределах которого на атом одновременно действуют все четыре световых импульса

ными этими кривыми, с некоторой вероятностью P, одинаковой во всех отмеченных областях. Эта вероятность экспоненциально зависит от времени прохождения этого сближения, и с увеличением длительности импульсов она изменяется от 1 до нуля. Отсюда следует, что при условии (13) для не очень длинных импульсов с ростом длительности импульса состояние атома изменяется вдоль сплошной линии до момента времени, отмеченного первой стрелкой. Здесь происходит переход Ландау–Зинера с близкой к единице вероятностью, и дальше состояние атома изменяется вдоль штриховой кривой. При этом с небольшой вероятностью 1 - P заселяется метастабильное состояние  $|3\rangle$  атома со значением



Рис. 4. Зависимости изменения среднего значения *z*-компоненты импульса атома в состояниях  $|1\rangle$  (*a*) и  $|3\rangle$  (*б*) (сплошная линия) и среднеквадратичного отклонения от изменения среднего значения в единицах  $\hbar k_{av}$  (штрихи), а также населенностей состояний  $|1\rangle$  (*b*) и  $|3\rangle$  (*c*) после взаимодействия с полями вида (17) от отношения средней двухфотонной отстройки к разнице двухфотонных отстроек  $\delta_0/\delta_d$ . Параметры:  $\Omega_0/\delta_d = 1.55$ ,  $t_d = 0.4\tau$ ,  $\delta_d \tau = 2000$ 

z-компоненты импульса  $+2\hbar k_{av}$ . Следующий переход Ландау – Зинера приводит в основном к дальнейшему следованию атома вдоль штриховой кривой и заселению с небольшой вероятностью метастабильного состояния  $|3\rangle$  атома со значением z-компоненты импульса  $-2\hbar k_{av}$ . В результате атом с большой вероятностью переходит в состояние  $|1\rangle$  со значением z-компоненты импульса  $+4\hbar k_{av}$ . С увеличением длительности взаимодействия атома с полем вероятность перехода Ландау – Зинера стремится к нулю и атом все время пребывает в адиабатическом состоянии, квазиэнергия которого показана сплошной толстой кривой. В результате атом остается в состоянии  $|1\rangle$  и приобретает *z*-компоненту импульса  $+8\hbar k_{av}$ . Таким образом, увеличение длительности взаимодействия с полем должно привести к сдвигу ступенек на зависимости  $p_1$  от  $\Omega_0/\delta_d$  влево, что легко видеть, сравнивая рис. 2a и 26. Принимая во внимание переходы Ландау-Зинера в отмеченных стрелками местах сближения кривых квазиэнергий, находим, что населенность конечных состояния атома с импульсами  $\pm 2\hbar k_{av}$  равна P(1-P), так что среднее значение *z*-компоненты переданного импульса для атомов в состоянии  $|3\rangle$  равно нулю, а среднеквадратичное отклонение от среднего значения равно  $+2\hbar k_{av}$ в соответствии с результатами численного счета.

На рис. 4 показаны зависимости среднего значения *z*-компоненты переданного атому импульса и среднеквадратичного отклонения *z*-компоненты импульса атома от ее среднего значения в состояниях  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$ , а также населенностей этих состояний от  $\delta_0/\delta_d$ . Для средней двухфотонной отстройки в интервале

$$-\frac{1}{2}\delta_d < \delta_0 < \frac{1}{2}\delta_d$$

атому передается импульс  $8\hbar k_{av}$ , при этом заселенность состояния  $|3\rangle$  мала, а состояния  $|1\rangle$  близка к единице. За этими пределами в довольно широком интервале атому передается импульс  $10\hbar k_{av}$  (в разных направлениях), и заселяется в основном состояние |3). Эта зависимость, как и зависимость, представленная на рис. 2, аналогична приведенной в [13] для двухуровневого атома в бихроматическом поле встречных световых импульсов. При отстройках  $\delta_0 = (\pm 1/2) \delta_d$  происходит деление атомной плоской волны на две волны одинаковой интенсивности с импульсам  $8\hbar k_{av}$  (атом в состоянии  $|1\rangle$ ) и  $\mp 10\hbar k_{av}$  (атом в состоянии  $|3\rangle$ ). Физической основой такого деления является то, что для отстроек  $\delta_0 = (\pm 1/2) \delta_d$ , когда имеет место двухфотонный резонанс пар импульсов 1, 4 или 2, 3, начальное состояние атома является линейной суперпозицией двух адиабатических состояний. В результате адиабатической эволюции эти состояния переходят в состояния  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  с разными импульсами. Заметим также, что, как это было показано для двухуровневой модели атома в работе [17], кроме соответствующей отстройки  $\delta_0$ , передача атому импульса с одновременным изменением его состояния может происходить и при условии  $\delta_0 = 0$ , но при разных амплитудах действующих на атом лазерных импульсов.

#### 2.4.2. Совпадающие во времени двухфотонные переходы

Рассмотрим теперь последовательность световых импульсов, для которой

$$t_1 = t_3 = t_d/2, \quad t_2 = t_4 = -t_d/2,$$
 (25)

так что  $\Omega_{14} = \Omega_{23}$ . Другими словами, зависимости  $\Omega_{14}(t)$  и  $\Omega_{23}(t)$  совпадают. Этот случай качественно отличается от двухуровневой схемы в поле двух



Рис.5. Зависимости среднего изменения импульса атома (сплошная кривая) и среднеквадратичного отклонения от среднего изменения импульса в единицах  $\hbar k_{av}$  (штрихи) (a), а также населенности состояния  $|1\rangle$  ( $\delta$ ) после взаимодействия с последовательностью световых импульсов вида (17), (25) от отношения максимальной двухфотонной частоты Раби к разности двухфотонных отстроек 1, 4 и 2, 3 пар импульсов. Параметры:  $\delta_d \tau = 2000, t_d = 0.4\tau$ ,  $\delta_0 = 0, \gamma = 0$ 

встречных импульсов, рассмотренной в работе [13], где временная задержка импульсов является необходимым условием передачи атому импульса с малой дисперсией, однако наличие зависимого от времени штарковского сдвига, разного для состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$ , делает возможной передачу атому значительного импульса с малой дисперсией и в этом случае.

Будем считать, что критерий (14) выполнен, так что спонтанное излучение с возбужденного состояния на передачу импульса и перенос населенности не влияет. На рис. 5 приведены изменения среднего значения *z*-компоненты импульса и ее среднеквадратичного отклонения от среднего зна-



Рис. 6. Зависимости разницы штарковских сдвигов  $\Delta_S = \Delta_{S1} - \Delta_{S3}$  состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  (сплошная кривая) и двухфотонных частот Раби (штрихи)  $\Omega_{14}$  (кривая 1) и  $\Omega_{23}$  (кривая 2) в единицах  $\delta_d$  от времени. Параметры соответствуют первой ступеньке на рис. 5:  $t_d = 0.4\tau$ ,  $\delta_0 = 0$ ,  $\Omega_0/\delta_d = 0.5$ . Пересечения сплошной кривой с пунктирными прямыми отвечают двухфотонному резонансу с 1, 4 или 2, 3 парой импульсов

чения в состоянии |1 и населенность этого состояния в зависимости от  $\Omega_0/\delta_d$  для последовательности импульсов (25). Изменения среднего значения *z*-компоненты импульса и ее среднеквадратичного отклонения от среднего значения в состоянии |3> на рисунке не показаны — на рассматриваемом интервале изменения  $\Omega_0/\delta_d$  средний импульс равен нулю, а среднеквадратичное отклонение от среднего равно 2*ћk<sub>av</sub>*. Как и на аналогичной зависимости для последовательности импульсов (20), показанной на рис. 2*б*, на рис. 5 зависимость  $p_1(\Omega_0/\delta_d)$  имеет ступенеобразный характер со значительным уменьшением  $\Delta p_1$  в области ступенек. Таким образом, наличие разного динамического штарковского сдвига энергий состояний |1 и |3 играет ту же роль, что и задержка во времени между импульсами. Это вполне естественно: поля пары импульсов 1, 4 и пары импульсов 2, 3 имеют разную двухфотонную отстройку от резонанса, и монотонное изменение со временем разницы штарковских сдвигов состояний  $|1\rangle$  и 3 (см. рис. 6) создает неодинаковые условия для взаимодействия этих полей с атомом. Это взаимодействие вначале более интенсивно для одной пары полей, а в конце взаимодействия — для другой пары полей. В результате качественно процесс взаимодействия выглядит так же, как и для последовательности импульсов (20).

#### 3. СЛУЧАЙ МАЛОЙ РАЗНОСТИ ЭНЕРГИЙ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ

В этом разделе мы рассмотрим случай, когда разница энергий метастабильных состояний (в единицах частоты) близка к частотам Раби, характеризующим взаимодействие атома с полями лазерных импульсов. Тогда атом в любом из метастабильных состояний взаимодействует с каждым из лазерных импульсов (если этому не препятствуют правила отбора), что позволяет ограничиться, как и в случае двухуровневого атома [13], двумя встречными лазерными импульсами 1, 2 для передачи атому значительного импульса (см. рис. 1, положив  $\omega_3 = \omega_1$ ,  $\omega_4 = \omega_2$ ). Отметим, что случай распространения лазерных импульсов в одном направлении, когда передача импульса от поля атому невозможна, для близких энергий метастабильных состояний рассматривался ранее в работе [14].

Импульс, распространяющийся в положительном направлении оси z, вызывает переходы  $1 \leftrightarrow 2$  с частотой Раби  $\Omega_1$  и  $2 \leftrightarrow 3$  с частотой Раби  $\Omega_3$ . Частоты Раби  $\Omega_2$ ,  $\Omega_4$  относятся к переходам  $1 \leftrightarrow 2, 2 \leftrightarrow 3$ , обусловленным импульсом, распространяющимся в отрицательном направлении оси z. Взаимодействие атома с полем описывается уравнением Шредингера с гамильтонианом (3) с дополнительными условиями: 1) временная зависимость  $\Omega_3$  повторяет (с точностью до множителя) временную зависимость  $\Omega_1$ ; то же касается и соотношения  $\Omega_2$  и  $\Omega_4$  и фаз  $\phi_1 = \phi_3, \phi_2 = \phi_4$ ; 2) отстройки  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$  связаны соотношением

$$\delta_3 - \delta_1 = \delta_4 - \delta_2 = S, \tag{26}$$

где  $S = (W_3 - W_1)/\hbar$ ; 3) поскольку  $W_3 - W_1 \ll W_2 - W_1$ , разницей волновых векторов встречных волн пренебрежем и положим  $k_i = k, i = 1, \ldots, 4$ .

Переходя к импульсному представлению, ищем амплитуды вероятности состояний  $|j\rangle$  в виде

$$C_j(z,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{j,n}(t) \exp\left(i\Phi_{j,n}(t)\right) \langle z|n\rangle.$$
(27)

Здесь

$$\langle z|n\rangle = \exp(inkz), \quad j = 1, 2, 3$$

Очевидно, без нарушения общности фазы в (27) можно считать произвольными. Выбирая их в виде

$$\Phi_{2,n} = \frac{n}{2} (\phi_2 - \phi_1) + \frac{1}{2} (\delta_2 - \delta_1) nt,$$
  

$$\Phi_{1,n} = \Phi_{2,n+1}(t) + \phi_1 + \delta_1 t,$$
  

$$\Phi_{3,n} = \Phi_{2,n+1}(t) + \phi_1 + (\delta_1 + S)t,$$
(28)

получим уравнение для амплитуд вероятности найти атом в состоянии  $|j\rangle$  с импульсом  $n\hbar k$ :

$$\frac{\partial A_{1,n}}{\partial t} = \frac{i}{2} [\delta_1(n-1) - \delta_2(n+1)] A_{1,n} - \frac{i}{2} \Omega_1 A_{2,n+1} - \frac{i}{2} \Omega_2 A_{2,n-1}, \\
\frac{\partial A_{2,n}}{\partial t} = \frac{i}{2} [\delta_1 n - \delta_2 n + i\gamma] A_{2,n} - \frac{i}{2} \Omega_1^* A_{1,n-1} - \frac{i}{2} \Omega_2^* A_{1,n+1} - \frac{i}{2} \Omega_3^* A_{3,n-1} - \frac{i}{2} \Omega_4^* A_{3,n+1}, \\
\frac{\partial A_{3,n}}{\partial t} = \frac{i}{2} [\delta_1(n-1) - \delta_2(n+1) - 2S] A_{3,n} - \frac{i}{2} \Omega_3 A_{2,n+1} - \frac{i}{2} \Omega_4 A_{2,n-1}.$$
(29)

Примером реализации схемы взаимодействия атома с полем, рассматриваемой в этом разделе, может быть атом, метастабильное состояние которого характеризуется полным моментом J = 1 (три нижних уровня с проекциями момента на ось z M = -1, M = 0, M = 1), а возбужденное состояние — полным моментом J = 0. Магнитное поле, направленное вдоль оси z, снимает вырождение уровней с различными М, так что частоты переходов между состоянием M = 0 (верхний уровень) и состояниями с M = 1 и M = -1 отличаются на величину S, пропорциональную индукции магнитного поля. Переходы  $J = 0, M = 0 \rightarrow J = 1, M = 0$ запрещены, и таким образом реализуется трехуровневая схема взаимодействия атома с полем. Если световые импульсы линейно поляризованы, каждый из них с одинаковой частотой Раби вызывает оба возможных перехода в атоме.

Не повторяя снова физических соображений, объясняющих возможность передачи атому значительного импульса с малой дисперсией с изменением или без изменения его внутреннего состояния, и результатов численных расчетов, подобных приведенным в предыдущем разделе, рассмотрим здесь зависимость переданного атому импульса от задержки между световыми импульсами. Для численного исследования выберем частоты Раби в виде (17), (25), амплитуду частот Раби  $\Omega_{max} = 2S$ , небольшие по сравнению с S отстройки

$$\delta_1 = -\frac{1}{4}S, \quad \delta_2 = -\frac{3}{4}S,$$

которые дают

$$\delta_3 = \frac{3}{4}S, \quad \delta_4 = \frac{1}{4}S$$

в соответствии с (26). Длительность импульсов выберем достаточно большой,  $S\tau = 2000$ , что обеспечивает адиабатическое взаимодействие атома с полем.

Как видно на рис. 7*a*, *б*, на зависимостях изменения среднего значения *z*-компоненты импульса атома  $p_i$ в состояниях  $|j\rangle$  (j=2,3) и его среднеквадратичного отклонения от среднего значения  $\Delta p_j$  от задержки между импульсами наблюдается ряд плато, где величина переданного импульса от задержки практически не зависит и  $\Delta p \ll \hbar k$ . На рис. 7*в*, *г* показаны зависимости населенностей состояний  $|2\rangle$  и  $|3\rangle$  от временной задержки между импульсами. Сопоставляя их с рис. 7а, б, можно определить количество атомов в состояниях  $|2\rangle$  и  $|3\rangle$  и переданный им импульс за время взаимодействия с полем. Отметим, что для данного набора параметров ступенчатая зависимость  $p_i(t_d/\tau)$  наблюдаются только для атомов, перешедших после окончания взаимодействия с полем в состояния  $|2\rangle$  и  $|3\rangle$ .

Таким образом, при небольшой разнице энергий метастабильных состояний по сравнению с  $\hbar\Omega_0$  можно достичь значительной (~ 10 hk) передачи импульса атому с одновременным изменением его состояния при его взаимодействии с двумя встречными импульсами с малой, меньшей  $\hbar^2 k^2$ , дисперсией. Однако рассмотренная здесь схема взаимодействия атома с лазерными импульсами применима лишь для коротких импульсов, поскольку, как можно видеть на рис. 8, в процессе взаимодействия атома со светом заселяется возбужденное состояние атома. Увеличение отстройки полей от резонанса с целью адиабатического исключения возбужденного состояния здесь не приводит к желаемому результату — уравнения, полученные в этом приближении, характеризуются одинаковым ходом временной зависимости частот Раби двухфотонных переходов и одинаковым штарковским сдвигом состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$ .

#### 4. ВЫВОДЫ

Нами изучена возможность передачи импульса трехуровневому атому, два состояния которого с меньшей энергией являются метастабильными, при его взаимодействии с лазерными импульсами. Показано, что в полях встречных лазерных импульсов средний приобретенный атомом импульс может быть кратным импульсу фотона. Для этого необходимо, чтобы лазерные импульсы частично перекрывались во времени.

В случае близких энергий метастабильных состояний, таких, что атом, пребывающий в любом из них, взаимодействует с каждым из лазерных импульсов, изменение импульса атома на значительную, по сравнению с импульсом фотона, величину



Рис.7. Зависимости изменения среднего значения *z*-компоненты импульса атома, его среднеквадратичного отклонения от среднего значения (в единицах импульса фотона  $\hbar k$ ) для атомов в состояниях  $|2\rangle$  (*a*),  $|3\rangle$  (*б*) и заселенности этих состояний (*e*, *e*) после взаимодействия с полями вида (17), (25) от задержки между импульсами при условии отсутствия спонтанного излучения с возбужденного состояния во время действия импульсов. Параметры импульсов и отстройки приведены в тексте

возможно при его взаимодействии с двумя встречными лазерными импульсами. В процессе взаимодействия атома с полем в этом случае населенность возбужденного состояния значительна, и избежать потерь атомов за счет спонтанного излучения с возбужденного состояния можно, лишь используя короткие по сравнению с временем спонтанного излучения лазерные импульсы. В случае большой разности энергий метастабильных состояний, когда каждый из лазерных импульсов связывает только одно метастабильное состояние с возбужденным, для передачи атому значительного по сравнению с импульсом фотона импульса необходимо использование четырех лазерных импульсов, два из которых распространяются в одном направлении, а два другие — в противоположном.



Рис. 8. Изменение населенностей состояний  $|1\rangle$  (кривая 1),  $|2\rangle$  (кривая 2) и  $|3\rangle$  (кривая 3) со временем в процессе взаимодействия атома с полем. В результате взаимодействия атом получает импульс  $p = 14\hbar k$  с переходом в состояние  $|3\rangle$ . Отстройки, длительность импульсов и  $\Omega_0$  такие же, как и на рис. 7,  $t_d = -0.31\tau$ 

Если несущие частоты импульсов значительно отстроены от резонанса, но попарно вызывают двухфотонный переход между двумя метастабильными состояниями, процесс передачи импульса нечувствителен к спонтанным переходам с возбужденного состояния, которое в этом случае практически не заселяется. Это обстоятельство важно для возможного применения предложенного способа передачи атому импульса в экспериментах с атомными пучками, где вместо импульсных используются непрерывные лазеры, а импульсное действие света на атом возникает благодаря пересечению им лазерного луча во время движения, и типичное время взаимодействия атома с полем значительно превышает типичное время жизни атома в возбужденном состоянии.

Физической основой передачи атому импульса в поле встречных лазерных импульсов является существование адиабатических состояний, которые в начале взаимодействия атома с полем совпадают с начальным внутренним состоянием атома с определенным импульсом, а после окончания — с тем же или другим внутренним состоянием атома с другим импульсом. Если условие адиабатического прохождения выполнено, величина переданного импульса практически нечувствительна к изменению параметров взаимодействия в значительных пределах — наблюдается платоподобная зависимость переданного импульса от этих параметров, например, относительно задержки импульсов или их максимальной интенсивности.

Работа выполнена в рамках тем НАН Украины ВЦ 93/24 и В/112.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, Давление лазерного излучения на атомы, Наука, Москва (1986).
- А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, Механическое действие света на атомы, Наука, Москва (1991).
- Б. Д. Павлик, Ультрахолодные и холодные атомы, Наук. думка, Киев (1993).
- H. J. Metcalf and P. van der Stratten, Laser Cooling and Trapping, Springer-Verlag, New York (1999).
- G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, Nuovo Cimento B 36, 5 (1976).
- H. R. Gray, R. W. Whitley, and C. R. Stroud, Jr., Opt. Lett. 3, 218 (1978).
- Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, УФН 163, 1 (1993).
- K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore, Rev. Mod. Phys. 70, 1003 (1998).
- P. Marte, P. Zoller, and J. L. Hall, Phys. Rev. A 44, R4118 (1991).
- B. W. Shore, K. Bergmann, A. Kuhn et al., Phys. Rev. A 44, 7442 (1991).
- L. S. Goldner, C. Gerz, R. J. C. Spreeuw et al., Phys. Rev. Lett. 72, 997 (1994).
- М. В. Данилейко, А. М. Негрийко, В. И. Романенко, Л. П. Яценко, Украин. физ. ж. 40, 793 (1995).
- **13**. В. И. Романенко, Л. П. Яценко, ЖЭТФ **117**, 467 (2000).
- 14. R. Unanyan, S. Guérin, B. W. Shore, and K. Bergmann, Eur. Phys. J. D. 8, 443 (2000).
- D. O. Chudesnikov and V. P. Yakovlev, Laser Phys. 1, 110 (1991).
- 16. T. Rickes, L. P. Yatsenko, S. Steuerwald et al., J. Chem. Phys. 113, 534 (2000).
- 17. S. Guérin, L. P. Yatsenko, and H. R. Jauslin, Phys. Rev. A 63, 031403 (2001).