

О КООРДИНАТЕ ОСОБОЙ ТОЧКИ ВРЕМЕННЫХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ГЕТЕРОЯДЕРНОЙ СПИНОВОЙ СИСТЕМЫ КРИСТАЛЛА

В. Е. Зобов *

*Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия*

М. А. Попов

*Красноярский государственный университет
660041, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 5 ноября 2004 г.

Исследуются особенности временных автокорреляционных функций гетероядерной спиновой системы кристалла. В приближении самосогласованного флуктуирующего поля с произвольной аксиальной симметрией получены точные выражения для десяти моментов спектров автокорреляционных функций. По ним найдены значения координаты ближайшей особой точки на оси мнимого времени этих функций для спиновой системы с диполь-дипольным взаимодействием. К этому значению рассчитаны главные поправки от корреляции локальных полей в реальных решетках, определяемые решеточными суммами с треугольниками из четырех связей и с парами из четырех связей. Численные значения координаты получены для кристалла LiF при ориентациях магнитного поля вдоль трех кристаллографических осей. Следующее из теории увеличение координаты особой точки, приводящее к ускорению убывания крыльев спектров автокорреляционных функций, качественно согласуется с экспериментом.

PACS: 76.20.+q

1. ВВЕДЕНИЕ

Ядерные магнитные системы, состояниями которых можно управлять и в то же время наблюдать их изменение методом ЯМР [1], представляют большой интерес для неравновесной статистической физики. Гетероядерные системы (т. е. системы, состоящие из ядер с разными частотами ларморовской прецессии в сильном магнитном поле) по сравнению с гомоядерными открывают новые возможности по изучению процессов установления равновесия — на примере кросс-релаксации между подсистемами [2]. Немаловажно и то, что гетероядерные системы встречаются чаще гомоядерных, для их изучения разработано много методик, информационность которых зависит от развития теории. Наконец, в последнее время системы, состоящие из ядер с различными резонансными частотами, привлекли внимание исследо-

вателей в связи с проблемой адресации спинов при квантовых вычислениях [3].

В основе современной динамической теории плотных спиновых систем твердых тел лежит концепция флуктуирующего во времени случайного локального магнитного поля [4–9], близкого по свойствам к гауссовскому случайному полю. В гетероядерных системах это поле имеет несколько (по числу сортов ядер) составляющих, что затрудняет построение теории. При использовании условий самосогласования [5] для временных корреляционных функций поля и спинов удалось построить теорию [10, 11], объяснившую на качественном уровне многие экспериментальные данные. Из теории следует вывод о наличии у спиновых корреляционных функций особых точек на оси мнимого времени, обуславливающих наблюдавшиеся методами магнитного резонанса экспоненциальные крылья спектров этих функций. Важным следствием этого вывода является универсальность далеких

*E-mail: rsa@iph.krasn.ru

крыльев спектров у ядер разных сортов, поскольку координаты особых точек обязаны совпадать у связанных вследствие взаимодействия временных корреляционных функций. Как показало сравнение с экспериментом, корреляция локальных полей ослабляет их флуктуации и, в частности, увеличивает координату особой точки. Такая корреляция в работе [11] была учтена феноменологически.

В настоящей работе развит микроскопический подход к расчету корреляционных эффектов в теории самосогласованного флуктуирующего поля (СФП). Успешность такого подхода продемонстрирована недавно на более простом примере гомоядерной системы [12]. Прежде всего, были получены общие выражения для моментов до 10-го порядка после обобщения на гетероядерный случай диаграммного ряда для функции памяти [6]. Затем на основании этих моментов мы рассчитали координату ближайшей особой точки на оси мнимого времени корреляционных функций. Наконец, была найдена поправка к моментам вследствие корреляции локальных полей, а по ним — соответствующий сдвиг координаты особой точки.

2. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

Уравнения для автокорреляционных функций (АКФ) спина, прецессирующего в анизотропном гауссовом случайном поле, выведены в работе [6]. Учитывая, что в случае гетероядерной спиновой системы такие уравнения должны быть выписаны для спинов каждого сорта, мы приходим к системе интегральных уравнений

$$\frac{d}{dt} \Gamma_{\alpha q}(t) = - \int_0^t G_{\alpha q}(t-t_1) \Gamma_{\alpha q}(t_1) dt, \quad (1)$$

где индекс « α » обозначает спиновые проекции x, y, z , а переменная q нумерует подсистемы. Функции памяти $G_{\alpha q}(t)$ представлены в виде ряда по неприводимым одетым скелетным диаграммам с возрастающим числом вершин:

$$G_{\alpha q}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} G_{\alpha q}^{2m}(t). \quad (2)$$

Для случая произвольной анизотропии поля в гомоядерной системе все диаграммы с 2, 4, 6 и 8 вершинами приведены в работе [6]. В гетероядерном случае вид диаграмм сохраняется, только при переходе к явной записи для них следует zz -линиям (пунктир) ставить в соответствие не одно слагаемое, а сумму по вкладам в продольное поле:

$$g_{zq}(t) = \sum_p \Delta_{qp}^2 \Gamma_{zq}(t), \quad (3)$$

xx -линиям и yy -линиям по-прежнему соответствует один вклад, но разный для ядер разных сортов:

$$g_{xq}(t) = \Delta_{xq}^2 \Gamma_{xq}(t), \quad g_{yq}(t) = \Delta_{yq}^2 \Gamma_{yq}(t).$$

Здесь корреляционные функции гауссовского случайного поля выражены самосогласованным образом через зависящие от времени спиновые АКФ $\Gamma_{xq}(t)$, $\Gamma_{yq}(t)$ и $\Gamma_{zq}(t)$. Автокорреляционная функция α -компоненты спина, расположенного в узле решетки i , при высокой температуре определена выражением

$$\Gamma_{\alpha q}(t) = \frac{\text{Sp} \left\{ \exp(i\mathcal{H}t) I_{i\alpha}^{(q)} \exp(-i\mathcal{H}t) I_{i\alpha}^{(q)} \right\}}{\text{Sp} \left\{ \left(I_{i\alpha}^{(q)} \right)^2 \right\}}, \quad (4)$$

где \mathcal{H} — гамильтониан секулярной части диполь-дипольного взаимодействия (ДДВ) [1, 2] в сильном магнитном поле. Средние квадраты различных вкладов в продольное поле

$$\Delta_{qp}^2 = I^{(p)} \left(I^{(p)} + 1 \right) \frac{4}{3} \sum_k b_{ik}^{(qp)^2}, \quad (5)$$

$$b_{ij}^{(qp)} = \frac{\gamma_q \gamma_p \hbar}{2r_{ij}^3} (1 - 3 \cos^2 \theta_{ij}),$$

θ_{ij} — угол, который составляет межъядерный вектор \mathbf{r}_{ij} с постоянным магнитным полем. В аксиально-симметричном случае

$$\Delta_{xq}^2 = \Delta_{yq}^2 = \Delta_{qq}^2 / 4. \quad (6)$$

Каждый член ряда (2) выражается через многократный временной интеграл от произведений АКФ [6].

Автокорреляционные функции (4) могут быть разложены в степенные ряды

$$\Gamma_{\alpha q}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n M_{2n\alpha}^{(q)} t^{2n}}{(2n)!}. \quad (7)$$

Как известно [1], $M_{2n\alpha}^{(q)}$ является моментом порядка $2n$ спектральной плотности соответствующей АКФ. Рекуррентные уравнения для моментов были нами получены из подобных уравнений гомоядерного случая [6] после их изменений, вытекающих из замены (3) в гетероядерном случае. Далее для определенности будем предполагать наличие в системе лишь двух сортов спинов. Мы нашли и привели в Приложении выражения для моментов до десятого порядка для общего аксиально-симметричного случая. В качестве примера мы рассчитали (см. табл. 1) значения моментов для кристалла LiF, вклады Δ_{qp}^2 (5) для которого взяты из табл. 2.

Таблица 1. Точные значения в приближении СФП моментов АКФ в LiF при направлениях магнитного поля вдоль трех кристаллографических осей ($X_{2n}^{(q)} = M_{2nX}^{(q)} \Delta_{FF}^{-2n}$, $Z_{2n}^{(q)} = M_{2nZ}^{(q)} \Delta_{FF}^{-2n}$)

	$H_0 \parallel [111]$		$H_0 \parallel [110]$		$H_0 \parallel [100]$	
	F	Li	F	Li	F	Li
X_2	1.5565	0.243175	3.2059	0.573075	10.9709	2.126295
X_4	7.2621246	0.2062389	30.122726	1.1550313	357.05369	14.396791
X_6	60.240334	0.4462115	476.06509	5.7148923	19329.186	193.62608
X_8	785.97935	2.6795506	10916.055	73.047633	1469814.4	5748.5288
X_{10}	15296.507	36.221363	342734.27	2018.0911	144788238	429421.26
Z_2	0.5	0.07275	0.5	0.07275	0.5	0.07275
Z_4	1.9315	0.0433208	3.5809	0.0913213	11.3459	0.3173148
Z_6	17.917389	0.0669163	67.435923	0.3356018	739.17481	4.1540520
Z_8	277.83143	0.1998922	2104.5260	2.4024558	80039.257	96.558982
Z_{10}	6249.6440	1.1415668	92520.012	31.813793	12125388	3612.1025

Таблица 2. Средние квадраты гомо- и гетероядерных вкладов в продольные локальные поля, параметры их перенормировки и координаты особой точки АКФ в LiF при направлениях магнитного поля вдоль трех кристаллографических осей

	$H_0 \parallel [111]$	$H_0 \parallel [110]$	$H_0 \parallel [100]$
Δ_{FF}^2 , (рад/с) ²	$2838 \cdot 10^6$	$2581 \cdot 10^6$	$1809 \cdot 10^6$
$\Delta_{FL}^2 / \Delta_{FF}^2$	0.3065	1.9559	9.7209
$\Delta_{LF}^2 / \Delta_{FF}^2$	0.0613	0.3912	1.94442
$\Delta_{LL}^2 / \Delta_{FF}^2$	0.1455	0.1455	0.1455
$\tau_0(\lambda_q = 1)\Delta_{FF}$	2.372	1.843	1.127
$\tau_0(\lambda_q^2 = 5/4)\Delta_{FF}$	2.263	1.783	1.113
λ_F	1.101	1.0911	1.0855
λ_L	1.099	1.0896	1.0850
$\tau_0(\lambda_q)\Delta_{FF}$	2.33	1.82	1.12
$\tau_0(\lambda_q)\sqrt{M_{2F}}$	3.72	3.74	3.87
$\delta\tau_c / \tau_0$	0.158	0.215	0.161
$\tau_0(\lambda_q) + \delta\tau_c$, мкс	51	44	31
$\tau_c(\lambda_q)\sqrt{M_{2F}}$	4.31	4.53	4.50

Уравнения (1) были выведены для взаимодействия с произвольной магнитной анизотропией. В то же время использование аксиальной симметрии гамильтониана ДДВ принципиально улучшает сходимость ряда для функции памяти [10–15]. В этой связи целесообразным оказывается преобразование

уравнений (1), имеющее целью преимущественный учет продольной компоненты локального поля и минимально необходимый учет поперечной компоненты. В этом приближении для АКФ кристалла LiF получаем систему нелинейных интегральных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{zL}(t) &= 1 - \frac{1}{2}\Delta_{LL}^2 \times \\
 &\times \int_0^t \int_0^{t'} dt' dt'' \Gamma_{xL}^2(t' - t'') \Gamma_{zL}(t''), \\
 \Gamma_{xL}(t) &= \Gamma_{AL}(t) - \frac{k_L}{4}\Delta_{LL}^2 \int_0^t dt' \Gamma_{AL}(t - t') \times \\
 &\times \int_0^{t'} dt'' \Gamma_{xL}(t' - t'') \Gamma_{zL}(t' - t'') \Gamma_{xL}(t''), \\
 \Gamma_{zF}(t) &= 1 - \frac{1}{2}\Delta_{FF}^2 \times \\
 &\times \int_0^t \int_0^{t'} dt' dt'' \Gamma_{xF}^2(t' - t'') \Gamma_{zF}(t''), \\
 \Gamma_{xF}(t) &= \Gamma_{AF}(t) - \frac{k_F}{4}\Delta_{FF}^2 \int_0^t dt' \Gamma_{AF}(t - t') \times \\
 &\times \int_0^{t'} dt'' \Gamma_{xF}(t' - t'') \Gamma_{zF}(t' - t'') \Gamma_{xF}(t''),
 \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\Gamma_{AL}(t) = \exp \left\{ -\lambda_L^2 \Delta_{LL}^2 \int_0^t \int_0^{t'} dt' dt'' \Gamma_{zL}(t'') - \Delta_{LF}^2 \int_0^t \int_0^{t'} dt' dt'' \Gamma_{zF}(t'') \right\},$$

$$\Gamma_{AF}(t) = \exp \left\{ -\Delta_{FL}^2 \int_0^t \int_0^{t'} dt' dt'' \Gamma_{zL}(t'') - \lambda_F^2 \Delta_{FF}^2 \int_0^t \int_0^{t'} dt' dt'' \Gamma_{zF}(t'') \right\} \quad (9)$$

— АКФ спина, вращающегося в локальном поле, имеющем только продольную компоненту, аналогичную используемой в модели Андерсона [4]. По сравнению с предыдущей работой [11] мы ввели в уравнение (9) параметр перенормировки продольного локального поля, величину которого будем определять через моменты. Правильность вторых моментов обеспечивает жесткая связь между параметрами k_q и λ_q , входящими в уравнения (8) и (9):

$$k_q = 5 - 4\lambda_q^2.$$

Найдем четвертый момент решения уравнений (8) и (9):

$$\frac{M_{4x}^{(q)}}{\Delta_{qq}^4} = 2\lambda_q^2 - \frac{5}{4}\lambda_q + \frac{15}{4} + \frac{\Delta_{qp}^2}{\Delta_{qq}^2} \left(3\lambda_q + \frac{15}{4} + \frac{\Delta_{pp}^2}{2\Delta_{qq}^2} \right) + 3 \left(\frac{\Delta_{qp}^2}{\Delta_{qq}^2} \right)^2.$$

Из условия равенства его значения точному значению (A.1) определим параметры

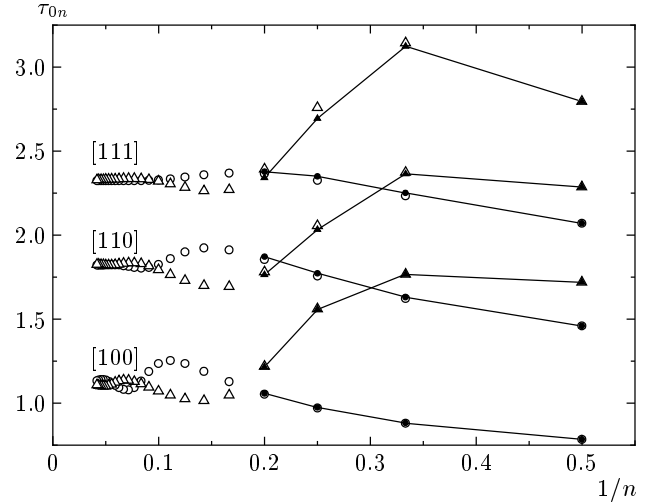
$$\lambda_q = \frac{15}{6} - \frac{3D_q}{4} + \frac{1}{4} \left(9D_q^2 + \frac{47}{2}D_q + \frac{161}{16} \right)^{1/2}, \quad (10)$$

где $D_F = \Delta_{FL}^2/\Delta_{FF}^2$, $D_L = \Delta_{LF}^2/\Delta_{LL}^2$. Рассчитанные по формуле (10) значения параметров приведены в табл. 2.

Решения уравнений (8) и (9) имеют особые точки на оси мнимого времени. Главные части АКФ в их окрестностях:

$$\Gamma_{zq}(t) \approx \frac{C_{zq}}{(\tau_0 + it)\zeta_q}, \quad \Gamma_{xq}(t) \approx \frac{C_{xq}}{(\tau_0 + it)\chi_q}, \quad (11)$$

$$\Gamma_{Aq}(t) \approx \frac{C_{Aq}}{(\tau_0 + it)^{\delta_q}} \quad (q = F, Li).$$



Отношения моментов (12) для АКФ x -компонент спинов ядер фтора (кружки) и лития (треугольники) в кристалле LiF при направлениях магнитного поля вдоль трех кристаллографических осей, указанных на рисунке. Результаты, полученные по моментам решений уравнений (8) и (9), показаны светлыми значками, а результаты, полученные по моментам из табл. 1, — темными значками, соединенными отрезками прямых

Показатели степени найдены в [10] методом Пенлеве в трех ориентациях кристалла LiF. У ядер F все показатели равны 2, тогда как у ядер Li такие значения показателей только в ориентации [100], а в двух других $\delta = \chi = 0.123$ [111] и $\delta = \chi = 0.784$ [110] (показатель ζ нам не понадобится).

При известном значении показателя ближайшей особой точки ее координата, равная радиусу сходимости ряда по моментам (7), может быть оценена как предел при $n \rightarrow \infty$ последовательности отношений

$$\tau_{0n}^2 = \frac{M_{2(n-1)\alpha}^{(q)} \Gamma(2n + \chi)}{M_{2n\alpha}^{(q)} \Gamma(2n - 2 + \chi)}, \quad (12)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция. Эти последовательности приведены на рисунке. Расчет выполнен по точным значениям 10 моментов из табл. 1 и по 50 моментам решений приближенных уравнений (8), (9) при значениях параметров λ_q , приведенных в табл. 2. В гомоядерном случае сходимость последовательности отношений была лучше [6], что позволило нам достаточно точно определить τ_0 по первым 10 моментам. В гетероядерном случае сходимость ухудшилась из-за слабости взаимодействия между ядрами лития ($\Delta_{LL}^2 = 0.15\Delta_{FF}^2$). Поэтому нужно время, прежде чем система ядер Li подстроится под систе-

му ядер F. На рисунке видно, что первые члены последовательности отношений моментов решения системы (8), (9) близки к отношениям точных моментов. Приближенные уравнения позволили нам проследить выход отношений к пределу, приведенному в табл. 2. Такой подход является развитием простой оценки [6]. Применяя его в гомоядерном случае при $\lambda = 1.105$, мы приходим к определенному ранее по 10 моментам значению $\tau_0 \Delta_Z = 2.48$. Отметим, что ранее в работе [10] была получена оценка τ_0 по уравнениям (8) и (9) при $\lambda = 1$ (также приведенная в табл. 2). Изменение параметра λ_q от 1 до 1.1 привело к изменению координаты τ_0 менее чем на 2%, что дает представление о точности ее определения.

3. РАСЧЕТ ПОПРАВКИ К КООРДИНАТЕ ОСОБОЙ ТОЧКИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

Приближение СФП соответствует пределу $d \rightarrow \infty$. При $d = 3$, как показано в [12] на примере гомоядерных систем, координата особой точки АКФ на оси мнимого времени увеличивается вследствие корреляции локальных полей:

$$\tau_c = \tau_0 + \delta\tau_c, \tag{13}$$

а главный вклад в $\delta\tau_c$ дают поправки к моментам, представимые деревьями из двойных связей с встроенной парой с четырехкратным взаимодействием или треугольником из четырех связей. В гетероядерном случае степень корреляции характеризуется следующими отношениями решеточных сумм:

$$S_2/(S_1)^2, \quad S'_2/(S_1)^2, \quad S_3/(S_1)^2, \quad S'_3/(S_1 S'_1), \tag{14}$$

где

$$S_1 = \sum_j b_{ij}^2, \quad S_2 = \sum_j b_{ij}^4, \quad S_3 = \sum_{k,j} b_{kj}^2 b_{ik} b_{ji} \tag{15}$$

с суммированием по узлам, занимаемым ядрами одного сорта с ядром в узле i ; в суммах со штрихом — по узлам, занимаемым ядрами другого сорта. Численные значения отношений (14) для трех ориентаций кристалла LiF приведены в работе [11]. Их малая величина характеризует реальный параметр малости. Для удобства введем формальный параметр ε , который полагаем равным единице в конечных формулах. Вклады с решеточными суммами (14) уже присутствуют в четвертом моменте (A.3). Соответствующее уменьшение M_{4x} можно внести в СФП, если уменьшить λ_q . Например, в ориентации [110] находим $\lambda_F = 0.94$ и $\lambda_L = 0.75$. Такое изменение

приведет к увеличению координаты τ_0 примерно на 2%. Существенно большее влияние, как показано в гомоядерном случае [12, 16], происходит при встраивании таких фрагментов (14) в большие деревья из связей, соответствующие моментам высокого порядка. Такие вклады могут быть найдены на основании уравнений для АКФ (1).

Предполагая малость поправки $\varepsilon\delta\tau_c$, возьмем для ее оценок упрощенный вариант уравнений с преимущественным учетом zz -взаимодействий. Возьмем

$$\Gamma_{\alpha q}(t) = \Gamma_{\alpha q 0}(t) - \varepsilon \Gamma_{\alpha q 1}(t)$$

и подставим в интегральные уравнения с соответствующими поправочными членами для функции памяти

$$G_{\alpha q}(t) = G_{\alpha q 0}(t) - \varepsilon G_{\alpha q 1}(t).$$

Учитывая вид уравнений, удобнее перейти к уравнению для квадрата поперечной АКФ:

$$\Gamma_{xq}^2(t) = Y_q(t) = Y_{q0}(t) - \varepsilon Y_{q1}(t). \tag{16}$$

Находим для первой поправки $Y_{F1}(t)$ уравнение

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} Y_{F1}(t) = & 2\langle FF \rangle Y_{F1}(t) \int_0^t \Gamma_{zF0}(t_1) dt_1 + \\ & + 2\langle FL \rangle Y_{F1}(t) \int_0^t \Gamma_{zF0}(t_1) dt_1 + \\ & + \frac{4}{5} \langle FF \rangle Y_{F0}(t) \int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} Y_{F1}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 + \\ & + \frac{4}{5} \langle FL \rangle Y_{F0}(t) \int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} Y_{L1}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 + \\ & + 2\langle FL \rangle^2 S'_2 Y_{F0}(t) \int_0^t \Gamma_{zL0}(t_1) dt_1 \int_0^{t_1} \Gamma_{zL0}(t_2) dt_1 dt_2 + \\ & + 2S_2 \langle FF \rangle^2 Y_{F0}(t) \int_0^t \Gamma_{zF0}(t_1) dt_1 \int_0^{t_1} \Gamma_{zF0}(t_2) dt_1 dt_2 + \\ & + \frac{4}{5} \langle FF \rangle^2 (S_2 + S_3) Y_{F0}(t) \int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} Y_{F0}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{4}{5} \langle LF \rangle \langle LL \rangle S'_3 Y_{F0}(t) \int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} Y_{L0}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 + \\
 & \quad + \langle FF \rangle^3 \frac{8}{5} \left(\frac{3}{2} S_2 + S_3 \right) Y_{F0}(t) \times \\
 & \times \int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} Y_{F0}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \int_0^{t_3} \int_0^{t_4} \Gamma_{zF0}(t_5) dt_4 dt_5 + \\
 & \quad + \langle LL \rangle^2 \langle FL \rangle \frac{8}{5} (S_2 + S_3) Y_{F0}(t) \times \\
 & \times \int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} Y_{L0}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \int_0^{t_3} \int_0^{t_4} \Gamma_{zL0}(t_5) dt_4 dt_5 + \\
 & \quad + \langle LL \rangle \langle FL \rangle \langle LF \rangle \frac{4}{5} (S'_2 + 2S'_3) Y_{F0}(t) \times \\
 & \times \int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} Y_{L0}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \int_0^{t_3} \int_0^{t_4} \Gamma_{zF0}(t_5) dt_4 dt_5 + \\
 & \quad + \langle FF \rangle^2 \langle FL \rangle \frac{8}{5} S'_3 Y_{F0}(t) \times \\
 & \times \int_0^t \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} Y_{F0}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \times \\
 & \quad \times \int_0^{t_3} \int_0^{t_4} \Gamma_{zL0}(t_5) dt_4 dt_5 - R_F(t), \quad (17)
 \end{aligned}$$

в котором мы перешли к безразмерному мнимому времени $t' = -it(5\Delta_{FF}^2/4)^{1/2}$, затем опустили штрих, ввели обозначения

$$\begin{aligned}
 \langle FF \rangle &= 1, \quad \langle FL \rangle = \frac{4\Delta_{FL}^2}{5\Delta_{FF}^2}, \\
 \langle LL \rangle &= \frac{\Delta_{LL}^2}{\Delta_{FF}^2}, \quad \langle LF \rangle = \frac{4\Delta_{LF}^2}{5\Delta_{FF}^2},
 \end{aligned}$$

а через S_2, S'_2, S_3, S'_3 обозначили отношения (14). От рассмотренного ранее гомоядерного случая [12] уравнение (17) отличается добавлением вкладов от ядер другого сорта и изменением вида (вследствие того что у ядер лития спин 3/2) поправки $R_q(t)$ от допустимого четырехкратного взаимодействия ближайших соседей:

$$\begin{aligned}
 R_F(t) &= 2S_2 \langle FF \rangle^2 Y_{F0}(t) \int_0^t \Gamma_{zF0}(t-t_1) dt_1 \times \\
 & \quad \times \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \Gamma_{zF0}(t_3) dt_2 dt_3 + \\
 & + 2S'_2 \langle FL \rangle^2 Y_{F0}(t) \int_0^t \Gamma_{zL0}(t-t_1) dt_1 \times \\
 & \quad \times \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \left[1 + \frac{16}{15} \Gamma_{zL0}(t_1-t_2) \right] \Gamma_{zL0}(t_3) dt_2 dt_3, \\
 R_L(t) &= 2S'_2 \langle LF \rangle^2 Y_{L0}(t) \int_0^t \Gamma_{zF0}(t-t_1) dt_1 \times \\
 & \quad \times \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \Gamma_{zF0}(t_3) dt_2 dt_3 + \\
 & + 2S_2 \langle LL \rangle^2 Y_{L0}(t) \int_0^t \Gamma_{zL0}(t-t_1) dt_1 \times \\
 & \quad \times \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \left[1 + \frac{16}{15} \Gamma_{zL0}(t_1-t_2) \right] \Gamma_{zL0}(t_3) dt_2 dt_3.
 \end{aligned}$$

Изменение остальной части в уравнении (17) при переходе к $Y_{L1}(t)$ состоит в изменении индексов $F \rightarrow L$ и $L \rightarrow F$. Для функций $Y_{q0}(t)$ и $\Gamma_{zq0}(t)$ нулевого приближения будем использовать простейшую систему из четырех уравнений, получающуюся из системы (8) при $\lambda_q^2 = 5/4$. Кроме того, мы пренебрегли под интегралом временным изменением $\Gamma_{zq}(t'') \sim \Gamma_{zq}(0) = 1$ по сравнению с $(\Gamma_{xq}(t' - t''))^2$, что ведет к незначительному уменьшению моментов, как объяснено в работе [12], но сильно упрощает расчеты. Координата особой точки $\tau_0(\lambda_q^2 = 5/4)\Delta_{FF}$ решения такой системы приведена для сравнения в табл. 2. Мы вынуждены были упростить уравнение из-за необходимости увеличения до 50 количества разрядов в числах. В свою очередь, такая большая мантисса нам потребовалась из-за необходимости суммирования моментов, сильно различающихся по величине.

По уравнениям были рассчитаны моменты функций (16) до $n = 70$. Координату особой точки найдем по отношению моментов:

$$\tau_c^2 = \tau_0^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \varepsilon Y_{F2(n-1)}^{(1)} / Y_{F2(n-1)}^{(0)} + \dots}{1 - \varepsilon Y_{F2n}^{(1)} / Y_{F2n}^{(0)} + \dots}.$$

Тогда

$$2 \frac{\delta \tau_c}{\tau_0} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{Y_{F2n}^{(1)}}{Y_{F2n}^{(0)}} - \frac{Y_{F2(n-1)}^{(1)}}{Y_{F2(n-1)}^{(0)}} \right). \quad (18)$$

Экстраполируя полученные отношения, мы нашли значения, приведенные в табл. 2.

Сравним результаты для гетеро- и гомоядерных систем. В гомоядерном случае было $\tau_0 \Delta_Z = 2.48$ при любой ориентации, тогда как в табл. 2 видно, что в гетероядерном случае величина $\tau_0 \Delta_{FF}$ уменьшилась в два раза при повороте от [111] к [100]. Если же перейти к единицам полного момента спектра ЯМР ядер фтора:

$$M_{2F} = \Delta_{FF}^2 (1 + X_2^{(F)}),$$

то в ориентации [111] мы получаем результат $\tau_0 \sqrt{M_{2F}} = 3.72$, совпадающий с гомоядерным случаем, который увеличивается до 3.87 при переходе к ориентации [100]. Такое увеличение связано с увеличением доли гетероядерного zz -взаимодействия в M_{2F} . Сходное увеличение координаты особой точки АКФ при увеличении отношения Δ_Z^2 / Δ_X^2 в гомоядерном случае было обнаружено в работе [17].

Перейдем к поправке $\delta\tau_c$. С целью сравнения мы подсчитали отношение $\delta\tau_c / \tau_0$ гомоядерной ГЦК-решетки по формуле, полученной в работе [12], в трех ориентациях: 0.17 в [111], 0.37 в [110] и 0.22 в [100]. Из сравнения со значениями, приведенными в табл. 2, видим, что в обоих случаях максимальное значение поправки наблюдается в ориентации [110] и обусловлено, в первую очередь, большим значением параметра $S_2 / (S_1)^2 = 0.225$. Добавление гетероядерного взаимодействия уменьшает поправку и сглаживает ее ориентационную зависимость.

Таким образом, мы теоретически получили искомое увеличение координаты особой точки АКФ вследствие корреляции локальных полей, которое было в работе [11] обнаружено на основе анализа экспериментальных спектров с позиций теории СФП.

Для количественного сравнения теории и эксперимента предстоит еще найти изменения предэкспоненциального множителя из-за корреляции в движении спинов. Заметное его влияние также было показано в упомянутой работе и свидетельствует о недостаточной величине наблюдаемой отстройки от центра спектра по сравнению с математической асимптотикой. Наконец, не все необходимые для успешного сравнения условия экспериментов описаны в публикациях.

В заключение заметим, что мы выполнили расчет для кристалла LiF при ориентациях магнитного поля вдоль трех кристаллографических осей. Теория позволяет получить результаты для других гетероядерных систем и ориентаций. Следует подставить в формулы значения решеточных сумм и вкладов в квадраты локальных полей и повторить вычисления, описанные в настоящей работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-17463).

ПРИЛОЖЕНИЕ

В настоящем приложении приведены выражения для моментов до десятого порядка в системе из двух сортов спинов для аксиально-симметричного случая $\Delta_{xq}^2 = \Delta_{yq}^2$ при произвольном соотношении Δ_{xq}^2 и Δ_{qq}^2 (для наглядности ниже в формулах будем писать в индексах F и L вместо q и p). Моменты рассчитаны по рекуррентным уравнениям, полученным из уравнений гомоядерного случая [6] после указанных выше изменений. Результаты являются точными в приближении СФП, соответствующем бесконечному решеткам:

$$M_{2X}^{(F)} = \Delta_{FF}^2 + \Delta_{FL}^2 + \Delta_{XF}^2,$$

$$M_{4X}^{(F)} = 3\Delta_{FL}^4 + 3\Delta_{FF}^4 + (4\Delta_{XF}^2 + 6\Delta_{FF}^2 + 2\Delta_{XL}^2)\Delta_{FL}^2 + 5\Delta_{XF}^4 + 6\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^2,$$

$$M_{6X}^{(F)} = 15\Delta_{FL}^6 + 15\Delta_{FF}^6 + (21\Delta_{XF}^2 + 45\Delta_{FF}^2 + 30\Delta_{XL}^2)\Delta_{FL}^4 + 51\Delta_{XF}^6 + 73\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^4 + 55\Delta_{FF}^4\Delta_{XF}^2 + (45\Delta_{XF}^4 + 45\Delta_{FF}^4 + 10\Delta_{XL}^4 + 76\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^2 + 30\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^2 + 4\Delta_{LF}^2\Delta_{XL}^2 + 4\Delta_{LL}^2\Delta_{XL}^2 + 18\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2)\Delta_{FL}^2,$$

$$M_{8X}^{(F)} = 105\Delta_{FL}^8 + (144\Delta_{XF}^2 + 420\Delta_{FF}^2 + 420\Delta_{XL}^2)\Delta_{FL}^6 + (112\Delta_{XL}^2\Delta_{LL}^2 + 448\Delta_{XF}^4 + 112\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 630\Delta_{FF}^4 + 840\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^2 + 360\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2 + 420\Delta_{XL}^4 + 988\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^2)\Delta_{FL}^4 + \{1678\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^4 + 92\Delta_{XL}^6 + 1544\Delta_{FF}^4\Delta_{XF}^2 + 420\Delta_{XL}^6 + 24\Delta_{XL}^2\Delta_{LL}^4 + (72\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2 + 78\Delta_{XL}^4 + 48\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 112\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^2)\Delta_{LL}^2 + 112\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 24\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^4 + 180\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^4 + 284\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2 + 648\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2 + 70\Delta_{XL}^4\Delta_{LF}^2 + 80\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 914\Delta_{XF}^6 + 280\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^4 + 420\Delta_{FF}^4\Delta_{XL}^2\}\Delta_{FL}^2 + 1470\Delta_{FF}^6\Delta_{XF}^2 + 861\Delta_{XF}^8 + 105\Delta_{FF}^8 + 1378\Delta_{FF}^4\Delta_{XF}^4 + 700\Delta_{FF}^6\Delta_{XF}^2,$$

$$\begin{aligned}
 M_{10X}^{(F)} = & (1245\Delta_{XF}^2 + 4725\Delta_{FF}^2 + 6300\Delta_{XL}^2)\Delta_{FL}^8 + (2520\Delta_{XL}^2\Delta_{LL}^2 + 5856\Delta_{XF}^4 + \\
 & + 2520\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 9450\Delta_{FF}^4 + 18900\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^2 + 6060\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2 + 12600\Delta_{XL}^4 + \\
 & + 15120\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^2)\Delta_{FL}^6 + \{36858\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^4 + 4830\Delta_{XL}^4\Delta_{LF}^2 + 8340\Delta_{XL}^6 + 37890\Delta_{FF}^4\Delta_{XF}^2 + \\
 & + 9450\Delta_{FF}^6 + 1080\Delta_{XL}^2\Delta_{LL}^4 + (2280\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2 + 5190\Delta_{XL}^4 + 2160\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 5040\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^2)\Delta_{LL}^2 + \\
 & + 5040\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^2\Delta_{LF}^2 + 16676\Delta_{XF}^6 + 1080\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^4 + 8280\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^4 + 9140\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2 + \\
 & + 27000\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2 + 2656\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 18900\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^4 + 18900\Delta_{FF}^4\Delta_{XL}^2\}\Delta_{FL}^4 + \\
 & + \{27643\Delta_{XF}^8 + 1442\Delta_{XL}^8 + 57858\Delta_{XF}^6\Delta_{FF}^2 + 64744\Delta_{XF}^4\Delta_{FF}^4 + 35400\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^6 + 4725\Delta_{FF}^8 + \\
 & + 1080\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2\Delta_{LF}^4 + 4140\Delta_{XL}^6\Delta_{FF}^2 + 2852\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^6 + 6300\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^6 + 7492\Delta_{XF}^6\Delta_{XL}^2 + \\
 & + 2520\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2\Delta_{LF}^2 + 9940\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^4\Delta_{FF}^2 + 3150\Delta_{XL}^4\Delta_{FF}^2\Delta_{LF}^2 + 4352\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2\Delta_{LF}^2 + \\
 & + 20940\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^4 + 1532\Delta_{XL}^6\Delta_{LF}^2 + 240\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^6 + 240\Delta_{XL}^2\Delta_{LL}^6 + 756\Delta_{XL}^4\Delta_{LF}^4 + \\
 & + 6300\Delta_{XL}^4\Delta_{FF}^4 + 4560\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^4 + 2418\Delta_{XL}^4\Delta_{XF}^2\Delta_{LF}^2 + 984\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^4 + \\
 & + 2112\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 18996\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2 + (3976\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2 + 720\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^4 + \\
 & + 1824\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2 + 2520\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^4 + 2160\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2\Delta_{LF}^2 + 1768\Delta_{XL}^4\Delta_{LF}^2 + 3510\Delta_{XL}^4\Delta_{FF}^2 + \\
 & + 1728\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 1820\Delta_{XL}^6 + 2418\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2)\Delta_{LL}^2 + (1080\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2 + 1012\Delta_{XL}^4 + \\
 & + 720\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 744\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2)\Delta_{LL}^4\}\Delta_{FL}^2 + 945\Delta_{FF}^{10} + 43989\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^8 + 21847\Delta_{XF}^{10} + 945\Delta_{FF}^{10} + \\
 & + 48498\Delta_{FF}^4\Delta_{XF}^6 + 33742\Delta_{FF}^6\Delta_{XF}^4 + 11385\Delta_{FF}^8\Delta_{XF}^2,
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

$$M_{2Z}^{(F)} = 2\Delta_{XF}^2,$$

$$M_{4Z}^{(F)} = 4\Delta_{XF}^2\Delta_{FL}^2 + 10\Delta_{XF}^4 + 4\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^2,$$

$$M_{6Z}^{(F)} = 24\Delta_{XF}^2\Delta_{FL}^4 + 92\Delta_{XF}^6 + 78\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^4 + 24\Delta_{FF}^4\Delta_{XF}^2 + (70\Delta_{XF}^4 + 48\Delta_{FF}^2\Delta_{XF}^2 + 8\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2)\Delta_{FL}^2,$$

$$\begin{aligned}
 M_{8Z}^{(F)} = & 240\Delta_{XF}^2\Delta_{FL}^6 + (240\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2 + 756\Delta_{XF}^4 + 720\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^2)\Delta_{FL}^4 + (720\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^4 + \\
 & + 1768\Delta_{XF}^4\Delta_{FF}^2 + 16\Delta_{XF}^2\Delta_{LF}^2\Delta_{XL}^2 + 16\Delta_{XF}^2\Delta_{LL}^2\Delta_{XL}^2 + 1532\Delta_{XF}^6 + 248\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2 + \\
 & + 240\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^2 + 40\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^4)\Delta_{FL}^2 + 1820\Delta_{XF}^6\Delta_{FF}^2 + 1012\Delta_{XF}^4\Delta_{FF}^4 + 240\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^6 + 1442\Delta_{XF}^8,
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}
 M_{10Z}^{(F)} = & 3360\Delta_{XF}^2\Delta_{FL}^8 + (6720\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2 + 10956\Delta_{XF}^4 + 13440\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^2)\Delta_{FL}^6 + (20160\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^4 + \\
 & + 40580\Delta_{XF}^4\Delta_{FF}^2 + 896\Delta_{XF}^2\Delta_{LF}^2\Delta_{XL}^2 + 896\Delta_{XF}^2\Delta_{LL}^2\Delta_{XL}^2 + 28752\Delta_{XF}^6 + 11516\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2 + \\
 & + 13440\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^2\Delta_{XL}^2 + 3360\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^4)\Delta_{FL}^4 + \{13440\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^6 + 368\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^6 + 896\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2\Delta_{LF}^2 + \\
 & + 48292\Delta_{XF}^4\Delta_{FF}^4 + 46702\Delta_{XF}^8 + 840\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 72348\Delta_{XF}^6\Delta_{FF}^2 + 13788\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2 + \\
 & + 6720\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^4 + (192\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^2 + 808\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^2 + 312\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^4 + 896\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{FF}^2)\Delta_{LL}^2 + \\
 & + 2240\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^4\Delta_{FF}^2 + 9048\Delta_{XF}^6\Delta_{XL}^2 + 96\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{LL}^4 + 96\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^2\Delta_{LF}^4 + 280\Delta_{XF}^2\Delta_{XL}^4\Delta_{LF}^2 + \\
 & + 2020\Delta_{XF}^4\Delta_{XL}^4\}\Delta_{FL}^2 + 18668\Delta_{XF}^4\Delta_{FF}^6 + 58138\Delta_{XF}^8\Delta_{FF}^2 + 3360\Delta_{XF}^2\Delta_{FF}^8 + 44748\Delta_{XF}^6\Delta_{FF}^4 + \\
 & + 35492\Delta_{XF}^{10}.
 \end{aligned}$$

Выражения для моментов ядер второго сорта получают после замены индексов $F \rightarrow L$ и $L \rightarrow F$.

Приведем для сравнения точное выражение для четвертого момента АКФ $\Gamma_{xF}(t)$ (4) для системы из ядер двух сортов с ДДВ реального кристалла LiF, выведенное нами на основании результатов для аналогичного момента спектра ЯМР [18] и для четвертого момента АКФ гомоядерной системы [19]:

$$\begin{aligned}
 \frac{M_{4X}^{(F)}}{\Delta_{FF}^4} = & \frac{77}{16} - \frac{9S_2}{4S_1^2} + \frac{S_3}{2S_1^2} + \\
 & + \frac{\Delta_{FL}^2}{\Delta_{FF}^2} \left(7 + \frac{\Delta_{LL}^2}{2\Delta_{FF}^2} + \frac{S'_3}{2S_1S'_1} \left(1 - \frac{\Delta_{LL}^2}{\Delta_{FF}^2} \right) \right) + \\
 & \left(\frac{\Delta_{FL}^2}{\Delta_{FF}^2} \right)^2 \left(3 - \frac{34S'_2}{(5S'_1)^2} \right). \tag{A.3}
 \end{aligned}$$

Аналогичный момент для ядер Li получается после замены индексов $F \rightarrow L$ и $L \rightarrow F$ при одновременном изменении численных коэффициентов: $9S_2/4S_1^2$ на $1.27S_2/S_1^2$ и $34S_2'/(5S_1')^2$ на $2S_2'/(S_1')^2$, обусловленном различием спиновых квантовых чисел ядер F и Li.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Эрнст, Дж. Боденхаузен, А. Вокаун, *ЯМР в одном и двух измерениях*, Мир, Москва (1990).
2. М. Гольдман, *Спиновая температура и ЯМР в твердых телах*, Мир, Москва (1972).
3. К. А. Валиев, А. А. Кокин, Квантовые компьютеры: надежды и реальность, НИЦ *Регулярная и хаотическая динамика*, Ижевск (2001).
4. P. W. Anderson and P. R. Weiss, *Rev. Mod. Phys.* **25**, 269 (1953).
5. M. Blume and J. Hubbard, *Phys. Rev. B* **1**, 3815 (1970).
6. В. Е. Зобов, *ТМФ* **77**, 426 (1988); **84**, 111 (1990).
7. Г. Е. Карнаух, А. А. Лундин, Б. Н. Провоторов, К. Т. Сумманен, *ЖЭТФ* **91**, 2229 (1986).
8. М. И. Булгаков, А. Д. Гулько, Ф. С. Джепаров и др., *Письма в ЖЭТФ* **58**, 614 (1993).
9. Б. Н. Провоторов, Т. П. Кулагина, Г. Е. Карнаух, *ЖЭТФ* **113**, 967 (1998).
10. В. Е. Зобов, А. А. Лундин, *ЖЭТФ* **106**, 1097 (1994).
11. В. Е. Зобов, А. А. Лундин, О. Е. Родионова, *ЖЭТФ* **120**, 619 (2001).
12. В. Е. Зобов, М. А. Попов, *ЖЭТФ* **124**, 89 (2003).
13. P. Borckmans and D. Walgraef, *Phys. Rev. B* **7**, 563 (1973).
14. A. A. Lundin, A. V. Makarenko, and V. E. Zobov, *J. Phys.: Condens. Matter* **2**, 10131 (1990).
15. В. Е. Зобов, М. А. Попов, Ю. Н. Иванов, А. И. Лившиц, *ЖЭТФ* **115**, 285 (1999).
16. В. Е. Зобов, М. А. Попов, *ТМФ* **136**, 463 (2003).
17. В. Е. Зобов, О. В. Фалалеев, *ФТТ* **31**, 30 (1989).
18. А. Леше, *Ядерная индукция*, Изд-во иностр. лит., Москва (1963).
19. K. S. J. Jensen and K. E. Hansen, *Phys. Rev. B* **13**, 1903 (1976).