

# ВРЕМЕННАЯ ДИНАМИКА ОПТИЧЕСКОЙ НАКАЧКИ НЕПОДВИЖНЫХ АТОМОВ В ОСНОВНОМ СОСТОЯНИИ В СЛАБЫХ СВЕТОВЫХ ПОЛЯХ

*А. В. Безвербный\**

*Морской государственный университет им. адм. Г. И. Невельского  
690059, Владивосток, Россия*

*Томский государственный университет  
634046, Томск, Россия*

Поступила в редакцию 26 июля 2004 г.

Рассмотрена динамика оптической накачки мультипольных моментов основного состояния неподвижных атомов в случае малого насыщения замкнутого дипольного перехода  $j_0 \rightarrow j_1$ . На примере переходов с  $j_0 \lesssim 5$  исследованы максимальные времена релаксации мультипольных моментов в зависимости от эллиптичности и отстройки частоты поля от резонанса. Показано качественное отличие динамики установления стационарных распределений атомов по зеемановским подуровням от динамики спонтанного излучения в переходном режиме для следующих типов переходов:  $j \rightarrow j-1$ ;  $j \rightarrow j$  при целых значениях  $j$ ;  $j \rightarrow j$  при полуцелых значениях  $j$ ;  $j \rightarrow j+1$ .

PACS: 32.80.Bx, 32.80.Pj

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Динамика заселенностей  $\rho_{\mu\mu}(t)$  и когерентностей  $\rho_{\mu\mu'}(t)$  (где  $\mu \neq \mu'$ ) по зеемановским подуровням  $\mu$  основного состояния атомов при их взаимодействии со световым полем представляет интерес для многих областей атомной физики и спектроскопии. В сильно разреженных атомарных ансамблях, когда столкновительными механизмами релаксации можно пренебречь, эта динамика определяется только процессами вынужденного испускания и поглощения фотонов светового поля и спонтанного излучения из возбужденного состояния атомов. Если резонансное взаимодействие описывается двухуровневой моделью, где основной ( $E_0$ ) и возбужденный ( $E_1$ ) энергетические уровни вырождены по проекциям полных угловых моментов  $j_0$  и  $j_1$ , то для медленных атомов при их стационарном взаимодействии с монохроматическими когерентными полями, имеющими произвольную эллиптическую поляризацию, в работе [1] найден вид атомной матрицы плотности  $\hat{\rho}(\infty)$  для произвольных замкнутых дипольных переходов

$j_0 \rightarrow j_1$  и произвольных насыщений  $S$ . Однако для состояний с  $j_0 > 1$  выход на такой режим взаимодействия при малых насыщениях  $S \ll 1$  происходит долго. Так, в работе [2] для перехода  $2 \rightarrow 3$  в одномерных полевых конфигурациях приводится оценка среднего числа (порядка десяти) циклов оптической накачки, необходимых для достижения стационарного состояния, если время одного цикла оценивать величиной  $\tau_0 = (\gamma S)^{-1}$ , где  $\gamma$  — постоянная радиационной релаксации для возбужденного состояния атома. Поэтому светоиндуцированная сила и тензор диффузии в импульсном пространстве, рассчитываемые в квазиклассическом приближении на основе атомной матрицы плотности  $\hat{\rho}(\infty)$  [3], как правило, приводят к значениям, завышенным в сравнении с экспериментальными данными [4]. С другой стороны, нестационарные распределения  $\rho_{\mu\mu'}(t)$  представляют самостоятельный интерес при рассмотрении различных переходных режимов оптической накачки, в которых имеет место лазерное охлаждение [5].

Для неподвижных атомов в пренебрежении эффектами отдачи динамика матрицы плотности  $\hat{\rho}(t)$  основного состояния описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

\*E-mail: alexb@mail.vntc.ru, alexb@msun.ru

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \hat{\mathcal{L}} \hat{\rho}, \quad (1)$$

являющихся частным случаем обобщенных оптических уравнений Блоха [1, 6], где  $\hat{\mathcal{L}}$  — оператор Ливилля. Даже при малых  $j_0 = 1, 3/2$  соответствующие аналитические решения имеют чрезвычайно громоздкий вид, так как размерность системы (1) в общем случае эллиптической поляризации поля равна  $(2j_0 + 1)^2 - 1$ . В пределе больших значений  $j_0 \gg 1$  при рассмотрении динамики атомарного углового момента имеется квазиклассический параметр малости  $1/j_0$  и может быть использовано разложение исходных блоховских уравнений по данному параметру [7]. В рамках такого квазиклассического подхода с точностью до вкладов порядка  $1/j_0^2$  рассматривалась временная динамика выхода углового момента атомов с  $j_0 \gtrsim 10$  на стационарный режим за счет процессов оптической накачки в произвольных эллиптически поляризованных полях [6], а также в присутствии постоянного магнитного поля [8]. Были выделены качественно различные режимы выхода на стационарное состояние для переходов трех типов:  $j \rightarrow j - 1$ ,  $j \rightarrow j$  и  $j \rightarrow j + 1$ . В некоторых конкретных полевых конфигурациях при рассмотрении динамики заселенностей определенных зеемановских подуровней полезным оказывается подход [9], альтернативный основанному на решении системы (1) подходу и базирующийся на рассмотрении матрицы статистически усредненных времен перехода

$$\hat{\tau}_{stat} = \int_0^{\infty} [\hat{\rho}(t) - \hat{\rho}(0)] dt, \quad (2)$$

удовлетворяющих более простым алгебраическим уравнениям

$$\hat{\mathcal{L}} \hat{\tau}_{stat} = \hat{\rho}(\infty) - \hat{\rho}(0).$$

Целью настоящей работы является исследование переходного режима к стационарному распределению  $\hat{\rho}(\infty)$  на основе динамической системы (1) в общем случае произвольной эллиптичности светового поля. Исходным пунктом является анализ временной динамики мультипольных моментов  $\rho^{\times}$  ( $\times$  — ранг мультиполя) основного состояния неподвижных атомов, а не заселенностей  $\rho_{\mu\mu}(t)$  и когерентностей  $\rho_{\mu\mu'}(t)$ , интерпретация которых существенно связана с выбором оси квантования. Рассматривается диапазон промежуточных значений<sup>1)</sup> углового

момента ( $1 \leq j_0 \leq 5$ ), в котором квазиклассическое приближение [7] по параметру  $1/j_0$  оказывается неэффективным. Данному диапазону принадлежат величины  $j_0$  атомов щелочных и редкоземельных металлов, используемых во многих областях атомной физики:  $j_0 = 2$  для  $^{23}\text{Na}$ ,  $j_0 = 5/2$  для  $^{173}\text{Yb}$ ,  $j_0 = 3$  для  $^{85}\text{Rb}$ ,  $j_0 = 4$  для  $^{133}\text{Cs}$  и т. д. Основное внимание уделено рассмотрению зависимости максимальных характерных времен релаксации  $\tau_{max}$  от степени  $\mathcal{A}$  циркулярной поляризации монохроматического светового поля и от отстройки  $\delta = \omega - \omega_0$  частоты поля  $\omega$  от резонанса  $\omega_0 = E_1 - E_0$  при малых насыщениях  $S \ll 1$  дипольного перехода, когда релаксация к стационарному распределению происходит особенно медленно.

В разд. 2, 3 работы показано, что характер зависимости  $\tau_{max}(\mathcal{A}, \delta)$  демонстрирует ряд новых закономерностей, проявляющихся уже для переходов с  $j_0 = 1; 3/2$  и сохраняющихся вплоть до значений  $j_0 \sim 10$ . Выделены четыре качественно различных типа зависимости  $\tau_{max}(\mathcal{A}, \delta)$ , соотносящиеся с типом дипольного перехода:  $j \rightarrow j$  при целых и полуцелых значениях  $j$  по отдельности,  $j \rightarrow j+1$ ,  $j \rightarrow j-1$ . Грубая оценка для среднего значения  $\langle \tau_{max} \rangle$  согласуется по порядку величины ( $\sim j_0^2 \tau_0$ ) с оценкой времени релаксации, полученной для случая больших угловых моментов ( $j_0 \gg 1$ ) в основном состоянии [6], однако диапазону значений  $0 \leq |\mathcal{A}| \leq 1$  соответствует широкий диапазон изменения  $\tau_{max}$  для всех типов переходов. Описаны состояния атома  $\hat{\rho}_{max}$ , релаксирующие с максимальным временем  $\tau_{max}$  к стационарному распределению в общем случае эллиптической поляризации поля как в режиме точного резонанса, так и при отстройках  $|\delta| > 2\gamma$ .

В разд. 4 показано, что, несмотря на большую размерность  $(2j_0 + 1)^2 - 1$  исходной динамической системы (1) в рассматриваемом диапазоне угловых моментов  $j_0 \lesssim 5$ , в рамках метода минимальных биполярных гармоник удается выделить всего четыре параметра, временная динамика которых представляет наибольший интерес, если мы имеем дело с кинетическими либо спектроскопическими задачами, в которых главную роль играют мультипольные моменты первого и второго рангов. В работе такими параметрами являются коэффициенты  $a_1^1(t)$ ,  $a_2^2(t)$ ,  $a_2^0(t)$  и  $b_2^1(t)$  разложения в базисе минимальных биполярных гармоник, связанном с двумя направлениями: вдоль большой полуоси и перпендикулярно плоскости эллипса поляризации. Параметр  $a_1^1$  связан с атомарным моментом первого ранга, а остальные три ( $a_2^0$ ,  $a_2^2$ ,  $b_2^1$ ) — с моментом второго ранга. Показана связь характерных временных масштабов

<sup>1)</sup> Следует отметить, что численный анализ проводился нами и для больших значений  $j_0 \lesssim 10$ , для которых были отмечены те же качественные закономерности в эволюции рассмотренных в данной работе атомарных параметров.

эволюции этих параметров с временем  $\tau_{max}(A, \delta)$ : при эволюции из начального равновесного распределения  $\rho_{\mu\mu'}(0)$  для любого типа дипольного перехода хотя бы один из этих параметров имеет характерное время релаксации  $\tau_{max}$ .

В разд. 5 исследуется динамика спонтанного излучения в переходном режиме: анализируются среднее число  $N_{ph}$  циклов оптической накачки, необходимое для выхода на стационарное распределение, и среднее время  $\tau_{opt} \sim \tau_{max}/N_{ph}$  одного оптического цикла. На примере переходов с  $j_0 = 2$  и  $3/2 \rightarrow 3/2$  показано, что для переходов  $j \rightarrow j + 1$  последняя величина может быть определена как  $\tau_{opt} = 1/\gamma\tilde{S} \sim \tau_0$ , где  $\tilde{S}(\ell)$  — эффективный параметр насыщения, введенный ранее в [1] и являющийся функцией степени  $\ell$  линейной поляризации поля. Однако для остальных трех типов переходов подобная оценка не будет выполняться, поскольку здесь величина  $\tau_{opt}$  существенно зависит от начального состояния ансамбля  $\hat{\rho}(0)$  и, как правило, оказывается заметно больше грубой оценки  $\tau_0$ .

**2. УРАВНЕНИЕ ОПТИЧЕСКОЙ НАКАЧКИ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ: РАЗЛОЖЕНИЕ ПО МИНИМАЛЬНЫМ ВИПОЛЯРНЫМ ГАРМОНИКАМ**

Рассмотрим ансамбль атомов с полными угловыми моментами  $j_0$  и  $j_1$  в основном и возбужденном состояниях, резонансно взаимодействующий с монохроматическим световым полем

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = e^{-i\omega t} \mathcal{E}(\mathbf{r})\mathbf{e}(\mathbf{r}) + \text{с.с.} \quad (3)$$

Здесь  $\mathcal{E}(\mathbf{r}) = |\mathcal{E}|e^{i\phi(\mathbf{r})}$  — суммарная комплексная амплитуда светового поля с учетом общей пространственной фазы  $\phi$ ,  $\mathbf{e}(\mathbf{r})$  — вектор поляризации единичной длины,  $\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^* = 1$ .

В нулевом порядке по параметру отдачи замкнутое уравнение для оператора плотности  $\hat{\rho}$  основного состояния для медленных атомов ( $v \ll \gamma\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны света) и при малых насыщениях

$$S = \frac{|\Omega|^2}{\gamma^2/4 + \delta^2} \ll 1 \quad (4)$$

примет вид [10]

$$(\partial_t + \mathbf{v}\nabla)\hat{\rho} = \hat{\gamma}\{S\hat{V}\hat{\rho}\hat{V}^\dagger\} - \gamma S (\Delta^*\hat{V}^\dagger\hat{V}\hat{\rho} + \Delta\hat{\rho}\hat{V}^\dagger\hat{V}) = \hat{L}_s\hat{\rho} + \hat{L}_c\hat{\rho}. \quad (5)$$

Здесь  $\Delta = 1/2 - i\delta/\gamma$ ,  $\Omega = -\mathcal{E}d/\hbar$  — частота Раби,  $d$  — приведенный матричный элемент дипольного момента для данного оптического перехода,  $\delta = \omega - \omega_0$  — отстройка частоты светового поля от

резонанса,  $\hat{V}$  и  $\hat{V}^\dagger$  — проекции понижающего и повышающего операторов приведенного дипольного момента [1, 10] на направление поляризации. Локальный параметр насыщения (4) определен так, что он равен  $1/2$  при нулевой отстройке ( $\delta = 0$ ) и световой интенсивности  $I$ , равной интенсивности насыщения  $I_{sat} = 2\pi^2\hbar\gamma c/3\lambda^3$  [11], т. е.

$$S = \frac{I/I_{sat}}{2 + 8(\delta/\gamma)^2}. \quad (4')$$

В представлении собственных векторов углового момента ( $|j_1, \mu_1\rangle$  для возбужденного и  $|j_0, \mu_0\rangle$  для основного состояний атома) элементы  $\rho_{\mu\mu'}$  оператора плотности характеризуют распределение атомов по зеемановским подуровням  $-j_0 \leq \mu, \mu' \leq j_0$ , а оператор  $\hat{V}$  имеет матричные элементы

$$V_{\mu_1\mu_0} = \sum_q C_{j_0\mu_0\ 1q}^{j_1\mu_1} e^q, \quad (6)$$

где  $C_{j_0\mu_0\ 1q}^{j_1\mu_1}$  — коэффициенты Клебша–Гордана [12],  $e^q$  — проекции вектора поляризации из (3) в циклическом базисе.

Уравнение (5) описывает динамику основного состояния атомарного ансамбля за счет процессов оптической накачки. Первое слагаемое (оператор прихода) в правой части описывает приход атомов в основное состояние при спонтанном радиационном распаде возбужденного состояния и определяет некогерентную эволюцию ансамбля. Остальные слагаемые описывают процессы ухода и светоиндуцированные сдвиги энергетических уровней основного состояния и определяют когерентный вклад ( $\hat{L}_c$ ) в эволюцию ансамбля. Действие оператора  $\hat{\gamma}$  на произвольное распределение по зеемановским подуровням возбужденного состояния  $X_{\mu_1\mu'_1}$  имеет следующий вид [10]:

$$\left(\hat{\gamma}\{X\}\right)_{\mu_0\mu'_0} = \gamma \sum_{q,\mu_1,\mu'_1} C_{j_0\mu_0\ 1q}^{j_1\mu_1} C_{j_0\mu'_0\ 1q}^{j_1\mu'_1} X_{\mu_1\mu'_1}. \quad (7)$$

При анализе спектра характерных времен релаксации  $\{\tau_i\}$  рассмотрим вытекающее из (5) уравнение эволюции для мультипольных моментов основного состояния:

$$\begin{aligned} \rho_q^\varkappa &= \sum_{\mu,\mu'} (-1)^{j_0-\mu'} C_{j_0\mu\ j_0-\mu'}^{\varkappa q} \rho_{\mu\mu'}, \\ \rho_{\mu\mu'} &= \sum_{\varkappa,q} (-1)^{j_0-\mu'} C_{j_0\mu\ j_0-\mu'}^{\varkappa q} \rho_q^\varkappa. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $\rho_q^\varkappa$  — проекции ( $-\varkappa \leq q \leq \varkappa$ ) атомных мультипольных моментов. Для ансамбля неподвижных атомов в световом монохроматическом поле уравнения эволюции для мультипольных моментов [13] имеют вид

$$\tau_0 \partial_t \rho^\varkappa = \sum_{\varkappa_1, \varkappa_2} \mathcal{F}_{\varkappa}^{\varkappa_1 \varkappa_2}(\delta, j_0, j_1) \{ \varrho^{\varkappa_1} \otimes \rho^{\varkappa_2} \}_\varkappa. \quad (9)$$

Здесь суммирование ведется по возможным значениям мультипольных моментов фотонной матрицы плотности ( $\varkappa_1 = \{0; 1; 2\}$ ) и атомной матрицы плотности ( $\max(0, \varkappa - \varkappa_1) \leq \varkappa_2 \leq \min(2j_0, \varkappa + \varkappa_1)$ ),  $\{ \varrho^{\varkappa_1} \otimes \rho^{\varkappa_2} \}_\varkappa$  — тензорное произведение мультипольных моментов фотонной  $\hat{\varrho}$  и атомной  $\hat{\rho}$  матриц плотности. Коэффициенты  $\mathcal{F}$  выражены через  $6j$ - и  $9j$ -символы:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\varkappa}^{\varkappa_1 \varkappa_2}(\delta, j_0, j_1) &= \Pi(\varkappa_1, \varkappa_2) \Pi^2(j_1) (-1)^{j_1 - j_0 + \varkappa} \times \\ &\times \left[ (-1)^{2j_1} \Pi^2(j_1) \begin{Bmatrix} j_0 & j_0 & \varkappa \\ j_1 & j_1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & \varkappa_1 \\ j_0 & j_0 & \varkappa_2 \\ j_1 & j_1 & \varkappa \end{Bmatrix} - \right. \\ &- [\Delta^* + (-1)^{\varkappa + \varkappa_1 + \varkappa_2} \Delta] \begin{Bmatrix} \varkappa & \varkappa_1 & \varkappa_2 \\ j_0 & j_0 & j_0 \end{Bmatrix} \times \\ &\left. \times \begin{Bmatrix} 1 & \varkappa_1 & 1 \\ j_0 & j_1 & j_0 \end{Bmatrix} \right] = \mathcal{F}_{\varkappa; s}^{\varkappa_1 \varkappa_2} + \mathcal{F}_{\varkappa; c}^{\varkappa_1 \varkappa_2}, \quad (10) \end{aligned}$$

где  $\Pi(x, y, \dots) = \sqrt{(2x+1)(2y+1)\dots}$ . Мультипольные моменты фотонной матрицы плотности можно определить через орты  $\nu$  и  $\epsilon$ , направленные по нормали к плоскости поляризации и вдоль большой оси эллипса поляризации, определяемого вектором  $e$  [14]:

$$\begin{aligned} \varrho^0 &= -1/\sqrt{3}, \quad \varrho^1 = \mathcal{A} \nu / \sqrt{2}, \\ \varrho^2 &= \ell \{ \epsilon \otimes \epsilon \}_2 + [(\ell - 1)/2] \{ \nu \otimes \nu \}_2, \end{aligned} \quad (11)$$

где в случае поля с чистым состоянием поляризации с углом эллиптичности  $\varepsilon$  явный вид коэффициентов  $\ell = e \cdot e = \cos 2\varepsilon$  и  $\mathcal{A} = \sin 2\varepsilon$ . Эти величины соответственно характеризуют степени линейной и циркулярной поляризаций поля.

Воспользуемся методом минимальных биполярных гармоник [15] и в качестве минимальных гармоник выберем тензорные произведения сферических функций

$$\mathcal{Y}_{\varkappa}^{k,p}(\nu, \epsilon) = \{ Y_k(\nu) \otimes Y_{\varkappa-k+p}(\epsilon) \}_\varkappa,$$

где  $k = p, p+1, \dots, \varkappa$ , индекс  $p$  принимает значения 0 и 1. Например,  $\mathcal{Y}_1^{0,0} \sim \epsilon$ ,  $\mathcal{Y}_1^{1,0} \sim \nu$ ,  $\mathcal{Y}_1^{1,1} \sim \nu \times \epsilon$ ,  $\mathcal{Y}_2^{0,0} \sim \{ \epsilon \otimes \epsilon \}_2$ ,  $\mathcal{Y}_2^{2,0} \sim \{ \nu \otimes \nu \}_2$ ,  $\mathcal{Y}_2^{1,1} \sim \{ \nu \otimes \{ \epsilon \otimes \epsilon \}_2 \}_2$  и т.д. Метод основан на базисных свойствах минимальных биполярных гармоник: однозначно определенное разложение мультипольных моментов  $\rho^\varkappa$  имеет вид

$$\rho^\varkappa = \sum_{l=0}^{\varkappa} a_{\varkappa}^l \mathcal{Y}_{\varkappa}^{l,0} + \sum_{m=1}^{\varkappa} b_{\varkappa}^m \mathcal{Y}_{\varkappa}^{m,1}. \quad (12)$$

Используя редукционную процедуру для тензорных произведений минимальных биполярных гармоник различных рангов [15], исходные уравнения (9) нетрудно свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов разложения  $a_{\varkappa}^l, b_{\varkappa}^m$ , где  $0 \leq l \leq \varkappa, 1 \leq m \leq \varkappa, 0 \leq \varkappa \leq 2j_0$ , при учете нормировки  $\rho^0 = 1/\Pi(j_0)$ . Уже на данном этапе анализа проявляется удобство метода минимальных биполярных гармоник, позволяющего естественным образом выделить две независимых системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\tau_0 \frac{d\hat{\mathbb{X}}^{(1)}}{dt} = \hat{\mathbb{L}}_1 \cdot \hat{\mathbb{X}}^{(1)} - \hat{\mathbb{C}}, \quad (13a)$$

$$\tau_0 \frac{d\hat{\mathbb{X}}^{(2)}}{dt} = \hat{\mathbb{L}}_2 \cdot \hat{\mathbb{X}}^{(2)}. \quad (13b)$$

Например, для перехода  $1 \rightarrow 2$  имеем в явном виде (здесь и далее  $\tilde{\delta} = \delta/\gamma$ ):

$$\hat{\mathbb{X}}^{(1)} = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_2^0 \\ b_2^1 \\ a_2^2 \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbb{L}}_1 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{12} & -\frac{\sqrt{5}\mathcal{A}}{36} & \frac{\sqrt{5}i\tilde{\delta}\ell}{6\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{5}\mathcal{A}}{18} \\ 0 & -\frac{15+2\ell}{36} & -\frac{5i\tilde{\delta}\mathcal{A}}{3\sqrt{2}} & \frac{\ell}{9} \\ \frac{i\tilde{\delta}\ell}{3\sqrt{10}} & -\frac{5i\tilde{\delta}\mathcal{A}}{6\sqrt{2}} & -\frac{5}{12} & 0 \\ -\frac{\mathcal{A}}{6\sqrt{5}} & \frac{\ell-1}{18} & -\frac{5i\tilde{\delta}\mathcal{A}}{6\sqrt{2}} & \frac{2\ell-11}{36} \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbb{C}} = \begin{pmatrix} \frac{5\mathcal{A}}{36\sqrt{6}} \\ \frac{\sqrt{5}\ell}{18\sqrt{6}} \\ 0 \\ \frac{\sqrt{5}(\ell-1)}{36\sqrt{6}} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\hat{X}^{(2)} = \begin{pmatrix} a_1^0 \\ b_1^1 \\ a_2^1 \\ b_2^2 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{2+\ell}{12} & -\frac{5i\tilde{\delta}\mathcal{A}}{4\sqrt{6}} & \frac{\mathcal{A}}{4\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{5}i\tilde{\delta}(1-\ell)}{12\sqrt{2}} \\ -\frac{5i\tilde{\delta}\mathcal{A}}{6\sqrt{6}} & \frac{\ell-2}{12} & \frac{i\tilde{\delta}(1+\ell)}{12} & \frac{\sqrt{5}\mathcal{A}}{12\sqrt{3}} \\ -\frac{\mathcal{A}}{6\sqrt{6}} & \frac{i\tilde{\delta}(1+\ell)}{12} & -\frac{(4+\ell)}{12} & -\frac{5\sqrt{5}i\tilde{\delta}\mathcal{A}}{12\sqrt{3}} \\ \frac{i\tilde{\delta}(1-\ell)}{6\sqrt{10}} & -\frac{\mathcal{A}}{4\sqrt{15}} & -\frac{\sqrt{5}i\tilde{\delta}\mathcal{A}}{4\sqrt{3}} & \frac{\ell-4}{12} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Система (13а) описывает эволюцию мультипольных моментов, содержащих четное, а (13б) — нечетное число тензорных произведений  $\epsilon$ . Из сопоставления со структурой  $\rho_{\mu\mu'}$  (ось квантования вдоль  $\nu$ ) следует, что неоднородная система (13а) описывает выход на стационарный режим  $\hat{X}^{(1)}(\infty) = \hat{L}_1^{-1} \cdot \hat{C}$  рассмотренных в [16] состояний, образуемых зеемановскими подуровнями с проекциями  $(\dots, \mu - 2, \mu, \mu + 2, \dots)$ . Эти подуровни, когерентно связанные полем (рис. 1), составляют в общем случае два отдельных семейства, состоящих из цепочек (например, с четными и нечетными проекциями при целых  $\mu$ ). Однородная система (13б) описывает релаксацию ( $\hat{X}^{(2)} \rightarrow 0$ ) начальной когерентности между этими цепочками. У неподвижных атомов поле (3) не наводит такой когерентности, однако при движении медленных атомов в двумерных и трехмерных конфигурациях светового поля с градиентами поляризации подобная когерентность возникает из-за запаздывания в оптическом упорядочении атомов по зеемановским подуровням [13].

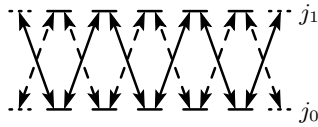
### 3. МАКСИМАЛЬНОЕ ВРЕМЯ ВЫХОДА НА СТАЦИОНАРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Вещественная часть  $\lambda_i^{(1,2)}$  собственных значений матриц  $\hat{L}_{1,2}$  определяет спектр времен релаксации  $\tau_i^{(1,2)} = -(\lambda_i^{(1,2)} \gamma S)^{-1}$  некоторых состояний  $\hat{X}_i^{(1,2)}$ . Остановимся на анализе наибольшего времени релаксации  $\tau_{max} = \max \tau_i^{(1,2)}$  и соответствующих ему состояний  $\hat{X}_{max}^{(1,2)}$ , подверженных самой длительной релаксации к стационарным распределениям. При малых  $j_0$  параметр  $\xi = \tau_{max}/\tau_0$  не зависит от эллиптичности поля, относительной отстройки  $\tilde{\delta}$  и состав-

ляет  $9/2$  для переходов  $1/2 \rightarrow 1/2$  и  $1/2 \rightarrow 3/2$ ;  $6$  для переходов<sup>2)</sup>  $1 \rightarrow 0$ ;  $4$  для переходов  $1 \rightarrow 1$ . Уже для переходов  $1 \rightarrow 2$  и  $3/2 \rightarrow 3/2$  величина  $\xi$  существенно зависит от эллиптичности и в общем случае различна при точном резонансе ( $|\tilde{\delta}| \ll 1$ ) и в режиме отстроек  $|\tilde{\delta}| > 1$ . Можно выделить различные типы зависимостей в следующих типах переходов I —  $j \rightarrow j + 1$ ; II —  $j \rightarrow j$  с полужелыми  $j$ ; III —  $j \rightarrow j$  с целыми  $j$ ; IV —  $j \rightarrow j - 1$  для релаксирующих состояний. Характерная для этих типов зависимость времени  $\tau_{max}$  от степени циркулярной поляризации поля  $\mathcal{A}$  представлена на рис. 2 на примерах переходов  $2 \rightarrow 3$ ,  $3/2 \rightarrow 3/2$ ,  $2 \rightarrow 2$  и  $2 \rightarrow 1$  в режимах  $|\tilde{\delta}| \ll 1$  и  $|\tilde{\delta}| = 10$ . Приведены ветви  $\tau_{max}^{(1,2)}(\mathcal{A})$ , которые совпадают для переходов типов III и IV. Отметим, что уже при отстройках  $|\tilde{\delta}| \gtrsim 2$  зависимость  $\xi(\tilde{\delta})$  для переходов типов I, III, IV крайне слаба, а для переходов типа II она существенна. Для сравнения показаны также кривые нижних значений  $\tau_{min}$ , соответствующие наиболее быстро релаксирующим состояниям  $\hat{X}_{min}$ . Оценка  $\tau_{min} \approx (2-3)\tau_0$ , следующая из рис. 1 для каждого из указанных типов, сохраняется также и для значений  $j_0 > 2$ , причем зависимость  $\tau_{min}$  от эллиптичности поля можно считать несущественной. Приведем оценки минимальной границы времени  $\tau_0 = (\gamma S)^{-1}$  для некоторых атомов:

- 1)  $j_0 = 2$ , атомы  $^{23}\text{Na}$ , длина волны  $\lambda = 589$  нм, константа радиационной релаксации  $\gamma/2\pi = 10$  МГц, интенсивность насыщения в резонансе  $I_{sat} = 6.44$  мВт/см<sup>2</sup>, минимальное значение времени  $\tau_0$  при  $I = I_{sat}$  (когда  $S = 1/2$ ) в точном резонансе составляет  $\tau_{0,min} = 3.2 \cdot 10^{-8}$  с;
- 2)  $j_0 = 5/2$ , атомы  $^{173}\text{Yb}$ ,  $\lambda = 555.8$  нм,  $\gamma/2\pi = 0.187$  МГц,  $I_{sat} = 0.14$  мВт/см<sup>2</sup> [17],  $\tau_{0,min} = 1.7 \cdot 10^{-6}$  с;

<sup>2)</sup> Приведено максимальное значение для релаксирующих состояний, поскольку в переходах  $j \rightarrow j - 1$  всегда имеются два различных не взаимодействующих с полем когерентных состояния [16], чему соответствуют одно значение  $\lambda_1^{(1)} = 0$  и два значения  $\lambda_{1,2}^{(2)} = 0$ .



**Рис. 1.** Вынужденные переходы между зеемановскими подуровнями основного и возбужденного состояний при выборе оси квантования вдоль  $\nu$ : сплошными и пунктирными линиями показаны переходы для двух различных, когерентно не связанных, семейств подуровней

- 3)  $j_0 = 3$ , атомы  $^{85}\text{Rb}$  либо  $^{52}\text{Cr}$ ; для рубидия  $\lambda = 795$  нм,  $\gamma/2\pi = 6.1$  МГц,  $I_{sat} = 1.6$  мВт/см<sup>2</sup>,  $\tau_{0,min} = 5.2 \cdot 10^{-8}$  с; для хрома  $\lambda = 425.4$  нм,  $\gamma/2\pi = 4.9$  МГц,  $I_{sat} = 8.4$  мВт/см<sup>2</sup>,  $\tau_{0,min} = 6.5 \cdot 10^{-8}$  с;
- 4)  $j_0 = 4$ , атомы  $^{133}\text{Cs}$ ,  $\lambda = 852.1$  нм,  $\gamma/2\pi = 5.2$  МГц,  $I_{sat} = 1.1$  мВт/см<sup>2</sup>,  $\tau_{0,min} = 6.1 \cdot 10^{-8}$  с.

При других значениях интенсивности света и отстройках параметр насыщения рассчитывается в соответствии с ранее приведенной формулой (4').

Уже для данных значений  $j_0$  максимальное время релаксации к стационарному состоянию больше  $\tau_0$  на порядок, и с увеличением  $j_0$  величина  $\xi$  также возрастает. Это обусловлено малостью входящих в выражение (10)  $6j$ - и  $9j$ -символов при  $j_0 \gtrsim 1$  и, соответственно, малостью элементов в матрицах  $\hat{L}_{1,2}$ . Среднее значение  $\langle \xi \rangle$  можно оценить весьма приблизительно величиной  $\sqrt{3}/[(2j_1 + 1)\mathcal{F}_1^{1,0}]$ , характеризующей релаксацию мультипольных моментов  $\rho^1$  первого ранга без учета вкладов от всех остальных мультипольных моментов с рангами  $\kappa_2 > 1$  для атомной и рангами  $\kappa_1 > 0$  для фотонной матриц плотности в уравнениях (9), что соответствует средним значениям

$$\begin{aligned} \langle \xi \rangle_I &\approx \sqrt{3} (j_0 + 1)^2 (2j_0 + 1) / (2j_0 + 3), \\ \langle \xi \rangle_{II, III} &\approx \sqrt{3} j_0 (j_0 + 1) / 2, \\ \langle \xi \rangle_{IV} &\approx \sqrt{3} (j_0)^2 (2j_0 + 1) / (2j_0 - 1). \end{aligned}$$

Подобная зависимость<sup>3)</sup>  $\tau \propto j_0^2 / \gamma S$  характерна для случая больших значений углового момента  $j_0$  [6].

В большинстве случаев время  $\tau_{max}$  существенно больше в области линейных поляризаций ( $\mathcal{A} \approx 0$ )

<sup>3)</sup> Входящий в определение параметра насыщения приведенный матричный элемент дипольного момента  $d$  также зависит от  $j_0$ . Следует уточнить, что в данной работе используется определение  $d$  через коэффициенты Клебша – Гордана, в соответствии с определением (5), используемым также в [1, 3]. В других работах [2, 6, 13] используется определение  $\tilde{d}$  через  $3jm$ -символ Вигнера. Эти величины связаны соотношением  $\tilde{d} = \Pi(j_1) d$ .

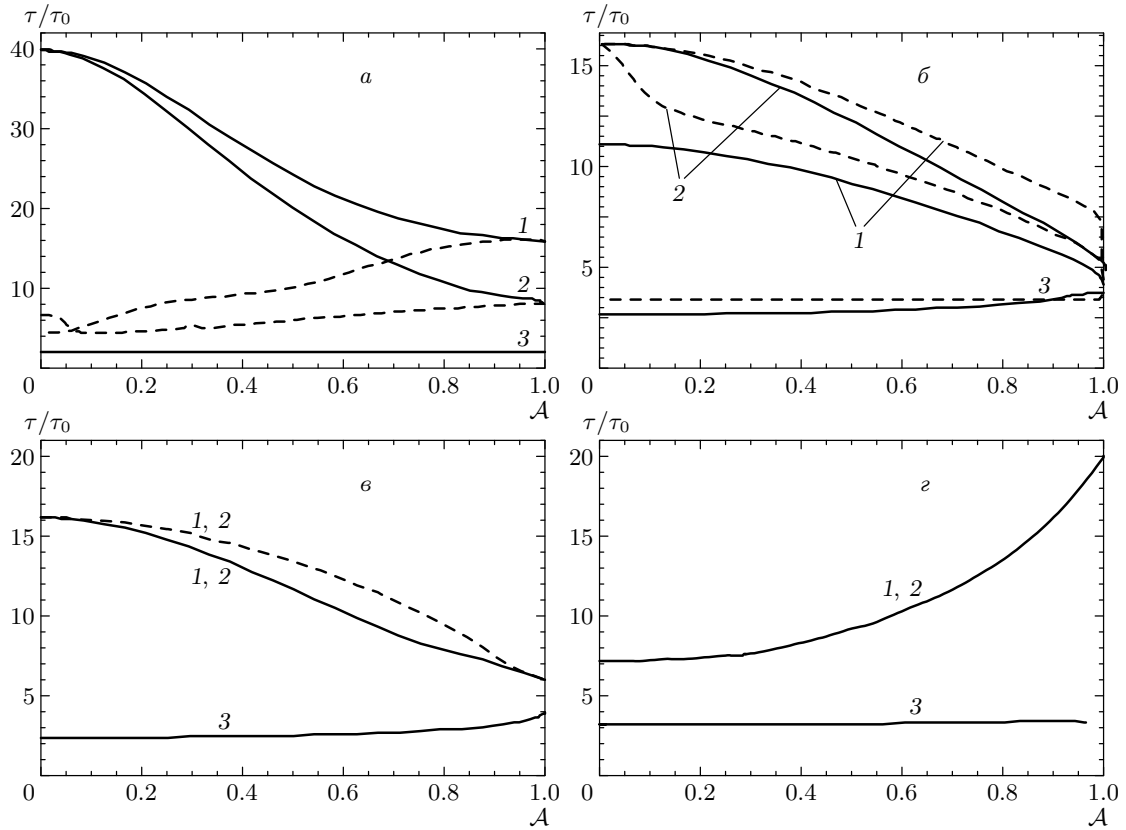
по сравнению с областью циркулярной поляризации ( $|\mathcal{A}| \approx 1$ ), за исключением переходов типа IV, а также типа I при  $|\tilde{\delta}| > 1$ . Характер зависимости  $\xi(\tilde{\delta})$  качественно отличается для циклических (типа I и II) и «просветляющихся» (типа III и IV) переходов, у которых стационарное распределение  $\hat{\rho}(\infty)$  соответствует когерентным состояниям, не взаимодействующим со световым полем [16]. Для просветляющихся переходов зависимость  $\xi(\tilde{\delta})$  незначительна, тогда как для переходов типа I время релаксации очень сильно уменьшается при  $|\tilde{\delta}| > 1$  по сравнению с резонансным случаем, а для переходов типа II, наоборот, заметно возрастает при эллиптической поляризации поля ( $|\mathcal{A}| \approx 0.5$ ). Далее опишем состояния  $\mathbb{X}_{max}$ , являющиеся собственными «векторами» для матриц  $\hat{L}_{1,2}$  и медленнее всего релаксирующие к стационарному состоянию.

### 3.1. Точный резонанс

При  $\delta = 0$  системы (13) распадаются на блоки уравнений для коэффициентов  $a_{\kappa}^l$  и  $b_{\kappa}^m$  по отдельности. Для определенности рассмотрим неоднородную систему обыкновенных дифференциальных уравнений и для полноты описания векторов  $\mathbb{X}_{max}^{(1,2)}$  будем сопоставлять их с населенностями и когерентностями  $\rho_{\mu\mu'}$  (ось квантования вдоль  $\nu$ ). Согласно уравнениям (8) и (12), уравнения для коэффициентов  $a_{\kappa}^l$  определяют динамику населенностей  $N_{\mu} = \rho_{\mu\mu}$  и вещественной (симметричной) составляющей когерентностей  $P_{\mu\mu'} = (\rho_{\mu\mu'} + \rho_{\mu'\mu})/2$ , где  $\mu \neq \mu'$ ,  $|\mu - \mu'|$  четно. Уравнения для  $b_{\kappa}^m$ , являясь однородными, описывают релаксацию мнимой составляющей  $Q_{\mu\mu'} = (\rho_{\mu\mu'} - \rho_{\mu'\mu})/2i \rightarrow 0$ . Для циклических переходов релаксация составляющей  $Q_{\mu\mu'}$  наступает заметно раньше, чем величин  $N_{\mu}$  и  $P_{\mu\mu'}$ , а соотношение их характерных времен релаксации составляет  $2\tau_Q \approx (\tau_N, \tau_P)$ . Для остальных типов переходов имеем  $\tau_Q \approx (\tau_N, \tau_P)$ . Рассмотрим отличную от линейной поляризацию поля. Для зависимостей типа I медленнее всего релаксируют населенности  $N_{\mu}$ , или мультипольные моменты вида

$$\tilde{\rho}_{\kappa}^{\nu} = a_{\kappa}^{\nu} \{ \dots \{ \{ \nu \otimes \nu \}_2 \otimes \nu \}_3 \dots \otimes \nu \}_{\kappa}.$$

Эта релаксация оказывается самой медленной, а соответствующее значение  $\tau_{max}$  невырождено и отделено от остального спектра  $\tau_i$ , так что  $\tau_{max} \gtrsim 2\tau_i$ . Это позволяет с хорошей точностью определить зависимость  $\xi(\ell)$ , рассмотрев лишь усеченную часть матрицы  $\hat{L}_1$  только для коэффициентов  $(a_1^1; a_2^2; \dots)^T$ , где верхний индекс означает транспонирование. Например, для сложного перехода



**Рис. 2.** Различные типы зависимостей максимальных  $\tau_{max}^{(1)}(A)$ ,  $\tau_{max}^{(2)}(A)$  (соответственно кривые 1, 2) и минимальных  $\tau_{min}(A)$  (кривые 3) времен релаксации к стационарному распределению на примере переходов  $2 \rightarrow 3$  (а),  $3/2 \rightarrow 3/2$  (б),  $2 \rightarrow 2$  (в),  $2 \rightarrow 1$  (г). Сплошные линии соответствуют режиму резонанса, штриховые — режиму отстройки  $|\tilde{\delta}| = 10$ ;  $\tau_0 = (\gamma S)^{-1}$

$4 \rightarrow 5$  аппроксимация зависимости  $\xi(\ell)$  достигается при выборе всего четырех первых коэффициентов. В случае перехода  $1 \rightarrow 2$  из (14) получим

$$\xi(\ell) \approx 36 / \left( 7 - \ell - \sqrt{4 - 8\ell + 13\ell^2} \right).$$

Для переходов типа II время  $\tau_{max}^{(1)} = \tau_N \approx \tau_P$ , причем его отличие от близких значений из спектра характерных времен мало ( $\tau_{max} - \tau_i \ll \tau_{max}$ ). Отличительным свойством переходов типа II является еще более медленная релаксация когерентностей  $\rho_{\mu\mu'}$  ( $|\mu - \mu'|$  нечетно) между семействами-цепочками, поскольку  $\tau_{max}^{(2)} > \tau_{max}^{(1)}$  (рис. 2б). К ним относятся и самые «длинные» когерентности, которым соответствуют мультипольные моменты максимального ранга, пропорциональные  $\mathcal{Y}_{2j_0}^{2m,0}$ ,  $m = 0, 1, \dots$ . Для переходов типа III медленнее всего релаксируют не населенности, а самые «длинные» когерентности. Например, для перехода  $4 \rightarrow 4$  это  $\rho^8 \sim \mathcal{Y}_8^{m,p}$  с  $m = 0, \dots, 4$ . Соответствующее собственное значение  $\tau_{max}$  здесь

двукратно вырождено. Для переходов типа IV медленнее всего релаксируют населенности и когерентности  $\rho_{\mu\mu'}$  с разностью  $|\mu - \mu'| \leq 4$ , а значение  $\tau_{max}$  двукратно вырождено.

### 3.2. Отстройки $|\tilde{\delta}| > 1$

Теперь динамика величин  $N_\mu$  и  $P_{\mu\mu'}$  сильно связана с  $Q_{\mu\mu'}$ , как это можно видеть на примере выражений (14), (15) для сравнительно простого перехода  $1 \rightarrow 2$ . Соответственно, структура состояний  $\mathbb{X}_{max}^{(1,2)}$  и зависимость  $\tau_{max}(A)$  для некоторых типов переходов коренным образом изменяются. Анализ показал, что зависимость  $\xi$  от величины отстройки является пренебрежимо малой уже при значениях  $|\tilde{\delta}| \approx 2$ . Поэтому хорошим приближением служит предельное значение  $\tau_{max}$  при  $|\tilde{\delta}| \gg 1$ . Его можно получить, рассмотрев условие равенства нулю коэффициента при старшей степени  $\tilde{\delta}$  в характеристическом многочлене матрицы  $\hat{L}_1$  (либо  $\hat{L}_2$ ). Для перехо-

да  $1 \rightarrow 2$  полученная таким образом аппроксимация имеет вид

$$\tau_{max} \approx \frac{12(75-72\ell^2)\tau_0}{175-162\ell^2-2\sqrt{625+450\ell^2-2799\ell^4+728\ell^6}},$$

$$\ell^2 = 1 - A^2.$$

Другая особенность этого режима отстроек состоит в пренебрежимо малой доле когерентности  $Q_{\mu\mu'}$  в состоянии  $\mathbb{X}_{max}$  для переходов типов I, II и III, хотя в исходных динамических уравнениях все три составляющие,  $N_\mu$ ,  $P_{\mu\mu'}$  и  $Q_{\mu\mu'}$ , взаимосвязаны. Таким образом, для этих типов переходов структура состояния  $\mathbb{X}_{max}$  формируется населенностями  $N_\mu$  и когерентностями  $P_{\mu\mu'}$  (в основном «короткими» с  $|\mu - \mu'| = 2$ ), а соответствующее значение  $\tau_{max}$  невырождено, причем  $\tau_{max} \gtrsim 1.5\tau_i$ . Для переходов типа IV структура состояния  $\mathbb{X}_{max}$  и зависимость  $\tau_{max}(A)$  такие же, как в резонансе.

### 3.3. Линейная поляризация поля

Предельные случаи циркулярной ( $|A| = 1$ ) и линейной ( $A = 0$ ) поляризаций являются вырожденными, поскольку рассмотренные выше семейства когерентно связанных зеемановских подуровней распадаются на отдельные подуровни. В первом случае это непосредственно видно на рис. 1. Для рассмотрения линейной поляризации выберем ось квантования вдоль  $\epsilon$ . Тогда вынужденные переходы изображаются вертикальными линиями и не связывают подуровни с разными проекциями  $\mu$ . Населенности таких подуровней характеризуются мультипольными моментами вида

$$\tilde{\rho}^{\mathcal{X}} \sim \mathcal{Y}_{\mathcal{X}}^{0,p} \sim \{ \dots \{ \{ \epsilon \otimes \epsilon \}_2 \otimes \epsilon \}_3 \dots \otimes \epsilon \}_{\mathcal{X}}.$$

Следует подчеркнуть, что в окрестности  $A \approx 0$  структура состояния  $\mathbb{X}_{max}$  испытывает сильные изменения даже при малой вариации  $A$ . Выделим характерные особенности состояний  $\mathbb{X}_{max}^{(1,2)}$  при точном значении  $A = 0$ . Для переходов типа III медленнее всего релаксируют населенности (новых) подуровней, а значение  $\xi$  нетрудно определить из системы усеченных обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов  $(a_2^0; a_4^0; \dots)^T$ . Аналогичная картина имеет место в случае переходов типа IV при отстройках  $|\tilde{\delta}| > 1$ . Однако в резонансе к населенностям добавляются когерентности  $\rho_{\mu,\mu\pm 1}$  между соседними подуровнями, описываемые мультипольными моментами, пропорциональными  $\mathcal{Y}_{\mathcal{X}}^{1,p}$ . В обоих случаях соответствующие собственные значения  $\tau_{max}$  невырождены. В циклических переходах

в резонансном случае самая медленная релаксация имеет место не для населенностей, а для когерентностей  $\rho_{\mu,\mu\pm 1}$  между ближайшими соседями, т. е. для компонент  $a_{\mathcal{X}}^1 \mathcal{Y}_{\mathcal{X}}^{1,0}$  мультипольного момента. Величину  $\tau_{max}^{(1)}$  можно определить из усеченных уравнений для  $(a_1^1; a_3^1; \dots)^T$ , и аналогично величину  $\tau_{max}^{(2)}$  — из усеченных уравнений для  $(a_2^1; a_4^1; \dots)^T$ . Например, для перехода  $1 \rightarrow 2$  имеем  $\xi = 12$ . При отстройках  $|\tilde{\delta}| > 1$  ситуация коренным образом изменяется для переходов типа I. Для переходов с  $j_0 \geq 5/2$  самой медленной релаксацией обладают заселенности (порядка  $\mathcal{Y}_{\mathcal{X}}^{0,p}$ ), и для определения  $\tau_{max}^{(1)}$  достаточно рассмотреть усеченную систему обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов  $(a_2^0; a_4^0; \dots)^T$ . В итоге величина  $\xi$  оказывается заметно отличной от резонансного случая. Для переходов с меньшими значениями  $j_0$  с величиной  $\tau_{max}$  ассоциируется несколько собственных значений  $\tau_i$ , совпадающих или очень близких. В частности, для перехода  $1 \rightarrow 2$  существуют три таких значения, одно из которых соответствует релаксации населенностей и когерентности порядка  $\mathcal{Y}_2^{2,0}$ . В итоге для этого перехода  $\xi = 4$ . Заслуживает внимания характер зависимости  $\xi(\tilde{\delta})$ . Для перехода  $1 \rightarrow 2$  она имеет вид

$$\xi = \text{Re} \left( \frac{12}{3 - 2\sqrt{1 - \tilde{\delta}^2}} \right),$$

который указывает на резкий характер изменения величины  $\xi$  в граничной области отстроек  $|\tilde{\delta}| \approx 1$ . Для переходов типа I с  $j_0 > 1$  этот характер зависимости сохраняется, причем возрастает различие между величинами  $\xi(|\tilde{\delta}| > 1)$  и  $\xi(0)$ . Например, в случае  $j_0 = 4$  скачок уже будет от  $\xi(0) \approx 145$  до  $\xi(|\tilde{\delta}| \geq 2) \approx 7.36$ .

## 4. ЭВОЛЮЦИЯ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

Характер динамики мультипольных моментов основного состояния определяется не только особенностями спектра оператора  $\hat{L}$ , но зависит также от начального распределения атомов  $\hat{\rho}(0)$ . Рассмотрим это влияние на примере двух случаев: А — при равновесном распределении  $\rho_{\mu\mu'}(0) = \delta_{\mu\mu'}/(2j_0+1)$ ; В — в чистом состоянии  $\rho_{\mu\mu'}(0) = \delta_{\mu\mu_0} \delta_{\mu'\mu_0}$ , когда заселен только один зеемановский подуровень  $\mu_0$ . Следует отметить, что оба варианта рассматривались при анализе конкретных моделей взаимодействия атомов с полем: случай А использовался в работе [9] при оценке динамики охлаждения для атома с



переходом  $j \rightarrow j$  в трехлучевой конфигурации поля; случай В применен в работах [2, 4] при расчете светоиндуцированной силы, тензора диффузии для переходов  $1 \rightarrow 2$  и  $2 \rightarrow 3$  в конкретных одномерных полевых конфигурациях. В случае В представляет особый интерес начальное состояние  $|\mu_0\rangle = j_0$  с осью квантования  $\nu$ , которое формируется при оптической накачке атомов в циркулярно поляризованном поле.

Для этих вариантов начальных условий всегда будет<sup>4)</sup>  $\hat{X}^{(2)}(t) = 0$ . В таком случае динамика выхода на стационарный режим определяется только коэффициентами  $a_{\times}^l(t)$  и  $b_{\times}^m(t)$ , формирующими вектор  $\hat{X}^{(1)}$ , т. е. в два раза меньшим числом параметров, чем в случае задачи с исходной размерностью  $(2j_0 + 1)^2 - 1$ . Заметим далее, что проблема переходного режима для  $\hat{\rho}(t)$  обычно представляет интерес в рамках последующего анализа кинетических процессов либо решения спектроскопических задач в такой упорядоченной по внутренним степеням свободы среде. Например, при расчете светоиндуцированных сил необходимо знать лишь мультипольные моменты  $\rho^1$  и  $\rho^2$  [13], так как момент  $\rho^0 = 1/\Pi(j_0)$  определен условием нормировки. Мультипольные моменты рангов  $\times \leq 2$  также играют главную роль в однофотонных спектроскопических задачах, не связанных с проблемами формирования и обнаружения атомных мультипольных моментов более высокого ранга [18]. Поэтому независимо от сложности дипольного перехода главный интерес представляет динамика всего четырех коэффициентов,  $a_1^1, a_2^2, a_2^0$  и  $b_2^1$ . Напомним, что коэффициенты  $a_1^1$  и  $a_2^2$  характеризуют распределение населенностей зеemanовских подуровней (ось квантования  $\nu$ ),  $a_2^0$  — вещественную компоненту когерентности между соседними подуровнями  $\mu$  и  $\mu \pm 2$  (см. рис. 1), а  $b_2^1$  — мнимую компоненту этой когерентности. В вырожденном случае линейной поляризации при выборе оси квантования вдоль  $\epsilon$  коэффициент  $a_2^0$  характеризует населенности новых подуровней,  $a_1^1$  — вещественную компоненту и  $b_2^1$  — мнимую компоненту когерентности между подуровнем  $\mu$  и соседними подуровнями  $\mu \pm 1$ , а  $a_2^2$  — распределение населенностей и когерентности между подуровнем  $\mu$  и подуровнями  $\mu \pm 2$ .

Численный анализ различных переходов вплоть до  $j_0 = 5$  показал, что динамика усредненных коэффициентов  $\langle a_1^1 \rangle$  при произвольной степени цирку-

лярной поляризации  $\mathcal{A}$  и вариантах А, В начальных условий описывается монотонной функцией, которая характеризуется временем релаксации  $\tau_1^1(\mathcal{A})$ :

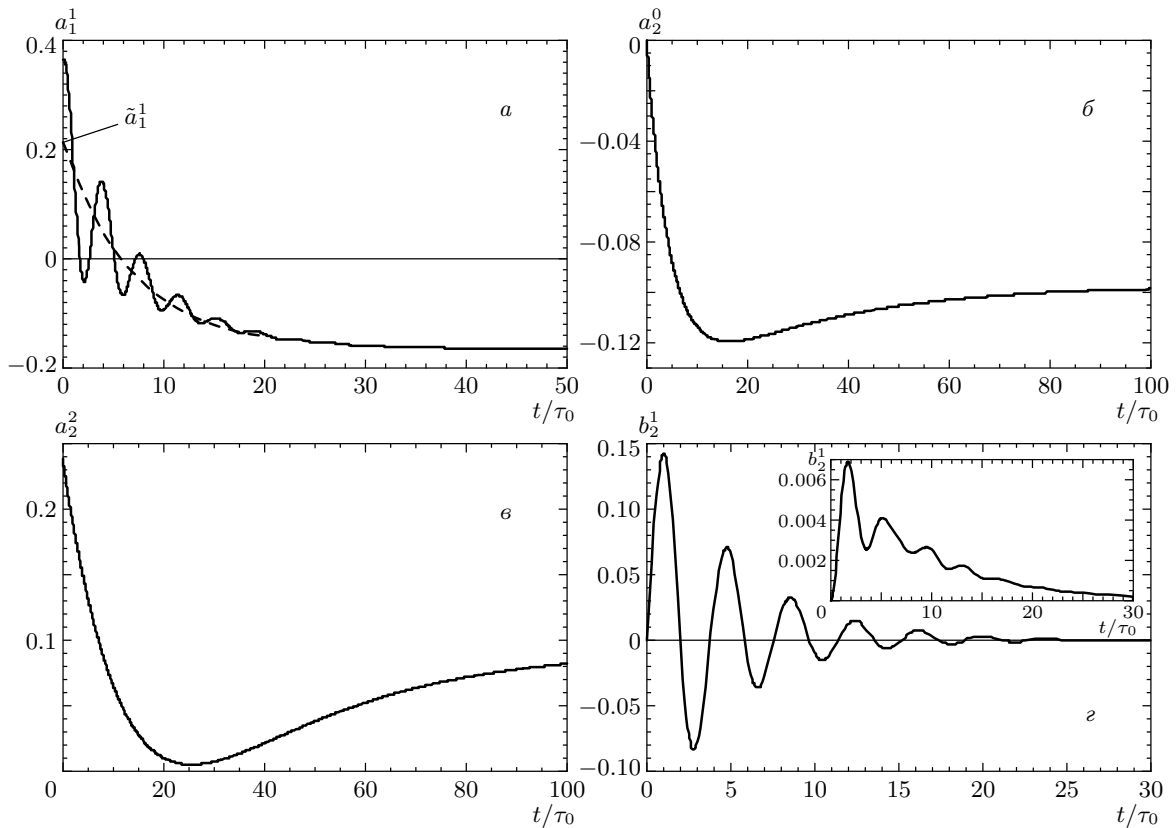
$$\langle a_1^1 \rangle(t) = a_1^1(\infty) + [\tilde{a}_1^1 - a_1^1(\infty)] \exp(-t/\tau_1^1), \quad (16)$$

где  $\tilde{a}_1^1$  соответствует расчетному значению  $\langle a_1^1 \rangle(0)$  в начальный момент времени и в общем случае не совпадает с  $a_1^1(0)$ . Угловые скобки означают усреднение по осцилляциям (рис. 3а), частота которых пропорциональна величине отстройки  $\tilde{\delta}$ , где сами осцилляции обусловлены динамическими штарковскими сдвигами энергий у зеemanовских подуровней при  $\delta \neq 0$ . Амплитуда осцилляций может быть значительной, однако в данной работе амплитудно-частотные особенности этих колебаний не рассматриваются.

Закономерности вида (16) для величин  $\langle a_2^2 \rangle(t)$  и  $\langle a_2^0 \rangle(t)$  с временами релаксации  $\tau_2^2$  и  $\tau_0^2$  имеют место не всегда. Случаи немонотонного изменения этих коэффициентов (рис. 3б и 3в) представляют отдельный интерес. На рис. 3б показана эволюция величины  $a_2^0(t)$  при  $\delta = 0$  из равновесного распределения в полях с  $\mathcal{A} \neq 0$ , возникающая только у переходов типа I. Явно виден повышенный в сравнении со стационарным значением уровень когерентностей, что указывает в первую очередь на интенсификацию в переходном режиме вынужденных процессов<sup>5)</sup> испускания–поглощения фотонов. Напомним, что при  $|\delta| \neq 0$  картина качественно изменится из-за появления в когерентностях мнимой компоненты, характеризваемой коэффициентом  $b_2^1$ . На рис. 3в показана эволюция величины  $a_2^2(t)$  при  $\delta = 0$  из состояния  $\mu_0 = -j_0$  в световом поле со степенью циркулярной поляризации  $\mathcal{A} > 0$ . Здесь прослеживается процесс перекачки атомов из состояний с преимущественными значениями  $\mu < 0$  в состояния с заселенностью подуровней  $\mu > 0$ , поскольку в области провала на кривой  $a_2^2(t)$  также меняется знак коэффициента  $a_1^1(t)$  аналогично рис. 3а, но без осцилляций. Другой особенностью является выравнивание населенностей подуровней в промежуточном состоянии при одновременной значительной когерентности (коэффициент  $a_2^0(t)$ ) между ними, что напоминает состояние, формирующееся в линейно поляризованном поле. Причем в переходах типа I этот коэффициент достигает пиковых величин, аналогично рис. 3б. В остальных случаях усредненные величины  $\langle a_2^0 \rangle$  и  $\langle a_2^2 \rangle$  удовлетворительно описываются закономерностями вида (16).

<sup>4)</sup> Уточним, что пренебрежение когерентностями, описываемыми вектором  $\hat{X}^{(2)}$ , вполне приемлемо при рассмотрении оптической накачки в одномерных полевых конфигурациях. Однако в конфигурациях большей размерности с градиентами поляризации их учет в общем случае необходим [13].

<sup>5)</sup> Интенсивность спонтанных переходов здесь также возрастает, но монотонно (см. следующий раздел).



**Рис. 3.** Динамика параметров  $a - a_1^1$  (сплошная линия) и  $\langle a_1^1 \rangle$  (штриховая линия) для перехода  $2 \rightarrow 3$  из состояния  $\mu_0 = -2$  в поле со степенью поляризации  $\mathcal{A} = 0.2$  при отстройке  $\tilde{\delta} = 10$ ;  $b - a_2^0$  для перехода  $2 \rightarrow 3$  из равновесного состояния при  $\tilde{\delta} = 0$ ,  $\mathcal{A} = 0.4$ ;  $v - a_2^2$  для перехода  $2 \rightarrow 3$  из состояния  $\mu_0 = -2$  при  $\tilde{\delta} = 0$ ,  $\mathcal{A} = 0.4$ ;  $z - b_2^1$  для перехода  $2 \rightarrow 3$  из равновесного состояния (вставка) и из состояния с  $\mu_0 = -2$  при  $\tilde{\delta} = 10$  и  $\mathcal{A} = 0.4$ ;  $\tau_0 = (\gamma S)^{-1}$

Типичные примеры динамики коэффициента  $b_2^1$ , отражающей прежде всего динамику вынужденных процессов излучения–поглощения только в переходном режиме, поскольку  $b_2^1(0) = b_2^1(\infty) = 0$ , представлены на рис. 3г при  $\tilde{\delta} = 10$ . Первый пример демонстрирует осцилляции величины  $b_2^1$  при начальных условиях В из состояния  $\mu_0 = -j_0$ , где амплитудные значения  $b_2^1$  сравнимы по порядку величины с ранее рассмотренными коэффициентами. Второй пример приведен во вставке к рис. 3г и соответствует релаксации к стационарному состоянию из равновесного. В этом случае для всех типов переходов амплитуда  $b_2^1(\mathcal{A})$  на порядок меньше остальных коэффициентов.

Численный анализ зависимостей  $\tau_1^1(\mathcal{A})$  для переходов с  $j_0 \lesssim 5$  показал их качественное соответствие ранее рассмотренным зависимостям  $\tau_{max}(\mathcal{A})$  (см. рис. 2) для различных режимов отстроек. Для циклических переходов в случае равновесного начального распределения имеет место количествен-

ное соответствие между  $\tau_1^1$  и  $\tau_{max}$ . Анализ других времен релаксации ( $\tau_2^0$  и  $\tau_2^2$  при монотонной динамике соответствующих усредненных коэффициентов) также показал качественное совпадение их зависимости от степени циркулярной поляризации  $\mathcal{A}$  с зависимостью  $\tau_{max}(\mathcal{A})$ : в переходах типов I, II, III в точном резонансе времена релаксации существенно больше в полях с малой величиной  $|\mathcal{A}|$  в сравнении с полями, близкими к циркулярно поляризованным ( $|\mathcal{A}| \approx 1$ ), а для переходов типа IV картина будет обратной. При отстройках  $|\tilde{\delta}| > 2$  существенно изменяются зависимости  $\tau(\mathcal{A})$  для циклических переходов в полном соответствии с представленными на рис. 2а, б. Количественное совпадение времени  $\tau_{max}(\mathcal{A})$  хотя бы с одним из времен  $\tau_1^1, \tau_2^0, \tau_2^2$  имеет место для всех типов переходов, если релаксация происходит из равновесного распределения. Характеризуемая временами  $\tau_1^1, \tau_2^0, \tau_2^2$  релаксация из начального состояния (В) при  $\mu_0 = -j_0$  отличается в деталях от релаксации из равновесного со-

стояния, однако демонстрирует совпадение по следующим качественным закономерностям: время релаксации для переходов  $j \rightarrow j$  (при любых  $\delta$ ) и  $j \rightarrow j + 1$  (в резонансе) увеличивается с уменьшением  $\mathcal{A}$  и наблюдается обратная зависимость для переходов  $j \rightarrow j - 1$  (при любых  $\delta$ ) и  $j \rightarrow j + 1$  (при  $|\delta| > \gamma$ ).

## 5. ДИНАМИКА СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Влияние когерентных и некогерентных процессов при оптической накачке основного состояния атомов определяется в исходном уравнении эволюции (5) соответственно компонентами  $\hat{\mathcal{L}}_c$  и  $\hat{\mathcal{L}}_s$  оператора Лиувилля. Рассмотрим эволюцию интенсивности спонтанного излучения в переходном режиме для разных типов переходов и для описанных выше случаев А и В начальных условий. При статистическом рассмотрении числа испущенных атомом фотонов [19], а также при описании динамики атома в рамках метода квантовых скачков [20] величина

$$P(t) = \text{Tr} \left\{ \hat{\mathcal{L}}_s \hat{\rho}(t) \right\} \quad (17)$$

определяет число спонтанно испущенных фотонов за единицу времени в момент времени  $t$  и одновременно является функцией распределения во времени квантовых скачков, которые чередуются с когерентной эволюцией атомов, описываемой оператором Лиувилля  $\hat{\mathcal{L}}_c$ .

Воспользуемся соотношением (17) при оценке числа  $N_{opt}$  спонтанно испущенных фотонов (или циклов оптической накачки), необходимого для достижения стационарного распределения  $\hat{\rho}(\infty)$ . В общем случае можно показать, что при использовании разложения минимальных биполярных гармоник вида (12) функция  $P(t)$  определяется только тремя рассмотренными выше коэффициентами  $a_1^1$ ,  $a_2^2$ ,  $a_2^0$ . Для начальных условий А все коэффициенты  $a_n^m(0) = b_n^m(0) = 0$  и для произвольных переходов выполняется соотношение [1]

$$P(0) = \gamma S \mathcal{F}_{0,s}^{00} \varrho^0 \rho^0 = \frac{(2j_1 + 1) \gamma S}{3(2j_0 + 1)}.$$

При начальных условиях В при  $\mu_0 = -j_0$  (ось квантования вдоль  $\nu$ ) имеем

$$a_n^n(0) = \frac{(2j_0)!}{\sqrt{(2j_0 - n)!(2j_0 + n + 1)!}}, \quad (18)$$

$$a_n^{m \neq n}(0) = b_n^m(0) = 0.$$

Приведенные ниже выводы для переходов с  $j_0 = 2$  и  $3/2 \rightarrow 3/2$ , как показал численный анализ, также выполняются и для более сложных переходов вплоть до значений  $j_0 \lesssim 5$ .

Для рассматриваемых переходов величина  $P(t)$  в поле с параметрами  $\mathcal{A}$ ,  $\ell$  имеет вид

$$P_{3/2 \rightarrow 3/2} = \frac{\gamma S}{15} \times \left[ 5 + 2\sqrt{15} \mathcal{A} a_1^1 - 4\sqrt{5} a_2^2 + 2\sqrt{5} (1 + 3\ell) a_2^0 \right], \quad (19)$$

$$P_{2 \rightarrow 1} = \frac{\gamma S}{40} \times \left[ 8 + 6\sqrt{30} \mathcal{A} a_1^1 + 2\sqrt{70} a_2^2 - \sqrt{70} (1 + 3\ell) a_2^0 \right], \quad (20)$$

$$P_{2 \rightarrow 2} = \frac{\gamma S}{24} \times \left[ 8 + 2\sqrt{30} \mathcal{A} a_1^1 - 2\sqrt{70} a_2^2 + \sqrt{70} (1 + 3\ell) a_2^0 \right], \quad (21)$$

$$P_{2 \rightarrow 3} = \frac{\gamma S}{60} \times \left[ 28 - 14\sqrt{30} \mathcal{A} a_1^1 + 2\sqrt{70} a_2^2 - \sqrt{70} (1 + 3\ell) a_2^0 \right]. \quad (22)$$

В общем случае коэффициенты  $a_n^m(t)$  являются осциллирующими функциями (см. рис. 3а). Однако зависимость  $P(t)$  оказывается монотонной при произвольных отстройке  $\delta$  и степени  $\mathcal{A}$  циркулярной поляризации<sup>6</sup>) и имеет аппроксимацию вида (16) с характерным временем релаксации  $\tau_{spont}$ . Примечательно, что величина  $\tau_{spont}$  количественно согласуется со временем  $\tau_{max}$  при различных режимах отстройки для переходов типов I, III при эволюции из равновесного состояния. В остальных случаях  $\tau_{spont} < \tau_{max}$ , а зависимость  $\tau_{spont}(\mathcal{A})$  аналогична рассмотренной ранее зависимости  $\tau_1^1(\mathcal{A})$ . Также весьма показателен характер изменения во времени величины  $P$  для переходов разных типов. Для перехода типа I — это возрастающая функция, для остальных типов переходов она убывает. Просветлению среды соответствует равенство  $P_{III}(\infty) = P_{IV}(\infty) = 0$ , а величина  $P_{II}(\infty)$  демонстрирует очень низкий уровень спонтанного излучения, который, согласно результатам работы [1], снижается с ростом  $j_0$ , в пределе  $j_0 \gg 1$  становится пренебрежимо малым, а различия между переходами  $j \rightarrow j$  для целых и полуцелых больших значений  $j \sim 10$  стираются [6, 8]. Приведем для сравнения установившиеся уровни спонтанного излучения  $P(\infty)$  для переходов  $3/2 \rightarrow 3/2$  и  $3/2 \rightarrow 5/2$ :

<sup>6</sup>) Как и прежде, рассматриваются только чистые состояния поляризации:  $\ell^2 + \mathcal{A}^2 = 1$ .

$$\begin{aligned}
 P_{3/2 \rightarrow 3/2}(\infty) &= \gamma S \frac{3(1 - \mathcal{A}^2)^2}{5(5 + 3\mathcal{A}^2)}, \\
 P_{3/2 \rightarrow 5/2}(\infty) &= \gamma S \frac{7[8 + 3\mathcal{A}^2(8 + \mathcal{A}^2)]}{5(20 + 29\mathcal{A}^2)}.
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

В первом случае наибольший уровень спонтанного излучения (в линейно поляризованном поле) составляет  $3\gamma S/25$ , а наименьший уровень соответствует просветлению в циркулярно поляризованном поле, тогда как во втором случае ситуация обратная: наибольший уровень  $\gamma S$  имеет место в циркулярно поляризованном поле, а низший составляет  $14\gamma S/25$  при  $\mathcal{A} = 0$ . Аналитический вид величины  $P(\infty)$  для произвольных  $j_0$  может быть получен в соответствии с результатами работы [1].

Значение  $N_{opt}$  определим следующим образом:

$$N_{opt} = \int_0^{\infty} dt [P(t) - P(\infty)]
 \tag{24}$$

для просветляющихся переходов и близких к ним переходов типа II и

$$N_{opt} = \int_0^{\tau_{spont}} dt P(t)
 \tag{25}$$

для переходов типа I. Например, для переходов с  $j_0 = 2$  и  $3/2 \rightarrow 3/2$  величина  $N_{ph}(\mathcal{A}) \lesssim 5$  за исключением случая точного резонанса для перехода  $2 \rightarrow 3$ , где  $N_{ph}(\mathcal{A}) \approx 15$ .

Сопоставление зависимостей  $N_{opt}(\mathcal{A})$  и  $\tau_{spont}(\mathcal{A})$  при рассмотренных выше начальных условиях показало, что не существует оценки для времени одного цикла оптической накачки,  $\tau_{opt} = \tau_{spont}/N_{opt}$ , общей для всех типов переходов, а величина  $\tau_0 = (\gamma S)^{-1}$ , используемая в работах [1, 3] и многих других, может сильно отличаться от  $\tau_{opt}$  и тем более не является характерным временем установления стационарных распределений. Как показал численный анализ, время  $\tau_{opt}$  практически не зависит<sup>7)</sup> от  $\delta$ , но имеет различный характер зависимости от начальных условий  $\hat{\rho}(0)$  и эллиптичности поля для разных типов переходов.

Для  $j \rightarrow j + 1$  независимо от вида распределения  $\hat{\rho}(0)$  хорошим приближением является оценка

$$\tau_{opt} \approx 1/P(\infty) = 1/\gamma \tilde{S},$$

<sup>7)</sup> Здесь и далее в разделе предполагается, что параметр  $S$  имеет фиксированное значение за счет подстройки частоты Раби  $|\Omega|$  при изменении  $\delta$  в соответствии с выражением (4).

где  $\tilde{S}$  — эффективный параметр насыщения, введенный в работе [1] и при  $j_0 \gtrsim 2$  имеющий аппроксимацию вида

$$\tilde{S}(\ell) \approx \frac{(2j+1)\ell P_{2j+1}(1/\ell)}{(4j+1)P_{2j}(1/\ell)} S
 \tag{26}$$

с максимальным ( $\tilde{S}(0) = S$ ) и минимальным ( $\tilde{S}(1) = (2j+1)S/(4j+1) \approx S/2$ ) значениями. Здесь  $P_n(x)$  — полиномы Лежандра.

Для переходов других типов величина  $\tau_{opt} \approx (2j_1 + 1)\tau_0$  при релаксации из равновесного состояния. При эволюции из состояния с  $\mu_0 = -j_0$  (ось квантования вдоль  $\nu$ ) получаем

$$\tau_{opt}(\mathcal{A}) \approx 1/P(0) = k\tau_0/(1 + \mathcal{A}),$$

где в соответствии с выражениями (18)–(21) коэффициенты имеют следующие значения:  $k_{3/2 \rightarrow 3/2} = 5$ ,  $k_{2 \rightarrow 2} = 6$ ,  $k_{2 \rightarrow 1} = 10/3$ . Время  $\tau_{opt}$  максимально при  $\mathcal{A} \approx -1$ , т. е. когерентный этап взаимодействия атома с полем сохраняется очень долго при малом отклонении параметров поля от значений, при которых атом в начальном состоянии выключен из взаимодействия. С другой стороны, имеет место явная пропорциональность между необходимым числом циклов  $N_{opt}$  и отклонением начального состояния от стационарного. Например, наибольшее значение  $N_{opt}^{max} \approx 2j_0 + 1$  наблюдается при эволюции атома в циркулярно поляризованном поле ( $\mathcal{A} = 1$ ), перебрасывающем атомы с подуровня  $\mu_0 = -2$  на наиболее удаленный от него подуровень  $\mu = 2$  (переход  $2 \rightarrow 2$ ) или когерентную суперпозицию состояний с проекциями  $\mu = 1, 2$  (переход  $2 \rightarrow 1$ ). При такой переброске резко возрастает роль спонтанного излучения: при увеличении числа спонтанно испущенных фотонов существенно уменьшается время одного цикла ( $\tau_{opt} \approx 2\tau_0$ ).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Временная динамика оптической накачки основного состояния атомов с угловыми моментами  $j_0 \lesssim 5$  в слабых эллиптически поляризованных монохроматических световых полях в общем случае имеет сложный характер. Это обусловлено, с одной стороны, большим числом  $(2j_0 + 1)^2 - 1$  динамических параметров, которые в зависимости от выбранного представления описывают распределение атомов по зеемановским подуровням либо определяют мультипольные моменты атомов. С другой стороны, для данного диапазона значений  $j_0$  квазиклассическое приближение [7] по параметру  $1/j_0$  оказывается неэффективным. Например, оно не описывает имеющиеся качественные различия динамического и стационарного режимов для переходов  $j \rightarrow j$  при целых

и полуцелых значениях  $j$  по отдельности. В данной работе показано, что для широкого спектра задач, в которых динамика оптической накачки основного состояния с  $j_0 \lesssim 5$  представляет первостепенный интерес, можно ограничиться малым числом характерных временных параметров, а также выделить малое число динамических переменных, достаточных для эффективного описания переходного режима к стационарному распределению. Такими задачами являются прежде всего расчет кинетических характеристик атомарного ансамбля в рамках квазиклассического приближения для поступательных степеней свободы [3, 21], а также вычисление тензора восприимчивости для оптически упорядоченного по внутренним степеням свободы атомарного ансамбля и связанная с этим задача о распространении пробного поля в такой среде [22].

Особый интерес представляет максимальное время  $\tau_{max}$  выхода на стационарный режим при взаимодействии атомарного ансамбля с полем произвольной эллиптичности. В работе показано, что качественно различный характер зависимости времени  $\tau_{max}$  от степени  $\mathcal{A}$  циркулярной поляризации поля и отстройки  $\delta$  имеет место для четырех типов переходов: I — переходы  $j \rightarrow j+1$ ; II — переходы  $j \rightarrow j$  с полуцелыми  $j$ ; III — переходы  $j \rightarrow j$  с целыми  $j$ ; IV — переходы  $j \rightarrow j-1$ . Каждый тип характеризуется определенным качественным поведением функции  $\tau_{max}(\mathcal{A})$  при точном резонансе ( $|\delta| \ll \gamma$ ), а при отстройках  $|\delta| > 2\gamma$  зависимость  $\tau_{max}$  от отстройки становится несущественной. Во-первых, обычно величина  $\tau_{max}(\mathcal{A})$  существенно больше в области линейных поляризаций ( $\mathcal{A} \approx 0$ ), чем в области циркулярной поляризации ( $|\mathcal{A}| \approx 1$ ). Исключение составляют переходы  $j \rightarrow j-1$  для произвольных отстроек, а также переходы  $j \rightarrow j+1$  при отстройках  $|\delta| > 2\gamma$ , где имеет место обратная зависимость. Во-вторых, характер изменения зависимости  $\tau_{max}(\delta)$  при переходе от точного резонанса к отстройкам  $|\delta| > 2\gamma$  качественно различается в циклических (типов I и II) и просветляющихся переходах (типов III и IV). В просветляющихся переходах зависимость  $\tau_{max}$  от  $\delta$  незначительна, тогда как для переходов типа I время релаксации очень сильно уменьшается при отстройках  $|\delta| > 2\gamma$  по сравнению с резонансным случаем, а для переходов типа II заметно возрастает в области эллиптических поляризаций  $|\mathcal{A}| \approx 0.5$ .

Важность параметра  $\tau_{max}$  обусловлена тем, что он характеризует эволюцию к стационарному распределению из равновесного начального состояния ансамбля по внутренним степеням свободы. Другими параметрами, характеризующими переходный

процесс, являются число циклов  $N_{opt}$  оптической накачки, необходимых для выхода на стационарный режим, и среднее время  $\tau_{opt}$  одного такого цикла. Проведенный в работе анализ показал, что не существует оценки величины  $\tau_{opt}$ , общей для всех типов переходов, а величина  $\tau_0 = (\gamma S)^{-1}$ , используемая для этих целей, может очень сильно отличаться от  $\tau_{opt}$ . Величина  $\tau_{opt}$  при фиксированном насыщении  $S$  практически не зависит от отстройки, но для разных типов переходов имеет различный характер зависимости от эллиптичности поля. Для переходов  $j \rightarrow j+1$  она может быть определена в виде  $\tau_{opt} = 1/\gamma \tilde{S}$ , где  $\tilde{S}(\ell)$  — эффективный параметр насыщения. Для остальных трех типов переходов подобная оценка не выполняется, а величина  $\tau_{opt}$  существенно зависит также от начального состояния ансамбля  $\hat{\rho}(0)$  и, как правило, оказывается заметно больше параметра  $\tau_0$ .

Рассмотренные особенности релаксации к стационарному распределению характерны при таком режиме оптической накачки, когда столкновительной релаксацией можно пренебречь. Если вклад столкновений в релаксацию мультипольных моментов атомов как в основном, так и в возбужденном состоянии становится важным, то сценарий общей релаксации ансамбля будет сильно отличаться от рассмотренного выше. Пусть иная, чем радиационная, релаксация мультипольных моментов характеризуется константами  $\gamma_0^{\mathcal{C}}$  для основного и  $\gamma_1^{\mathcal{C}}$  для возбужденного состояний. Поскольку при  $j_0 > 1$  время  $\tau$  оптической накачки основного состояния оказывается на порядок больше  $\tau_0 = 1/\gamma S$ , в соответствии с условием  $\gamma_0^{\mathcal{C}} < 1/\tau$  должны быть скорректированы границы для столкновительных констант  $\gamma_0^{\mathcal{C}}$ , при которых еще можно пренебрегать этим типом релаксации мультипольных моментов в основном состоянии. Если важны процессы релаксации в возбужденном состоянии, то, как показал анализ конкретных моделей с константами  $\gamma_1^{\mathcal{C}}$ , существенно изменяется характер зависимости  $\tau(\mathcal{A}, \delta)$ : уменьшается величина  $\tau$ , исчезает различие между резонансным режимом и режимом отстроек  $|\delta| > 1$ .

Изменяется динамика релаксации и в случаях, когда степень поляризации светового поля не описывается чистым состоянием. Учет некогерентной составляющей светового поля, когда  $\mathcal{A}^2 + \ell^2 < 1$ , показал, что при отстройках  $|\delta| > 1$  максимальное время релаксации  $\tau_{max}$  при некоторых смешанных состояниях поляризации будет существенно зависеть от величины  $\delta$ .

Автор выражает благодарность А. В. Тайченачеву за конструктивные замечания и полезные ссылки. Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 04-02-16488-а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, V. I. Yudin, and G. Nienhuis, *Phys. Rev. A* **69**, 033410 (2004).
2. P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, and S. Chu, *J. Opt. Soc. Amer. B* **6**, 2058 (1989).
3. А. В. Безвербный, О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев и др., *ЖЭТФ* **123**, 437 (2003).
4. M. D. Hoogerland, H. P. de Bie, H. C. W. Beijerinck et al., *Phys. Rev. A* **54**, 3206 (1996).
5. S. Padua, C. Xie, R. Gupta et al., *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3217 (1993).
6. K. A. Nasyrov, *Phys. Rev. A* **63**, 043406 (2001).
7. K. A. Nasyrov, *J. Phys. A: Math. Gen.* **32**, 6663 (1999).
8. К. А. Насыров, *ЖЭТФ* **125**, 556 (2004).
9. A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, V. I. Yudin, and L. Hollberg, *Phys. Rev. A* **63**, 033402 (2001).
10. А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **110**, 1727 (1996).
11. C. S. Adams and E. Riis, *Progr. Quant. Electr.* **21**, 1 (1997).
12. Д. А. Варшалович, А. И. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).
13. А. В. Безвербный, *ЖЭТФ* **118**, 1066 (2000).
14. N. L. Manakov, A. V. Meremianin, and A. F. Starace, *Phys. Rev. A* **57**, 3233 (1998).
15. N. L. Manakov, S. I. Marmo, and A. V. Meremianin, *J. Phys. B* **29**, 2711 (1996).
16. В. С. Смирнов, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **96**, 1613 (1989).
17. R. Maruyama, R. H. Wynar, M. V. Romalis et al., *Phys. Rev. A* **68**, 011403(R) (2003).
18. V. V. Yashchuk, D. Budker, W. Gawlik et al., *Phys. Rev. Lett.* **90**, 253001 (2003).
19. G. Nienhuis, *J. Stat. Phys.* **53**, 417 (1988).
20. M. B. Plenio and P. L. Knight, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 101 (1998).
21. J. Javaninen, *Phys. Rev. A* **44**, 5857 (1991).
22. J. Guo, P. R. Berman, B. Dubetsky, and G. Grynberg, *Phys. Rev. A* **46**, 1426 (1992); А. В. Безвербный, В. С. Смирнов, А. М. Тумайкин, *ЖЭТФ* **105**, 62 (1994).