

ЭФФЕКТ УСИЛЕНИЯ СВЕТА В ПРОЦЕССЕ РАССЕЯНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА НА ЯДРЕ В ПОЛЕ УМЕРЕННО СИЛЬНОЙ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

С. П. Рощупкин, В. А. Цыбульник*

*Институт прикладной физики Национальной академии наук Украины
40030, Сумы, Украина*

Поступила в редакцию 27 сентября 2004 г.

Теоретически изучен коэффициент усиления (ослабления) электромагнитного излучения при рассеянии релятивистского электрона на ядре в поле умеренно сильной циркулярно поляризованной электромагнитной волны. Обнаружен эффект усиления электромагнитного поля в некотором интервале полярных углов влета начального электрона, данный угловой интервал существенно зависит от энергии электронов и интенсивности поля. Показано, что наибольшее усиление поля имеет место для нерелятивистских электронов в области средних полей. С ростом энергии электронов эффект усиления поля ослабляется и для ультрарелятивистских электронов пропадает. Повышение интенсивности поля при данной энергии электронов также приводит к медленному ослаблению эффекта усиления поля. При высоких интенсивностях волны эффект усиления поля пропадает. Показано, что в области оптических частот для средних полей ($F \sim 10^6$ В/см) коэффициент усиления лазерного излучения может составлять величину порядка $\mu \sim 10^{-1} \text{ см}^{-1}$ для достаточно мощных электронных пучков.

PACS: 42.50.Gy, 12.20.Ds, 34.80.Qb

1. ВВЕДЕНИЕ

Квантовомеханический расчет коэффициента поглощения (усиления) электромагнитного излучения при рассеянии электрона на ядре в поле линейно поляризованной электромагнитной волны известен достаточно давно (см. основополагающую статью Маркуза [1], а также работы [2–5] и монографии [6–9]). Характерно, что в случае слабого поля (в первом порядке теории возмущений) был обнаружен эффект усиления электромагнитного поля (эффект Маркуза), а в пределе сильного поля (когда скорость осцилляций электрона в поле волны много больше скорости поступательного движения) эффект усиления световой волны пропал, излучение поглощалось. При этом промежуточная область интенсивностей электромагнитного поля (между слабым и сильным полями) не изучалась. В работе авторов [10] в нерелятивистском пределе скоростей электронов (в ди-

польном приближении) данный эффект был изучен для циркулярно поляризованной волны в промежуточной области, когда скорость осцилляций электрона в волне одного порядка или меньше его скорости поступательного движения. Было показано, что усиление волны имеет место, когда импульсы начального электрона лежат внутри конуса с осью, расположенной в плоскости поляризации волны.

В настоящей статье для слабого, среднего и умеренно сильного поля в общем релятивистском случае проведен расчет коэффициента усиления (ослабления) электромагнитного излучения в процессе рассеяния электрона на ядре в поле циркулярно поляризованной электромагнитной волны. Обнаружен эффект усиления электромагнитного излучения, который существенно зависит от кинематики рассеяния электронов, их энергии и интенсивности поля. Используется релятивистская система единиц: $\hbar = c = 1$.

*E-mail: rsp@roshchupkin.sumy.ua

2. ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ

Выберем 4-потенциал внешнего поля в виде циркулярно поляризованной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси z :

$$A(\varphi) = \frac{F}{\omega} (e_x \cos \varphi + \delta e_y \sin \varphi), \quad \varphi = \omega(t-z). \quad (1)$$

Здесь $e_x = (0, \mathbf{e}_x)$, $e_y = (0, \mathbf{e}_y)$ — 4-векторы поляризации волн, F , ω и $\delta = \pm 1$ — напряженность, частота и поляризация волны. В рассматриваемой задаче имеются два характерных параметра: классический релятивистски-инвариантный параметр

$$\eta = \frac{e\sqrt{-A^2}}{m} = \frac{eF}{m\omega} \quad (2)$$

и квантовый параметр многофотонности [2, 4] (параметр Бункина–Федорова)

$$\gamma_0 = \eta \frac{mv_i}{\omega}. \quad (3)$$

Здесь e , m и v_i (см. далее (12)) — заряд, масса и начальная скорость электрона. Отметим, что для релятивистских электронов в области оптических частот ($\omega \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$) параметры η и γ_0 становятся порядка единицы в полях, соответственно, $F \sim 10^{10}$ – 10^{11} В/см и $F \sim 10^5$ – 10^6 В/см.

Будем изучать данную задачу в борновском приближении по взаимодействию электронов с полем ядра ($Ze^2/v_{i,f} \ll 1$) и для интенсивностей внешнего электромагнитного поля (1), удовлетворяющих условию

$$\eta^2 \ll 1, \quad (4)$$

при этом будем предполагать, что энергия фотона волны мала по сравнению с энергией электрона,

$$\begin{aligned} \frac{2\omega}{mv_i^2} \ll 1, \quad \text{если } v_i \ll 1, \\ \frac{\omega}{E_i} \ll 1, \quad \text{если } E_i \gtrsim m. \end{aligned} \quad (5)$$

В общем релятивистском случае сечение вынужденного тормозного излучения и поглощения (ВТИП) в поле плоской волны было получено в работе [11] (см., также [12–14]) и для циркулярной поляризации внешнего поля (1) в области интенсивностей (4) имеет вид

$$d\sigma = \sum_{l=-\infty}^{\infty} d\sigma_l, \quad (6)$$

где парциальное дифференциальное сечение рассеяния релятивистского электрона на ядре Ze с излучением ($l > 0$) и поглощением ($l < 0$) $|l|$ фотонов волны равно

$$d\sigma_l = \frac{2(Ze^2)^2}{|\mathbf{p}_i|E_f} (m^2 + E_i E_f + \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_f) \times \frac{\delta(q_0)}{\mathbf{q}^4} J_l^2(\gamma) d\mathbf{p}_f. \quad (7)$$

Здесь $p_{i,f} = (E_{i,f}, \mathbf{p}_{i,f})$ — 4-импульс электрона в начальном и конечном состояниях; $q = (q_0, \mathbf{q})$ — переданный 4-импульс, который определяется 4-квазиимпульсом электрона $\tilde{p}_{i,f} = (\tilde{E}_{i,f}, \tilde{\mathbf{p}}_{i,f})$ и 4-импульсом фотона внешнего поля $k = (\omega, \mathbf{k})$:

$$q = \tilde{p}_f - \tilde{p}_i + lk, \quad \tilde{p}_{i,f} = p_{i,f} + \eta^2 \frac{m^2}{2kp_{i,f}} k. \quad (8)$$

Аргумент функции Бесселя $J_l(\gamma)$ в парциальном сечении (7) равен

$$\begin{aligned} \gamma = \eta m \sqrt{(e_x Q_{fi})^2 + (e_y Q_{fi})^2} = \eta m \sqrt{-Q_{fi}^2}, \\ Q_{fi} = \frac{p_f}{kp_f} - \frac{p_i}{kp_i}. \end{aligned} \quad (9)$$

Подчеркнем, что выражение для квантового параметра γ (9) может быть также представлено в виде

$$\gamma = \gamma_0 \frac{\omega}{v_i} |\mathbf{Q}_{fi}| \sin \theta, \quad \theta = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{Q}_{fi}). \quad (10)$$

Из выражения (10) видно, что в кинематической области Бункина–Федорова (когда $\sin \theta \approx 1$) аргумент функции Бесселя $\gamma \sim \gamma_0$ (см., также [12, 13]). Вне области Бункина–Федорова полярные углы θ близки к нулю и π . В силу этого $\sin \theta \approx \Delta\theta \ll 1$ (вектор \mathbf{Q}_{fi} лежит в узком конусе вдоль или противоположно направлению распространения волны, $\Delta\theta$ — малый угол раскрытия конуса) и квантовый параметр γ становится мал.

Для интенсивностей волны (4) закон сохранения энергии (см. аргумент δ -функции Дирака в (7)) может быть представлен в следующем виде:

$$E_f \approx E_i - \eta^2 \frac{m^2}{2E_i} \left(\frac{1}{\kappa_f} - \frac{1}{\kappa_i} \right) - l\omega, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{i,f} = 1 - v_i \cos \theta_{i,f}, \quad \theta_{i,f} = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{p}_{i,f}), \\ v_{i,f} = |\mathbf{p}_{i,f}|/E_{i,f}. \end{aligned} \quad (12)$$

Отметим, что малые поправки к энергии электрона E_i в правой части выражения (11) важны при вычислении полного сечения ВТИП (см. (22), (23)).

Проводя в выражении (7) интегрирование по энергии конечного электрона E_f (11), после простых преобразований запишем парциальное дифференциальное сечение ВТИП при рассеянии электрона на ядре в элемент телесного угла $d\Omega$ в следующем виде:

$$\frac{d\sigma_l}{d\Omega} = 2Z^2 r_e^2 \left(\frac{mE_i}{\mathbf{p}_i^2} \right)^2 \rho_l \frac{\Psi_l}{g_l^2} J_l^2(\gamma). \quad (13)$$

Здесь $r_e = e^2/m$ — классический радиус электрона,

$$\Psi_l = 1 + \delta_l + \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2} \times \\ \times [\rho_l (\cos \theta_f \cos \theta_i + \sin \theta_f \sin \theta_i \cos \phi) - 1], \quad (14)$$

$$g_l = 1 + \rho_l^2 - 2\rho_l (\cos \theta_f \cos \theta_i + \sin \theta_f \sin \theta_i \cos \phi) + \\ + \varepsilon_l \frac{|\mathbf{p}_i|}{E_i} (\rho_l \cos \theta_f - \cos \theta_i) + \left(\frac{|\mathbf{p}_i|}{2E_i} \varepsilon_l \right)^2, \quad (15)$$

$$\rho_l = \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} = \sqrt{1 - \varepsilon_l + \left(\frac{|\mathbf{p}_i|}{2E_i} \varepsilon_l \right)^2}, \\ \delta_l = \frac{E_f}{E_i} = 1 - \varepsilon_l \frac{\mathbf{p}_i^2}{2E_i^2}, \quad (16)$$

$$\varepsilon_l = l\varepsilon_1 + \varepsilon_0, \quad \varepsilon_1 = \frac{2\omega E_i}{\mathbf{p}_i^2}, \\ \varepsilon_0 = \eta^2 \frac{mE_i}{\mathbf{p}_i^2} \left(\frac{1}{\kappa_f} - \frac{1}{\kappa_i} \right), \quad (17)$$

$$\phi = \varphi_f - \varphi_i, \quad \varphi_{i,f} = \angle(\mathbf{e}_x, \mathbf{p}_{i,f}^{\parallel}). \quad (18)$$

Здесь $\mathbf{p}_{i,f}^{\parallel}$ — проекция импульса $\mathbf{p}_{i,f}$ на плоскость xy . Аргумент функции Бесселя γ (9) в выражении (13) может быть представлен в виде

$$\gamma = \gamma_0 f l, \quad f l = \left[\left(\frac{\Delta_l \sin \theta_f}{1 - \Delta_l v_i \cos \theta_f} \right)^2 + \left(\frac{\sin \theta_i}{\kappa_i} \right)^2 - \right. \\ \left. - \frac{2\Delta_l \sin \theta_f \sin \theta_i \cos \phi}{\kappa_i (1 - \Delta_l v_i \cos \theta_f)} \right]^{1/2}, \quad (19)$$

$$\Delta_l = v_f/v_i = \rho_l/\delta_l. \quad (20)$$

Отметим, что в условиях (4), (5) квантовый параметр Бункина – Федорова γ_0 ограничен сверху величиной

$$\gamma_0 \ll \frac{mv_i}{\omega\eta}, \quad \frac{mv_i}{\omega\eta} \gg 1. \quad (21)$$

Коэффициент усиления электромагнитного излучения определяется следующим выражением [8, 9]:

$$\mu = 8\pi n_a n_e \frac{\omega |\mathbf{p}_i|}{E_i F^2} \sigma_t = 8\pi n_a n_e \frac{\lambda \lambda_c r_e |\mathbf{p}_i|}{E_i \eta^2} \sigma_t, \quad (22)$$

где $n_{e,a}$ — плотности электронов и ионов, $\lambda_c = 1/m$ — комптоновская длина волны электрона, $\lambda = 1/\omega$,

$$\sigma_t = \sum_{l=-\infty}^{\infty} l \sigma_l \quad (23)$$

— так называемое полное сечение излучения. Здесь сумма берется по всем возможным значениям целочисленного индекса l , а парциальное сечение многофотонного ВТИП электрона на ядре равно

$$\sigma_l = 2Z^2 r_e^2 \left(\frac{mE_i}{\mathbf{p}_i^2} \right)^2 \int_0^\pi \rho_l \sin \theta_f d\theta_f \times \\ \times \int_0^{2\pi} \frac{\Psi_l}{g_l^2} J_l^2(\gamma) d\varphi_f. \quad (24)$$

Легко видеть, что парциальное (24) и полное (23) сечения не зависят от азимутального угла φ_i начального электрона. Действительно, переходя в парциальном сечении (24) при интегрировании по азимутальному углу от φ_f к ϕ (18), после простых выкладок получим

$$\sigma_l = 4Z^2 r_e^2 \left(\frac{mE_i}{\mathbf{p}_i^2} \right)^2 \int_0^\pi \rho_l \sin \theta_f d\theta_f \times \\ \times \int_0^\pi \frac{\Psi_l}{g_l^2} J_l^2(\gamma) d\phi. \quad (25)$$

Из выражений (22), (23), (25) видно, что усиление (поглощение) электромагнитной волны будет иметь место, если полное сечение $\sigma_t > 0$ ($\sigma_t < 0$). С учетом выражений (22)–(25) полное сечение ВТИП (23) и коэффициент усиления волны (22) могут быть представлены в виде

$$\sigma_t = 4Z^2 r_e^2 \left(\frac{mE_i}{\mathbf{p}_i^2} \right)^2 D_i, \quad (26)$$

$$\mu = \mu_0 \frac{4m\omega E_i}{|\mathbf{p}_i|^3 \eta^2} D_i, \quad \mu_0 = 8\pi Z^2 n_i n_e \lambda^2 r_e^3, \quad (27)$$

где

$$D_i = \sum_{l=1}^{\infty} l \int_0^\pi \sin \theta_f d\theta_f \int_0^\pi M_l d\phi, \quad (28)$$

$$M_l = \rho_l \frac{\Psi_l}{g_l^2} J_l^2(\gamma_0 f l) - \rho_{-l} \frac{\Psi_{-l}}{g_{-l}^2} J_{-l}^2(\gamma_0 f_{-l}).$$

В дальнейшем рассмотрим коэффициент усиления волны (27), (28) для средних и умеренно сильных интенсивностей электромагнитного поля.

3. КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ВОЛНЫ ДЛЯ СРЕДНИХ ПОЛЕЙ

Вначале изучим случай средних и слабых полей ($\gamma_0 \lesssim 1$), когда интенсивность η удовлетворяет следующему условию:

$$\eta \lesssim \frac{\omega}{mv_i} \ll 1. \quad (29)$$

В рамках (29) вторым слагаемым (ε_0) в (17) можно пренебречь по сравнению с первым, и выражение для ε_l примет вид

$$\varepsilon_l = l\varepsilon_1. \quad (30)$$

Отметим, что $|\varepsilon_l| \lesssim \gamma_0\varepsilon_1 \ll 1$ для всех значений числа излученных и поглощенных фотонов волны, вносящих существенный вклад в сумму функции D_i (28). Учитывая это, разложим в ряд Тейлора с точностью до членов третьего порядка по ε_l функции ρ_l , Ψ_l , g_l^{-2} , $J_l^2(\gamma_0 f_l)$ в выражении (28) (слагаемые, пропорциональные ε_l^2 и ε_l^3 важны при интегрировании по углам вылета конечного электрона в малой окрестности особой точки при рассеянии на нулевой угол). После простых выкладок получим:

$$\rho_l \approx 1 - \frac{1}{2}\varepsilon_l - \frac{m^2}{8E_i^2}\varepsilon_l^2 - \frac{1}{16}\varepsilon_l^3, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Psi_l \approx & \left(2 - a_+ \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2}\right) - (2 - a_+) \frac{\mathbf{p}_i^2}{2E_i^2}\varepsilon_l - \\ & - \frac{1}{8} \left(\frac{m\mathbf{p}_i}{E_i}\right)^2 \varepsilon_l^2 - \frac{\mathbf{p}_i^2}{16E_i^2}\varepsilon_l^3, \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_l^{-2} \approx & \frac{1}{4b_l^2} \left\{ 1 + \frac{\varepsilon_l}{b_l} \left[a_+ - (\cos\theta_f - \cos\theta_i) \frac{|\mathbf{p}_i|}{E_i} \right] - \right. \\ & \left. - \frac{\varepsilon_l^3}{8b_l} \left[1 - \frac{4m^2|\mathbf{p}_i|}{E_i^3} \cos\theta_f \right] \right\}, \quad (33) \end{aligned}$$

$$f_l \approx a_l - \frac{b_{fi}}{2a_l}\varepsilon_l + \frac{c_{fi}}{2a_l}\varepsilon_l^3, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} J_l^2(\gamma_0 f_l) \approx & J_l^2(\gamma_0 a_l) - \left[\frac{\gamma_0 b_{fi}}{2a_l}\varepsilon_l - \frac{\gamma_0 c_{fi}}{2a_l}\varepsilon_l^3 \right] \times \\ & \times J_l(\gamma_0 a_l) [J_{l-1}(\gamma_0 a_l) - J_{l+1}(\gamma_0 a_l)]. \quad (35) \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$a_{\pm} = 1 - (\sin\theta_f \sin\theta_i \cos\phi \pm \cos\theta_f \cos\theta_i), \quad (36)$$

$$b_l = a_+ + \frac{1}{8}\varepsilon_l^2 \left[\frac{m^2}{E_i^2} + 2 \frac{|\mathbf{p}_i|}{E_i} \left(\frac{|\mathbf{p}_i|}{E_i} - \cos\theta_f \right) \right], \quad (37)$$

$$a_l = \sqrt{f_0^2 + \frac{\varepsilon_l^2}{4} \left(\frac{m}{\kappa_f E_i} \right)^4 \sin^2\theta_f}, \quad (38)$$

$$b_{fi} = \left(\frac{m}{\kappa_f E_i} \right)^2 \left(\frac{\sin\theta_f}{\kappa_f} - \frac{\sin\theta_i \cos\phi}{\kappa_i} \right) \sin\theta_f, \quad (39)$$

$$c_{fi} = \frac{1}{8} \left(\frac{m}{\kappa_f E_i} \right)^4 \left(3 - \frac{2m^2}{\kappa_f E_i^2} \right) \sin^2\theta_f. \quad (40)$$

В формуле (38) функция f_0 определяется выражением f_l (19) при значении $l = 0$ ($\Delta_{l=0} = 1$). Подчеркнем, что в выражениях (32)–(40) в слагаемых, пропорциональных ε_l^2 и ε_l^3 , опущены члены, которые в окрестности особой точки малы (при рассеянии конечного электрона на нулевой угол, когда $f_0 \rightarrow 0$, $a_+ \rightarrow 0$, $b_{fi} \rightarrow 0$). С учетом выражений (31)–(35) вычисление функции M_l (28) с точностью до членов третьего порядка по малому параметру ε_l проводится элементарно (при этом будут отличны от нуля лишь слагаемые, пропорциональные нечетным степеням ε_l). В результате выражение для функции D_i (28) примет следующий вид:

$$D_i = \frac{\omega}{E_i v_i^2} \int_0^\pi \sin\theta_f d\theta_f \int_0^\pi Y_{fi} d\phi, \quad (41)$$

$$\begin{aligned} Y_{fi} = & \left(2 - a_+ \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2}\right) \left[a_+ - \frac{|\mathbf{p}_i|}{E_i} (\cos\theta_f - \cos\theta_i) \right] S_1 - \\ & - \left[1 + \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2} (1 - a_+) \right] S_2 - \frac{\gamma_0 b_{fi}}{2} \left(2 - a_+ \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2}\right) S_3 - \\ & - \varepsilon_l^2 \left\{ \frac{1}{4} \left[1 - 4 \frac{m^2|\mathbf{p}_i|}{E_i^3} \cos\theta_f \right] S'_1 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{16} \left[2 - \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2} \left(2 - 3 \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2} \right) \right] S'_2 - \gamma_0 c_{fi} S'_3 \right\}, \quad (42) \end{aligned}$$

$$S_1 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{l^2}{b_l^3} J_l^2(\gamma_0 a_l), \quad S_2 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{l^2}{b_l^2} J_l^2(\gamma_0 a_l), \quad (43)$$

$$S_3 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l^2}{a_l b_l^2} J_l(\gamma_0 a_l) J'_l(\gamma_0 a_l),$$

$$S'_1 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{l^4}{b_l^3} J_l^2(\gamma_0 a_l), \quad S'_2 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{l^4}{b_l^2} J_l^2(\gamma_0 a_l), \quad (44)$$

$$S'_3 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l^4}{a_l b_l^2} J_l(\gamma_0 a_l) J'_l(\gamma_0 a_l).$$

В соотношениях (43), (44) $J'_l(x)$ — производная функции Бесселя $J_l(x)$ по аргументу. При вычислении сумм (43), (44) будем учитывать, что для средних полей (29) аргументы функций Бесселя имеют

порядок единицы и существенные значения целочисленного параметра l невелики, кроме того, в выражениях (37) и (38) слагаемые, пропорциональные ε_l^2 и важные в малой окрестности особой точки, малы. В силу этого вычисление сумм будем проводить в два этапа: вдали от особой точки, когда можно положить

$$b_l \approx a_+, \quad a_l \approx f_0 \quad (|a_+| \sim 1, |f_0| \sim 1) \quad (45)$$

и в малой окрестности особой точки, когда

$$|b_l| \ll 1, \quad |a_l| \ll 1, \quad (46)$$

а затем «сошьем» эти два решения. Так, например, в областях (45) и (46) для сумм S_1, S'_1 соответственно получим [15]:

$$\begin{aligned} S_1 &\approx \frac{1}{a_+^3} \sum_{l=1}^{\infty} l^2 J_l^2(\gamma_0 f_0) = \frac{(\gamma_0 f_0)^2}{4a_+^3}, \\ S'_1 &\approx \frac{1}{a_+^3} \sum_{l=1}^{\infty} l^4 J_l^2(\gamma_0 f_0) = \\ &= \frac{(\gamma_0 f_0)^2}{4a_+^3} \left[1 + \frac{3}{4}(\gamma_0 f_0)^2 \right] \end{aligned} \quad (47)$$

и

$$\begin{aligned} S_1 &\approx \frac{1}{b_1^3} J_1^2(\gamma_0 a_1) \approx \frac{(\gamma_0 a_1)^2}{4b_1^3}, \\ S'_1 &\approx \frac{1}{b_1^3} J_1^2(\gamma_0 a_1) \approx \frac{(\gamma_0 a_1)^2}{4b_1^3}. \end{aligned} \quad (48)$$

Здесь b_1 и a_1 — соответствующие значения функций b_l (37) и a_l (38) при $l = 1$. Отметим, что в формулах (47) суммирование распространено до бесконечности из-за быстрой сходимости сумм, а в (48) вследствие малости аргумента функций Бесселя достаточно ограничиться значением целочисленного параметра $l = 1$. Решения (47) и (48) легко шить для всей области углов вылета конечного электрона. В результате получим:

$$S_1 \approx \frac{(\gamma_0 a_1)^2}{4b_1^3}, \quad S'_1 \approx \frac{(\gamma_0 a_1)^2}{4b_1^3} \left[1 + \frac{3}{4}(\gamma_0 a_1)^2 \right]. \quad (49)$$

Поступая аналогично, вычислим следующие значения для остальных сумм:

$$S_2 \approx \frac{(\gamma_0 a_1)^2}{4b_1^2}, \quad S'_2 \approx \frac{(\gamma_0 a_1)^2}{4b_1^2} \left[1 + \frac{3}{4}(\gamma_0 a_1)^2 \right], \quad (50)$$

$$S_3 \approx \frac{\gamma_0}{2b_1^2}, \quad S'_3 \approx \frac{\gamma_0}{2b_1^2} \left[1 + \frac{3}{2}(\gamma_0 a_1)^2 \right]. \quad (51)$$

При подстановке выражений (49)–(51) в соотношение (42) функция D_i (41) принимает вид

$$D_i = \frac{\omega E_i}{4\mathbf{p}_i^2} \gamma_0^2 B_i, \quad (52)$$

где

$$B_i = \int_0^\pi \sin \theta_f d\theta_f \int_0^\pi H_{middle} d\phi, \quad (53)$$

$$\begin{aligned} H_{middle} &= \frac{1}{b_1^2} \left(2 - a_+ \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2} \right) \times \\ &\times \left\{ \frac{a_1^2}{b_1} \left[a_+ - \frac{|\mathbf{p}_i|}{E_i} (\cos \theta_f - \cos \theta_i) \right] - b_{fi} \right\} - \\ &- \frac{a_1^2}{b_1^2} \left[1 + \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2} (1 - a_+) \right] - \varepsilon_1^2 G_{fi}, \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} G_{fi} &= \frac{a_1^2}{4b_1^3} \left(1 + \frac{3}{4} \gamma_0^2 a_1^2 \right) \left(1 - 4 \frac{m^2 |\mathbf{p}_i|}{E_i^3} \cos \theta_f \right) - \\ &- \frac{1}{4b_1^2} \left(1 + \frac{3}{2} \gamma_0^2 a_1^2 \right) \left(\frac{m}{\kappa_f E_i} \right)^4 \times \\ &\times \left(3 - \frac{2m^2}{\kappa_f E_i^2} \right) \sin^2 \theta_f. \end{aligned} \quad (55)$$

Подчеркнем, что в выражении для H_{middle} (54) функция G_{fi} (55), пропорциональная малой величине $\varepsilon_1^2 \ll 1$, вносит существенный вклад в интеграл (53) лишь при интегрировании в окрестности особой точки (при рассеянии электрона на нулевой угол), где $|G_{fi}| \sim \varepsilon_1^{-4}$ и $\varepsilon_1^2 |G_{fi}| \sim \varepsilon_1^{-2} \gg 1$. Подставляя полученные выражения (52)–(55) в формулы (26) и (27), получим искомые выражения для полного сечения ВТИП и коэффициента усиления волны для средних и слабых полей (29) в общем релятивистском случае:

$$\sigma_t = Z^2 r_e^2 \left(\frac{m}{\mathbf{p}_i} \right)^4 \frac{E_i}{\omega} \eta^2 B_i, \quad (56)$$

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{m}{|\mathbf{p}_i|} \right)^3 B_i. \quad (57)$$

Отметим, что в случае слабых полей ($\gamma_0 \ll 1$),

$$\eta \ll \frac{\omega}{mv_i} \ll 1, \quad (58)$$

в выражении (55) можно пренебречь слагаемым, пропорциональным величине $(\gamma_0 a_1)^2 \ll 1$, и функция G_{fi} примет вид

$$\begin{aligned} G_{fi} &= \frac{a_1^2}{4b_1^3} \left(1 - 4 \frac{m^2 |\mathbf{p}_i|}{E_i^3} \cos \theta_f \right) - \\ &- \frac{1}{4b_1^2} \left(\frac{m}{\kappa_f E_i} \right)^4 \left(3 - \frac{2m^2}{\kappa_f E_i^2} \right) \sin^2 \theta_f. \end{aligned} \quad (59)$$

В силу этого функция B_i , определяемая выражениями (53), (54), (59), не зависит от напряженности волны, а определяется лишь начальными параметрами электрона (энергией и полярным углом влета) и частотой волны.

Для средних полей ($\gamma_0 \approx 1$) функция B_i (53)–(55) слабо зависит от квантового параметра Бункина–Федорова γ_0 , который входит лишь в функцию G_{fi} . Функция G_{fi} вносит существенный вклад в интеграл (53) лишь в малой окрестности углов при рассеянии электрона на нулевой угол, поэтому $|a_1| \ll 1$. Следовательно, лишь на верхней границе применимости данных выражений, когда $\gamma_0^2 \gg 1$ (но $\gamma_0 \approx 1$), произведение $\gamma_0^2 a_1^2$ может быть не мало в некоторой области углов малой окрестности особой точки и оказывать влияние на значение функции B_i . В силу этого в области средних полей (29) в общем релятивистском случае полное сечение ВТИП (56) пропорционально квадрату напряженности электрического поля волны ($\sigma_t \propto F^2$), а коэффициент усиления (ослабления) волны (57) практически не зависит от напряженности (см. далее рис. 6). Из выражений (53)–(55) следует, что функция B_i слабо зависит от энергии электронов (это подтверждают и результаты численного счета B_i для различных скоростей электронов, см. далее рис. 1–3, 6). Поэтому основная зависимость коэффициента усиления волны от энергии электронов определяется коэффициентом перед функцией B_i (см. (57)), т. е.

$$\mu \propto \left(\frac{m}{|\mathbf{p}_i|} \right)^3 \propto \begin{cases} v_i^{-3} \gg 1, & \text{если } v_i \ll 1, \\ 1, & \text{если } E_i \approx m, \\ (m/E_i)^3 \ll 1, & \text{если } E_i \gg m. \end{cases} \quad (60)$$

Следовательно, для нерелятивистских электронов коэффициент усиления волны максимален. С ростом энергии электронов он быстро уменьшается.

Для нерелятивистских энергий электрона выражения для полного сечения (56) и коэффициента усиления волны (57) принимают более простой вид:

$$\sigma_i = \left(\frac{Ze^2}{mv_i^2} \right)^2 \frac{m}{\omega} \eta^2 B_i, \quad (61)$$

$$\mu = \mu_0 v_i^{-3} B_i. \quad (62)$$

Легко показать, что в дипольном приближении функция B_i (53) становится симметричной по полярному углу влета начального электрона относительно угла $\theta_i = \pi/2$ и принимает следующую форму:

$$B_i = \int_0^{\pi/2} d\theta_f \sin \theta_f \int_0^\pi H_0 d\phi, \quad (63)$$

$$H_0 = a_1^2 \left[\frac{1}{b_+^2} \left(\frac{2a_+}{b_+} - 1 \right) + \frac{1}{b_-^2} \left(\frac{2a_-}{b_-} - 1 \right) \right] - 2b_{fi} \left(\frac{1}{b_+^2} + \frac{1}{b_-^2} \right) - \frac{\varepsilon_1^2}{4} \left\{ a_1^2 \left(1 + \frac{3}{4} \gamma_0^2 a_1^2 \right) \left(\frac{1}{b_+^3} + \frac{1}{b_-^3} \right) - \sin^2 \theta_f \left(1 + \frac{3}{2} \gamma_0^2 a_1^2 \right) \left(\frac{1}{b_+^2} + \frac{1}{b_-^2} \right) \right\}, \quad (64)$$

$$b_\pm = a_\pm + \frac{1}{8} \varepsilon_1^2, \quad a_1 = \sqrt{f_0^2 + \frac{\varepsilon_1^2}{4} \sin^2 \theta_f}, \quad (65)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{2\omega}{mv_i^2},$$

$$f_0^2 = (\sin \theta_f - \sin \theta_i \cos \phi)^2 + \sin^2 \theta_i \sin^2 \phi, \quad (66)$$

$$b_{fi} = \sin \theta_f (\sin \theta_f - \sin \theta_i \cos \phi).$$

В выражении (65) величины a_\pm определяются соотношением (36). Отметим, что уравнения (61)–(66) совпадают с соответствующими выражениями, полученными в дипольном приближении в работе [10] для случая слабого поля, при $\gamma_0 \ll 1$.

На рис. 1 представлены зависимости коэффициента усиления (ослабления) волны от полярного угла влета нерелятивистских электронов ($v_i = 0.1$) в области средних полей (29) ($\eta = 2 \cdot 10^{-5}$, $\gamma_0 = 0.5$) вне рамок применимости дипольного приближения (см. выражения (62), (53)–(55)) и в дипольном приближении (см. выражения (62), (63)–(66)). На рисунке видно, что учет недипольности взаимодействия электрона с полем волны приводит к тому, что зависимость коэффициента усиления от полярного угла влета электрона становится несимметричной относительно максимума распределения, положение которого сдвигается влево ($90^\circ \rightarrow 84^\circ$). Характерно, что максимальное значение коэффициента усиления волны определяется углом влета начального электрона, удовлетворяющим соотношению

$$\theta_i = \theta_{max}, \quad \theta_{max} \approx \arccos v_i. \quad (67)$$

При этом усиление электромагнитного излучения имеет место в следующем интервале углов начального электрона: $53^\circ \leq \theta_i \leq 115^\circ$. Вне этого интервала для средних полей волна поглощается.

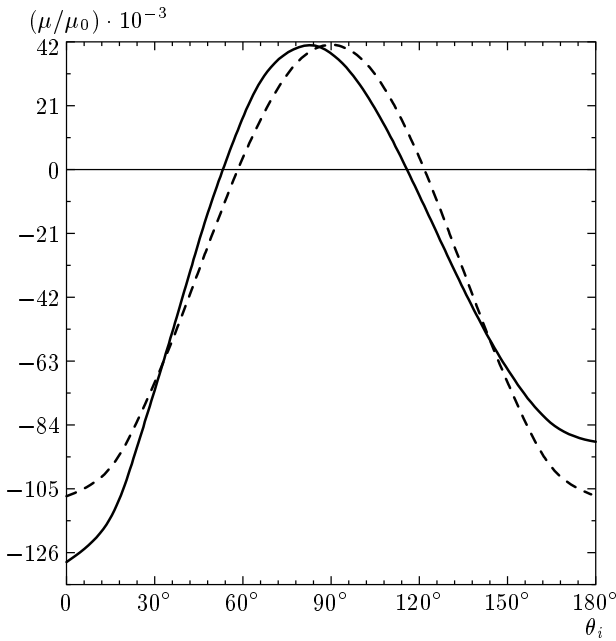


Рис. 1. Зависимости коэффициента усиления μ (62) от полярного угла влета нерелятивистского электрона с энергией $E_i \approx 2.5$ кэВ в среднем поле лазера: $\omega = 2$ эВ, $F = 1.04 \cdot 10^6$ В/см. Штриховая кривая соответствует дипольному приближению (см. (63)–(66)), сплошная кривая получена вне рамок применимости дипольного приближения (см. (53)–(55)). Область полярных углов, где $\mu > 0$ ($\mu < 0$), соответствует усилению (ослаблению) света

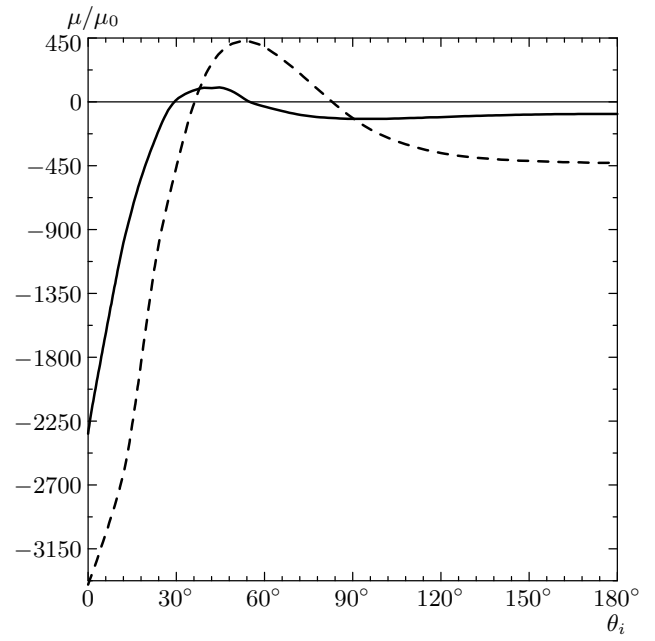


Рис. 2. Зависимости коэффициента усиления μ (57), (53)–(55) от полярного угла влета релятивистского электрона в среднем поле лазера: $\omega = 2$ эВ, $F = 1.04 \cdot 10^6$ В/см. Энергия электрона $E_i \approx 0.58$ МэВ (штриховая кривая), 0.70 МэВ (сплошная). Область полярных углов, где $\mu > 0$ ($\mu < 0$) соответствует усилению (ослаблению) света

На рис. 2 представлен коэффициент усиления волны (57), (53)–(55) в зависимости от полярного угла влета релятивистских электронов ($v_i = 0.5, 0.7$) для интенсивности волны $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$ ($\gamma_0 = 2.5, 3.5$). На рисунке видно, что с ростом энергии электронов максимальное значение коэффициента усиления резко уменьшается (см. (60)). Сравнение μ_{max} для скоростей электронов $v_i = 0.1$ (см. рис. 1) и $v_i = 0.5$ (см. рис. 2) показывает, что коэффициент усиления волны уменьшается почти на два порядка величины. При этом положение μ_{max} сдвигается в сторону меньших углов (см. выражение (67)), а интервал углов, в котором имеет место эффект усиления волны, становится уже. Так, для $v_i = 0.5$ имеем $\theta_{max} \approx 55^\circ$, $38^\circ \leq \theta_i \leq 84^\circ$ и для $v_i = 0.7$ — $\theta_{max} \approx 46^\circ$, $30^\circ \leq \theta_i \leq 54^\circ$. При дальнейшем увеличении энергии электронов положение μ_{max} сдвигается к началу координат (см. (67)), интервал углов, в котором имеет место усиление волны, все более сужается, а абсолютное значение μ_{max} резко умень-

шается. Следовательно, эффект усиления волны в основном будет проявляться для нерелятивистских и релятивистских энергий электронов (для ультра-релятивистских энергий он становится мал).

4. КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ВОЛНЫ ДЛЯ УМЕРЕННО СИЛЬНЫХ ПОЛЕЙ

Теперь рассмотрим случай умеренно сильного поля ($1 \ll \gamma_0 \ll \varepsilon_1^{-1}$), когда интенсивность волны удовлетворяет условию

$$\frac{\omega}{mv_i} \ll \eta \ll \begin{cases} v_i, & \text{если } v_i \ll 1, \\ 1, & \text{если } E_i \gtrsim m. \end{cases} \quad (68)$$

В рамках (68) $|\varepsilon_l| \ll 1$ для всех возможных значений числа излученных и поглощенных фотонов, вносящих основной вклад в сумму (28). Поэтому можно воспользоваться разложением в ряд Тейлора по малому параметру $|\varepsilon_l|$ функций $\rho_l, \Psi_l, g_l^{-2}, f_l$ в выражении (28) (см. (31)–(34)), ограничившись первым порядком малости. При этом разложение функций Бесселя (35) в данном случае несправедливо.

Для умеренно сильных полей (68) аргумент функции Бесселя велик по сравнению с $|l|$ везде, за исключением малой окрестности углов вылета конечного электрона, для которых

$$f_0 \lesssim \frac{|l|}{\gamma_0}. \quad (69)$$

В областях углов вылета конечного электрона, где

$$f_0 \gg \frac{|l|}{\gamma_0}, \quad (70)$$

для функций Бесселя в (28) можно использовать асимптотическое выражение при больших значениях аргумента:

$$\begin{aligned} J_l^2(\gamma_0 f_l) &\approx \frac{2}{\pi \gamma_0 f_l} \cos^2 \left(\gamma_0 f_l - \frac{\pi}{2} l - \frac{\pi}{4} \right) \approx \\ &\approx \frac{1}{\pi \gamma_0 f_0} \left(1 + \varepsilon_l \frac{b_{fi}}{2f_0^2} \right). \end{aligned} \quad (71)$$

Здесь учтено усреднение квадрата косинуса по быстрым осцилляциям в интеграле (28) и разложение функции f_l (34).

Для малой области углов рассеяния конечного электрона, когда $f_0 \ll 1$ ($f_0 \gamma_0 \lesssim 1$), асимптотическое выражение для квадрата функции Бесселя (71) несправедливо. Это имеет место в малой окрестности при рассеянии электрона на нулевой угол и вне кинематической области Бункина–Федорова (см. текст после формулы (10)). Последняя кинематическая область была детально изучена в работе [12] (см., также [13]) и определяется рассеянием электрона практически в одной плоскости, образованной начальным импульсом электрона и направлением распространения волны. При этом соответствующие азимутальные углы равны (с учетом небольшой размазки $\Delta\varphi_f$)

$$\varphi_f = \varphi_i \pm \Delta\varphi_f, \quad \Delta\varphi_f \lesssim 1/\gamma_0 \ll 1, \quad (72)$$

а полярные углы связаны следующим соотношением:

$$\begin{aligned} \theta_f &= \theta_i^* \pm \Delta\theta_f, \\ \theta_i^* &= 2 \arctg \left[\frac{(E_i - |\mathbf{p}_i|)}{(E_i + |\mathbf{p}_i|)} \operatorname{tg}^{-1} \frac{\theta_i}{2} \right], \\ \Delta\theta_f &\lesssim \frac{1}{\gamma_0} \ll 1. \end{aligned} \quad (73)$$

В силу этого при интегрировании по углам вылета конечного электрона, где $f_0 \lesssim \gamma_0^{-1} \ll 1$, расчет коэффициента усиления волны необходимо проводить по

формуле для средних полей (57), (53)–(55). Из выражения (73) следует, что каждому углу вылета начального электрона соответствует некоторый угол вылета, и лишь при выполнении условия (67) получим $\theta_f = \theta_i \pm \Delta\theta_f$, т. е. угол вылета конечного электрона лежит в малой окрестности рассеяния на нулевой угол.

Учитывая выражения для функций ρ_l , Ψ_l , g_l^{-2} (31)–(33) и квадрата функций Бесселя (71), выражение для D_i (28) после простых выкладок (оставляем слагаемые до первого порядка по малому параметру ε_l) примет вид

$$D_i = -\frac{3\varepsilon_1}{4\gamma_0} \int_0^\pi \sin \theta_f d\theta_f \int_0^\pi S \frac{H_{strong}}{f_0^3} d\phi. \quad (74)$$

Здесь

$$S = \sum_{l=1}^{f_0 \gamma_0} l^2 \xi \left(f_0 - \frac{l}{\gamma_0} \right) \approx \int_1^{f_0 \gamma_0} l^2 \xi \left(f_0 - \frac{l}{\gamma_0} \right) dl, \quad (75)$$

$$\begin{aligned} H_{strong} &= \frac{2}{3\pi a_+^2} \left\{ \left(2 - a_+ \frac{\mathbf{p}_i^2}{E_i^2} \right) \times \right. \\ &\times \left. \left[f_0^2 \frac{|\mathbf{p}_i|}{E_i a_+} (\cos \theta_f - \cos \theta_i) - \frac{b_{fi}}{2} \right] - f_0^2 \frac{m^2}{E_i^2} \right\}. \end{aligned} \quad (76)$$

В выражении (75) под знак суммы введена функция Хевисайда $\xi(x)$, которая позволяет учесть при суммировании по l условия (69), (70). Выбираем функцию Хевисайда в виде

$$\begin{aligned} \xi \left(f_0 - \frac{l}{\gamma_0} \right) &= \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \alpha \left(f_0 - \frac{l}{\gamma_0} \right) \right] = \\ &= \begin{cases} 1, & f_0 > l/\gamma_0, \\ 0, & f_0 < l/\gamma_0, \end{cases} \end{aligned} \quad (77)$$

тогда выражение (75) легко вычисляется:

$$S \approx -\frac{1}{6} (f_0 \gamma_0)^3. \quad (78)$$

С учетом соотношений (74), (78) выражения для полного сечения и коэффициента усиления (ослабления) волны принимают вид, соответственно, (56) и (57), в которых

$$\begin{aligned} B_i &= \int_0^\pi \sin \theta_f d\theta_f \int_0^\pi H d\phi, \\ H &= \begin{cases} H_{strong}, & f_0 \gamma_0 \gg 1, \\ H_{middle}, & f_0 \gamma_0 \lesssim 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (79)$$

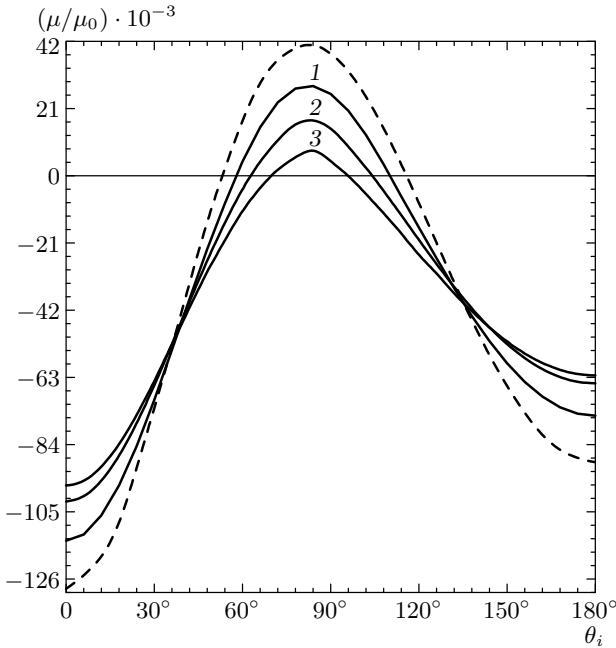


Рис. 3. Зависимости коэффициента усиления (62), (79) от полярного угла влета нерелятивистского электрона с энергией $E_i \approx 2.5$ кэВ в умеренно сильном поле лазера ($\omega = 2$ эВ). Напряженность поля $F = 1.04 \cdot 10^8$ (1), $5.20 \cdot 10^8$ (2), $2.60 \cdot 10^9$ (3) В/см, штриховая линия отвечает среднему полю ($F = 1.04 \cdot 10^6$ В/см, см. (53)–(55)). Область полярных углов, где $\mu > 0$ ($\mu < 0$) соответствует усилению (ослаблению) света

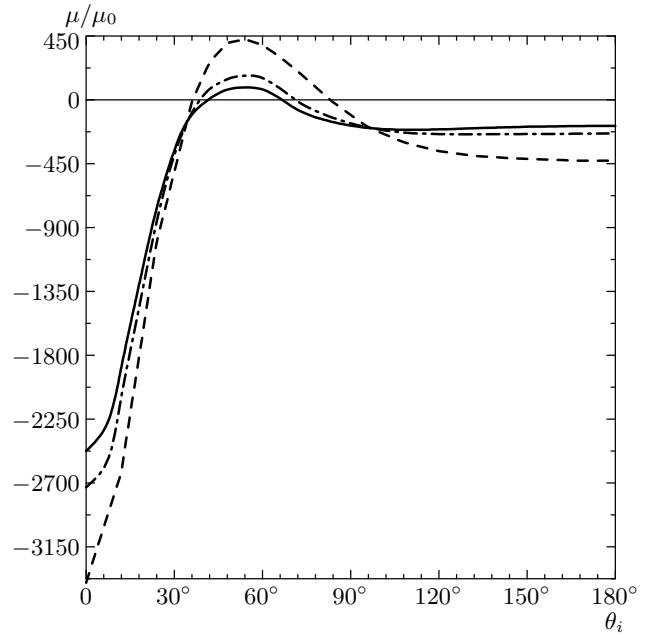


Рис. 4. Зависимости коэффициента усиления μ (57), (79) от полярного угла влета релятивистского электрона с энергией $E_i = 0.58$ МэВ в умеренно сильном поле лазера ($\omega = 2$ эВ). Штрих-пунктирная линия соответствует напряженности поля $F = 5.20 \cdot 10^8$ В/см, сплошная — $F = 2.60 \cdot 10^9$ В/см, штриховая — среднему полю ($F = 1.04 \cdot 10^6$ В/см, см. (53)–(55)). Область полярных углов, где $\mu > 0$ ($\mu < 0$) соответствует усилению (ослаблению) света

Здесь выражения для функций H_{strong} и H_{middle} даются соотношениями (76) и (54). Отметим, что полученное в области умеренно сильных полей выражение для коэффициента усиления (см. формулы (57), (79)) при $\gamma_0 \lesssim 1$ переходит в формулу для средних полей (57), (53), т. е. описывает коэффициент усиления волны во всей области изменения интенсивностей поля $\eta \ll v_i$.

Учитывая выражение (67), можно записать приближенное выражение для максимального коэффициента усиления волны как функции скорости электронов:

$$\mu_{max} = \mu_0 \left(\frac{m}{|\mathbf{p}_i|} \right)^3 B_{i\ max}, \quad (80)$$

$$B_{i\ max} \approx B_i|_{\theta_i = \arccos v_i}.$$

Здесь выражение $B_{i\ max}$ определяется функцией B_i (79) при значении угла влета начального электрона (67).

На рис. 3 и 4 показаны зависимости коэффициента усиления волны (57), (79) от полярного угла влета нерелятивистских ($v_i = 0.1$) и релятивистских

($v_i = 0.5$) электронов, соответственно, в области умеренно сильного поля для различных интенсивностей волны (на рис. 3 кривая 1 соответствует интенсивности $\eta = 2 \cdot 10^{-3}$, $\gamma_0 = 50$; 2 — $\eta = 10^{-2}$, $\gamma_0 = 250$; 3 — $\eta = 5 \cdot 10^{-2}$, $\gamma_0 = 1250$; на рис. 4 штрих-пунктирная кривая соответствует $\eta = 10^{-2}$, $\gamma_0 = 1250$; сплошная — $\eta = 5 \cdot 10^{-2}$, $\gamma_0 = 6250$). На рисунках видно, что положение максимума коэффициента усиления не зависит от интенсивности волны и определяется соотношением (67). При этом интервал углов, в котором имеет место усиление волны, сужается, и абсолютная величина μ достаточно медленно уменьшается. Так, на рис. 3 видно, что при увеличении интенсивности поля от значений $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$ до $\eta = 10^{-2}$ интервал углов, где $\mu > 0$, меняется от $53^\circ \leq \theta_i \leq 115^\circ$ до $63^\circ \leq \theta_i \leq 105^\circ$, а максимальный коэффициент усиления от величины $\mu_{max}/\mu_0 \approx 41 \cdot 10^3$ до $\mu_{max}/\mu_0 \approx 17 \cdot 10^3$. Таким образом, при увеличении интенсивности поля почти на три порядка величины μ_{max} уменьшается лишь в 2.4 раза. При этом полное сечение растет

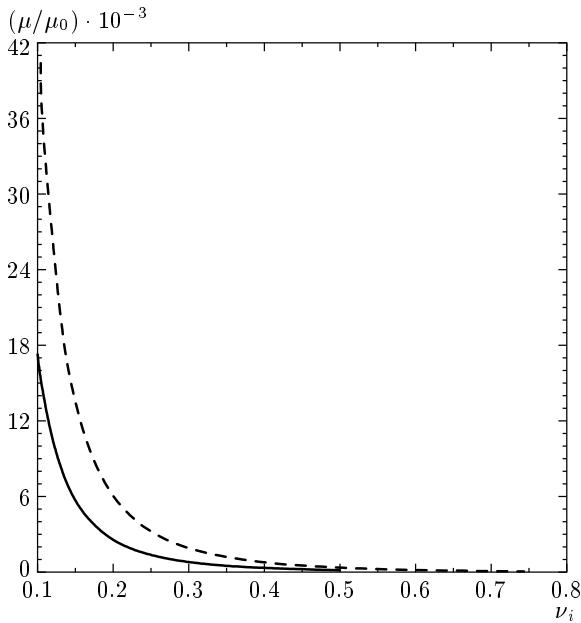


Рис. 5. Зависимости максимального коэффициента усиления μ_{max} (80) от скорости начального электрона для среднего и умеренно сильного поля лазера ($\omega = 2$ эВ): $F = 1.04 \cdot 10^6$ В/см (штриховая линия), $5.20 \cdot 10^8$ В/см (сплошная)

достаточно быстро — как η^2 (см. (61)). При дальнейшем увеличении интенсивности поля область, в которой $\mu > 0$, все более уменьшается и при интенсивностях $\eta \gg v_i$ коэффициент усиления становится отрицательным для всех возможных полярных углов начального электрона, т. е. эффект усиления волны, как и следовало ожидать, пропадает (излучение только поглощается). На рис. 5 показаны зависимости максимального коэффициента усиления волны μ_{max} (80) от скорости начального электрона для средних и умеренно сильных полей. На рисунке видно, что μ_{max} принимает наибольшие значения для среднего поля и нерелятивистских энергий электронов и резко убывает с увеличением скорости электронов (60). На рис. 6 приведены зависимости функции $B_{i max}$ (80) от интенсивности волны η для релятивистских и нерелятивистских энергий электронов. На рисунке видно, что при данной энергии электронов максимальный коэффициент усиления волны в области средних полей принимает наибольшие значения и меняется очень слабо (коэффициент $\mu_{max} \approx const$), в области же умеренно сильных полей μ_{max} монотонно убывает.

Оценим коэффициент усиления волны. К сожалению, в области оптических частот и при обычных

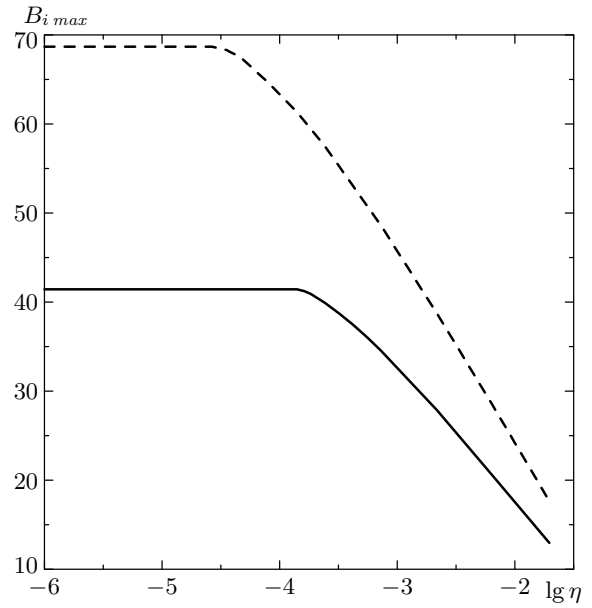


Рис. 6. Зависимости функции $B_{i max}$ (80) от интенсивности поля лазера η ($\omega = 2$ эВ). Штриховая линия соответствует энергии электрона $E_i \approx 0.58$ МэВ, сплошная — $E_i \approx 2.5$ кэВ

концентрациях электронных пучков коэффициент усиления волны мал. Так, например, при значениях $Z = 1, \omega = 2$ эВ, $n_e = 3 \cdot 10^{11}$ см⁻³, $n_i = 10^{19}$ см⁻³ из выражения (27) получим $\mu_0 \approx 1.65 \cdot 10^{-16}$ см⁻¹. Тогда для полярных углов влета нерелятивистских электронов вблизи $\theta_i \approx 84^\circ$ в области средних полей $\mu \approx 0.7 \cdot 10^{-11}$ см⁻¹ (см. рис. 3). Немалые коэффициенты усиления лазерного излучения можно получить для достаточно больших концентраций электронных пучков. Так, для токов электронного пучка $I \approx 10$ кА [16] с кинетической энергией $E = 2.5$ кэВ при диаметре пучка $\lambda \approx 0.6$ мкм концентрация электронов равна $n_e \approx 7.4 \cdot 10^{21}$ см⁻³. Для этой концентрации нерелятивистских электронов в области средних полей получим $\mu_0 \approx 4 \cdot 10^{-6}$ см⁻¹ и вблизи $\theta_i \approx 84^\circ$ коэффициент усиления лазерного излучения будет равен $\mu \approx 0.16$ см⁻¹.

Отметим, что такие высокие концентрации электронов достижимы в плазме в очень сильном статическом электрическом поле. В такой плазме могут возникать сильные бесстолкновительные неустойчивости, которые могут маскировать эффект усиления волны за счет столкновений. В связи с этим для наблюдения эффекта усиления лазерного излучения в такой плазме необходимо создать условия, при которых бесстолкновительные неустойчивости были бы подавлены.

Подчеркнем, что в случае линейной поляризации электромагнитной волны для данной задачи в релятивистском случае кроме квантового параметра многофотонности γ_0 (3) имеем еще и квантовый параметр $\beta_0 = \eta^2 m v_i / \omega$ (для нерелятивистских энергий электронов в дипольном приближении $\beta_0 = 0$). В силу этого вместо функций Бесселя, определяющих вероятность многофотонных процессов, будем иметь так называемые обобщенные функции Бесселя ($J_l(\gamma_0) \rightarrow J_l(\gamma_0, \beta_0)$), детально изученные Рисом [17]. В результате этого вычисление коэффициента усиления (ослабления) волны существенно усложняется по сравнению со случаем циркулярной поляризации волны. При этом зависимости коэффициента усиления волны от напряженности поля для циркулярной и линейной поляризаций волны качественно не меняются.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в статье изучен эффект усиления волны в процессе рассеяния релятивистского электрона на ядре в поле циркулярно поляризованной световой волны слабой, средней и умеренно сильной интенсивности. Полученные результаты дополняют известные работы по расчету коэффициента усиления (ослабления) линейно поляризованной электромагнитной волны в двух предельных случаях: для слабого и сильного поля.

Результаты проведенного исследования заключаются в следующем.

1. Эффект усиления циркулярно поляризованной электромагнитной волны имеет место в определенной области углов влета начального электрона относительно направления распространения волны и существенно зависит от энергии электронов и интенсивности поля.

2. Максимальное усиление лазерного поля имеет место для нерелятивистских электронов в области средних полей (29). В этом случае кривая зависимости коэффициента усиления волны от полярного угла влета начального электрона имеет четко выраженный максимум, положение которого приближенно определяется соотношением (67), и наибольший интервал углов, в котором $\mu > 0$.

3. С увеличением энергии электронов при данной интенсивности поля положение пика μ_{max} сдвигается в сторону меньших углов (для нерелятивистских электронов $\theta_{max} \approx 84^\circ$, а для ультрарелятивистских электронов $\theta_{max} \rightarrow 0^\circ$, см. рис. 1, 2), а его величина уменьшается как $(m/|p_i|)^3$.

4. С ростом интенсивности поля при данной энергии электронов положение пика μ_{max} на шкале полярных углов начального электрона практически не меняется, однако уменьшается его абсолютное значение, а интервал углов, в котором $\mu > 0$, становится уже. При этом данное сужение интервала углов и уменьшение μ_{max} происходит достаточно медленно (при увеличении интенсивности поля на порядки величины μ_{max} уменьшается всего в несколько раз, см. рис. 3, 4).

5. В области средних полей максимальный коэффициент усиления волны практически не меняется ($\mu_{max} \approx \text{const}$) и лишь для умеренно сильных полей он монотонно убывает (см. рис. 6).

6. Для больших интенсивностей поля, когда $\eta \gg v_i$, эффект усиления волны, как и следовало ожидать, пропадает (излучение только поглощается).

7. Практическое использование эффекта усиления лазерного излучения возможно для достаточно мощных электронных пучков.

Выражаем искреннюю признательность профессору М. В. Федорову за обсуждение работы и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Marcuse, *Bell. Syst. Techn. J.* **41**, 1557 (1962).
2. Ф. В. Бункин, М. В. Федоров, *ЖЭТФ* **49**, 1215 (1965).
3. M. Gavrilu and M. Van der Wielt, *Comm. Atom. Mol. Phys.* **8**, 1 (1977).
4. Ф. В. Бункин, А. Е. Казаков, М. В. Федоров, *УФН* **107**, 559 (1972).
5. Р. В. Карапетян, М. В. Федоров, *КЭ* **4**, 2214 (1977).
6. V. Mittleman, *Theory of Laser-Atom Interaction*, Plenum, New York (1982).
7. A. Weingartshofer and C. Jung, *Multiphoton Ionization of Atoms*, ed. by S. L. Chin and P. Lambropoulos, Academ. Press Toronto, New York, London (1984).
8. М. В. Федоров, *Электрон в сильном световом поле*, Наука, Москва (1991).
9. M. V. Fedorov, *Atomic and Free Electrons In a Strong Light Field*, World Sci. Publ. Comp., New York (1997).
10. V. A. Tsibul'nik and S. P. Roshchupkin, *Laser Phys. Lett.* **1**, 357 (2004).

11. М. М. Денисов, М. В. Федоров, ЖЭТФ **53**, 1340 (1967).
12. С. П. Рощупкин, ЖЭТФ **106**, 102 (1994).
13. С. П. Рощупкин, ЖЭТФ **109**, 337 (1996).
14. S. P. Roshchupkin, V. A. Tsubylnik, and A. N. Chmirer, *Laser Phys.* **10**, 1231 (2000).
15. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, *Интегралы и ряды. Специальные функции*, Наука, Москва (1983), с. 669.
16. А. А. Рухадзе, Л. С. Богданкевич, С. Е. Росинский, *Физика сильноточных релятивистских электронных пучков*, Атомиздат, Москва (1980).
17. H. R. Reiss, *Phys. Rev. A* **22**, 1786 (1980).