ЖЭТФ, 2005, том 127, вып. 5, стр. 1075–1090

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ ДАЛЬНОДЕЙСТВИЯ НА КРИТИЧЕСКОЕ И МУЛЬТИКРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СЖИМАЕМЫХ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМ

С. В. Белим*

Омский государственный университет
644077, Омск, Россия

Поступила в редакцию 25 сентября 2004 г.

Осуществлено теоретико-полевое описание поведения слабонеупорядоченных упруго-изотропных сжимаемых систем с эффектами дальнодействия непосредственно в трехмерном пространстве при различных значениях параметра дальнодействия a. Проведена ренормгрупповая процедура отдельно для случаев $a > 2$ и $a \leq 2$ непосредственно в трехмерном пространстве. В двухпетлевом приближении проведен анализ ренормгрупповых уравнений и выделены фиксированные точки, соответствующие критическому и трикритическому поведению систем. Показано, что при значении параметра дальнодействия $a \leq 2$ эффекты дальнодействия несущественны; тогда как в обратном случае, $a > 2$, эффекты дальнодействия играют определяющую роль. Получены критические индексы, характеризующие систему при различных значениях параметра дальнодействия. Проведено также описание однородных и неупорядоченных систем, характеризуемых двумя флуктуирующими параметрами порядка.

PACS: 64.60.-i

1. ВВЕДЕНИЕ

Как хорошо известно, критические свойства систем задаются малым количеством параметров, таких как размерность, симметрия параметра порядка и скорость убывания взаимодействия с расстоянием. Особый интерес представляют системы, в которых кроме обычного близкодействия присутствуют эффекты дальнодействия. В классической изингоподобной системе взаимодействие между флуктуациями убывает экспоненциально с расстоянием по закону $\exp(-r/r_0)$, в связи с чем рассматривается взаимодействие только между ближайшими соседями и данные системы можно охарактеризовать как близкодействующие. При убывании взаимодействия с расстоянием r по закону r^{-D-a}, где D — размерность пространства, уже нельзя ограничиваться взаимодействием между ближайшими соседями и возникают эффекты дальнодействия.

Как показано в работе [1], в рамках ε-разложения ($\varepsilon = 2a - D$) выделяются три режима критического поведения для различных интервалов значений параметра дальнодействия a. При значениях $a \geq 2$ критическое поведение совпадает с критическим поведением близкодействующих систем с соответствующими критическими индексами, т. е. эффекты дальнодействия оказываются несущественными. При значениях $a \leq D/2$ вследствие большого влияния эффектов дальнодействия наблюдается «классический» фазовый переход, характеризуемый гауссовой фиксированной точкой, с критическими индексами, определяемыми соотношениями $\eta = 2 - a$, $\nu = 1/a$, $\gamma = 1$. Поведение же радиуса корреляции и восприимчивости имеет вид

$$R_c \sim \tau^{-1/a}(\ln \tau^{-1})^{n'/a}, \quad \chi \sim \tau^{-1}(\ln \tau^{-1})^{n'}, \qquad (1)$$

где $\tau = |T - T_c|/T_c$, T_c — температура фазового перехода, $n' = (n+2)/(n+8)$, n — размерность параметра порядка. В интервале $D/2 < a < 2$ эффекты дальнодействия оказывают меньшее влияние, чем в «классическом» режиме, вследствие чего критическое поведение становится негауссовым и появляются поправки к «классическим» критическим индексам, $\eta = 2 - a + o(\varepsilon^2)$, $\nu = 1/a(1 + o(\varepsilon))$, $\gamma = 1 + o(\varepsilon)$.

В работе [2] показано, что эффекты дальнодействия могут играть доминирующую роль и при

*E-mail: belim@univer.omsk.su

$a \geq 2$, если в соответствующей системе с близкодействием индекс Фишера имеет отрицательное значение, $\eta_{SR} < 0$. В этом случае эффекты дальнодействия существенны для интервала значений параметра дальнодействия $a < 2 - \eta_{SR}$.

Ренормгрупповое описание критического поведения одномерных систем ($D = 1$), приведенное в работе [3], с использованием разложения по параметру $1 - a > 0$ показало, что $1/\nu = 2(1-a)^{1/2}$ в пределе $a \to 1$. Компьютерное моделирование изингоподобных систем с эффектами дальнодействия методом Монте-Карло, проведенное в работе [4] для систем с размерностями $D = 1$ и $D = 2$, привело к результатам, совпадающим с предсказаниями ренормгруппового описания в общих аспектах. Однако некоторые детали, выявленные путем моделирования, не совпадали с теоретическими предсказаниями. Так, для одномерных систем ($D = 1$) в случае $a = 1$ наблюдалось значительно большее значение критического индекса ν, чем давал ренормгрупповой подход. Для двумерных же систем ($D = 2$) короткодествующий режим критического поведения наблюдался, начиная со значения $a = 3$, а не $a = 2$, как предсказывала теория. Компьютерное моделирование методом Монте-Карло случая $D = 2$ в [5] показало, что границу между дальнодействующим и близкодействующим критическим поведением определяет значение параметра $a = 1.75$, также противоречащее теории. Критические индексы, полученные в данной работе, оказались в хорошем согласии с результатами ε-разложения для случая $a < 1.6$. Для больших значений параметра дальнодействия были получены существенные отличия от предсказаний ренормгруппового описания.

В связи с изложенным выше существует необходимость вычисления значений критических индексов непосредственно в трехмерном пространстве в рамках теоретико-полевого подхода без использования ε-разложения, которое, как известно, дает результаты, лучше согласующиеся с экспериментальными данными. В данной статье приводится теоретико-полевое описание критического и мультикритического поведения изингоподобных систем с эффектами дальнодействия. Также проведено исследование влияния точечных замороженных дефектов структуры и упругих деформаций на критическое и мультикритическое поведение систем с дальнодействием. Рассмотрение ограничено системами со скалярным параметром порядка (изингоподобные системы) в силу того, что согласно критерию Харриса только для них существенно влияние примесей.

В сжимаемых системах связь параметра порядка с упругими деформациями играет важную роль. Как впервые было показано в работе [6], для упруго-изотропного тела критическое поведение сжимаемых систем с квадратичной стрикцией неустойчиво относительно связи параметра порядка с акустическими модами и реализуется фазовый переход первого рода, близкий к переходу второго рода. Учет упругой анизотропии кристаллов [7–10], хотя и усложняет задачу, но не приводит к качественно новым результатам. По сравнению с данными тонкими флуктуационными эффектами изменения типа фазового перехода, индуцированными неоднородной деформацией, более радикальное влияние на систему оказывает внешнее давление, обусловливая смену знака эффективной константы взаимодействия флуктуаций параметра порядка и рода фазового перехода.

При структурных фазовых переходах с отсутствием пьезоэффекта в парафазе упругие деформации играют роль вторичного параметра порядка, флуктуации которого в большинстве случаев не являются критическими. В работах [11, 12] на основе общих представлений о фазовых переходах в системах, в которых параметр порядка связан с дополнительными нефлуктуирующими переменными, рассмотрено в низшем порядке по ε влияние замороженных примесей на возможные типы фазовых превращений в зависимости от макроскопических условий, накладываемых на систему. Выявлено, что при условии постоянного напряжения фазовые траектории, выходя из окрестности трикритической примесной точки, покидают область устойчивости фазовых переходов второго рода с реализацией размытого фазового перехода, в то же время при отсутствии постоянного напряжения в системе отсутствует трикритическое поведение, а фазовые превращения носят характер переходов второго рода с типичными для низшего порядка по ε результатами относительно существенности влияния примесей на критическое поведение систем с числом компонент параметра порядка $n < 4$ и отсутствия эффектов неупорядоченности для систем с $n > 4$. Полученные достаточно тривиальные результаты во многом определяются тем, что в низшем порядке теории возмущений ренормгрупповые уравнения для перенормированных вершин модели, описывающих самодействие флуктуаций параметра порядка и их взаимодействие через поле примесей, оказываются замкнутыми и не содержат влияния вершин взаимодействия с дополнительными переменными. Данные эффекты должны проявиться только в следующем порядке теории и могут кардинально повлиять на выводы исследования.

Как показано в работах [11, 12], взаимодействие флуктуаций параметра порядка с упругими деформациями может приводить как к смене режима критического поведения, так и к появлению на фазовой диаграмме трикритических точек и критических точек четвертого порядка. Введение в систему замороженных точечных примесей приводит не только к изменению режима критического поведения, но и к исчезновению мультикритических точек [13].

В данной статье также рассмотрены системы, фазовые диаграммы которых содержат мультикритические точки, носящие бикритический или тетракритический характер. В первом случае в мультикритической точке пересекаются две линии фазовых переходов второго рода и одна линия фазовых переходов первого рода, во втором — четыре линии фазовых переходов второго рода. В непосредственной окрестности мультикритической точки система демонстрирует специфическое критическое поведение, характеризующееся конкуренцией типов упорядочения. При этом в бикритической точке происходит вытеснение одного критического параметра другим, тетракритическая же точка допускает существование смешанной фазы с сосуществующими типами упорядочения. Такие системы могут быть описаны путем введения двух параметров порядка, преобразующихся по различным неприводимым представлениям.

Присутствие замороженных точечных дефектов структуры приводит к изменению режима поведения близкодействующих систем как в бикритической, так и в тетракритической области [14]. В этой работе показано, что влияние δ-коррелированных примесей приводит к развязыванию параметров порядка в мультикритических точках. В работе [15] выявлено, что упругие деформации для однородных систем приводят к смене бикритического поведения тетракритическим. Для неупорядоченных систем [16] деформационные степени свободы, не меняя типа мультикритического поведения, изменяют режим тетракритического поведения.

2. РЕНОРМГРУППОВОЕ ОПИСАНИЕ

В общем случае при наличии как близкодействия, так и дальнодействия фурье-образ разложения взаимодействия между критическими флуктуациями $v(q)$ по волновому числу $|q|$ имеет вид

$$v(|q|) = v_0 + j_2|q|^2 + j_a|q|^a + w(|q|), \qquad (2)$$

где $w(q)/q^{max(a,2)} \to 0$ при $q \to 0$.

Гамильтониан неупорядоченной изингоподобной системы в критической области с учетом упругих деформаций может быть записан в виде

$$\begin{aligned} H_0 = \frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_0 + j_aq^a + j_2q^2)S_qS_{-q} + \\ + \frac{1}{2}\int d^Dq\Delta\tau_qS_qS_{-q} + \\ + u_0\int d^Dq_1d^Dq_2d^Dq_3S_{q1}S_{q2}S_{q3}S_{-q1-q2-q3} + \\ + a_3\int d^Dq_1d^Dq_2y_{q1}S_{q2}S_{-q1-q2} + \\ + \frac{a_3^{(0)}}{\Omega}y_0\int d^DqS_qS_{-q} + \frac{1}{2}a_1\int d^Dqy_qy_{-q} + \\ + \frac{1}{2}\frac{a_1^{(0)}}{\Omega}y_0^2 + \int d^Dqh_qy_q + \frac{h_0}{\Omega}y_0. \end{aligned} \qquad (3)$$

где S_q — флуктуации параметра порядка, u_0 — положительная константа, $\tau_0 \sim |T-T_c|/T_c$, T_c — температура фазового перехода, a — параметр дальнодействия, j_a — параметр, характеризующий относительное влияние эффектов дальнодействия, j_2 — параметр, характеризующий относительное влияние эффектов близкодействия, $\Delta\tau_q$ — случайное поле примесей типа случайной температуры, a_1, a_2 — упругие постоянные кристалла, a_3 — параметр квадратичной стрикции. Взаимодействие примесей с нефлуктуирующим параметром порядка

$$y(x) = \sum_{\alpha=1}^{3} u_{\alpha\alpha}(x),$$

где $u_{\alpha\beta}$ — тензор деформаций, задается величиной h_q — случайным полем, термодинамически сопряженным $u_{\alpha\alpha}(x)$. В формуле (3) проведено интегрирование по слагаемым, зависящим от нефлуктуирующих переменных, не взаимодействующих с параметром порядка S_q, а также выделены слагаемые y_0, описывающие однородные деформации. Как показано в работе [6], такое разделение необходимо, так как неоднородные деформации y_q отвечают за обмен акустическими фононами и приводят к дополнительным эффектам дальнодействия, которые отсутствуют при однородных деформациях.

Как показано в работе [1], в рамках ε-разложения ($\varepsilon = 2a - D$) для значений $a < 2$ при ренормгрупповом преобразовании с масштабным параметром b слагаемое j_aq^a преобразуется в $j_aq'^a$ с $q' = qb$. Коэффициент при q^2 убывает как b^{a-2}, а коэффициент при S^4 изменяется пропорционально b^{2a-D}. Таким образом, эффекты дальнодействия приводят к изменению критической размерности, и гауссова фиксированная точка доминирует при $D > 2a$, так как слагаемое, пропорциональное S^4, становится несущественным при предельном переходе $b \to \infty$. Слагаемое $j_2 q^2$ несущественно при $a < 2$. Отсюда следует, что в области значений $a \le D/2$ в системе наблюдается гауссово критическое поведение. При $D/2 < a < 2$ в системе наблюдается негауссово критическое поведение, зависящее от параметра дальнодействия a.

В обратном случае $a \ge 2$ при ренормгрупповом преобразовании с масштабным параметром b слагаемое $j_2 q^2$ преобразуется в $j_2 q'^2$ с $q' = qb$. Коэффициент при q^a убывает как b^{2-a}, а коэффициент при S^4 изменяется пропорционально b^{4-D}, т. е. критическая размерность, как и для систем с отсутствием дальнодействия, равна 4. Слагаемое $j_a q^a$ несущественно при $a \ge 2$.

При малой концентрации примесей распределение случайных полей $\Delta\tau_q, h_q, h_0$ можно считать гауссовым и задать функцией

$$P[\Delta\tau, h, h_0] = A\exp\left[-\frac{1}{8b_1}\int \Delta\tau_q^2 d^D q - \right. \\ - \frac{1}{8b_2}\int h_q^2 d^D q - \frac{1}{8b_3}\int h_0 d^D q - \\ \left. - \frac{1}{4b_4}\int \Delta\tau_q h_q d^D q - \frac{1}{4b_5}\int \Delta\tau_q h_0 d^D q\right], \quad (4)$$

где A — нормировочная константа, а b_i — положительные константы, пропорциональные концентрации замороженных дефектов структуры.

Применяя репличную процедуру для усреднения по случайным полям, задаваемым замороженными дефектами структуры, получим эффективный гамильтониан системы:

$$H_R = \frac{1}{2}\int d^D q(\tau_0 + j_a q^a + j_2 q^2)\sum_{a=1}^{m} S_q^a S_{-q}^a - \\ - \frac{\delta_0}{2}\sum_{a,b=1}^{m}\int d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 S_{q1}^a S_{q2}^a S_{q3}^b S_{-q1-q2-q3}^b + \\ + u_0 \sum_{a=1}^{m}\int d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 S_{q1}^a S_{q2}^a S_{q3}^a S_{-q1-q2-q3}^a + \\ + g_0 \sum_{a=1}^{m}\int d^D q_1 d^D q_2 y_{q1}^a S_{q2}^a S_{-q1-q2}^a + \\ + \frac{g_0^{(0)}}{\Omega}\sum_{a=1}^{m} y_0^a \int d^D q S_q^a S_{-q}^a + \\ + \frac{1}{2}\lambda\int d^D q y_q y_{-q} + \frac{1}{2}\frac{\lambda_0}{\Omega} y_0^2. \quad (5)$$

Здесь введены положительные константы $\delta_0, g_0, g_0^{(0)}$, λ, λ_0, выражаемые через константы a_i, b_i. Свойства исходной системы могут быть получены в пределе числа реплик (образов) $m \to 0$.

Определим эффективный гамильтониан системы, зависящий только от сильно флуктуирующего параметра порядка S, следующим образом:

$$\exp\{-H[S]\} = B\int \exp\{-H_R[S, y]\}\prod dy_q. \quad (6)$$

Если эксперимент осуществляется при постоянном объеме, то y_0 является константой, интегрирование в (6) проводится только по неоднородным деформациям, а однородные деформации вклада в эффективный гамильтониан не вносят. При постоянном давлении в гамильтониан добавляется слагаемое $P\Omega$, объем представляется в терминах компонент тензора деформации в виде

$$\Omega = \Omega_0\left[1 + \sum_{\alpha=1} u_{\alpha\alpha} + \sum_{\alpha\neq\beta} u_{\alpha\alpha}u_{\beta\beta} + O(u^3)\right] \quad (7)$$

и интегрирование в формуле (6) осуществляется также и по однородным деформациям. Как отмечено в работе [8], учет в формуле (7) квадратичных слагаемых может оказаться важным в случае высоких давлений и кристаллов с большими стрикционными эффектами. В результате

$$H = \frac{1}{2}\int d^D q(\tau_0 + j_a q^a + j_2 q^2)\sum_{a=1}^{m} S_q^a S_{-q}^a + \\ + v_0 \sum_{a=1}^{m}\int d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 S_{q1}^a S_{q2}^a S_{q3}^a S_{-q1-q2-q3}^a - \\ - \frac{\delta}{2}\sum_{a,b=1}^{m}\int d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 \times \\ \times S_{q1}^a S_{q2}^a S_{q3}^b S_{-q1-q2-q3}^b + \\ + \frac{1}{2\Omega}(z_0 - w_0)\sum_{a=1}^{m}\int d^D q_1 d^D q_2 S_{q1}^a S_{-q1}^a S_{q2}^a S_{-q2}^a, \\ z_0 = \frac{g_0^2}{\lambda}, \quad w_0 = \frac{g_0^{(0)2}}{\lambda_0}, \quad v_0 = u_0 - \frac{z_0}{2}. \quad (8)$$

Возникающий в гамильтониане эффективный параметр взаимодействия $v_0 = u_0 - z_0/2$ за счет влияния стрикционных эффектов, определяемых параметром g_0, может принимать не только положительные, но и отрицательные значения. В результате данный гамильтониан описывает фазовые переходы как первого, так и второго рода. При $v_0 = 0$ в системе реализуется трикритическое поведение. В свою очередь, эффективное взаимодействие в формуле (8), определяемое разностью параметров $z_0 - w_0$, также может приводить к смене рода фазового перехода. Из данного вида эффективного гамильтониана следует возможность осуществления критической точки более высокого порядка, в которой пересекаются трикритические кривые, при одновременном выполнении условий $v_0 = 0$, $z_0 = w_0$ [17]. Следует отметить, что при трикритическом условии $z_0 = w_0$ гамильтониан модели (8) изоморфен гамильтониану неупорядоченной модели Изинга с эффектами дальнодействия.

Поведение системы в критической и трикритической областях определяется значениями эффективных зарядов в неподвижной точке ренормгруппового преобразования. Данное преобразование имеет различный вид в зависимости от величины параметра дальнодействия a. Для случая $a \geq 2$ ренормгрупповая процедура имеет вид

$$\begin{gathered} y_q^{(0)} = Z_1 y_q, \quad y_0^{(0)} = Z_0 y_0, \quad S_q^{(0)} = Z^{1/2} S_q, \\ \tau_0 = b^2 \tau Z_\tau, \quad u_0 = b^{4-D} u Z_u, \quad \delta_0 = b^{4-D} \delta Z_\delta, \\ g_0 = b^{2-D/2} g Z_g, \quad g_0^{(0)} = b^{2-D/2} g^{(0)} Z_g^{(0)}, \\ j_0^{(1)} = b^{2-a} j^{(1)} Z_{j1}, \quad j_0^{(1)} = j_a / j_2. \end{gathered} \tag{9}$$

Масштабный параметр b вводится для приведения величин к безразмерному виду. Как легко видеть, ренормгрупповые преобразования для эффективных зарядов u, δ, g, $g^{(0)}$ имеют такой же вид, как и для систем с отсутствием дальнодействия. Те же значения будут иметь и фиксированные точки ренормгруппового преобразования.

Для случая $a < 2$ ренормгрупповая процедура определяется соотношениями

$$\begin{gathered} y_q^{(0)} = Z_1 y_q, \quad y_0^{(0)} = Z_0 y_0, \quad S_q^{(0)} = Z^{1/2} S_q, \\ \tau_0 = b^a \tau Z_\tau, \quad u_0 = b^{2a-D} u Z_u, \\ \delta_0 = b^{2a-D} \delta Z_\delta, \quad g_0 = b^{a-D/2} g Z_g, \\ g_0^{(0)} = b^{a-D/2} g^{(0)} Z_g^{(0)}, \\ j_0 = b^{a-2} j Z_j, \quad j_0 = j_2 / j_a. \end{gathered} \tag{10}$$

Эффективные заряды λ и λ_0 характеризуют только нефлуктуирующий параметр порядка y и поэтому не меняются при ренормгрупповом преобразовании:

$$\lambda_R = \lambda, \quad \lambda_{0R} = \lambda_0. \tag{11}$$

На основе техники фейнмановских диаграмм были построены двухточечные вершинные функции $\Gamma_\tau^{(2)}$, $\Gamma_\lambda^{(2)}$, $\Gamma_{\lambda 0}^{(2)}$, четырехточечные вершинные функции $\Gamma_u^{(4)}$, $\Gamma_\delta^{(4)}$, а также двухточечные вершинные функции со вставкой $\Gamma_g^{(2,1)}$, $\Gamma_{g0}^{(2,1)}$, $\Gamma_t^{(2,1)}$ с пропагатором $G(q) = 1/(\tau + |q|^a)$.

Z-факторы определяются из требования регулярности перенормированных вершинных функций, выраженной в условиях нормировки:
для случая $a \geq 2$

$$\begin{gathered} Z \frac{\partial}{\partial k^2} \Gamma^{(2)}(k)|_{k^2=0} = 1, \\ Z^2 \Gamma_u{}^{(4)}|_{k^2=0} = b^{2a-D} u, \\ Z^2 \Gamma_\delta{}^{(4)}|_{k^2=0} = b^{4-D} \delta, \\ Z_1 Z \Gamma_g{}^{(2,1)}|_{k^2=0} = b^{2-D/2} g, \\ Z_0 Z \Gamma_{g0}{}^{(2,1)}|_{k^2=0} = b^{2-D/2} g^{(0)}, \\ Z_1 \Gamma_\lambda{}^{(2)}|_{k^2=0} = b^{-D} \lambda, \\ Z_0 \Gamma_{\lambda 0}{}^{(2)}|_{k^2=0} = b^{-D} \lambda_0, \\ Z \Gamma_t{}^{(2,1)}|_{k^a=0} = b^{2-D/2} t, \\ Z \Gamma_j 1^{(2,1)}|_{k^2=0} = b^{2-a} j; \end{gathered} \tag{12}$$

для случая $a < 2$

$$\begin{gathered} Z \frac{\partial}{\partial k^2} \Gamma^{(2)}(k)|_{k^2=0} = 1, \\ Z^2 \Gamma_u{}^{(4)}|_{k^2=0} = b^{2a-D} u, \\ Z^2 \Gamma_\delta{}^{(4)}|_{k^2=0} = b^{2a-D} \delta, \\ Z_1 Z \Gamma_g{}^{(2,1)}|_{k^2=0} = b^{a-D/2} g, \\ Z_0 Z \Gamma_{g0}{}^{(2,1)}|_{k^2=0} = b^{a-D/2} g^{(0)}, \\ Z_1 \Gamma_\lambda{}^{(2)}|_{k^2=0} = b^{-D} \lambda, \\ Z_0 \Gamma_{\lambda 0}{}^{(2)}|_{k^2=0} = b^{-D} \lambda_0, \\ Z \Gamma_t{}^{(2,1)}|_{k^a=0} = b^{a-D/2} t, \\ Z \Gamma_j{}^{(2,1)}|_{k^2=0} = b^{a-2} j. \end{gathered} \tag{13}$$

Ренормгрупповая процедура была осуществлена в рамках двухпетлевого приближения. Следующим шагом в теоретико-полевом подходе является определение скейлинговых β- и γ-функций, задающих дифференциальное уравнение ренормгруппы для вершинных функций:

$$\begin{gathered} \left[b \frac{\partial}{\partial b} + \beta_u \frac{\partial}{\partial u} + \beta_\delta \frac{\partial}{\partial \delta} + \beta_j \frac{\partial}{\partial j} + \right. \\ \left. + \beta_g \frac{\partial}{\partial g} + \beta_{g0} \frac{\partial}{\partial g^{(0)}} - \gamma_\varphi \frac{n}{2} b \frac{\partial \ln Z_\varphi}{\partial b} - \gamma_\tau \tau \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \times \\ \times \Gamma^{(m)}(q; \tau, u, \delta, g, g^{(0)}, b) = 0. \end{gathered} \tag{14}$$

Введем новые эффективные вершины взаимодействия:

$$v_1 = v J_0, \quad v_2 = \delta J_0 \quad v_3 = z J_0, \quad v_4 = w J_0. \tag{15}$$

В результате для случая $a \geq 2$ β- и γ-функции для эффективных вершин v_1, v_2, v_3, v_4 имеют такой же вид, как и для близкодействующих систем [13]. Для вершины $j^{(1)}$ получаем

$$\beta_{j1} = -(2-a)j^{(1)}\left[1 - 24v_1 + 8v_2 - 4v_3 + 2v_4 + 576\left(2\widetilde{J_1}\Big|_{a=2} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\Big|_{a=2}\right)v_1^2 - \right.$$
$$\left. - 120\left(2\widetilde{J_1}\Big|_{a=2} - 1 - \frac{8}{5}\widetilde{G}\Big|_{a=2}\right)v_1v_2 + 96\left(2\widetilde{J_1}\Big|_{a=2} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\Big|_{a=2}\right)v_2^2\right]. \quad (16)$$

Для случая $a < 2$ были получены выражения

$$\beta_1 = -(2a-D)v_1\left[1 - 36v_1 + 24v_2 + 1728\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_1^2 - 2304\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{6}\widetilde{G}\right)v_1v_2 + \right.$$
$$\left. + 672\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2\right],$$
$$\beta_2 = -(2a-D)v_2\left[1 - 24v_1 + 8v_2 + 576\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2 - 1152\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G}\right)v_1v_2 + \right.$$
$$\left. + 352\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{22}\widetilde{G}\right)v_2^2\right],$$
$$\beta_3 = -(2a-D)v_3\left[1 - 24v_1 + 16v_2 - 2v_3 + 576\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2 - \right.$$
$$\left. - 120\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{8}{5}\widetilde{G}\right)v_1v_2 + 96\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2\right],$$
$$\beta_4 = -(2a-D)v_4\left[1 - 24v_1 + 8v_2 - 4v_3 + 2v_4 + 576\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2 - \right.$$
$$\left. - 120\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{8}{5}\widetilde{G}\right)v_1v_2 + 96\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2\right],$$
$$\beta_j = -(a-2)j\left[1 - 24v_1 + 8v_2 - 4v_3 + 2v_4 + 576\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2 - \right. \quad (17)$$
$$\left. - 120\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{8}{5}\widetilde{G}\right)v_1v_2 + 96\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2\right],$$
$$\gamma_t = (2a-D)\left[-12v_1 + 4v_2 - 2v_3 + 2v_4 + 288\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2 - \right.$$
$$\left. - 192\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1v_2 + 32\left(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{2}\widetilde{G}\right)v_2^2\right],$$
$$\gamma_\varphi = (2a-D)64\widetilde{G}(3v_1^2 - 3v_1v_2 + v_2^2),$$
$$J_1 = \int \frac{d^Dq\,d^Dp}{(1+|q|^a)^2(1+|p|^a)(1+|q^2+p^2+2pq|^{a/2})},$$
$$J_0 = \int \frac{d^Dq}{(1+|q|^a)^2},$$
$$G = -\frac{\partial}{\partial|k|^a}\int \frac{d^Dq\,d^Dp}{(1+|q^2+k^2+2kq|^a)(1+|p|^a)(1+|q^2+p^2+2pq|^{a/2})}\Bigg|_{k=0},$$
$$\widetilde{J_1} = \frac{J_1}{J_0^2}, \quad \widetilde{G} = \frac{G}{J_0^2}.$$

При значениях $a \le D/2$ интегралы J_0, J_1, G становятся расходящимися. Для получения конечных выражений вводился параметр обрезания Λ и рассматривался предел отношений J_1/J_0^2, G/J_0^2 при $\Lambda \to \infty$. Значения интегралов находились численно, после чего строилась последовательность значений J_1/J_0^2 и G/J_0^2 при различных значениях Λ и аппроксимировалась на бесконечность.

С целью извлечения из полученных выражений нужной физической информации был применен обобщенный на четырехпараметрический случай метод Паде–Бореля. При этом прямое и обратное преобразования Бореля имеют вид

$$f(v_1,v_2,v_3,v_4)=\sum_{i_1,i_2,i_3,i_4} c_{i_1,i_2,i_3,i_4} v_1^{i_1}v_2^{i_2}v_3^{i_3}v_4^{i_4} = \\ = \int\limits_0^\infty e^{-t}F(v_1t,v_2t,v_3t,v_4t)\,dt, \quad (18)$$

$$F(v_1,v_2,v_3,v_4)= \\ =\sum_{i_1,i_2,i_3,i_4}\frac{c_{i_1,i_2,i_3,i_4}}{(i_1+i_2+i_3+i_4)!}v_1^{i_1}v_2^{i_2}v_3^{i_3}v_4^{i_4}. \quad (19)$$

Для аналитического продолжения борелевского образа функции вводится ряд по вспомогательной переменной θ:

$$\tilde F(v_1,v_2,v_3,v_4,\theta)=\sum_{k=0}^{\infty}\theta^k \times \\ \times\sum_{i_1,i_2,i_3,i_4}\frac{c_{i_1,\ldots,i_4}}{k!}v_1^{i_1}v_2^{i_2}v_3^{i_3}v_4^{i_4}\delta_{i_1+i_2+i_3+i_4,k}, \quad (20)$$

к которому применяется аппроксимация Паде [L/M] в точке $\theta=1$. В двухпетлевом приближении для вычисления β-функций были использованы аппроксиманты [2/1].

Режим критического поведения полностью определяется устойчивыми неподвижными точками ренормгруппового преобразования, которые могут быть найдены из условия равенства нулю β-функций:

$$\beta_i(v_1^*,v_2^*,v_3^*,v_4^*,j^*)=0, \quad i=1,2,3,4,j. \quad (21)$$

Требование устойчивости фиксированной точки сводится к условию положительности собственных значений b_i матрицы

$$B_{i,j}=\frac{\partial\beta_i(v_1^*,v_2^*,v_3^*,v_4^*,j^*)}{\partial v_j}. \quad (22)$$

Для случая $a\ge 2$ устойчивые фиксированные точки совпадают с соответствующими точками близкодействующих систем [13], так как для всех этих фиксированных точек эффективный заряд $j^{(1)*}=0$. Нулевое значение эффективного заряда, характеризующего относительное влияние эффектов дальнодействия, свидетельствует о доминирующей роли близкодействия в этих системах и несущественности вклада дальнодействия.

Устойчивые фиксированные точки ренормгруппового преобразования, собственные значения матрицы устойчивости в фиксированной точке и критические индексы для значений параметра $1.5<a\le 1.9$ приведены в табл. 1. Для значений параметра $0<a<1.5$ существует только гауссова фиксированная точка $v^*=0$, являющаяся устойчивой. Для значения параметра дальнодействия $a=1.5$ определить значения эффективных зарядов в фиксированной точке невозможно, так как β-функция тождественно равна нулю при $D=3$. Однако для случая $a=1.5$ определение фиксированной точки и не требуется, в силу того что $\gamma_t=0$ и $\gamma_\varphi=0$ тождественно.

Анализ фиксированных точек и собственных значений матрицы устойчивости показывает, что для значений параметра $a<2$ близкодействие становится несущественным для всех типов систем, определяющую роль играют эффекты дальнодействия. Данный вывод следует из нулевого значения параметра $j^*=0$, определяющего относительное влияние эффектов близкодействия в устойчивой фиксированной точке, и положительного значения параметра $b_5>0$, определяющего устойчивость системы относительно параметра j.

Для однородных «жестких» систем (фиксированные точки 1.1, 2.1, 3.1, 4.1) режим критического поведения существенно зависит от параметра дальнодействия. При этом с уменьшением скорости убывания взаимодействия между флуктуациями с расстоянием (уменьшением параметра a) наблюдается стремление критического поведения к гауссову. Критическое поведение становится гауссовым при значении параметра дальнодействия $a=1.5$. Из отрицательного значения собственных значений матрицы устойчивости b_2, b_3, b_4 следует, что критическое поведение однородных «жестких» систем неустойчиво как относительно введения в систему замороженных примесей, так и относительно упругих деформаций.

Для однородных сжимаемых систем качественно картина критических явлений выглядит одинаково при любых значениях параметра дальнодействия $1.5<a<2$. Устойчивой оказывается фиксированная точка при постоянной деформации (фиксированные точки 1.2, 2.2, 3.2, 4.2). Фиксированные точки 1.3, 2.3, 3.3, 4.3 описывают первый тип трикритического поведения сжимаемых систем, наблюдаемый при постоянном давлении. Фиксированные точки 1.4, 2.4, 3.4, 4.4 являются трикритическими для систем, исследуемых при постоянном объеме. Точки 1.5, 2.5, 3.5, 4.5 являются критическими точками четвертого порядка, в них пересекаются две трикритические линии. Данные фиксированные точки неустойчивы относительно замороженных дефектов структуры.

Для неупорядоченных «жестких» систем (фиксированные точки 1.6, 2.6, 3.6, 4.6) устойчивые фиксированные точки в физической области $(v_1^*,v_2^*>0)$ существуют лишь при значениях параметра дальнодействия $a\ge 1.8$. Как показывают вычисления, для

Таблица 1. Значения фиксированных точек и собственные значения матрицы устойчивости однородных систем

N	v_1^*	v_2^*	v_3^*	v_4^*	j	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
$a = 1.6$										
1.1	0.01597	0	0	0	0	0.32	−0.48	−0.62	−0.62	0.87
1.2	0.01597	0	0.30968	0	0	0.87	−0.48	0.62	0.62	0.16
1.3	0.01597	0	0.30968	0.30968	0	0.87	−0.48	0.62	−0.62	0.32
1.4	0	0	0.5	0	0	−1	−1	1	1	0.4
1.5	0	0	0.5	0.5	0	−1	−1	1	−1	0.4
1.6	−0.22762	0.59481	0	0	0	45.30	32.57	−0.12	−0.12	0.08
$a = 1.7$										
2.1	0.02049	0	0	0	0	0.23	−0.34	−0.53	−0.53	0.70
2.2	0.02049	0	0.26650	0	0	0.70	−0.34	0.53	0.53	0.12
2.3	0.02049	0	0.26650	0.26650	0	0.70	−0.34	0.53	−0.53	0.23
2.4	0	0	0.5	0	0	−1	−1	1	1	0.3
2.5	0	0	0.5	0.5	0	−1	−1	1	−1	0.3
2.6	−0.04523	0.27489	0	0	0	13.24	3.92	−0.17	−0.17	0.08
$a = 1.8$										
3.1	0.02323	0	0	0	0	0.15	−0.22	−0.49	−0.49	0.63
3.2	0.02323	0	0.24540	0	0	0.63	−0.22	0.49	0.49	0.08
3.3	0.02323	0	0.24540	0.24540	0	0.63	−0.22	0.49	−0.49	0.15
3.4	0	0	0.5	0	0	−1	−1	1	1	0.2
3.5	0	0	0.5	0.5	0	−1	−1	1	−1	0.2
3.6	0.06419	0.04688	0	0	0	0.63*	0.63*	−0.12	−0.12	0.08
3.7	0.06419	0.04688	0.06610	0	0	0.63*	0.63*	0.12	0.12	0.09
3.8	0.06419	0.04688	0.06610	0.06610	0	0.63*	0.63*	0.12	−0.12	0.08
$a = 1.9$										
4.1	0.04207	0	0	0	0	0.06	−0.18	−0.18	−0.18	0.68
4.2	0.04435	0	0.09519	0	0	0.68	−0.18	0.19	0.18	0.04
4.3	0.04435	0	0.09519	0.09519	0	0.68	−0.18	0.19	−0.19	0.06
4.4	0	0	0.5	0	0	−1	−1	1	1	0.1
4.5	0	0	0.5	0.5	0	−1	−1	1	−1	0.1
4.6	0.06656	0.04082	0	0	0	0.56*	0.56*	−0.12	−0.12	0.04
4.7	0.06656	0.04082	0.06572	0	0	0.56*	0.56*	0.12	0.12	0.05
4.8	0.06656	0.04082	0.06572	0.06572	0	0.56*	0.56*	0.12	−0.12	0.04

всех значений $1.6 \le a < 1.8$ устойчивые точки трехмерных примесных систем характеризуются отрицательным значением вершины v_1^*. Присутствие в физической области только неустойчивых фиксированных точек свидетельствует о смене рода фазового перехода со второго на первый [18]. Данные фиксированные точки неустойчивы относительно упругих деформаций.

Для неупорядоченных сжимаемых систем при $1.8 \le a < 2$ реализуется свой режим критического поведения (фиксированные точки 3.7, 4.7). Фиксированные точки 3.8, 4.8 задают трикритическое поведение первого типа ($v_3^* = v_4^*$). Трикритическое поведение второго типа ($v_1^* = 0$) не реализуется в

Таблица 2. Критические индексы

N	ν	α	η	γ	z
$a = 1.6$					
1.1	0.69736	−0.09208	0.40394	1.11303	2.00018
1.2	0.88948	−0.66844	0.40394	1.41966	2.00018
1.3	0.69736	−0.09208	0.40394	1.11303	2.00018
1.4	1.25	−1.75	0.4	2	2
1.5	0.625	0.125	0.4	1	2
$a = 1.7$					
2.1	0.66745	−0.00235	0.30486	1.13142	2.00078
2.2	0.83065	−0.49195	0.30486	1.40807	2.00078
2.3	0.66745	−0.00235	0.30486	1.13142	2.00078
2.4	1.17647	−1.52941	0.3	2	2
2.5	0.58823	0.23531	0.3	1	2
$a = 1.8$					
3.1	0.63634	0.09098	0.20746	1.14116	2.00153
3.2	0.78291	−0.34873	0.20746	1.40399	2.00153
3.3	0.63634	0.09098	0.20746	1.14116	2.00153
3.4	1.11111	−1.33333	0.2	2	2
3.5	0.55556	0.33333	0.2	1	2
3.6	0.73279	−0.19837	0.25098	1.28540	2.11225
3.7	0.75776	−0.27328	0.25098	1.32919	2.11225
3.8	0.73279	−0.19837	0.25098	1.28540	2.11225
$a = 1.9$					
4.1	0.65268	0.04196	0.11342	1.23179	2.00663
4.2	0.75143	−0.25429	0.11342	1.41814	2.00663
4.3	0.65268	0.04196	0.11342	1.23179	2.00663
4.4	1.05263	−1.15789	0.1	2	2
4.5	0.52632	0.42104	0.1	1	2
4.6	0.70679	−0.12037	0.13441	1.31979	2.12385
4.7	0.72133	−0.72133	0.13441	1.34695	2.12385
4.8	0.70679	−0.12037	0.13441	1.31979	2.12385

силу отсутствия устойчивых фиксированных точек в физической области значения эффективных зарядов. И, как следствие, на фазовой диаграмме отсутствуют критические точки четвертого порядка.

Индекс ν, характеризующий рост радиуса корреляции в окрестности критической точки ($R_c \sim |T - T_c|^{-\nu}$), находится на основе соотношения

$$\nu = 1/a(1 + \gamma_t(v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*))^{-1}.$$

Индекс Фишера η, описывающий поведение корреляционной функции в окрестности критической точки в пространстве волновых векторов ($G \sim k^{2+\eta}$), определяется на основе скейлинговой функции γ_φ:

$$\eta = 2 - a + \gamma_\varphi(v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*).$$

Значения остальных критических индексов могут быть определены из скейлинговых соотношений.

Значения критических индексов для фиксированных точек из табл. 1, лежащих в физической области значений, приведены в табл. 2.

3. КРИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА

Динамическое поведение системы в релаксационном режиме вблизи критической температуры может быть описано кинетическим уравнением для параметра порядка типа уравнения Ланжевена:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\lambda_0 \frac{\delta H}{\delta S} + \eta + \lambda_0 h, \tag{23}$$

где λ_0 — кинетический коэффициент, $\eta(x,t)$ — гауссова случайная сила, характеризующая влияние теплового резервуара и задаваемая функцией распределения

$$P_\eta = A_\eta \exp\left[-(4\lambda_0)^{-1}\int d^d x\, dt\, \eta^2(x,t)\right] \tag{24}$$

с нормировочной константой A_η, h — внешнее поле, термодинамически сопряженное параметру порядка. Временная корреляционная функция $G(x,t)$ параметра порядка определяется путем решения уравнения (23) с $H[S,\Delta\tau]$, задаваемым гамильтонианом (3), относительно $S[\eta,h,\Delta\tau]$ с последующим усреднением по гауссовской случайной силе η с помощью P_η, по случайному потенциалу поля примесей $\Delta\tau(x)$ с помощью $P[\Delta\tau,h,h_0]$ и выделением линейной по $h(0)$ части решения, т. е.

$$G(x,t) = \frac{\delta}{\delta h(0)}[\langle S(x,t)\rangle]_{imp}|_{h=0}, \tag{25}$$

где

$$[\langle S(x,t)\rangle]_{imp} = \\ = B^{-1}\int D\{\eta\}\prod d\Delta\tau_q S(x,t) P_\eta P_{\Delta}\tau, \tag{26}$$

$$B = \int D\{\eta\}\prod d\Delta\tau_q P_\eta P_{\Delta}\tau. \tag{27}$$

Вместо корреляционной функции удобнее рассматривать ее вершинную часть $\Gamma^{(2)}(k,\omega)$, которая была получена в двухпетлевом приближении с использованием формализма фейнмановских диаграмм.

Релаксационное поведение системы определяется динамической скейлинговой функцией $\gamma_\lambda(v_1,v_2,v_3,v_4)$, которая позволяет определить динамический критический индекс z, характеризующий критическое замедление процессов релаксации,

$$\begin{gathered}
z = 2 + \gamma_\lambda(v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*), \\
\gamma_\lambda = (2a-D)\left[-4D_1' - 532\left(D_2' - \frac{4}{9}\widetilde{G}\right)v_1^2 + 288\left(D_3' + \frac{1}{3}D_1' - \frac{1}{3}\widetilde{G}\right)v_1v_2 - 16(D_4' + D_5' + 4D_1' - \widetilde{G})v_2^2\right], \\
D_1' = \frac{1}{J_0}\left.\frac{\partial D_1}{\partial(-i\omega/\lambda)}\right|_{k=0,\omega=0}, \\
D_1 = \int \frac{d^D q}{1+|q|^a - i\omega/\lambda}, \\
D_i' = \frac{1}{J_0^2}\left.\frac{\partial D_i}{\partial(-i\omega/\lambda)}\right|_{k=0,\omega=0}, \quad i = 2,\ldots,5, \\
D_2 = \frac{3}{4}\int \frac{d^D q d^D p}{(1+|q|^a)(1+|p|^a)(3+|q|^a+|p|^a+|p+q|^a - i\omega/\lambda)}, \\
D_3 = \frac{3}{4}\int \frac{d^D q d^D p}{2(1+|q|^a - i\omega/\lambda)(1+|p|^a)(2+|q|^a+|p+q|^a)}, \\
D_4 = \int \frac{d^D q\, d^D p}{(1+|q|^a - i\omega/\lambda)(1+|p|^a - i\omega/\lambda)(1+|p+q|^a - i\omega/\lambda)}, \\
D_5 = \int d^D q d^D p\left[\frac{1}{(1+|q|^a - i\omega/\lambda)^2(1+|p+q|^a - i\omega/\lambda)} - \frac{1}{(1+|q|^a - i\omega/\lambda)^2(1+|p|^a - i\omega/\lambda)}\right].
\end{gathered} \tag{28}$$

Для асимптотического ряда разложения $\gamma_\lambda(v_1,v_2,v_3,v_4)$ по степеням v_1^*, v_2^*, v_3^* и v_4^* при $D=3$ был применен метод суммирования Паде–Бореля. Значения динамического критического индекса и статические индексы приведены в табл. 2.

4. МУЛЬТИКРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ

Репличный гамильтониан неупорядоченной сжимаемой системы, описываемой двумя параметрами порядка, с эффектами дальнодействия имеет вид

$$
\begin{aligned}
H_0 = {} & \frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_1+q^a)\sum_{a=1}^m \Phi_q^a\Phi_{-q}^a + \\
& + \frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_2+q^a)\sum_{a=1}^m \Psi_q^a\Psi_{-q}^a + \\
& + u_{01}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a,b=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{q2}^a)(\Phi_{q3}^b\Phi_{-q1-q2-q3}^b) + \\
& + u_{02}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a,b=1}^m (\Psi_{q1}^a\Psi_{q2}^a)(\Psi_{q3}^b\Psi_{-q1-q2-q3}^b) + \\
& + 2u_{03}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a,b=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{q2}^a)(\Psi_{q3}^b\Psi_{-q1-q2-q3}^b) - \\
& - \frac{\delta_{01}}{2}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{q2}^a)(\Phi_{q3}^a\Phi_{-q1-q2-q3}^a) - \\
& - \frac{\delta_{02}}{2}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a=1}^m (\Psi_{q1}^a\Psi_{q2}^a)(\Psi_{q3}^a\Psi_{-q1-q2-q3}^a) - \\
& - \delta_{03}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{q2}^a)(\Psi_{q3}^a\Psi_{-q1-q2-q3}^a) + \\
& + g_1\int d^Dq_1 d^Dq_2 y_{q1}\sum_{a=1}^m \Phi_{q2}^a\Phi_{-q1-q2}^a + \\
& + g_2\int d^Dq_1 d^Dq_2 y_{q1}\sum_{a=1}^m \Psi_{q2}^a\Psi_{-q1-q2}^a + \\
& + \frac{g_1^0}{\Omega}y_0\int d^Dq\sum_{a=1}^m \Phi_q^a\Phi_{-q}^a + \frac{g_2^0}{\Omega}y_0\int d^Dq\sum_{a=1}^m \Psi_q^a\Psi_{-q}^a + \\
& + 2\beta\int d^Dq\, y_q y_{-q} + 2\frac{\beta_0}{\Omega}y_0^2, \qquad (29)
\end{aligned}
$$

где Φ и Ψ — m-мерные флуктуирующие параметры порядка, u_{01} и u_{02} — положительные константы, $\tau_1 \sim |T-T_{c1}|/T_{c1}$, $\tau_2 \sim |T-T_{c2}|/T_{c2}$, T_{c1} и T_{c2} — температуры фазового перехода соответственно для первого и второго параметров порядка

$$
y(x) = \sum_{\alpha=1}^3 u_{\alpha\alpha}(x),
$$

где $u_{\alpha\beta}$ — тензор деформаций, g_1 и g_2 — параметры квадратичной стрикции, β — постоянная, характеризующая упругие свойства кристалла, D — размерность пространства. Свойства исходной системы могут быть получены в пределе $m \to 0$. Неотрицательные константы δ_{01}, δ_{02}, δ_{03} описывают взаимодействие критических флуктуаций через поле примесей. Взаимодействие примесей с упругими деформациями носит линейный характер и при усреднении по примесям приводит к переопределению констант δ_{01}, δ_{02}, δ_{03}. В данном гамильтониане уже проведено интегрирование по слагаемым, зависящим от нефлуктуирующих переменных, не взаимодействующих с параметром порядка. Как и для систем с одним параметром порядка, в формуле (29) выделены слагаемые y_0, описывающие однородные деформации.

Определим эффективный гамильтониан системы, зависящий только от сильно флуктуирующих параметров порядка Φ и Ψ, следующим образом:

$$
\exp\{-H[\Phi,\Psi]\} = B\int \exp\{-H_0[\Phi,\Psi,y]\}\prod dy_q \qquad (30)
$$

В результате

$$
\begin{aligned}
H = {} & \frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_1+q^2)\sum_{a=1}^m \Phi_q^a\Phi_{-q}^a + \\
& + \frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_2+q^2)\sum_{a=1}^m \Psi_q^a\Psi_{-q}^a + \\
& + v_{01}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a,b=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{q2}^a)(\Phi_{q3}^b\Phi_{-q1-q2-q3}^b) + \\
& + v_{02}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a,b=1}^m (\Psi_{q1}^a\Psi_{q2}^a)(\Psi_{q3}^b\Psi_{-q1-q2-q3}^b) + \\
& + 2v_{03}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a,b=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{q2}^a)(\Psi_{q3}^b\Psi_{-q1-q2-q3}^b) - \\
& - \frac{\delta_{01}}{2}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{q2}^a)(\Phi_{q3}^a\Phi_{-q1-q2-q3}^a) - \\
& - \frac{\delta_{02}}{2}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a=1}^m (\Psi_{q1}^a\Psi_{q2}^a)(\Psi_{q3}^a\Psi_{-q1-q2-q3}^a) - \\
& - \delta_{03}\int d^Dq_1 d^Dq_2 d^Dq_3 \sum_{a=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{q2}^a)(\Psi_{q3}^a\Psi_{-q1-q2-q3}^a) + \\
& + \frac{z_1^2-w_1^2}{2}\int d^Dq_1 d^Dq_2 \sum_{a,b=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{-q1}^a)(\Phi_{q2}^b\Phi_{-q2}^b) + \\
& + \frac{z_2^2-w_2^2}{2}\int d^Dq_1 d^Dq_2 \sum_{a=1}^m (\Psi_{q1}^a\Psi_{-q1}^a)(\Psi_{q2}^a\Psi_{-q2}^a) + \\
& + (z_1z_2-w_1w_2)\int d^Dq_1 d^Dq_2 \times \\
& \times \sum_{a,b=1}^m (\Phi_{q1}^a\Phi_{-q1}^a)(\Psi_{q2}^b\Psi_{-q2}^b), \qquad (31)
\end{aligned}
$$

$$v_{01}=u_{01}-\frac{z_1^2}{2},\quad v_{02}=u_{02}-\frac{z_2^2}{2},\quad v_{03}=u_{03}-\frac{z_1z_2}{2},$$

$$z_1=\frac{g_1}{\sqrt{\beta}},\quad z_2=\frac{g_2}{\sqrt{\beta}},\quad w_1=\frac{g_1^0}{\sqrt{\beta_0}},\quad w_2=\frac{g_2^0}{\sqrt{\beta_0}}.$$

Данный гамильтониан приводит к широкому разнообразию мультикритических точек. Возможно как бикритическое

$$\left(v_3+\frac{1}{2}\left(z_1z_2-w_1w_2-\delta_3\right)\right)^2 > \\ > \left(v_1+\frac{1}{2}\left(z_1^2-w_1^2-\delta_1\right)\right)\times \\ \times\left(v_2+\frac{1}{2}\left(z_2^2-w_2^2-\delta_2\right)\right),$$

так и тетракритическое

$$\left(v_3+\frac{1}{2}\left(z_1z_2-w_1w_2-\delta_3\right)\right)^2 < \\ < \left(v_1+\frac{1}{2}\left(z_1^2-w_1^2-\delta_1\right)\right)\times \\ \times\left(v_2+\frac{1}{2}\left(z_2^2-w_2^2-\delta_2\right)\right)$$

поведение. Кроме того, стрикционные эффекты могут приводить к мультикритическим точкам более высокого порядка.

Для вычисления β- и γ-функций как функций, входящих в дифференциальное уравнение ренормгруппы перенормированных вершин взаимодействия u_1, u_2, u_3, δ_1, δ_2, δ_3, g_1, g_2, $g_1^{(0)}$, $g_2^{(0)}$ или более удобных для определения мультикритического поведения модели комплексных вершин z_1, z_2, w_1, w_2, v_1, v_2, v_3, δ_1, δ_2, δ_3, был применен стандартный метод, основанный на диаграммной технике Фейнмана и процедуре перенормировки. В результате, в рамках двухпетлевого приближения были получены следующие выражения для β-функций:

$$\begin{aligned}
\beta_{v1} &= -v_1+36v_1^2+4v_3^2-24v_1\delta_1- \\
&-1728\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_1^3- \\
&-192\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_1v_3^2-64(2\widetilde{J}-1)v_3^3+ \\
&+96\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1v_3\delta_3+ \\
&+32(2\widetilde{J}-1)v_3^2\delta_3+2304\left(2\widetilde{J}-1-\frac{1}{6}\widetilde{G}\right)v_1^2\delta_1- \\
&-672\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1\delta_1^2+16(2\widetilde{J}-1)v_3^2\delta_1, \\
\beta_{v2} &= -v_2+36v_2^2+4v_3^2-24v_2\delta_2- \\
&-1728\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_2^3- \\
&-192\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{9}\widetilde{G}\right)v_2v_3^2-64(2\widetilde{J}-1)v_3^3+ \\
&+96\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2v_3\delta_3+32(2\widetilde{J}-1)v_3^2\delta_3+ \\
&+2304\left(2\widetilde{J}-1-\frac{1}{6}\widetilde{G}\right)v_2^2\delta_2- \\
&-672\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2\delta_2^2+16(2\widetilde{J}-1)v_3^2\delta_2, \\
\beta_{v3} &= -v_3+16v_3^2+12v_1v_3+12v_2v_3-4v_3\delta_1- \\
&-4v_3\delta_2-16v_3\delta_3-320\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{5}\widetilde{G}\right)v_3^3- \\
&-288\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2v_3- \\
&-288\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2v_3- \\
&-576(2\widetilde{J}-1)v_1v_3^2-576(2\widetilde{J}-1)v_2v_3^2+ \\
&+448\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{7}\widetilde{G}\right)v_3^2\delta_3+ \\
&+192(2\widetilde{J}-1)v_3^2\delta_1+192(2\widetilde{J}-1)v_3^2\delta_2- \\
&-48\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_3\delta_1^2- \\
&-48\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_3\delta_2^2+ \\
&+432\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1v_3\delta_1+ \\
&+432\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2v_3\delta_2+ \\
&+576(2\widetilde{J}-1)v_1v_3\delta_3+576(2\widetilde{J}-1)v_2v_3\delta_3- \\
&-192(2\widetilde{J}-1)v_3\delta_3^2- \\
&-192(2\widetilde{J}-1)v_3\delta_1\delta_3-192(2\widetilde{J}-1)v_3\delta_2\delta_3, \\
\beta_{\delta1} &= -\delta_1+16\delta_1^2-24v_1\delta_1-8v_3\delta_3- \\
&-352\left(2\widetilde{J}-1-\frac{1}{22}\widetilde{G}\right)\delta_1^3+128(2\widetilde{J}-1)v_3^2\delta_3- \\
&-192(2\widetilde{J}-1)v_3\delta_3^2-1152\left(2\widetilde{J}-1-\frac{1}{3}\widetilde{G}\right)v_1\delta_1^2+ \\
&+576\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_1^2\delta_1+ \\
&+64(2\widetilde{J}-1-2\widetilde{G})v_3^2\delta_1- \\
&-192\left(2\widetilde{J}-1-\frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_3\delta_1\delta_3,
\end{aligned} \qquad (32)$$

Таблица 3. Значения фиксированных точек и собственные значения матрицы устойчивости однородных систем

N	v_1^*, v_2^*, v_3^*	z_1^*, z_2^*	w_1^*, w_2^*	b_1, b_2, b_3	b_4, b_5	b_6, b_7	p
			$a = 1.6$				
1.1	0.027427 0.027427 0.026699	0.224319 −0.224319	0.111301 −0.111301	0.157 0.738 0.919	1.118 0.138	1.798 0.256	−0.002092
1.2	0.027427 0.027427 0.026699	0.224319 −0.224319	0.224319 −0.224319	0.157 0.738 0.919	1.118 0.138	−1.050 −1.188	−0.000039
			$a = 1.7$				
2.1	0.031287 0.031287 0.031334	0.248013 −0.248013	0 0	0.113 0.629 0.809	1.675 0.095	2.546 0.041	−0.003849
2.2	0.031287 0.031287 0.031334	0.248013 −0.248013	0.248013 −0.248013	0.113 0.629 0.809	1.675 0.095	−1.580 −1.675	0.000039
			$a = 1.8$				
3.1	0.033682 0.033682 0.034575	0.266919 −0.266919	0 0	0.090 0.571 0.753	1.831 0.104	2.980 0.115	−0.004802
3.2	0.033682 0.033682 0.034575	0.266919 −0.266919	0.266919 −0.266919	0.090 0.571 0.753	1.831 0.104	−1.954 −2.079	0.000061
			$a = 1.9$				
4.1	0.035842 0.035842 0.039202	0.297071 −0.297071	0 0	0.069 0.505 0.702	2.079 0.125	3.765 0.049	−0.079943
4.2	0.035842 0.035842 0.039202	0.297071 −0.297071	0.297071 −0.297071	0.069 0.505 0.702	2.079 0.125	−1.954 −2.079	0.000252

$$\begin{aligned}\beta_{\delta 2} = &-\delta_2 + 16\delta_2^2 - 24v_2\delta_2 - 8v_3\delta_3 - \\ &- 352\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{1}{22}\widetilde{G}\right)\delta_2^3 + 128(2\widetilde{J}-1)v_3^2\delta_3 - \\ &- 192(2\widetilde{J}-1)v_3\delta_3^2 - 1152\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G}\right)v_2\delta_2^2 + \\ &+ 576\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2\delta_2 + \\ &+ 64(2\widetilde{J} - 1 - 2\widetilde{G})v_3^2\delta_2 - \\ &- 192\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_3\delta_2\delta_3,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_{\delta 3} = &-\delta_3 + 8\delta_3^2 + 12v_1\delta_3 + 12v_2\delta_3 + 4v_3\delta_1 + \\ &+ 4v_3\delta_2 + 4\delta_1\delta_3 + 4\delta_2\delta_3 - \\ &- 64(2\widetilde{J}-1)\delta_3^3 + 288(2\widetilde{J}-1)v_1\delta_3^2 + \\ &+ 288(2\widetilde{J}-1)v_2\delta_3^2 + 288(2\widetilde{J}-1)v_1^2\delta_3 + \\ &+ 288(2\widetilde{J}-1)v_2^2\delta_3 + 48\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)\delta_1^2\delta_3 + \\ &+ 48\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)\delta_2^2\delta_3 + \\ &+ 96(2\widetilde{J}-1)\delta_1\delta_3^2 + 96(2\widetilde{J}-1)\delta_2\delta_3^2 +\end{aligned}$$

Таблица 4. Значения фиксированных точек и собственные значения матрицы устойчивости неупорядоченных систем

N	v_1^*, v_2^*, v_3^*	δ_1^*, δ_2^*, δ_3^*	b_1, b_2, b_3	b_4, b_5, b_6
		$a = 1.6$		
1.3	0	−0.630515	11.225	22.854
		−0.630515	15.069	22.854
		−3.713534	15.069	17.439
		$a = 1.7$		
2.3	0	−0.320512	2.239	11.106
		−0.320512	2.239	11.116
		−1.932190	5.197	9.250
		$a = 1.8$		
3.3	0	−0.256437	2.068	8.642
		−0.256437	2.068	8.642
		−1.545749	3.890	7.441
		$a = 1.9$		
4.3	0	−0.223270	1.224	3.149
		−0.223270	1.338	7.349
		−0.790114	1.338	7.349

$$+ 64(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_1 + 64(2\widetilde{J} - 1)v_3^2\delta_2 -$$
$$- 32(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_1^2 - 32(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_2^2 +$$
$$+64(2\widetilde{J}-1-2\widetilde{G})v_3^2\delta_3-192(2\widetilde{J}-1-2\widetilde{G})v_3\delta_3^2-$$
$$- 288\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right) v_1\delta_1\delta_3 -$$
$$- 288\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right) v_2\delta_2\delta_3 -$$
$$- 128(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_1\delta_3 - 128(2\widetilde{J} - 1)v_3\delta_2\delta_3,$$

$$\beta_{z1} = -z_1 + 24v_1z_1 + 2z_1^3 - 16\delta_1z_1 - 4\delta_3z_2 +$$
$$+ 2z_1z_2^2 + 4v_3z_2 - 576\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right) v_1^2z_1 -$$
$$- 32(2\widetilde{J} - 1)v_3^2z_1 - 16(2\widetilde{J} - 1 - \widetilde{G})v_3^2z_2 +$$
$$+ 120\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{8}{5}\widetilde{G}\right) v_1z_1\delta_1 -$$
$$- 32\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right) z_1\delta_1^2 - 16(2\widetilde{J} - 1)z_1\delta_3^2 -$$
$$- 32(2\widetilde{J} - 1)z_2\delta_3^2 +$$
$$+128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3z_1\delta_3+128(2\widetilde{J}-1-5\widetilde{G})v_3z_2\delta_3,$$

$$\beta_{z2} = -z_2 + 24v_2z_2 + 2z_2^3 - 16\delta_2z_2 - 4\delta_3z_1 +$$
$$+ 2z_2z_1^2 + 4v_3z_1 - 576\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right) v_2^2z_2 -$$
$$- 32(2\widetilde{J} - 1)v_3^2z_2 - 16(2\widetilde{J} - 1 - \widetilde{G})v_3^2z_1 +$$
$$+ 120\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{8}{5}\widetilde{G}\right) v_2z_2\delta_2 -$$
$$- 32\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right) z_2\delta_2^2 - 16(2\widetilde{J} - 1)z_2\delta_3^2 -$$
$$- 32(2\widetilde{J} - 1)z_1\delta_3^2 + 128(2\widetilde{J} - 1 - 5\widetilde{G})v_3z_2\delta_3 +$$
$$+ 128(2\widetilde{J} - 1 - 5\widetilde{G})v_3z_1\delta_3,$$

$$\beta_{w1} = -w_1 + 24v_1w_1 + 2z_1^2w_1 - 2w_1^3 - 16\delta_1w_1 -$$
$$- 4\delta_3w_2 + 2w_1z_2^2 +$$
$$+ 4v_3w_2 - 576\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right) v_1^2w_1 -$$
$$- 32(2\widetilde{J} - 1)v_3^2w_1 - 16(2\widetilde{J} - 1 - \widetilde{G})v_3^2w_2 +$$
$$+ 120\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{8}{5}\widetilde{G}\right) v_1w_1\delta_1 -$$
$$- 32\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right) w_1\delta_1^2 - 16(2\widetilde{J} - 1)w_1\delta_3^2 -$$
$$- 32(2\widetilde{J} - 1)w_2\delta_3^2 +$$
$$+ 128(2\widetilde{J} - 1 - 5\widetilde{G})v_3w_1\delta_3 +$$
$$+ 128(2\widetilde{J} - 1 - 5\widetilde{G})v_3w_2\delta_3,$$

$$\beta_{w2} = -w_2 + 24v_2w_2 + 2z_2^2w_2 - 2w_2^3 - 16\delta_2w_2 - \\ - 4\delta_3w_1 + 2w_2z_1^2 + \\ + 4v_3w_1 - 576\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)v_2^2w_2 - \\ - 32(2\widetilde{J} - 1)v_3^2w_2 - 16(2\widetilde{J} - 1 - \widetilde{G})v_3^2w_1 + \\ + 120\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{8}{5}\widetilde{G}\right)v_1w_2\delta_1 - \\ - 32\left(2\widetilde{J} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G}\right)w_2\delta_1^2 - 16(2\widetilde{J} - 1)w_2\delta_3^2 - \\ - 32(2\widetilde{J} - 1)w_1\delta_3^2 + 128(2\widetilde{J} - 1 - 5\widetilde{G})v_3w_2\delta_3 + \\ + 128(2\widetilde{J} - 1 - 5\widetilde{G})v_3w_1\delta_3,$$

К данным асимптотическим выражениям был применен обобщенный на многопараметрический случай метод Паде–Бореля.

Полученная система просуммированных β-функций содержит широкое разнообразие фиксированных точек, лежащих в физической области значений вершин ($v_i \geq 0$, $\delta_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3$). Полный анализ фиксированных точек, соответствующих критическому поведению только одного параметра порядка, был приведен ранее. Фиксированные точки, отвечающие за мультикритическое поведение сжимаемых однородных систем, приведены в табл. 3, неупорядоченных систем — в табл. 4. В обеих таблицах введен дополнительный параметр

$$p = \left(v_3 + \frac{1}{2}\left(z_1z_2 - w_1w_2 - \delta_3\right)\right)^2 - \\ - \left(v_1 + \frac{1}{2}\left(z_1^2 - w_1^2 - \delta_1\right)\right) \times \\ \times \left(v_2 + \frac{1}{2}\left(z_2^2 - w_2^2 - \delta_2\right)\right),$$

определяющий тип мультикритического поведения. При значениях $p > 0$ в системе наблюдается бикритическое поведение, в обратном случае, $p \leq 0$, — тетракритическое.

Анализ значений фиксированных точек однородных сжимаемых систем с эффектами дальнодействия и их устойчивости позволяет сделать ряд выводов. Для всех значений параметра дальнодействия, $1.5 < a < 2$, на фазовой диаграмме вещества может наблюдаться тетракритическое поведение ($p < 0$); для этого константы, характеризующие стрикционное взаимодействие флуктуирующих параметров порядка с деформационными степенями свободы, должны быть разного знака. Для систем, характеризующихся стрикционными константами одного знака, устойчивых фиксированных точек не существует, что свидетельствует о срыве на фазовый переход первого рода. Устойчивые фиксированные точки, описывающие тетракритическое поведение системы в интервале значений параметра порядка $1.6 < a < 2$ (фиксированные точки 2.1, 3.1, 4.1), характеризуются нулевыми значениями эффективных зарядов w_1^* и w_2^*, свидетельствующих о том, что данная тетракритическая точка должна наблюдаться при постоянном объеме системы. При значении параметра дальнодействия $a = 1.6$ эффективные заряды w_1^* и w_2^* отличны от нуля (фиксированная точка 1.1). По-видимому, данное отличие обусловлено тем, что в отсутствие упругих деформаций система демонстрирует тетракритическое поведение при $a = 1.6$ и бикритическое при остальных значениях параметра дальнодействия, $1.6 < a < 2$. Кроме тетракритических точек упругие деформации приводят к возможности появления на фазовой диаграмме вещества критических точек более высокого порядка. Так, фиксированные точки 1.2, 2.2, 3.2, 4.2 характеризуются равенством эффективных зарядов $z_1 = w_1$ и $z_2 = w_2$, т. е. в них пересекаются по две линии трикритического поведения, вследствие чего они соответствуют критическим точкам четвертого порядка. Данные фиксированные точки не являются устойчивыми в рамках выбранного приближения, однако для полного разрешения вопроса об их устойчивости необходим учет в исходном гамильтониане кубических слагаемых по деформационным степеням свободы.

Как хорошо видно в табл. 4, фиксированные точки неупорядоченной «жесткой» системы лежат в нефизической области значений ($\delta_1, \delta_2 < 0$). Более того, все устойчивые фиксированные точки имеют достаточно большие значения по модулю, для которых неприменимы положения используемой теории. Отсюда можно сделать вывод о неустойчивости всех фиксированных точек, лежащих в физической области значений эффективных зарядов, и, как следствие, об отсутствии на фазовой диаграмме вещества мультикритических точек. Нахождение устойчивых фиксированных точек сжимаемых неупорядоченных систем лишено смысла, так как они характеризуются теми же значениями эффективных зарядов v_i, δ_i, что и несжимаемые системы, а потому также будут лежать в нефизической области. Таким образом, введение в систему замороженных дефектов структуры приводит к размытию мультикритического поведения.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчеты, проведенные непосредственно в трехмерном пространстве, показали, что эффекты дальнодействия несущественны при значениях параметра дальнодействия $a \geq 2$. Для однородных сжимаемых и «жестких» систем в интервале значений $1.5 < a < 2$ наблюдается негауссово критическое поведение, существенно зависящее от значения параметра дальнодействия a. Для неупорядоченных сжимаемых и «жестких» систем в интервале значений $1.8 \leq a < 2$ так же, как и для однородных систем, наблюдается негауссово критическое поведение. В интервале значений $1.5 < a < 1.8$ для примесных систем наблюдается срыв на фазовый переход первого рода. При значениях $a < 1.5$ для всех рассматриваемых систем наблюдается гауссовый характер критического поведения, характеризующийся соответствующими критическими индексами.

Для систем, описываемых двумя флуктуирующими параметрами порядка, эффекты дальнодействия приводят к смене режима мультикритического поведения для однородных систем. Введение же в систему замороженных дефектов структуры приводит к размытию мультикритического поведения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-02-16002).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. E. Fisher, S.-K. Ma, and B. G. Nickel, Phys. Rev. Lett. **29**, 917 (1972).
2. H. K. Janssen, Phys. Rev. E **58**, R2673 (1998).
3. J. M. Kosterliz, Phys. Rev. Lett. **37**, 1577 (1976).
4. E. Bayong and H. T. Deep, Phys. Rev. B **59**, 11919 (1999).
5. E. Luijten and H. W. J. Bloöte, Phys. Rev. B **56**, 8945 (1997).
6. А. И. Ларкин, С. А. Пикин, ЖЭТФ **56**, 1664 (1969).
7. D. J. Bergman and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **13**, 4, 2145 (1976).
8. M. A. de Maura, T. C. Lubensky, Y. Imry, and A. Aharony, Phys. Rev. B **13**, 4, 2177 (1976).
9. Д. Е. Хмельницкий, В. Л. Шнеерсон, ЖЭТФ **69**, 1100 (1975).
10. И. Ф. Люксютов, ЖЭТФ **73**, 734 (1977).
11. V. M. Laptev and Yu. N. Skryabin, Phys. Stat. Sol. B **91**, K143 (1979).
12. Y. N. Skryabin and A. V. Shchanov, Phys. Lett. A **234**, 1, 147 (1997).
13. С. В. Белим, В. В. Прудников, ФТТ **45**, вып. 7, 1299 (2001).
14. В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. А. Федоренко, ФТТ **42**, вып. 1, 158 (2000).
15. С. В. Белим, Письма в ЖЭТФ **75**, 547 (2002).
16. С. В. Белим, Письма в ЖЭТФ **76**, 118 (2002).
17. Y. Imry, Phys. Rev. Lett. **33**, 21, 1304 (1974).
18. Ю. А. Изюмов, В. Н. Сыромятников, *Фазовые переходы и симметрия кристаллов*, Наука, Москва (1984).