

# ОБМЕННОЕ СМЕЩЕНИЕ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА ИЗИНГОВСКОЙ ДВУМЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ФЕРРОМАГНЕТИК/АНТИФЕРРОМАГНЕТИК

*Е. З. Мейлихов\*, Р. М. Фарзетдинова*

*Российский научный центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 13 октября 2004 г.

Предложена простая аналитическая модель обменного смещения петли гистерезиса двумерной двухслойной системы ферромагнетик/антиферромагнетик. Уравнение магнитной релаксации, решаемое в рамках обобщенной теории среднего поля, дает форму петли и показывает, как она зависит от свойств модельной границы раздела в такой системе.

PACS: 75.70.-i, 75.60.Ej, 75.70.Cn

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Обычно наблюдаемая в эксперименте петля гистерезиса ферромагнетика симметрична (в координатах «внешнее магнитное поле  $H_e$  — магнитный момент»). Однако в системе, состоящей из контактирующих друг с другом ферро- и антиферромагнетика, может наблюдаться сдвиг петли гистерезиса вдоль оси магнитного поля [1, 2]. При этом ее центр симметрии смещается в точку  $H_e = H_{EB} \neq 0$ . В типичных системах такого типа (Co/CoO, Fe/FeF<sub>2</sub>) этот сдвиг весьма велик и сравним с коэрцитивным полем. Подобный сдвиг называется обменным смещением петли гистерезиса и возникает в системах, где температура Кюри  $T_C$  ферромагнетика превышает температуру Нееля  $T_N$  антиферромагнетика. Сдвиг наблюдается после охлаждения системы во внешнем магнитном поле от начальной температуры  $T_N < T < T_C$  до температуры  $T < T_N$ . Если считать направление поля, в котором происходит охлаждение системы, положительным, то, как правило, петля гистерезиса смещается «влево»:  $H_{EB} < 0$ . Возросший в последнее время интерес к этому явлению вызван возможностью его использования в различных приложениях [1, 3].

Считается, что этот эффект связан с особенностями спиновой структуры антиферромагнетика

вблизи границы раздела, а именно, с его доменной структурой, стабилизированной немагнитными дефектами (примесями, несовершенствами структуры и т. д.) [1, 2, 4]. Последние и являются причиной образования доменов в антиферромагнетике. Случайность их распределения приводит к тому, что в любом конечном объеме антиферромагнетика количество спинов в двух его подрешетках не одинаково. В результате любой объем обладает конечным магнитным моментом, переворот которого во внешнем магнитном поле может оказаться энергетически выгодным [4]. Для минимизации энергии возникающей доменной структуры ее доменные стенки должны проходить преимущественно через немагнитные дефекты и потому имеют сложную форму. Хотя возникающая структура метастабильна, пиннинг доменных стенок приводит к ее «замерзанию», так что при достаточно низких температурах она не меняется при изменении величины и знака внешнего поля (по крайней мере, в том диапазоне полей, который обычно используется при снятии кривой гистерезиса).

Первоначальные (в большинстве своем — феноменологические) модели обменного смещения не учитывали взаимодействия спинов в ферромагнетике даже в рамках теории среднего поля [2]. В последующих теоретических работах указанное явление анализируется в рамках изинговской или гейзенберговской моделей, учитывающих такое взаимодей-

\*E-mail: meilikhov@imp.kiae.ru

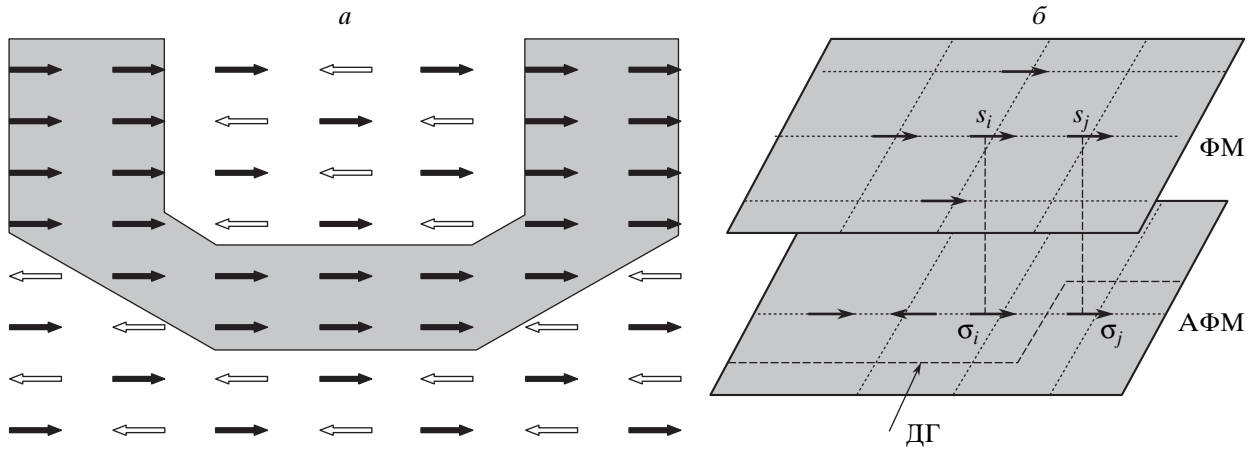


Рис. 1. Доменная граница (ДГ) в антиферромагнетике (а) и граница раздела ферромагнетик/антиферромагнетик (б):  $s_i, s_j$  — спины в ферромагнетике (ФМ);  $\sigma_i, \sigma_j$  — спины в антиферромагнетике (АФМ)

стве, но сводящихся к численному расчету магнитного состояния системы (например, методом Монте-Карло) [5]. Цель настоящей работы — предложить простую аналитическую модель явления, представляющую собой обобщение теории среднего поля для изинговской системы спинов в двумерном ферромагнетике в условиях, когда взаимодействие некоторых из них усилено за счет обменного взаимодействия со спинами антиферромагнетика. Такая модель является, конечно, очень упрощенной, но, схватывая основные черты явления, допускает в силу своей простоты аналитическое решение, позволяющее легко устанавливать влияние того или иного фактора на форму петли гистерезиса.

Один из модельных механизмов специфического усиления обменного взаимодействия на границе ферромагнетик/антиферромагнетик описан в работе [5] и иллюстрируется на рис. 1, на котором изображены антиферромагнитные домены и граница раздела с находящимися вблизи нее спинами ферромагнетика ( $s_i, s_j$ ) и антиферромагнетика ( $\sigma_i, \sigma_j$ ). Спины  $s_i, s_j$  ферромагнетика взаимодействуют друг с другом (напрямую и косвенным образом через соседние атомы антиферромагнетика), а также со спинами антиферромагнетика. Суммарную энергию взаимодействия можно записать в виде

$$E_{ij} = E_1 + E_2, \quad E_1 = -(J_2^{F/F} s_i s_j + J_4^{F/AF} s_i s_j \sigma_i \sigma_j),$$

$$E_2 = -J_2^{F/AF} s_i \sigma_i,$$

где  $J_2^{F/F}, J_2^{F/AF}, J_4^{F/AF}$  — соответствующие энергетические параметры билинейного и четырехспинового обменов. Энергию  $E_1$  можно записать через эф-

фективную константу парного взаимодействия спинов  $s_i, s_j$ , величина которой зависит от того, находится ли рассматриваемая пара спинов вдали от доменной границы антиферромагнетика или вблизи нее. Для спинов, удаленных от доменной стенки,

$$E'_1 = -J s_i s_j, \quad J = J_2^{F/F} - J_4^{F/AF} |\sigma_i \sigma_j|,$$

а для спинов вблизи стенки

$$E''_1 = -J_E s_i s_j, \quad J_E = J_2^{F/F} + J_4^{F/AF} |\sigma_i \sigma_j|.$$

Видно, что

$$\frac{J_E}{J} = \frac{J_2^{F/F} + J_4^{F/AF} |\sigma_i \sigma_j|}{J_2^{F/F} - J_4^{F/AF} |\sigma_i \sigma_j|} > 1,$$

т. е. доменная стенка в антиферромагнетике приводит к усилению взаимодействия спинов ферромагнетика друг с другом.

Поскольку домен включает большое число узлов решетки, доля  $f$  спинов ферромагнетика с такой «сильной» связью мала ( $f \ll 1$ ).

Подчеркнем, что рассмотренный механизм усиления межспинового взаимодействия является сугубо модельным. Истинный механизм может быть совсем иным, он должен лишь обеспечить усиление небольшой доли межспиновых связей. Для дальнейшего этого вполне достаточно.

Последующее рассмотрение состоит из двух этапов. Первый связан со случайным распределением энергий  $J_{ij}^{(1)}$  парного взаимодействия «приграничных» спинов ферромагнетика, описываемым функцией

$$F_J(J_{ij}^{(1)}) = (1 - f)\delta(J_{ij}^{(1)} - J) + f\delta(J_{ij}^{(1)} - J_E),$$

и со случайным распределением энергий  $J_{ij}^{(2)}$  парного взаимодействия спинов ферро- и антиферромагнетика, которое описывается функцией<sup>1)</sup>

$$F_J(J_{ij}^{(2)}) = \frac{1}{2} \left[ \delta(J_{ij}^{(2)} - I) + \delta(J_{ij}^{(2)} + I) \right],$$

где  $I \equiv J_2^{F/AF}$ .

Применение традиционной теории среднего поля приводит в этом случае к существенным погрешностям; более точный результат удастся получить, находя и используя функцию распределения  $F(H)$  эффективных локальных магнитных полей  $H$ . Второй этап — обобщение уравнения релаксации намагниченности ферромагнетика со случайными связями, которые создают локальные поля, описываемые функцией распределения  $F(H)$ , и использование его для анализа формы и параметров петли гистерезиса.

Отметим, что приведенная ниже схема является весьма общей: ее применимость не ограничена рассмотренной выше моделью модификации межспинового взаимодействия на границе раздела, но относится к любому механизму такой модификации, изменяющему энергию взаимодействия лишь малой доли  $f$  межспиновых связей.

## 2. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ СРЕДНЕГО ПОЛЯ ДЛЯ КВАДРАТНОЙ ИЗИНГОВСКОЙ РЕШЕТКИ

Кроме известного дефекта теории среднего поля, не учитывающей корреляции магнитных моментов, еще один недостаток этой модели состоит в том, что в ней предполагается эквивалентность всех узлов решетки. Это выражается в том, что среднее поле считается одинаковым во всех узлах, хотя на самом деле оно меняется от узла к узлу случайным образом. В связи с этим естественно попытаться учесть эту случайность и понять, насколько повысится точность решения, получаемого с помощью такой обобщенной теории среднего поля. Этот подход был впервые использован в работе [6] при рассмотрении системы случайно расположенных магнитных диполей. Позже он был подробно проанализирован в серии работ [7], где отправным пунктом была выбранная

<sup>1)</sup> Небольшая «замороженная» намагниченность антиферромагнетика связана в основном с его спинами на антифазных доменных границах (см. рис. 1). Поэтому количество пар  $s_i, \sigma_i$  с параллельной и антипараллельной ориентациями спинов можно считать одинаковым; по той же причине не существует знак константы взаимодействия  $J_2^{F/AF}$ .

без достаточного основания функция распределения энергий парного взаимодействия. Суть такой обобщенной модели состоит в замене стандартного уравнения среднего поля

$$j = \text{th} \left( \frac{\lambda j}{kT} \right), \tag{1}$$

где  $j$  — приведенная намагниченность системы,  $\lambda$  — постоянная среднего поля, его обобщенным аналогом

$$j = \int_{-\infty}^{\infty} \text{th} \left( \frac{\mu H}{kT} \right) F(j; H) dH, \tag{2}$$

в котором  $F(j; H)$  — функция распределения локальных магнитных полей  $H$ , создаваемых в месте расположения одного из магнитных моментов системы (не обязательно регулярной) с намагниченностью  $j$  всеми остальными магнитными моментами (равными  $\mu$ ). Заметим, что уравнение среднего поля (1) эквивалентно уравнению

$$j = \text{th} \left[ \frac{\mu \bar{H}(j)}{kT} \right], \quad \bar{H}(j) = \int_{-\infty}^{\infty} H F(j; H) dH, \tag{3}$$

которое получается из более общего уравнения (2), если положить в нем  $F(j; H) = \delta[H - \bar{H}(j)]$ . Это приближение означает, что все спины находятся в одинаковом поле, равном среднему полю  $\bar{H}(j)$ .

Для того чтобы понять, насколько приведенное обобщение улучшает результат традиционной теории среднего поля, вычислим соответствующее значение критической температуры и сравним его с известным точным значением. С этой целью рассмотрим квадратную решетку, в узлах которой могут располагаться магнитные моменты с ориентациями  $\uparrow$  и  $\downarrow$ . Вероятности соответствующих ориентаций равны  $(1 + j)/2$  и  $(1 - j)/2$ . В условиях, когда все связи одинаковы ( $J_{ij} = J$ , или  $f = 0$ ), энергия  $W$  взаимодействия некоторого магнитного момента со своим ближайшим окружением есть алгебраическая сумма слагаемых с одинаковой абсолютной величиной  $J$ , знак которых определяется относительной ориентацией «центрального» и соседнего моментов. Поэтому энергия  $W$  зависит от конфигурации изинговских магнитных моментов в первой координатной «сфере». Для квадратной решетки существует всего  $2^4 = 16$  таких конфигураций. Их распределение по величине эффективного магнитного поля  $H = -W/\mu$ , а также вероятности этих конфигураций в системе с намагниченностью  $j$  приведены в табл. 1, где введено обозначение  $h_J = J/\mu$ .

**Таблица 1.** Конфигурации магнитных моментов ближайших соседей в квадратной решетке и их вероятности

Конфигурация моментов	Эффективное магнитное поле $H/h_J$	Число конфигураций	Вероятность конфигурации при намагниченности $j$
$\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$	+4	$C_4^0 = 1$	$\left(\frac{1+j}{2}\right)^4$
$\uparrow\uparrow\uparrow\downarrow$	+2	$C_4^1 = 4$	$4\left(\frac{1+j}{2}\right)^3\left(\frac{1-j}{2}\right)$
$\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow$	0	$C_4^2 = 6$	$6\left(\frac{1+j}{2}\right)^2\left(\frac{1-j}{2}\right)^2$
$\uparrow\downarrow\downarrow\downarrow$	-2	$C_4^3 = 4$	$4\left(\frac{1+j}{2}\right)\left(\frac{1-j}{2}\right)^3$
$\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow$	-4	$C_4^4 = 1$	$\left(\frac{1-j}{2}\right)^4$

Соответствующая функция распределения имеет вид

$$F_0(j; H) = \frac{1}{16} [(1+j)^4\delta(4h_J) + 4(1+j)^3(1-j)\delta(2h_J) + 6(1+j)^2(1-j)^2\delta(0) + 4(1+j)(1-j)^3\delta(-2h_J) + (1-j)^4\delta(-4h_J)], \quad (4)$$

где для дельта-функции, отличной от нуля при  $H = h$ , принято обозначение  $\delta(h)$ . Подставляя функцию распределения (4) в уравнение (2), получаем

$$j^2 = \frac{2 \operatorname{th}(2K) + \operatorname{th}(4K) - 2}{2 \operatorname{th}(2K) - \operatorname{th}(4K)}, \quad K = \frac{\mu h_J}{kT}. \quad (5)$$

Это соотношение определяет температурную зависимость намагниченности системы и температуру Кюри  $T_C$ . Последняя находится из условия  $j = 0$ , сводящегося к уравнению

$$2 \operatorname{th}(2K) + \operatorname{th}(4K) = 2,$$

решение которого есть  $K = K_C \approx 0.323$ . Отсюда следует

$$kT_C \approx 3.10J, \quad (6)$$

что гораздо ближе к точному результату ( $kT_C \approx 2.27J$ ), чем среднеполевое значение ( $kT_C = 4J$ ). Заметим также, что определяемое функцией распределения (4) среднее поле есть  $\bar{H} = 4jh_J$ , что и приводит к обычному среднеполевому выражению для температуры Кюри.

Температурные зависимости намагниченности  $j(T)$ , соответствующие традиционной теории среднего поля (уравнение (1)), ее обобщению (2) и точному решению

$$j = [1 - \operatorname{sh}^{-4}(2K)]^{1/8} \quad (7)$$

задачи Изинга для квадратной решетке [8], представлены на рис. 2. Видно, что результат рассматриваемого в настоящей работе обобщения существенно ближе к точному результату.

Для ферромагнетика с нулевой намагниченностью ( $j = 0$ ) функция распределения (4) четна по магнитному полю, и потому петля гистерезиса соответствующей системы симметрична ( $H_{EB} = 0$ ). Обобщим теперь описанную процедуру на случай, когда двумерный ферромагнетик граничит с антиферромагнетиком, в результате чего доля рассмотренных выше конфигураций с возможной «сильной» связью становится отличной от нуля ( $0 < f \ll 1$ ). В этом случае, кроме того, величина эффективного поля для всех конфигураций магнитных моментов, приведенных в табл. 1, равновероятным образом изменяется на величину  $\pm I/J$  за счет дополнительного взаимодействия со спинами антиферромагнетика вдали от доменной границы. Это приводит к тому, что функция распределения (4) несколько меняется: к аргументам составляющих ее дельта-функций прибавляются величины  $\pm I/J$ . Однако самое важное (с точки зрения сдвига петли гистерезиса) свойство функции распределения при этом не меняется: она по-прежнему остается симметричной для ферромагнетика с

Таблица 2. Дополнительные конфигурации магнитных связей в квадратной решетке и их вероятности

Конфигурация связей	Эффективное магнитное поле $H/h_J$	Число конфигураций	Вероятность конфигурации при намагниченности $j$
$\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$	$J_E/J + 3$	$4C_3^0 = 4$	$4 \left(\frac{f}{2}\right) (1-f)^3 \left(\frac{1+j}{2}\right)^3$
$\uparrow\uparrow\uparrow\downarrow$	$J_E/J + 1$	$4C_3^1 = 12$	$12 \left(\frac{f}{2}\right) (1-f)^3 \left(\frac{1+j}{2}\right)^2 \left(\frac{1-j}{2}\right)$
$\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow$	$J_E/J - 1$	$4C_3^2 = 12$	$12 \left(\frac{f}{2}\right) (1-f)^3 \left(\frac{1+j}{2}\right) \left(\frac{1-j}{2}\right)^2$
$\uparrow\downarrow\downarrow\downarrow$	$J_E/J - 3$	$4C_3^3 = 4$	$4 \left(\frac{f}{2}\right) (1-f)^3 \left(\frac{1-j}{2}\right)^3$
$\downarrow\uparrow\uparrow\uparrow$	+2	$4C_3^0 = 4$	$4 \left(\frac{f}{2}\right) (1-f)^3 \left(\frac{1+j}{2}\right)^3$
$\downarrow\uparrow\uparrow\downarrow$	0	$4C_3^1 = 12$	$12 \left(\frac{f}{2}\right) (1-f)^3 \left(\frac{1+j}{2}\right)^2 \left(\frac{1-j}{2}\right)$
$\downarrow\uparrow\downarrow\downarrow$	-2	$4C_3^2 = 12$	$12 \left(\frac{f}{2}\right) (1-f)^3 \left(\frac{1+j}{2}\right) \left(\frac{1-j}{2}\right)^2$
$\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow$	-4	$4C_3^3 = 4$	$4 \left(\frac{f}{2}\right) (1-f)^3 \left(\frac{1-j}{2}\right)^3$

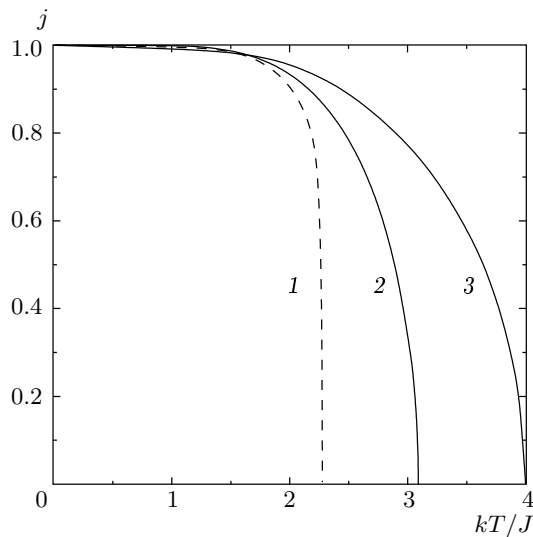


Рис. 2. Температурные зависимости намагниченности  $j(T)$ , соответствующие точному решению задачи Изинга для квадратной решетки (1), традиционной теории среднего поля (3) и ее обобщению (2), рассматриваемому в настоящей работе

нулевой намагниченностью и потому не участвует в формировании сдвига петли. Более того, расчеты по рассмотренной ниже схеме показывают, что при  $I \lesssim J$  влияние указанной модификации распределения (4) практически не сказывается и на остальных свойствах петли гистерезиса (ее ширине, сдвиге по вертикали, форме и др.). В связи с этим ниже для простоты считается, что  $I = 0$ , а выделение приграничных спинов в отдельную категорию приводит лишь к необходимости умножения функции распределения (4) на множитель  $(1-f)^4$ . Кроме того, надо рассмотреть и конфигурации спинов вблизи доменной границы, в которых энергия одной из связей (при благоприятных условиях) существенно увеличена за счет рассмотренного механизма. Эти дополнительные конфигурации и их вероятности представлены в табл. 2 (символами « $\uparrow$ » и « $\downarrow$ » обозначены приграничные связи с увеличенной  $J_E$  и «нормальной»  $J$  энергиями).

При  $f \ll 1$  конфигурации с более чем одной сильной связью будут очень редки и ими можно пренебречь. Функция распределения полей, которые создаются конфигурациями, содержащими приграничные спины, имеет вид

$$F_f(j; H) = \frac{1}{16} [(1+j)^3 \delta(h_E + 3h_J) + 3(1+j)^2(1-j)\delta(h_E + h_J) + 3(1+j)(1-j)^2 \times \delta(h_E - h_J) + (1-j)^3 \delta(h_E - 3h_J)] + \frac{1}{16} [(1+j)^3 \delta(2h_J) + 3(1+j)^2(1-j)\delta(0) + 3(1+j)(1-j)^2 \delta(-2h_J) + (1-j)^3 \delta(-4h_J)], \quad (8)$$

где  $h_E = J_E/\mu = (J_E/J)h_J$ . Тогда полную функцию распределения случайных магнитных полей можно записать в виде

$$F(j; H) = \frac{(1-f)^4 F_0(j; H) + 4f(1-f)^3 F_f(j; H)}{(1-f)^4 + 4f(1-f)^3}. \quad (9)$$

Предсказываемая в этом случае уравнением (2) намагниченность  $j(T)$  системы отлична от нуля при сколь угодно высокой температуре. Причина этого «дефекта» понятна — она связана с предположением о температурной независимости параметра  $f$ . В реальной системе  $f \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow T_N$ , что и устраняет отмеченный недостаток модели. Однако в интересующем нас случае  $T < T_N$  зависимостью  $f(T)$  можно пренебречь.

Распределение (9) несимметрично по магнитному полю, и для системы с нулевой намагниченностью ( $j = 0$ ) «центр тяжести» этой функции при  $f \ll 1$  находится в поле

$$\begin{aligned} \bar{H}(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} H F(0; H) dH \approx \\ &\approx 4f \int_{-\infty}^{\infty} H F_f(0; H) dH = 2f(h_E - h_J). \end{aligned}$$

Если  $J_E > J$ , то  $\bar{H}(0) > 0$  и петля гистерезиса смещается в область отрицательных полей, в противном случае — в область положительных полей. Можно ожидать, что центр петли будет располагаться в поле

$$H_{EB} \sim -\bar{H}(0) \approx -2f(J_E/J - 1)h_J. \quad (10)$$

Однако это заключение, как показано ниже, справедливо лишь при  $J_E \lesssim kT$ . Для больших энергий  $J_E$  зависимость  $H_{EB}(J_E)$  насыщается, так что  $H_{EB} \rightarrow (H_{EB})_{max} \sim 4fh_J$ .

### 3. УРАВНЕНИЕ РЕЛАКСАЦИИ МАГНИТНОГО МОМЕНТА

Рассмотрим систему магнитных моментов  $\mu$ , представляющую собой двумерную решетку изи-

говских спинов, и будем описывать ее спиновыми переменными  $s_j = \pm 1$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ . Тепловые флуктуации приводят при конечной температуре  $T$  к перевороту спинов из состояния « $\uparrow$ » в состояние « $\downarrow$ » и обратно. Вероятности таких переходов и определяют уравнение релаксации какого-либо параметра состояния системы. Так, вероятность  $P(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N; t)$  реализации некоторой конфигурации спинов в момент времени  $t$  определяется уравнением [9]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N; t) &= \\ &= - \sum_j w_j(s_j) P(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N; t) + \\ &+ \sum_j w_j(-s_j) P(s_1, s_2, \dots, -s_j, \dots, s_N; t), \quad (11) \end{aligned}$$

где  $w_j(s_j)$ ,  $w_j(-s_j)$  — вероятности переворота  $j$ -го спина соответственно из состояний « $\uparrow$ » и « $\downarrow$ ». Согласно принципу детального равновесия, имеем

$$\begin{aligned} w_j(s_j) P_0(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N) &= \\ &= w_j(-s_j) P_0(s_1, s_2, \dots, -s_j, \dots, s_N), \quad (12) \end{aligned}$$

где вероятности  $P_0(s_1, \dots)$  соответствуют термодинамически равновесной конфигурации и связаны соотношением Больцмана

$$\frac{P_0(s_1, s_2, \dots, -s_j, \dots, s_N)}{P_0(s_1, s_2, \dots, +s_j, \dots, s_N)} = \exp\left(-\frac{\Delta_j E}{kT}\right), \quad (13)$$

в котором  $\Delta_j E$  — разница энергий состояний, различающихся лишь направлением  $j$ -го спина. Очевидно,  $\Delta_j E = 2E_j$ , где

$$E_j = \mu H_e + \sum_{k \neq j} s_k J_{jk} \quad (14)$$

— энергия  $j$ -го спина в состоянии « $\uparrow$ », которая определяется его взаимодействием с внешним магнитным полем  $H_e$  и остальными спинами;  $J_{jk}$  — энергия взаимодействия с  $k$ -м спином. Из соотношений (12)–(14) следует, что

$$\frac{w_j(s_j)}{w_j(-s_j)} = \frac{1 - s_j \operatorname{th}(E_j/kT)}{1 + s_j \operatorname{th}(E_j/kT)}. \quad (15)$$

«Рецепт» Глаубера [10] состоит в том, что отдельные вероятности  $w_j(s_j)$ ,  $w_j(-s_j)$ , удовлетворяющие соотношению (15), записываются в виде

$$\begin{aligned} w_j(s_j) &= \frac{1}{2} \Omega \left( 1 - s_j \operatorname{th} \frac{E_j}{kT} \right), \\ w_j(-s_j) &= \frac{1}{2} \Omega \left( 1 + s_j \operatorname{th} \frac{E_j}{kT} \right), \quad (16) \end{aligned}$$

где  $\Omega$  — параметр, имеющий смысл частоты, с которой спин «пытается» изменить свою ориентацию. При таком выборе равновесное состояние системы совпадает с тем, которое следует из уравнения среднего поля (см. ниже).

Среднее (по конфигурациям) значение  $j$ -го спина в момент времени  $t$  равно

$$\langle s_j \rangle = \sum_{(s)} s_j P(s_1, \dots, s_N; t), \quad (17)$$

где суммирование проводится по всем конфигурациям спинов системы. Подставляя уравнение (11) в (17) и используя выражение (16), находим [9]

$$\frac{d}{dt} \langle s_j \rangle = -\Omega \left( \langle s_j \rangle - \left\langle \text{th} \frac{E_j}{kT} \right\rangle \right). \quad (18)$$

Полученное уравнение можно было бы упростить в духе теории среднего поля, проводя замену

$$\left\langle \text{th} \frac{E_j}{kT} \right\rangle \rightarrow \text{th} \frac{\langle E_j \rangle}{kT},$$

где

$$\langle E_j \rangle = \mu H_e + \sum_{k \neq j} J_{jk} \langle s_k \rangle,$$

и замечая, что относительная намагниченность системы  $j \propto \langle s_j \rangle$ . Это привело бы к уравнению

$$\frac{dj}{dt} = -\Omega \left( j - \text{th} \frac{\mu H_e + j \sum_{k \neq j} J_{jk}}{kT} \right), \quad (19)$$

которое описывает релаксацию намагниченности к термодинамически равновесному состоянию, определяемому стандартным уравнением среднего поля

$$j = \text{th} \left[ \left( \mu H_e + j \sum_{k \neq j} J_{jk} \right) / kT \right].$$

Однако более точные результаты получаются, как и выше, путем обобщения модели среднего поля, в рамках которой уравнение (18) можно записать в виде

$$\frac{dj}{d(\Omega t)} = -j + \int_{-\infty}^{\infty} \text{th} \left[ \frac{\mu(H_e + H)}{kT} \right] F(j, H) dH. \quad (20)$$

Это уравнение вместе с найденной выше функцией распределения (9) локальных полей определяет релаксационные явления в рассматриваемой системе и, в частности, петлю гистерезиса.

#### 4. ПЕТЛЯ ГИСТЕРЕЗИСА

Перед тем как анализировать решение уравнения релаксации (20), сформулируем некоторые положения, следующие непосредственно из вида этого уравнения для нашей конкретной системы.

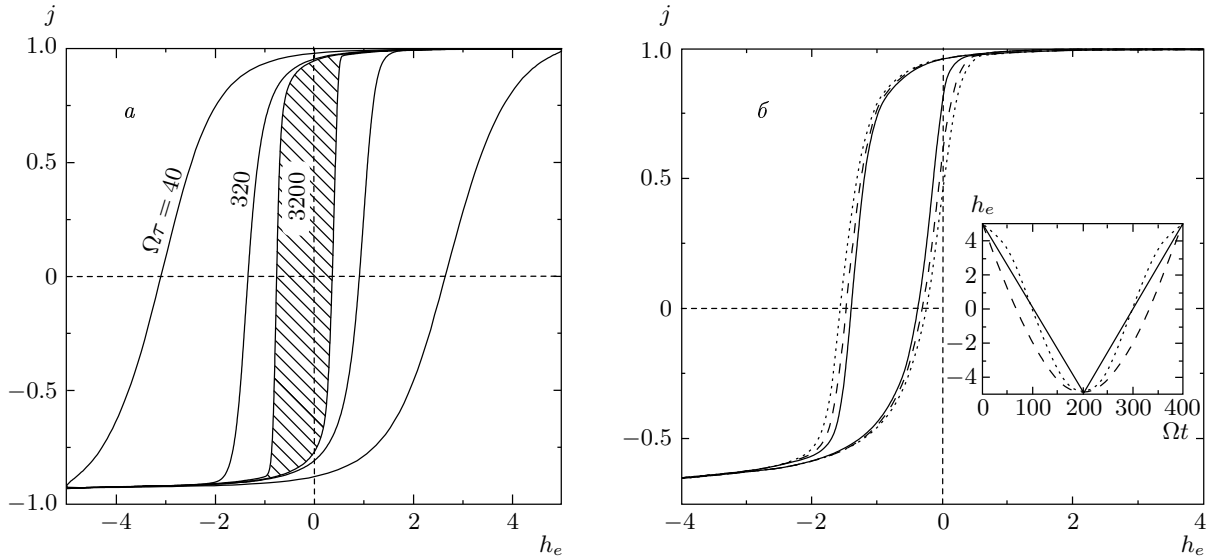
1) Прежде всего отметим, что форма петли гистерезиса как релаксационного явления существенно зависит от скорости изменения магнитного поля в процессе его измерения. Естественной единицей времени при этом является обратная величина частоты  $\Omega$ . В связи с этим процессы с характерной длительностью  $\tau \ll \Omega^{-1}$  являются быстрыми, а с  $\tau \gg \Omega^{-1}$  — медленными. Типичный эксперимент по измерению петли гистерезиса — это медленный процесс. Но даже в этом случае форма петли существенно зависит от периода  $\tau$  изменения внешнего магнитного поля и закона его изменения. Это иллюстрирует рис. 3, где представлены расчетные петли гистерезиса для различных периодов (рис. 3а) и различных законов (рис. 3б) изменения магнитного поля. Видно, что даже при  $\Omega\tau \gg 1$  форма петли и особенно ее ширина сильно зависят от длительности развертки поля. В то же время закон изменения поля (при  $\Omega\tau = \text{const}$ ) незначительно меняет ширину петли и практически не влияет на ее смещение. Ниже описаны результаты, полученные при косинусоидальной развертке поля (см. вставку на рис. 3б) общей длительностью  $\tau = 320/\Omega$  при температуре  $\Theta \equiv kT/J = 2$  и параметрах взаимодействия  $h_J \equiv J/\mu = 1$ ,  $J_E = 10J$ .

2) Причиной сдвига петли является, как уже указывалось, несимметричная часть  $F_f(h_J)$  функции распределения (8). Она центрирована вблизи поля, равного  $\bar{H}(0) = 2f(J_E/J - 1)h_J$  и линейно увеличивается с ростом величины  $J_E$ . Это, однако, не означает неограниченного сдвига петли влево, так как фактически он определяется слагаемым

$$4f \int_{-\infty}^{\infty} \text{th} \left[ \frac{\mu(H_e + H)}{kT} \right] F_f(j, H) dH$$

в правой части уравнения (20), которое при  $J_E \rightarrow \infty$  стремится к  $4fh_J$  (реально это происходит при  $J_E/J \gtrsim \Theta$ ). Таким образом, при  $J_E \rightarrow \infty$  следует ожидать насыщения зависимости  $H_{EB}(J_E)$ .

Физическая причина такого насыщения понятна. При достаточно низких температурах ( $\Theta \lesssim 1$ ) и небольших амплитудах  $h_{e0} \lesssim J_E/J$  развертки внешнего магнитного поля на него реагируют только спины ферромагнетика со слабой связью  $J$ , спины же с сильной связью  $J_E$  сохраняют свое направление. В этом случае спины первой группы создают симметричную петлю гистерезиса, а наличие



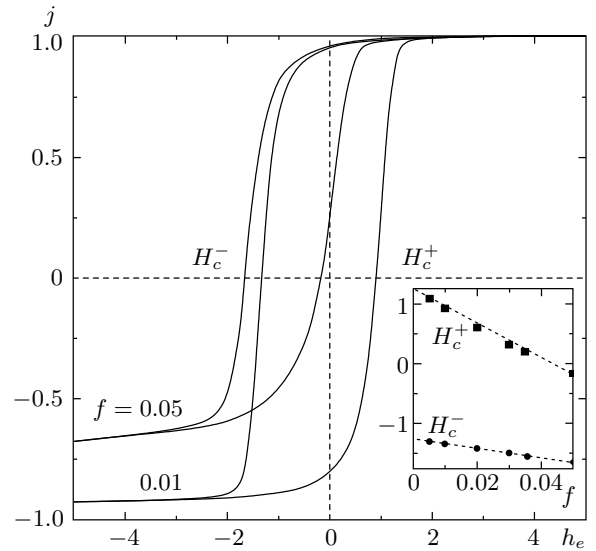
**Рис. 3.** Петли гистерезиса для различных периодов (а) и различных законов (б) изменения магнитного поля при температуре  $\Theta = 2$ , параметрах взаимодействия  $h_J = 1$ ,  $J_E = 10J$  и параметре  $f = 0.01$  (а),  $0.05$  (б). На вставке — пилообразная (сплошная линия), синусоидальная (штриховая кривая) и косинусоидальная (пунктирная кривая) развертки

спинов второй группы приводит только к ее сдвигу вверх на величину суммарной намагниченности  $j_{EB} \sim f$  этой группы. В результате центр итоговой петли гистерезиса смещается влево на величину  $|H_{EB}|_{max}/h_J \approx j_{EB}/j'_0$ , где  $j'_0 = dj/dh_e|_{f=0, j=0}$  — наклон симметричной (получающейся при  $f = 0$ ) петли гистерезиса в точках, где  $j = 0$  (т.е. при  $H = \pm H_c$ , где  $H_c$  — коэрцитивное поле для симметричной петли). Параметр  $j'_0$  находится из уравнения (20), если в нем положить  $f = 0$ ,  $j = 0$ . В этом случае правая часть этого уравнения с хорошей точностью равна  $(3/16)h_e$ . При линейной развертке поля с периодом  $\tau$  и амплитудой  $h_{e0}$  имеем  $h_e(t) = h_{e0}(1 - 4t/\tau)$ . Тогда из (20) следует  $j'_0 \sim (1/10)\Omega\tau/h_{e0}$ . Итак, максимальный сдвиг петли

$$\frac{|H_{EB}|_{max}}{h_J} \sim \frac{1}{10} \frac{f\Omega\tau}{h_{e0}},$$

что при  $\Omega\tau \sim 100$ ,  $h_{e0} \sim 1$  дает  $|H_{EB}|_{max}/h_J \sim 10f$ . Сравнивая этот результат с выражением (10), заключаем, что насыщение зависимости  $|H_{EB}|_{max}(J_E/J)$  должно происходить при  $J_E/J \sim 5$ . Ясно, что при этом перестает меняться и ширина петли.

Перейдем теперь к анализу петель гистерезиса рассматриваемой системы, полученных путем решения уравнения (20). Принималось, что в начальном состоянии ( $h_e \equiv \mu H_e/J = 5$ ) она полностью намаг-



**Рис. 4.** Петли гистерезиса при разных «концентрациях»  $f$  сильных связей. На вставке — зависимости коэрцитивных полей от  $f$

ничена ( $j = 1$ ), после чего магнитное поле сначала уменьшалось до значения  $h_e = -5$ , а затем возвращалось к исходному значению.

Типичные петли гистерезиса, относящиеся к разным «концентрациям»  $f$  сильных связей, представ-



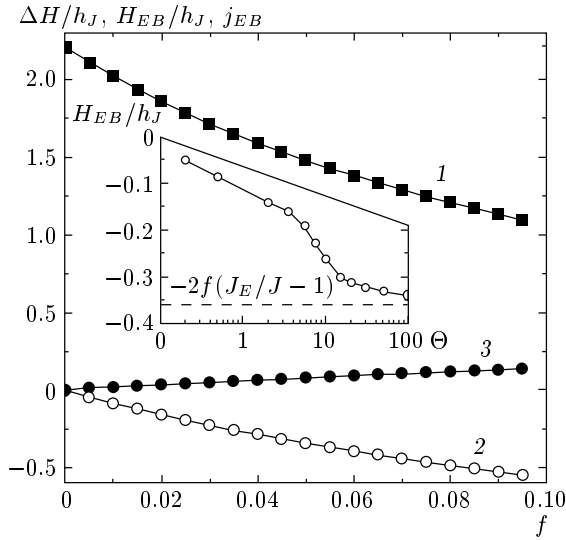


Рис. 5. Зависимости ширины петли  $\Delta H$  (1), ее обменного смещения  $H_{EB}$  (2) и сдвига намагниченности  $j_{EB}$  (3) от доли  $f$  сильных связей. На вставке — температурная зависимость обменного смещения ( $f = 0.02$ ,  $J_E/J = 10$ )

лены на рис. 4. Видно, что увеличение доли таких связей приводит к смещению петли гистерезиса в область отрицательных полей. Одновременно петля сужается и смещается вверх в направлении положительной намагниченности. Первый из этих эффектов описывается параметром обменного смещения  $H_{EB} = (H_c^- + H_c^+)/2$ , где  $H_c^-$ ,  $H_c^+$  — коэрцитивные поля соответственно при уменьшении и увеличении поля, а два последних — шириной петли  $\Delta H = (H_c^+ - H_c^-)/2$  и сдвигом намагниченности  $j_{EB} = (j_s^+ + j_s^-)/2$ , где  $j_s^+$ ,  $j_s^-$  — максимальное и минимальное значения намагниченности.

Зависимости всех этих трех параметров от доли  $f$  сильных связей приведены на рис. 5, из которого следует, что сдвиги  $H_{EB}$  и  $j_{EB}$  петли гистерезиса почти линейно увеличиваются, а ее ширина  $\Delta H$  уменьшается с ростом  $f$ . Увеличение  $H_{EB}$  и  $j_{EB}$  с ростом  $f$  вполне понятно, так как связано с ростом числа сильных связей, стремящихся обеспечить положительную намагниченность системы даже в области отрицательных полей. Отметим, что количественно зависимость  $H_{EB}(f)$  не согласуется с соотношением (10), что связано с уже обсуждавшимся эффектом насыщения величины  $H_{EB}$  при больших значениях  $J_E$ . Что касается одновременного сужения петли гистерезиса, то, как видно из рис. 4, это связано в основном со сдвигом в область отрицательных полей коэрцитивного поля  $H_c^+$ , соответствующего воз-

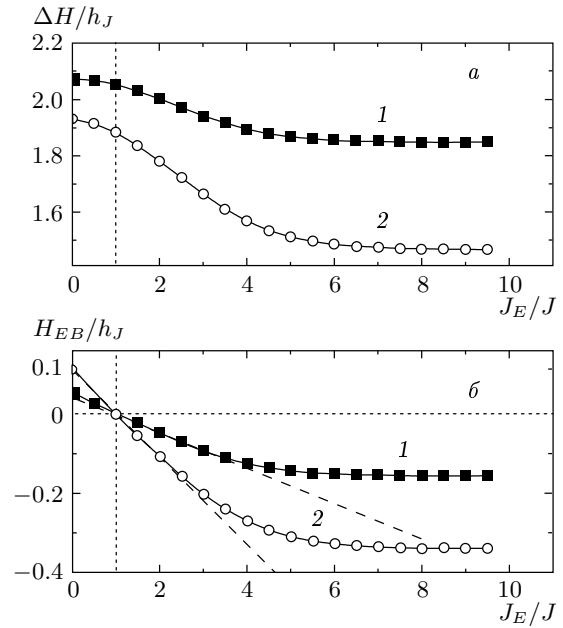


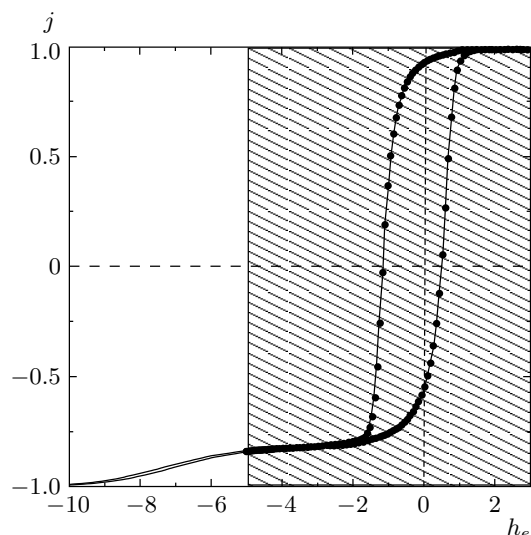
Рис. 6. Зависимости ширины петли  $\Delta H$  (а) и ее обменного смещения  $H_{EB}$  (б) от энергии  $J_E$  сильной связи: (1 —  $f = 0.02$ , 2 —  $f = 0.05$ ). Штриховые прямые соответствуют формуле (10)

растанию магнитного поля, в то время как величина  $H_c^-$  меняется значительно меньше. Более существенный сдвиг  $H_c^+$  объясняется все тем же стремлением системы к положительной намагниченности даже в отрицательном внешнем поле из-за наличия в ней значительного числа спинов с сильными связями.

На вставке к рис. 5. представлена температурная зависимость обменного смещения гистерезисной петли  $H_{EB}(\Theta)$ . Его увеличение с ростом температуры понятно: при повышенной температуре система всегда находится в почти стационарном состоянии, которому соответствует максимально возможное значение  $H_{EB}$ , определяемое соотношением (10). Как видно из рис. 5, именно к этому значению и стремится величина  $H_{EB}$  при высокой температуре.

Наблюдаемое насыщение значений  $H_{EB}$  и  $\Delta H$  с ростом энергии  $J_E$  сильной связи, которое демонстрирует рис. 6, обсуждалось выше и в количественном отношении вполне соответствует сделанным выводам.

Вертикальный сдвиг петли гистерезиса, описываемый параметром  $j_{EB}$ , связан с различной намагниченностью системы в магнитном поле положительного и отрицательного направлений (см. рис. 4). Ясно, что это различие должно исчезнуть, когда абсолютная величина отрицательного поля станет доста-



**Рис. 7.** Петли гистерезиса при одинаковых скоростях  $dh_e/dt$ , но различных амплитудах  $h_{max}$  развертки. Сплошная кривая:  $h_{max} = 30$ ,  $\Omega\tau = 2000$ ; точки:  $h_{max} = 5$ ,  $\Omega\tau = 333$ . Заштрихована область  $h_e > -h_{max}$ , в которой обе петли гистерезиса совпадают

точно большой, а именно при  $H_e \gtrsim \mu J_E$ . В нашем случае последнее условие дает  $h_e \gtrsim 10$  и, как видно из рис. 7, расчет подтверждает это заключение.

Существенная и часто измеряемая в экспериментах характеристика реальных систем рассматриваемого типа — зависимость обменного смещения от толщины антиферромагнитной пленки. Хотя в работе рассмотрена двумерная модель, в ее рамках можно качественно судить о виде этой зависимости. Действительно, доля  $f$  сильных связей обратно пропорциональна среднему размеру  $L$  антиферромагнитных доменов:  $f \propto 1/L$ . Поскольку причиной возникновения и стабилизации доменов в антиферромагнетике являются дефекты, доменные границы представляют собой замкнутые (двумерные для пленок конечной толщины) поверхности, включающие в себя как можно большее число дефектов. Ясно, что с ростом толщины  $d$  пленки выбор таких поверхностей становится более богатым. Поскольку минимуму энергии соответствует минимально возможная в данных условиях протяженность границ, ясно, что с ростом толщины пленки средний размер  $L$  доменов должен возрастать. При этом величина параметра  $f$ , а значит, и обменное смещение  $H_{EB}$  должны уменьшаться с ростом  $d$ . Подобная зависимость обменного смещения от толщины антиферромагнитной пленки неоднократно наблюдалась в экспериментах [1].

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными положениями модели, делающими возможным ее аналитическое рассмотрение, являются наличие небольшой доли усиленных (за счет любого механизма) ферромагнитных связей, обобщение теории среднего поля путем введения функции распределения энергий межспиновых взаимодействий и соответствующее обобщение уравнения магнитной релаксации.

В рамках этой простой модели рассмотрено обменное смещение петли гистерезиса двумерной двухслойной системы ферромагнетик/антиферромагнетик, найдены различные характеристики этой петли и их зависимости от параметров модели. Полученные результаты в целом согласуются с экспериментом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 03-02-17029, 04-02-19964, 05-02-17021).

## ЛИТЕРАТУРА

1. J. Nogués and I. K. Schuller, *J. Magn. Magn. Mat.* **192**, 203 (1999).
2. M. Kiwi, *J. Magn. Magn. Mat.* **234**, 584 (2001).
3. M. Lederman, *IEEE Trans. Magn.* **35**, 794 (1999).
4. U. Nowak, K. D. Usadel, J. Keller, P. Miltényi, and G. Güntherodt, *Phys. Rev. B* **66**, 14430 (2002).
5. X. Illa, E. Vives, and A. Planes, *Phys. Rev. B* **66**, 224422 (2002).
6. M. W. Klein and R. Brout, *Phys. Rev.* **132**, 2412 (1963).
7. M. Thomsen, M. F. Thorpe, T. C. Choy, and D. Sherrington, *Phys. Rev. B* **30**, 250 (1984); T. C. Choy, D. Sherrington, M. Thomsen, M. F. Thorpe, *ibid.* **31**, 7355 (1985); M. Thomsen, M. F. Thorpe, T. C. Choy, D. Sherrington, *ibid.* **33**, 1931 (1986).
8. Р. Бэкстер, *Точно решаемые модели в статистической механике*, Мир, Москва (1985).
9. M. Suzuki and R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **24**, 51 (1968).
10. R. J. Glauber, *J. Math. Phys.* **4**, 294 (1963).