

ДИНАМИКА ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКОГО ИМПУЛЬСА В ШТАРКОВСКОЙ СРЕДЕ

С. О. Елютин*

Московский инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 октября 2004 г.

Численно исследованы эффекты распространения предельно короткого (в одно колебание или несколько колебаний) импульса электромагнитного поля в среде, резонансный переход которой характеризуется как диагональными, так и недиагональными матричными элементами оператора дипольного момента. Используется система уравнений Максвелла–Блоха без приближения медленно меняющихся огибающих. Обсуждается аналог теоремы площадей МакКола и Хана применительно к процессу разбиения исходного предельно короткого импульса на субимпульсы. Найдено решение в виде уединенного устойчивого биполярного сигнала, импульсная площадь которого не равна нулю — ненулевого бризера.

PACS: 42.65.Tg

1. ВВЕДЕНИЕ

Под предельно короткими импульсами (ПКИ) принято понимать электромагнитные импульсы, длительность которых составляет лишь несколько периодов колебаний напряженности поля, а за время действия так называемого полупериодного импульса поляризация электрического поля вообще не успевает изменить знак [1–9]. Подобные импульсы представляют собой вспышки энергии поля, для которых неприменимы понятия несущей частоты и длины волны. Спектральный состав ПКИ получаетверхуширение [10, 11] и приближается к белому шуму, а спектр ПКИ в определенных случаях имеет максимум на нулевой частоте.

Обычные в нелинейной оптике квазимонохроматических импульсов [12–15] приближения медленно меняющихся амплитуд для уравнений электромагнитного поля и вращающихся волн для резонансной среды должны быть, по крайней мере, уточнены в сторону учета следующих порядков теории возмущений, что делает их применение достаточно громоздким. В ходе недавней дискуссии по проблемам субпикосекундной оптики получил распространение подход [4, 16–20], при котором анализируется динамика непосредственно поля импульса, а не его огибаю-

щей. Указывалось также, чтоверхуширенным должен быть не только временной, но и пространственный спектр ПКИ в силу предельной (порядка центральной длины волны) малости продольных размеров распространяющегося светового пятна [21, 22]. В этом случае последовательная теория самовоздействия таких электромагнитных образований должна быть непараксиальной.

Распространение ПКИ в среде двухуровневых атомов исследовалось в типичной для многих резонансных сред ситуации, когда диагональные элементы оператора дипольного момента равны нулю [5, 7, 17, 23–26]. Однако существуют молекулы, для которых имеет место линейный эффект Штарка. Нарушение четности квантовых состояний, между которыми происходит переход, может быть вызвано внешними полями либо воздействием поверхностных сил при адсорбции молекул на поверхности. В этих случаях диагональные элементы оператора дипольного перехода между резонансными уровнями считаются ненулевыми величинами. В системе квантовых точек постоянный дипольный момент возникает из-за возможных нарушений симметрии формы квантовых точек в ходе их создания. По аналогии с керровскими средами, среды с ненулевыми матричными элементами дипольного момента можно назвать штарковскими средами [27–29]. Взаимодействие электромагнитного импульса дли-

*E-mail: elyutin@mail.ru

тельностью в несколько колебаний поля со штарковской средой без учета эффектов распространения рассматривалось в работе [30].

Здесь следует отметить, что применение приближения медленно меняющихся амплитуд к задаче прохождения ПКИ через штарковскую среду приводит к генерации ряда четных гармоник, что делает такой подход сложным, если вообще реализуемым. При этом отказ от медленно меняющихся амплитуд, дополненный приближением однонаправленных волн, делает задачу полностью интегрируемой и позволяет найти стационарные устойчивые решения — солитоны [31, 32].

Целью данной работы является изучение пространственно-временной динамики ПКИ в переходных процессах формирования солитонов в штарковской среде. Считается, что спектральная полуширина ПКИ меньше, чем частота выделенного перехода из основного состояния в ближайшее возбужденное состояние. Дипольные моменты резонансных молекул выстроены так, что все матричные элементы оператора дипольного момента параллельны вектору линейно поляризованного электромагнитного поля. Длительность ПКИ такова, что характерные времена всех необратимых процессов релаксации в квантовой системе значительно больше временного масштаба изменения поля. Предполагается, что все атомы имеют одинаковую частоту перехода, так что обратимыми процессами релаксации в рамках сделанных предположений можно пренебречь. Будем также считать, что поперечные размеры плоского по фронту светового пятна много больше характерной длины волны, так что можно не учитывать эффекты дифракции.

В разд. 2, 3 и 4 формулируются основные уравнения модели, приводятся числовые оценки параметров задачи и обсуждаются свойства стационарных решений [20, 32], необходимые для дальнейшего анализа. Численные результаты в разд. 5, 6 показывают, что пространственно-временная эволюция ПКИ в глубине штарковской среды существенным образом зависит от знака величины μ , пропорциональной разности диагональных матричных элементов основного и возбужденного состояний двухуровневого атома. Для положительных значений штарковского параметра характерным оказалось разбиение исходного однополярного ПКИ на стационарные субимпульсы в соответствии с закономерностями, аналогичными теореме площадей Мак-Кола и Хана [33, 34]. При численном моделировании при отрицательных значениях μ было обнаружено существование уединенного устойчивого бипо-

лярного ПКИ, имеющего сходство с бризером или 0 π -импульсом [35], но имеющего именно неравную нулю импульсную площадь. Свойства полученных решений непосредственно связаны с предельно малой длительностью импульсов, падающих на среду двухуровневых атомов с ненулевыми матричными элементами оператора дипольного момента.

2. УРАВНЕНИЯ МОДЕЛИ

В приближении двухуровневых атомов (молекул) гамильтониан представляется в форме матрицы 2×2 [12]:

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} d_{11}E & d_{12}E \\ d_{21}E & d_{22}E \end{pmatrix},$$

где E — напряженность электрического поля электромагнитной волны, $|1\rangle$ — основное состояние, а $|2\rangle$ — возбужденное состояние, которое отличается по энергии от основного состояния на величину $\hbar\omega_0$.

Поляризуемость одного атома (молекулы) p задается выражением

$$p = \text{tr } \hat{\rho} \hat{d} = \rho_{11}d_{11} + \rho_{22}d_{22} + \rho_{12}d_{21} + \rho_{21}d_{12}.$$

В предположении, что всеми релаксационными процессами в системе атомов можно пренебречь, матрица плотности $\hat{\rho}$ удовлетворяет условию $\text{tr } \hat{\rho} = \rho_{11} + \rho_{22} = 1$. Тогда

$$p = \frac{1}{2}(d_{11} + d_{22}) + \frac{1}{2}(d_{22} + d_{11})r_3 + d_{12}r_1, \quad (1)$$

где введены компоненты вектора Блоха \mathbf{r} :

$$r_1 = \rho_{12} + \rho_{21}, \quad r_2 = -i(\rho_{12} - \rho_{21}),$$

$$r_3 = \rho_{22} - \rho_{11}, \quad r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 1,$$

а постоянные фазы элементов матрицы плотности $\hat{\rho}$ и оператора дипольного момента \hat{d} выбраны так, чтобы $d_{12} = d_{21} = d$.

Скалярные уравнения Максвелла приводят к волновому уравнению для напряженности поля $E(z, t)$ (не огибающей):

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi n_A}{c^2} \frac{\partial^2 \langle p \rangle}{\partial t^2},$$

где поляризуемость $p(z, t)$ дается выражением (1), скобки $\langle \rangle$ обозначают суммирование по всем атомам и деление результата на плотность резонансных частиц n_A .

Если считать, что напряженность электромагнитного поля изменяется быстрее, чем материальные переменные $r_3(t, z)$ и $r_1(t, z)$, то отраженной волной можно пренебречь [17, 25] и получить волновое уравнение в однонаправленном приближении:

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{2\pi n_A}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \frac{1}{2} (d_{22} - d_{11}) r_3 + d_{12} r_1 \right\rangle. \quad (2)$$

Из уравнений Неймана для матрицы плотности следуют уравнения для компонент вектора Блоха:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_1}{\partial t} &= -\left[\omega_0 + \frac{(d_{11} - d_{22})E}{\hbar} \right] r_2, \\ \frac{\partial r_2}{\partial t} &= \left[\omega_0 + \frac{(d_{11} - d_{22})E}{\hbar} \right] r_1 + 2\frac{dE}{\hbar} r_3, \\ \frac{\partial r_3}{\partial t} &= -2\frac{dE}{\hbar} r_2. \end{aligned} \quad (3)$$

Соотношения (2) и (3) составляют полную систему уравнений модели. Эта система по виду отличается от уравнений самоиндуцированной прозрачности [33, 34] тем, что вместо отстройки от резонанса в квадратных скобках стоит сама частота перехода (в этом проявляется отказ от приближения вращающихся волн), и тем, что имеется второе слагаемое $(d_{11} - d_{22})E/\hbar$, задающее сдвиг резонансных уровней вследствие высокочастотного эффекта Штарка.

В безразмерных переменных система уравнений (2), (3) будет иметь вид, удобный для численного анализа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial \zeta} &= -\frac{\partial}{\partial \tau} (r_1 - \mu r_3) = r_2, \\ \frac{\partial r_1}{\partial \tau} &= -(1 + \mu e) r_2, \\ \frac{\partial r_2}{\partial \tau} &= (1 + \mu e) r_1 + e r_3, \quad \frac{\partial r_3}{\partial \tau} = -e r_2, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tau = \omega_0(t - z/c)$, $\zeta = z/L_{abs}$, $e = 2dE/\hbar\omega_0$, параметр $\mu = (d_{11} - d_{22})/2d$, обратная длина резонансного поглощения $L_{abs}^{-1} = 4\pi n_A d^2 (\hbar c)^{-1}$.

В системе (4) в качестве временных асимптотик для поляризации и разности населенностей при $\tau \rightarrow \pm\infty$ будем задавать условия покоя квантовой системы: $r_1(t, z) = r_2(t, z) = 0$, $r_3(t, z) = -1$, а для поля условия в удаленные моменты времени формулируются как $e(\zeta, \tau) = 0$, $\partial e(\zeta, \tau)/\partial \tau = 0$. На входе в среду импульс в большинстве расчетов имел следующую форму:

$$e_{in}(\tau) = e_p \operatorname{sech} \left(-\frac{\tau - \tau_0}{\delta} \right). \quad (5)$$

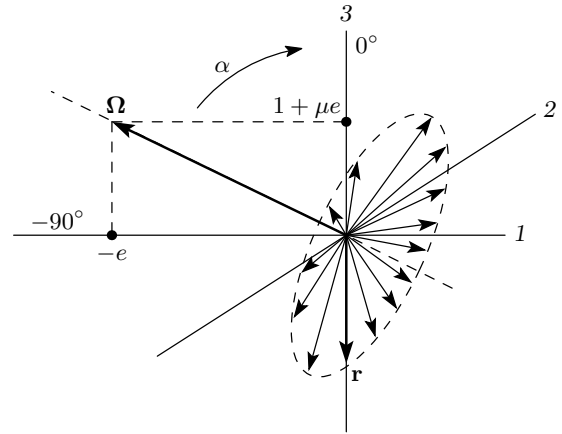


Рис. 1. Векторная модель

Система уравнений (4) описывает прецессию вектора \mathbf{r} вокруг вектора эффективного поля $\Omega = \{-e, 0, 1 + \mu e\}$ (рис. 1):

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \tau} = \Omega \times \mathbf{r}. \quad (6)$$

3. ЧИСЛОВЫЕ ОЦЕНКИ

При выборе величины дипольного момента перехода $d \approx 10^{-18}$ СГСЭ, плотности резонансных атомов $n_A \approx 10^{18}$ см $^{-3}$ и длительности ПКИ $\delta \approx \omega_0^{-1} \approx 10^{-15}$ с можно получить оценку для амплитуды импульсов $\mathcal{E}_p \approx \hbar/2d\tau_p \approx 5 \cdot 10^5$ СГСЭ при пиковой интенсивности $I_p = c\mathcal{E}_p^2/8\pi \approx 3 \cdot 10^{13}$ Вт/см 2 .

Характерное для двухуровневых систем время $t_c = \hbar/4\pi d^2 n_A \approx 8 \cdot 10^{-11}$ с — это время возникновения индуцированного дипольного момента в двухуровневой системе под действием поля проходящего импульса. За это время ПКИ проходит расстояние $L_{abs} = ct$, приблизительно равное нескольким сантиметрам, в то время как пространственная протяженность импульса $c\delta \approx 3 \cdot 10^{-5}$ см. Обратная к времени величина дает оценку для частоты осцилляций Раби в характерном поле обратной реакции среды $\mathcal{E}_{char} \approx 2\pi n_A d = \hbar/2d t_c \approx 10$ СГСЭ.

Приближение однонаправленной волны применимо, когда $t_c \delta^{-1} \gg 1$ или, иными словами, при малых концентрациях резонансных излучателей и малых значениях дипольных моментов, что, очевидно, имеет место в нашем случае. Для больших дипольных моментов $d \approx 10^{-16}$ СГСЭ, характерных для квантовых точек, приведенные параметры имеют иные порядки величин: $\mathcal{E}_p \approx 5 \cdot 10^3$ СГСЭ, $\mathcal{E}_{char} \approx 6 \cdot 10^2$ СГСЭ, $t_c \approx 8 \cdot 10^{-13}$ с, $L_{abs} \approx 2 \cdot 10^{-2}$ см.

Видно, что и в случае квантовых точек условие применимости приближения однонаправленных волн выполняется, хотя масштабы изменения поля и поляризации среды различаются не столь значительно по сравнению с величинами, характерными для среды из резонансных атомов или молекул.

Параметр $\mu = (d_{11} - d_{22})/2d$, важный для дальнейшего анализа, может иметь как положительный, так и отрицательный знак. Величина μ лежит в пределах 0.2–7.0 для некоторых типов полупроводниковых квантовых ям [36], $\mu \approx 0.4$, например, для двух нижних колебательных состояний основного электронного состояния молекулы HeH^+ [37], $\mu \approx 1.0$ по оценкам, сделанным в работе [27].

4. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ

Известно, что система уравнений (4), описывающая однонаправленное распространение ПКИ в штарковской среде, является полностью интегрируемой задачей. В работе [20] найдено ее стационарное решение в виде уединенной волны, скорость которой подчиняется неравенству $V > c(1 + \tau_c^{-1})^{-1}$, которое является существенным при $\tau_c < 1-10$:

$$e_{st}(\tau) = 2 \left\{ \delta_{st} \left[\sqrt{1 + \mu^2(1 + \delta_{st}^2)} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \operatorname{ch} \frac{\tau - \tau_0}{\tau_{st}} + \mu \delta_{st} \right] \right\}^{-1}, \quad (7)$$

где

$$\delta_{st}^2 = \frac{\tau_c(c/V - 1)}{1 - \tau_c(c/V - 1)}$$

— длительность стационарного импульса.

Параметр $\tau_c = \omega_0 t_c$ имеет физический смысл отношения энергии перехода к энергии диполь-дипольного взаимодействия между соседними атомами. Импульсная площадь стационарного сигнала Θ_{st} ,

$$\Theta_{st} = \int_{-\infty}^{\infty} e_{st}(\zeta, t) d\tau = \frac{8}{\sqrt{1 + \mu^2}} \times \\ \times \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{\sqrt{1 + \mu^2(1 + \delta_{st}^2)} + \delta_{st}\mu} \right\}, \quad (8)$$

дает значение 2π при величине параметра $\mu \rightarrow 0$. Характерной особенностью зависимости (8) является наличие пика в области небольших ($|\mu| < 1$) отрицательных значений μ , например $(\Theta_{st})_{max} \approx 3\pi$

при $\mu = -0.4$ и $\delta_{st} = 5$. Скорость распространения V стационарного ПКИ задается выражением

$$\frac{c}{V} = 1 + \frac{\delta_{st}^2 \tau_c^{-1}}{1 + \delta_{st}^2}, \quad (9)$$

из которого следует наличие быстрого уменьшения V как функции δ_{st} в области $\delta_{st} < 1$, причем замедление сигнала тем больше, чем меньше нормированное кооперативное время τ_c , т. е. чем меньше время реакции среды и, тем самым, сильнее обратное влияние среды на распространяющийся импульс.

При $\mu = 0$ система (4) переходит в систему редуцированных уравнений Максвелла–Блоха, эквивалентных по форме уравнениям самоиндуцированной прозрачности с конечной отстройкой от резонанса, а само решение (7) задается функцией $2\pi \operatorname{sech}$, полученной МакКолом и Ханом [34]. Это свойство системы (4) удобно использовать для сравнения с численными решениями при иных, отличных от нуля, значениях параметра μ .

5. ВРЕМЕННАЯ ДИНАМИКА ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКОГО ИМПУЛЬСА ПРИ $\mu > 0$

Для среды с постоянным дипольным моментом ($\mu \neq 0$) входной импульс вида (5) уже не является стационарным решением и его поведение в глу-

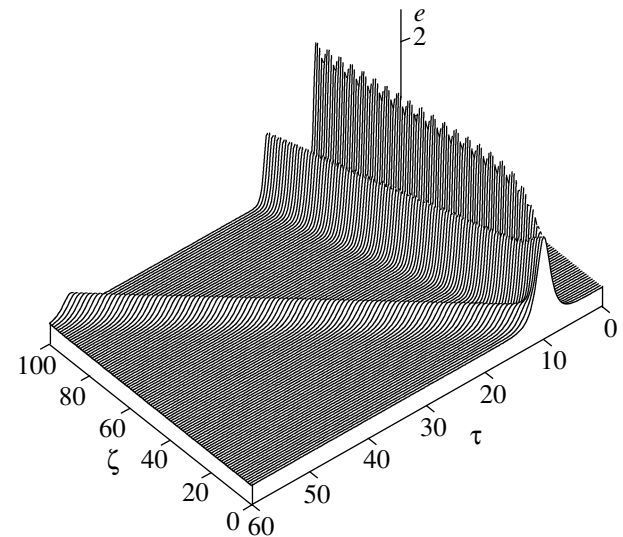


Рис. 2. Пространственно-временной профиль поля в явлении распада исходного ПКИ на субимпульсы в штарковской среде с $\mu > 0$ ($\mu = 2$) при сохранении суммарной импульсной площади $\Theta = 2\pi$ в глубине среды

бине среды обнаруживает отличие от распространения стационарного ПКИ. При $\mu > 0$ при той же площади входного импульса, равной 2π , имеет место разбиение ПКИ на субимпульсы (рис. 2), движущиеся со своей индивидуальной скоростью. Получившиеся в результате распада стационарные ПКИ (7) при столкновениях сохраняют временную форму, что является признаком принадлежности таких объектов к солитонам. Схожая пространственно-временная динамика свойственна явлению самопрозрачности $2\pi n$ импульсов [35], где количество сигналов, возникающих при распаде 2π -кратного входного импульса, определяется теоремой площадей. В нашем случае сформулировать прямой аналог теоремы площадей МакКола и Хана не удастся. Однако, судя по картине распада входного импульса, во многом схожей с аналогичным процессом в эффекте самоиндуцированной прозрачности, рассматриваемая задача, несомненно, содержит внутренние закономерности, аналогичные теореме площадей. Здесь роль площади Θ под огибающей падающего на среду когерентного импульса, которая в теории самоиндуцированной прозрачности определяет число образовавшихся солитонов, может взять на себя величина угла Φ поворота вектора Блоха \mathbf{r} вокруг вектора эффективного поля $\mathbf{\Omega}$ (6) за вычетом слагаемого, возникшего из-за постоянной прецессии вектора \mathbf{r} вокруг третьей компоненты вектора $\mathbf{\Omega}$ (6), содержащей неустранимую единицу:

$$\Phi = \int_0^{\infty} d\tau \left(\sqrt{e(\zeta, \tau)^2 + (1 + \mu e(\zeta, \tau))^2} - 1 \right). \quad (10)$$

С увеличением штарковского параметра μ величина Φ для входного импульса (5) растет (см. далее рис. 10в) и, соответственно, растет число распавшихся сигналов, что отмечается появлением большего числа всплесков на кривой зависимости инверсии от времени на входе ПКИ в среду (рис. 3) при росте μ .

Вместе с тем можно заметить, что с ростом μ импульсная площадь (8) каждого из все большего числа вторичных стационарных ПКИ (рис. 4а), формирующихся из одного и того же начального импульса, уменьшается (рис. 4б и пояснения в подписи к рис. 4). Возникающие в результате развала исходного импульса солитоны имеют разные импульсные площади в соответствии с их установившимися длительностями, причем более короткие ПКИ несут большую энергию с большей скоростью.

В отличие от импульсной площади в нашей задаче именно угол поворота Φ может быть взят в качестве эталона для измерения вторичных ста-

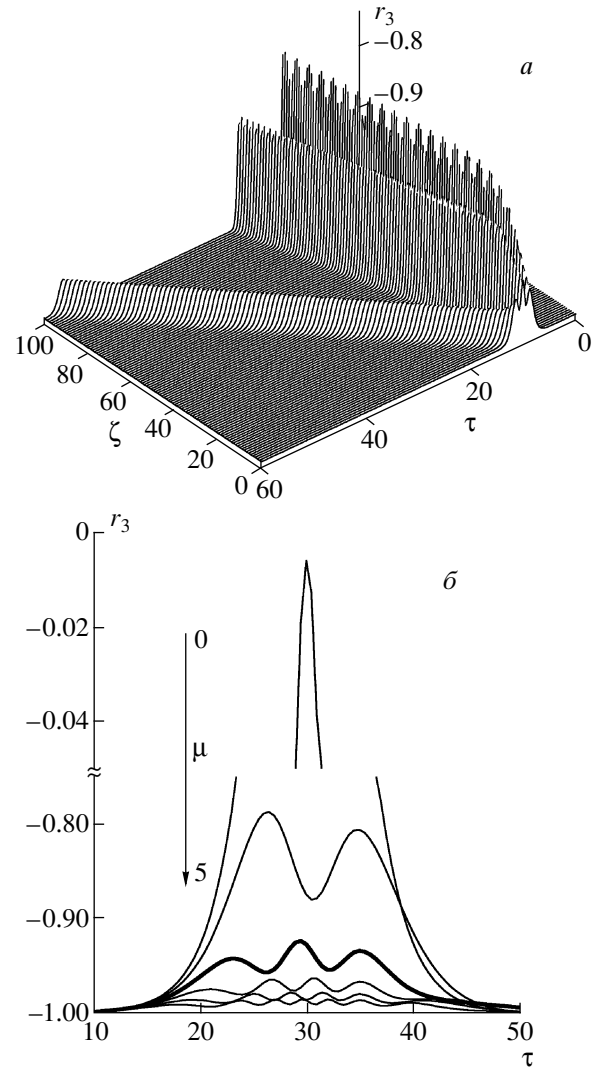


Рис. 3. а) Пространственно-временной профиль инверсии. б) Зависимость инверсии при входе в образец от времени при увеличении параметра μ

онарных ПКИ, из-за того что Φ_{st} практически не зависит от $\mu > 0$ (рис. 5а) во всем рассматриваемом диапазоне δ_{st} (рис. 5б). Тогда доли исходной величины $\Phi(\zeta = 0)$, приходящиеся на каждый возникший в результате распада стационарный ПКИ, приблизительно равны (рис. 4б, нижний график).

Наряду с 2π -импульсом, бризер [35] — нелинейный сигнал с нулевой импульсной площадью, представляющий собой связанное состояние двух солитонов с разными фазовыми, но одинаковыми групповыми скоростями, — является уединенным нестационарным решением задачи (4) при $\mu = 0$.

Основным аналитическим методом решения

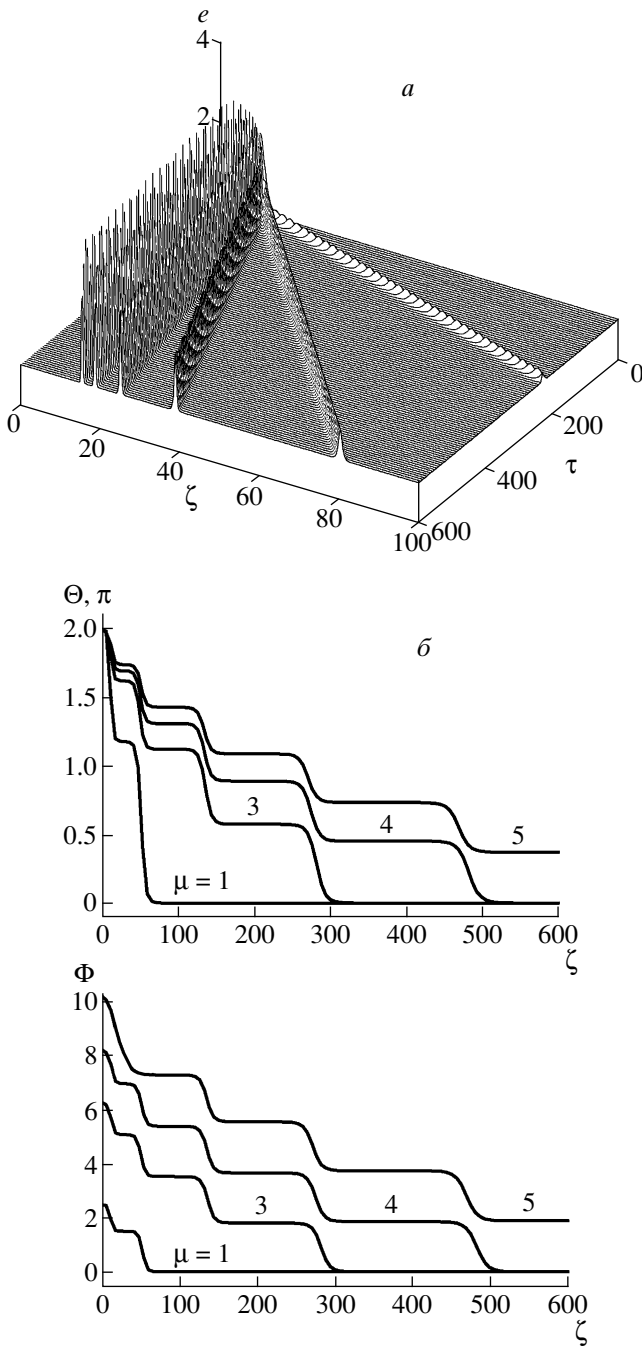


Рис. 4. а) Распад ПКИ при больших значениях штарковского параметра ($\mu = 5$). б) Зависимости импульсной площади Θ и угла поворота Φ от пространственной координаты при больших значениях μ . Высота ступенек на данном графике равна площади, которую уносит субимпульс, выходящий за пределы расчетной сетки

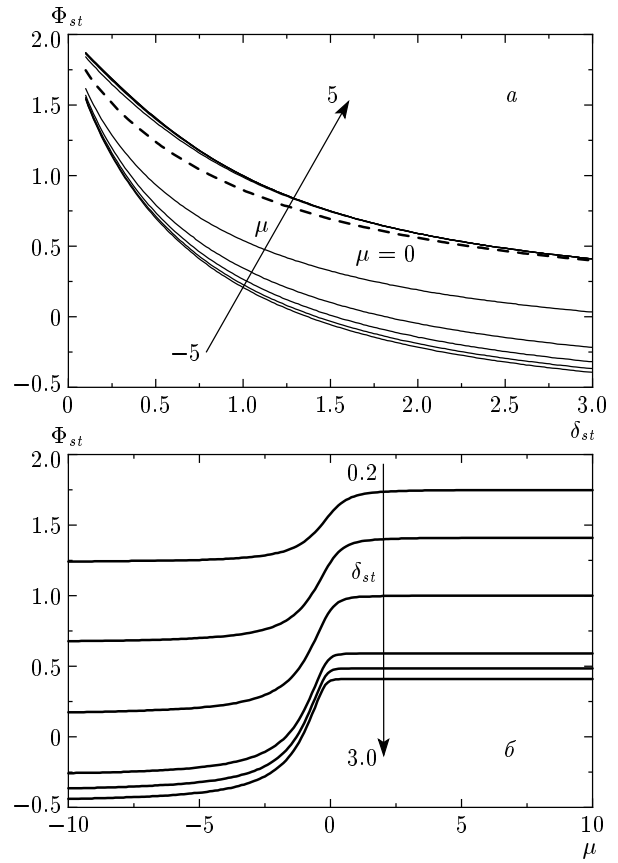


Рис. 5. а) Зависимость угла поворота Φ_{st} для стационарного ПКИ от длительности импульса δ_{st} . б) Зависимость угла поворота Φ_{st} для входного стационарного ПКИ от штарковского параметра μ

уравнений Максвелла–Блоха является метод обратной задачи рассеяния (см., например, [35]), который основан на решении спектральной задачи Захарова–Шабата [38]. Здесь появление бризера было результатом возникновения двух связанных ($\lambda_k^* = -\lambda_{k+1}$) значений спектрального параметра. Действительная и мнимая части параметров λ_k интерпретировались как фазовая скорость и амплитуда бризерных компонент.

По мере распространения в глубь среды бризер испытывает внутренние осцилляции, обусловленные разностью фазовых скоростей входящих в него частей. Это внутреннее движение приводит к периодическому изменению формы бризера с ростом пространственной координаты.

Однако тот же бризер из задачи о самоиндуцированной прозрачности [35], поставленный на вход в среду с наведенной поляризацией ($\mu \neq 0$) не эволюционирует в глубине образца как уединенный устой-

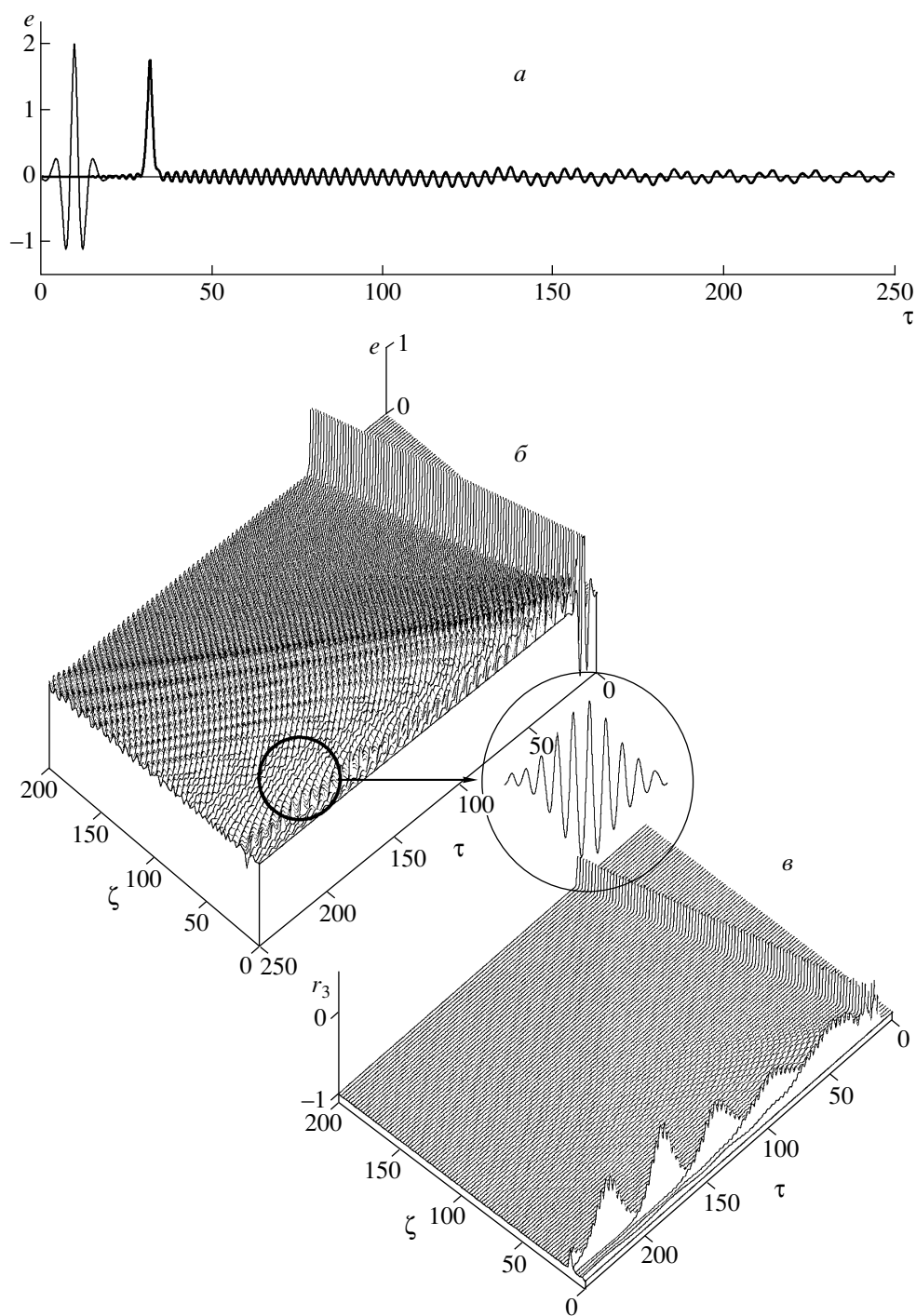


Рис. 6. а) Формирование уединенного однополярного сигнала (жирная линия) из входного 0π -импульса (бризера) (тонкая линия) при $\mu > 0$ ($\mu = 1$). б) Временной профиль поля на глубине $\zeta = 10$ при $\mu = 1$. в) Генерация гармоник входного малопериодного бризера в глубине штарковской среды с $\mu > 0$

чивый ПКИ. Резкие изменения полярности падающего импульса на малых глубинах резонансной среды (рис. 6а) приводят к быстрым поворотам вектора эффективного поля вокруг оси 2 (рис. 1), порождая нелинейный осцилляционный сигнал (рис. 6б) ненулевой площади,двигающийся чрезвычайно медленно. После выхода этого объекта за пределы расчетной сетки выживает только уединенный стационарный (7) однополярный ПКИ (рис. 6а), постепенно освобождающийся от фоновых колебаний поля.

Специфические нелинейности в уравнениях для компонент вектора Блоха (4), связанные со штарковскими поправками к частоте перехода, приводят к генерации добавочных по отношению к частоте модуляции в бризере спектральных компонент, а временной контур разности населенностей оказывается промодулирован второй гармоникой колебаний поля входного сигнала [30] (рис. 6в).

6. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ СЛУЧАЯ $\mu < 0$. НЕНУЛЕВОЙ БРИЗЕР

Изменение знака штарковского коэффициента μ приводит к нетривиальным последствиям для динамики ПКИ в резонансной среде с постоянным дипольным моментом. Из однополярного ПКИ (5), заданного на границе образца, развивается нелинейный устойчивый импульс бризерного типа (рис. 7а), импульсная площадь которого, однако, не равна нулю (рис. 7б) — так называемый ненулевой бризер. Причина заключается в форме третьей компоненты эффективного поля $\Omega_3 = 1 + \mu e$ в уравнениях (4), которая при отрицательных значениях штарковского параметра может обращаться в нуль и даже менять знак (рис. 8а).

На малых глубинах образца, когда $z \sim \sim L_{abs}(\zeta \sim 1)$, можно считать, что $e(\zeta, \tau) \approx e_{in} + r_2 \zeta$ (4). По сути, компонента поляризации r_2 задает поле, возникшее в среде в качестве реакции на внешний импульс. Функция $r_2(\tau, \zeta)$ представляет на малых глубинах величину, изменяющуюся с рабиевской частотой Ω , и порождает осциллирующий «хвост» основного ПКИ (рис. 7а). По мере распространения выбросы внутреннего поля положительного и отрицательного знака искажают контур исходного импульса, приводя в развитой фазе процесса к появлению биполярного сигнала — ненулевого бризера (рис. 7а).

В моменты времени, когда величина Ω_3 приближается к нулю (рис. 8а, серая точка), вектор Ω направлен практически противоположно оси 1 (рис. 1), составляя с осью 3 угол $\alpha \approx -90^\circ$ (рис. 8б, черная

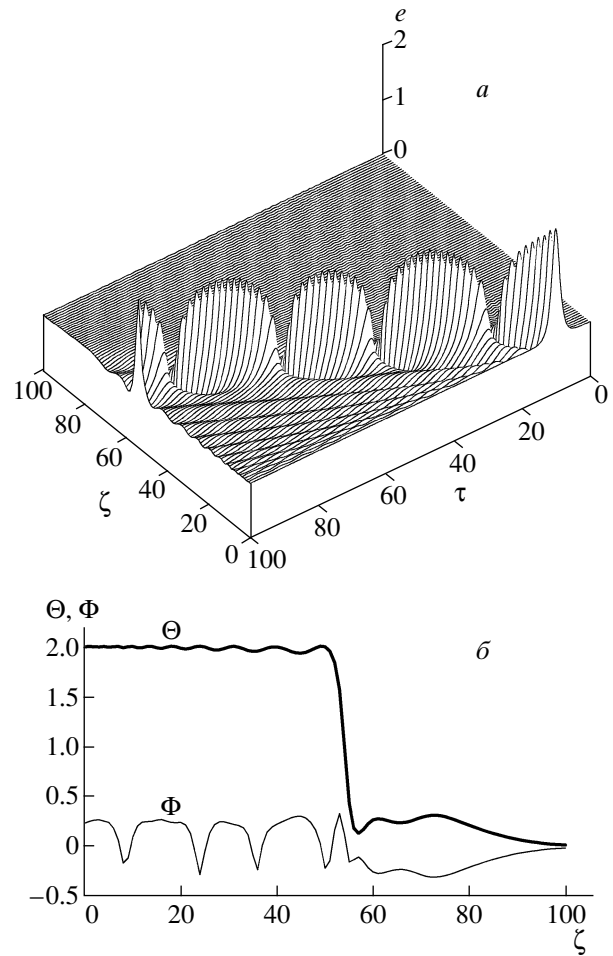


Рис. 7. а) Формирование ненулевого бризера из однополярного входного ПКИ в штарковской среде с $\mu < 0$ ($\mu = -1$). б) График $\Theta(\zeta)$ (в единицах π) показывает, что импульсная площадь биполярного сигнала (рис. 7а) примерно равна 2π , пространственная периодичность угла поворота $\Phi(\zeta)$ соответствует глубинам возникновения отрицательных выбросов поля на рис. 7а

точка). В этом положении прецессия вектора \mathbf{r} вокруг вектора Ω происходит в плоскости 32 (рис. 1), приводя вначале к почти полной инверсии резонансной среды (рис. 8в, черная точка) и, соответственно, к эффективному взаимодействию поля со средой, а затем к переизлучению энергии обратно в поле ПКИ, как это происходит при распространении 2π -импульса самоиндуцированной прозрачности. Однако за время, последующее за моментом, отмеченным белой точкой на рис. 8, поляризация r_2 испытывает резкий провал отрицательной полярности (рис. 8г), приводящий к появлению отрицатель-

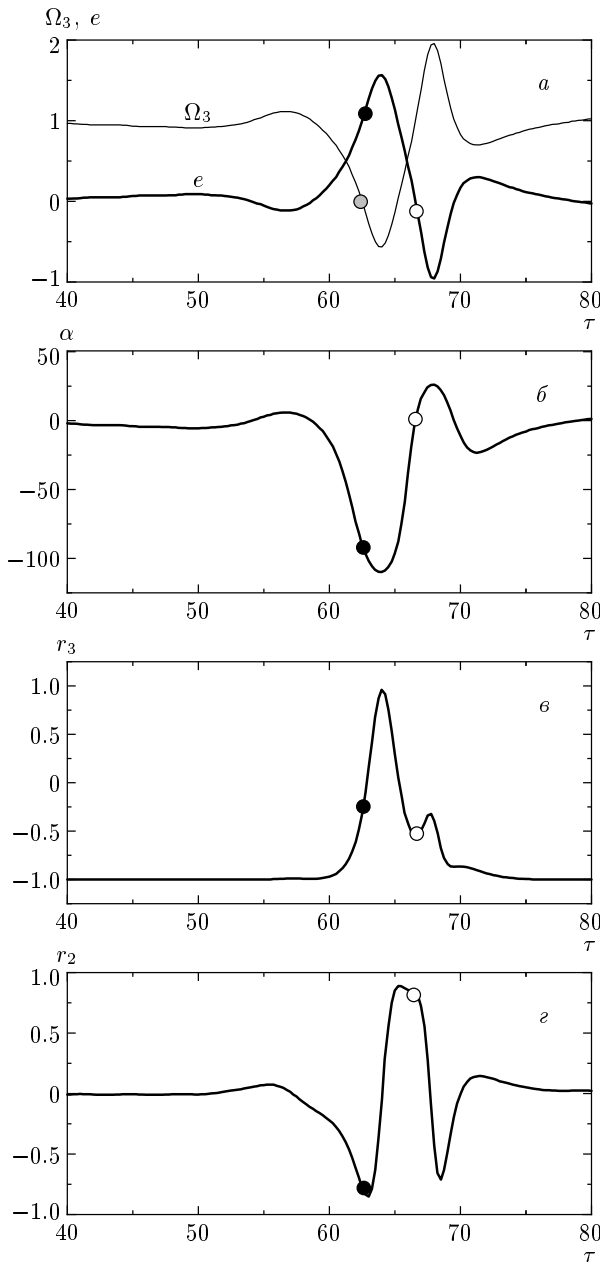


Рис. 8. *a* — Временные зависимости напряженности поля и третьей компоненты эффективного поля Ω_3 в глубине резонансной среды с $\mu = -1$. Зависимости угла поворота α вектора эффективного поля Ω (*б*), инверсии r_3 (*в*) и поляризации среды r_2 (*г*) от времени на расстоянии $\zeta = 35$ в глубине среды

ного полупериода на контуре поля (рис. 8*a*). Тогда в силу особенностей векторной модели для системы уравнений (4) вектор Ω совершает поворот вокруг оси 2, так что угол его наклона к оси 3 становится положительным (рис. 8*б*). При новом положении Ω

прецессия вектора \mathbf{r} меняет направление, уменьшение инверсии переходит в новый всплеск с последующим поглощением и переизлучением энергии.

Иллюстрированное выше раскачивание самосогласованной системы «квантовая среда + классическое импульсное поле» в силу нелинейных свойств задачи приводит к формированию отчетливого биполярного сигнала из первоначально однополярного ПКИ. Рост параметра μ в область отрицательных величин сопровождается периодическими изменениями в процессе распада исходного ПКИ (рис. 9). В начале каждого цикла на фоне осцилляторного шума формируется упомянутый ненулевой бризер с малым периодом (рис. 9*a*) смены своей фазы T_{phase} (рис. 10*a*). Этот биполярный импульс распространяется со своей, отличной от скорости стационарного сигнала (7), скоростью U , величина которой может быть меньше $0.2c$ (рис. 10*б*). С увеличением абсолютного значения μ период T_{phase} внутренних колебаний в ненулевом бризере увеличивается (рис. 9, 10*a*), что, в конечном счете, приводит к появлению стационарного однополярного сигнала (7) с $T_{phase} \rightarrow \infty$, который по мере дальнейшего уменьшения μ постепенно присоединяется к пачке стационарных субимпульсов (рис. 9*в*), уже сформировавшихся на первых шагах в глубь среды. Количество и параметры этих распадных сигналов, так же как это имело место в случае $\mu > 0$, определяются растущей с уменьшением μ величиной полного угла прецессии $\Phi(\zeta = 0)$ на входе в среду (рис. 10*в*).

Осцилляторный объект, обнаруженный в расчетах при $\mu < 0$ (рис. 7–9), численно можно представить в виде суммы двух импульсов,двигающихся с одинаковой групповой скоростью: стационарного сигнала с заданным μ (7) и двухполярного сигнала (рис. 11), причем импульсная площадь последнего с хорошей точностью оказывается равной нулю.

Надо отметить, что адекватное объяснение того, как ПКИ эволюционирует в глубине штарковской среды, содержится в устройстве спектра обратной задачи рассеяния для уравнений (4), нахождение и анализ которого представляет собой отдельную нетривиальную задачу. И все же представление найденного биполярного ПКИ в виде суммы двух сигналов (рис. 11) дает возможность на качественном уровне описать процессы, представленные на рис. 7–9.

С ростом параметра μ в область отрицательных значений уже на малых расстояниях из граничного временного профиля формируется связанное состояние трех импульсов, которые распространяются с одинаковой групповой скоростью, заметно меньшей

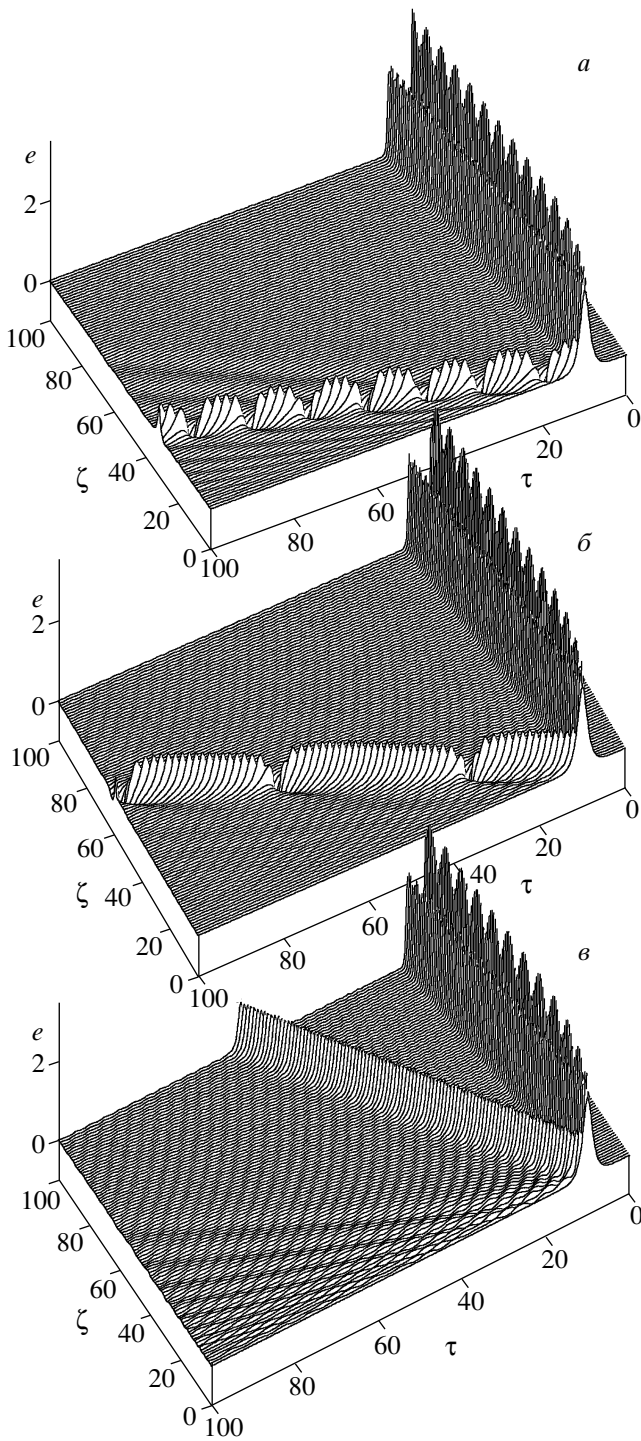


Рис. 9. Формирование однополярного стационарного импульса из биполярного ненулевого бризера при росте μ в область отрицательных значений: $\mu = -3.78$ (а), -3.85 (б), -4.0 (в)

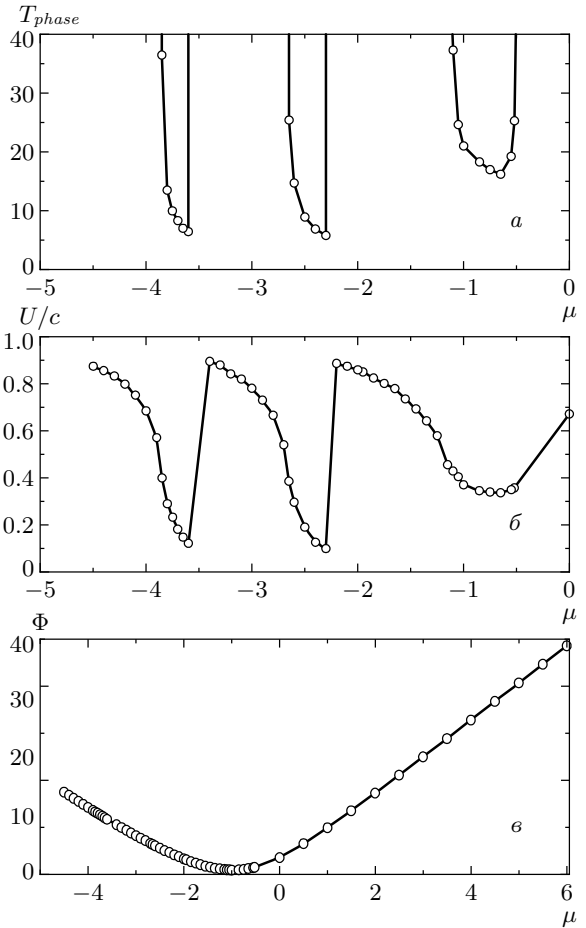


Рис. 10. Зависимости периода смены фазы ненулевого бризера T_{phase} (а) и скорости его распространения U (б) от величины параметра $\mu < 0$. в — Зависимость угла поворота $\Phi(\zeta = 0)$ вектора Блоха относительно вектора эффективного поля для ПКИ на входе в среду от μ

скорости света (рис. 7, 9). Две компоненты из этой тройки имеют противоположные по знаку, но одинаковые по величине фазовые скорости и составляют биполярный 0π -импульс (рис. 11). Третий импульс — стационарный ПКИ (7). С уменьшением штарковского параметра разность фазовых скоростей убывает и, соответственно, скорость смены фаз во временной форме наблюдаемого биполярного сигнала замедляется (рис. 9). В пределе разности фазовых скоростей, равной нулю, два импульса противоположной полярности совмещаются на временной шкале и аннигилируют. В результате остается стационарный сигнал (рис. 9в), скорость которого тем больше, чем меньше его длительность. По мере уменьшения величины μ процесс рождения и исчезновения биполярного сигнала повторяется в убы-

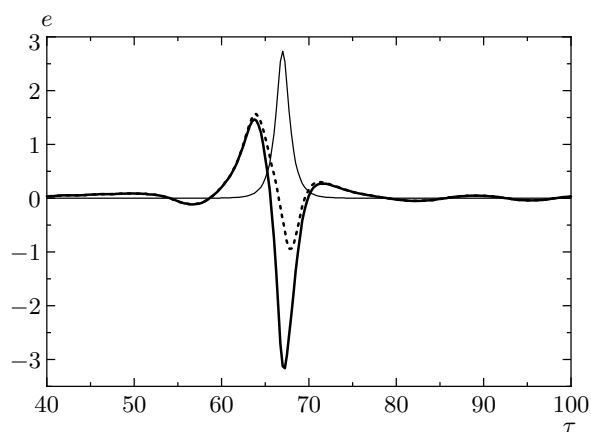


Рис. 11. Ненулевой бризер как сумма стационарного сигнала (7) и 0π -импульса для $\mu = -1$, $\zeta = 35$. Жирная линия — $e(\zeta = 35, \tau)$, биполярный импульс ненулевой площади; тонкая линия — $e_{st}(\zeta = 35, \tau)$, стационарный ПКИ длительности $\delta_{st} = 1$; пунктирная линия — $e - e_{st}$, биполярный импульс нулевой площади (0π -импульс)

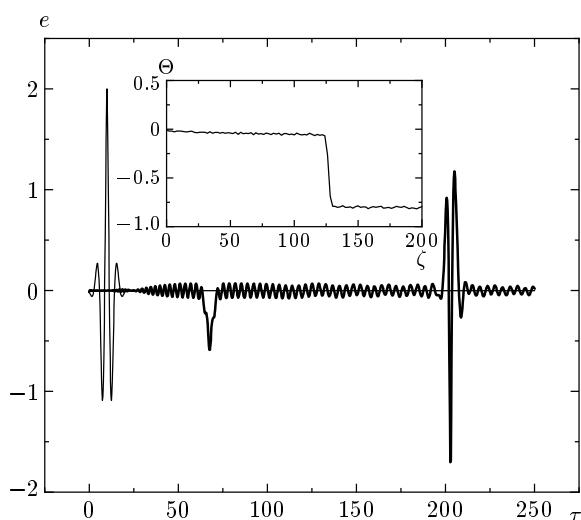


Рис. 12. Возникновение ПКИ отрицательной полярности и ненулевого бризера из исходного 0π -импульса (бризера) на больших глубинах проникновения в штарковскую среду с $\mu = -1$: $\zeta = 0$ (тонкая линия), 100 (жирная). Импульсная площадь ненулевого бризера равна π (на вставке)

стряжемся темпе (рис. 10а, б).

Необходимо отметить, что обсуждавшийся выше осцилляторный сигнал ненулевой площади при отрицательных значениях штарковского параметра μ формируется и в том случае, когда на входе в среду задан лэмбовский [35] 0π -импульс (рис. 12).

При варьировании величины μ и частоты колебаний поля исходного бризера в этом процессе возникает множество любопытных деталей, одна из которых — ПКИ отрицательной полярности с импульсной площадью, компенсирующей площадь «ненулевого» бризера (рис. 12).

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе численно рассмотрена пространственно-временная динамика предельно коротких импульсов в среде, у которой переход между двумя квантовыми состояниями характеризуется оператором дипольного момента с ненулевыми диагональными матричными элементами (штарковская среда). Предположение о предельной краткости импульсов влечет отказ от представлений о медленности зависимых переменных для поля и среды, их частотах и фазах, и формулирование модели Максвелла–Блоха в терминах напряженности самого поля с определенной полярностью и истинных, без приближения вращающихся волн, компонент матрицы плотности. В результате в уравнениях Блоха (4) на месте частотной отстройки возникают сомножители, пороговым образом зависящие от величины и знака поля и штарковского параметра μ . Именно эта особенность модели и определяет основные черты временной эволюции ПКИ. К примеру, импульсную площадь нельзя использовать, как в случае самоиндуцированной прозрачности, для предсказания числа субимпульсов, возникающих из мощного входного сигнала. Для формулирования правила, аналогичного теореме площадей, в качестве параметра скорее подходит угол поворота блоховского вектора при его прецессии вокруг вектора эффективного поля. К этому следует добавить, что всякий раз, когда амплитуда (не огибающая) входного поля e_p стремится к величине $1/\mu$ при $\mu < 0$, величина эффективной отстройки Ω_3 стремится к нулю и уже на малых глубинах среды формируется устойчивый уединенный биполярный ПКИ с импульсной площадью, не равной нулю. Наблюдаемый на рис. 7–10 электромагнитный объект получен численным путем и аналитические свойства этого решения пока не известны, однако моделирование демонстрирует отчетливо выраженную устойчивость «ненулевого» бризера. Она заключается в том, что биполярный сигнал выдерживает, не распадаясь, столкновения со стационарным решением типа (7), с себе подобным сигналом другой периодичности, и проникает, не

распадаясь, сквозь полосу сильного модуляционного возмущения. Все это является атрибутами солитонных решений, хотя окончательный ответ на вопрос, является ли обнаруженный биполярный импульс солитоном или нет, можно дать только после анализа спектральной задачи метода обратной задачи рассеяния для рассматриваемой модели. В этой связи нельзя не вспомнить работу [39], где в условиях двухимпульсного возбуждения, характерного для задач фотонного эха, были посчитаны собственные значения спектральной задачи Захарова–Шабата, зависящие параметрически от скважности импульсов внешнего поля. Последующее численное моделирование [40, 41] показало, что собственные значения возникают тройками в виде антисопряженной пары, дающей бризер, и одиночного корня, ответственного за 2π -импульс (солитон). Увеличение скважности приводило к уменьшению разности фазовых скоростей бризерных компонент и превращению бризера в пару $\pm 2\pi$ -импульсов. Очевидная схожесть этой картины с тем, что можно увидеть в расчетах, представленных на рис. 7–11, позволяет надеяться на аналогичные подходы в интерпретации полученных результатов в рамках анализа найденных в работах [20, 31] свойств спектральной задачи.

Выражаю благодарность своим коллегам А. И. Маймистову, А. М. Башарову и Э. А. Маныкину за плодотворные дискуссии по затронутым в работе вопросам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 03-02-16979).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. E. Kaplan and P. L. Shkolnikov, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2316 (1995).
2. A. E. Kaplan, S. F. Straub, and P. L. Shkolnikov, *J. Opt. Soc. Amer. B* **14**, 3013 (1997).
3. L. Gilles, J. V. Moloney, and L. Vázquez, *Phys. Rev. E* **60**, 1051 (1999).
4. А. Б. Шварцбург, *УФН* **168**, 85 (1998).
5. N. Bloembergen, *Rev. Mod. Phys.* **71**, S283 (1999).
6. Th. Brabec and F. Krausz, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).
7. А. И. Маймистов, *КЭ* **24**, 963 (1997).
8. K. Akimoto, *J. Phys. Soc. Jpn.* **65**, 2020 (1996).
9. S. V. Sazonov and E. V. Trifonov, *J. Phys. B* **27**, L7 (1994).
10. S. L. Chin, A. Brodeur, S. Petit, O. G. Kosareva, and V. P. Kandidov, *J. Nonlinear Opt. Phys. Matter.* **8**, 121 (1999).
11. С. А. Козлов, *Проблемы когерентной и нелинейной оптики*, СПбГИТМО, Санкт-Петербург (2000), с. 136.
12. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978).
13. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, Москва (1988).
14. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear Optical Waves*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht–Boston–London (1999).
15. A. I. Maimistov, A. M. Basharov, S. O. Elyutin, and Yu. M. Sklyarov, *Phys. Rep.* **191**, 1 (1990).
16. V. G. Bespalov, S. A. Kozlov, Yu. A. Shpolyansky, and I. A. Walmsley, *Phys. Rev. A* **66**, 013811 (2002).
17. А. И. Маймистов, *КЭ* **30**, 287 (2000).
18. С. А. Козлов, С. В. Сазонов, *ЖЭТФ* **11**, 404 (1997).
19. В. Н. Серкин, Э. М. Шмидт, Т. Л. Беляева, Э. Марти-Панаменго, Х. Салазар, *КЭ* **24**, 923 (1997).
20. J.-G. Caputo and A. I. Maimistov, *Phys. Lett. A* **296**, 34 (2002).
21. А. Н. Берковский, С. А. Козлов, Ю. А. Шполянский, *Опт. ж.* **69**, 35 (2002).
22. Н. Н. Розанов, *Проблемы когерентной и нелинейной оптики*, СПбГИТМО, Санкт-Петербург (2000), с. 53.
23. R. K. Bullough and F. Ahmad, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 330 (1971).
24. R. K. Bullough, P. M. Jack, P. W. Kitchenside, and R. Saunders, *Phys. Scripta* **20**, 364 (1979).
25. J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, P. L. Caundrey, and R. K. Bullough, *J. Phys. A* **6**, 1337 (1973).
26. M. Kaluža and J. T. Muckerman, *Phys. Rev. A* **51**, 1694 (1995).
27. R. Bavli and Y. B. Band, *Phys. Rev. A* **43**, 5039 (1991).
28. G. F. Thomas, *Phys. Rev. A* **33**, 1033 (1986).
29. A. Brown and W. J. Meath, *Phys. Rev. A* **63**, 013403 (2000).

30. L. W. Casperson, Phys. Rev. A **57**, 609 (1998).
31. M. Agrotis, N. M. Ercolani, S. A. Glasgow, and J. V. Moloney, Physica D **138**, 134 (2000).
32. А. И. Маймистов, Дж.-Ги Капуто, Опт. и спектр. **94**, 271 (2003).
33. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev. Lett. **18**, 908 (1967).
34. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev. **183**, 457 (1969).
35. G. L. Lamb, Jr., Phys. Rev. A **9**, 422 (1974).
36. S. Kočinac, Z. Ikonić, and V. Milanović, Opt. Comm. **140**, 89 (1997).
37. S. Nakai and W. J. Meath, J. Chem. Phys. **96**, 4991 (1992).
38. В. Е. Захаров, А. Б. Шабат, ЖЭТФ **61**, 118 (1971).
39. С. М. Захаров, Э. А. Манькин, ЖЭТФ **82**, 379 (1982).
40. С. О. Елютин, А. И. Маймистов, Опт. и спектр. **61**, 1058 (1986).
41. S. Elyutin, A. Maimistov, E. Manykin, and Yu. Sklyarov, Phys. Lett. A **142**, 493 (1989).