

# СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОГЕРЕНТНЫХ ЭФФЕКТОВ В СИЛЬНОНЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

*В. Л. Кузьмин*<sup>\*а</sup>, *И. В. Меглинский*<sup>б,с</sup>, *Д. Ю. Чурмаков*<sup>с</sup>

<sup>а</sup> *Санкт-Петербургский торгово-экономический институт  
194021, Санкт-Петербург, Россия*

<sup>б</sup> *Саратовский государственный университет  
410026, Саратов, Россия*

<sup>с</sup> *Cranfield University, School of Engineering  
Cranfield, MK43 0AL, UK*

Поступила в редакцию 24 ноября 2004 г.

Сопоставлением стохастического метода Монте-Карло и итерационного подхода к решению уравнения Бете–Солпитера развита процедура численного моделирования когерентных эффектов в многократно рассеивающих средах. Рассчитаны временная корреляционная функция и интерференционная составляющая когерентного обратного рассеяния для скалярного и электромагнитного полей. Результаты моделирования находятся в хорошем согласии с теоретическими результатами, полученными путем обобщения решения Милна, и с экспериментальными данными.

PACS: 42.25.Ja, 42.25.Kb, 42.25.Dd

## 1. ВВЕДЕНИЕ

При исследовании когерентных эффектов света в случайно-неоднородных средах в последнее время широко применяется стохастическое моделирование в рамках метода Монте-Карло [1–10]. Эти эффекты (когерентное обратное рассеяние, пространственные и временные корреляции интенсивности) обусловлены волновой природой света и наблюдаются, несмотря на режим многократного рассеяния, в самых различных диэлектрических системах [11], таких как коллоидные суспензии, жидкие кристаллы и биологические ткани.

Стандартная техника моделирования излучения в случайной среде основана на представлении о переносе интенсивности. Фазовые соотношения между полями, образующими интенсивность, при этом остаются за рамками моделирования, их учет требует специального подхода.

Теория многократного рассеяния в случайных средах, включая теорию когерентных и интерференционных эффектов, основана на уравнении Бете–Солпитера (см. [12]). В настоящей работе, со-

поставляя стохастический метод Монте-Карло [13] с теоретическим методом, состоящим в представлении решения уравнения Бете–Солпитера в виде ряда по кратностям рассеяния, мы показываем, как обобщается стандартная техника Монте-Карло в рамках единого подхода при численном моделировании временной корреляционной функции интенсивности, обратного когерентного рассеяния и других когерентных эффектов, требующих учета фазовых сдвигов.

В результате многократного рассеяния поляризованный свет полностью деполаризуется, что позволяет ограничиться описанием в рамках скалярного поля. Однако в случае обратного рассеяния вклады низших кратностей приводят к тому, что рассеянный свет остается частично поляризованным. Эксперимент указывает на значительную роль поляризации [14–16] в обратном рассеянии.

Путем обобщения решения Милна на случай электромагнитного поля в работах [17–22] была решена задача о многократном рассеянии точечными, рэлеевскими частицами. В [17, 18] векторное уравнение переноса было решено для рассеяния строго назад с учетом интерференционной составляющей,

\*E-mail: vladimir.kuzmin@paloma.spbu.ru

а в [19, 20] были рассчитаны угловые зависимости интенсивности обратного рассеяния с учетом поляризации. В работе [21] было получено решение для временной корреляционной функции. В работе [22] это решение было обобщено на случай рассеивателей конечных размеров.

В работе [2] была реализована процедура Монте-Карло для расчета интенсивности обратного когерентного рассеяния, включая когерентную составляющую; для рэлеевского рассеяния высота пика обратного когерентного рассеяния оказалась значительно меньше величины усиления, предсказываемого точным решением [19, 22]. В работе [23] также моделировалось обратное рассеяние электромагнитного поля, при этом рассчитана скорость деполаризации линейно поляризованного света в зависимости от числа актов рассеяния. Для рэлеевского рассеяния полученная зависимость совпадает с предсказанием [24], полученным в рамках диффузионного приближения, однако с ростом анизотропии сечения однократного рассеяния результат численного моделирования заметно отличается от теории.

В настоящей работе развит метод стохастического моделирования когерентных эффектов с учетом поляризации электромагнитного поля. Для рэлеевского рассеяния полученные численные значения согласуются с теоретическими. Это позволяет считать данные, полученные для общего случая анизотропного сечения рассеяния, надежными.

В работе рассмотрен наиболее распространенный в теоретических исследованиях случай рассеяния оптического излучения в среде, занимающей полупространство с плоской границей раздела. Для ясности изложения метода мы рассматриваем нормальное падение и рассеяние, близкое к обратному.

В разд. 2 приведены общие выражения для временной корреляционной функции и интерференционной составляющей обратного рассеяния. В разд. 3 изложены в сравнении метод суммирования лестничных диаграмм и метод Монте-Карло, а также приведены результаты моделирования временной корреляционной функции и обратного когерентного рассеяния для скалярного поля. В разд. 4 рассмотрены результаты моделирования для линейно поляризованного света. В Заключении проведено обсуждение результатов.

## 2. ПЕРЕНОС КОРРЕЛЯЦИЙ ПОЛЯ

Пусть среда занимает полупространство  $z > 0$ , где  $z$  — декартова координата, нормальная грани-

це среды,  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_s$  — волновые векторы падающей и рассеянной плоских волн.

Перенос корреляций поля в неоднородной дисперсной среде со случайными пространственно-временными флуктуациями диэлектрической проницаемости описывается интегральным уравнением Бете–Солпитера:

$$\hat{\Gamma}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = k_0^4 \tilde{G}(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i, t) \delta(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1) \hat{I} + k_0^4 \int d\mathbf{R}_3 \tilde{G}(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{23}, t) \hat{\Lambda}(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3) \times \hat{\Gamma}(\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_1, t | \mathbf{k}_{23}, \mathbf{k}_i). \quad (2.1)$$

Здесь  $\Gamma_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$  — пропагатор, или функция Грина уравнения Бете–Солпитера, представляет собой тензор четвертого ранга. Он описывает перенос двух комплексно-сопряженных полей, приходящих со сдвигом по времени  $t$  в точку  $\mathbf{R}_1$  с волновым вектором  $\mathbf{k}_i$  и поляризацией, описываемой декартовыми индексами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , и выходящих из точки  $\mathbf{R}_2$  с волновым вектором  $\mathbf{k}_s$  и поляризацией  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Здесь  $k_0 = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны,  $k_s = k_i = k = nk_0$ ,  $n$  — показатель преломления случайной среды:  $n = n_1 + in_2$ ,  $n_1$  и  $n_2$  — соответственно, вещественная и мнимая части  $n$ ; мнимая часть  $n_2$  определяет среднюю длину свободного пробега фотона,  $(2n_2 k_0)^{-1} = l$ . Величина

$$\mathbf{k}_{ij} = k(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) |\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|^{-1}$$

задает волновой вектор между  $i$ -м и  $j$ -м актами рассеяния. Тензор четвертого ранга  $\hat{\Lambda}(\mathbf{R})$ ,

$$\Lambda_{\alpha\beta\mu\nu}(\mathbf{R}) = \left( \hat{I} - \frac{\mathbf{R} \otimes \mathbf{R}}{R^2} \right)_{\alpha\mu} \times \left( \hat{I} - \frac{\mathbf{R} \otimes \mathbf{R}}{R^2} \right)_{\beta\nu} \frac{\exp(-R/l)}{R^2}, \quad (2.2)$$

представляет собой прямое произведение комплексно-сопряженной пары функций Грина волнового уравнения Максвелла в дальней зоне и описывает преобразование пары полей с поляризациями  $\mu$  и  $\nu$  в пару полей с поляризациями  $\alpha$  и  $\beta$  в результате одного акта рассеяния.

В приближении слабого рассеяния,  $\lambda \ll l$ , которое обычно выполняется в рассматриваемых диэлектрических системах,  $\tilde{G}(\mathbf{q}, t)$  представляет собой фурье-образ корреляционной функции пространственно-временных флуктуаций диэлектрической проницаемости:

$$\tilde{G}(\mathbf{q}, t) = \frac{1}{(4\pi)^2} \int d\mathbf{r} \langle \delta\varepsilon(0, 0) \delta\varepsilon(\mathbf{r}, t) \rangle \times \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}). \quad (2.3)$$

Ключевую роль в задачах многократного рассеяния играет оптическая теорема, которая связывает сечение однократного рассеяния и длину рассеяния  $l_s$ . Для электромагнитного поля оптическая теорема в приближении слабого рассеяния, или борновском приближении, имеет вид

$$l_s^{-1} = \Gamma_R^{-1} k_0^4 \int d\Omega_s \tilde{G}_0(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i). \quad (2.4)$$

Здесь  $\tilde{G}_0(\mathbf{q}) = \tilde{G}(\mathbf{q}, t)$  — фурье-образ статического коррелятора флуктуаций диэлектрической проницаемости,  $\Gamma_R = 2(1 + \cos^2 \theta)^{-1}$  — рэлеевский множитель,

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{\int d\Omega_s \tilde{G}_0(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cos^2 \theta_s}{\int d\Omega_s \tilde{G}_0(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i)}$$

— квадрат косинуса угла рассеяния между волновыми векторами  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_s$ , усредненный по сечению однократного рассеяния.

Средняя длина свободного пробега фотона  $l$  и длина рассеяния  $l_s$  связаны соотношением

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_s} + \frac{1}{l_a}, \quad (2.5)$$

где  $l_a$  — характерная длина поглощения, обусловленная неупругим рассеянием. Для рассматриваемых сред  $l_a \gg l$  и отношение  $l/l_s$  близко к единице.

Определим нормированную корреляционную функцию флуктуаций диэлектрической проницаемости,

$$p(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s, t) = \frac{\tilde{G}(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s, t)}{\int \tilde{G}(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s, 0) d\Omega_s}. \quad (2.6)$$

При  $t = 0$  она совпадает с фазовой функцией  $p_0(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s) = p(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s, 0)$ , описывающей сечение однократного рассеяния.

Итерируя уравнение Бете–Солпитера, с использованием оптической теоремы получаем ряд

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) &= \Gamma_R l_s^{-1} p(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s, t) \delta(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1) + \\ &+ \Gamma_R^2 l_s^{-2} p(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{21}, t) \hat{\Lambda}(\mathbf{R}_{21}) p(\mathbf{k}_{21} - \mathbf{k}_i, t) + \\ &+ \Gamma_R^3 l_s^{-3} \int d\mathbf{R}_3 p(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{23}, t) \hat{\Lambda}(\mathbf{R}_{23}) p(\mathbf{k}_{23} - \mathbf{k}_{31}, t) \times \\ &\times \hat{\Lambda}(\mathbf{R}_{31}) p(\mathbf{k}_{31} - \mathbf{k}_i, t) + \dots, \quad (2.7) \end{aligned}$$

обычно иллюстрируемый в виде ряда лестничных диаграмм.

Определим бинарную корреляционную функцию поля, наблюдаемую на некотором большом расстоянии  $r$  от рассеивающей среды, в виде

$$\begin{aligned} \hat{C}^{(E)}(t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) &= \\ &= \hat{C}^{(L)}(t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) + \hat{C}^{(V)}(t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i), \quad (2.8) \end{aligned}$$

где  $\hat{C}^{(L)}(t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$  представляет собой вклад лестничных диаграмм, описывающий некогерентную составляющую, а  $\hat{C}^{(V)}(t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$  — интерференционную составляющую, наблюдаемую в обратном рассеянии.

В случае нормального падения и рассеяния, близкого к обратному, лестничная и интерференционная составляющие временной корреляционной функции поля имеют, соответственно, вид [24, 25]

$$\begin{aligned} C_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}^{(L)}(t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) &= \\ &= \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \Gamma_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{z_1 + z_2}{l}\right), \quad (2.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2}^{(V)}(t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) &= \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \times \\ &\times \left[ \Gamma_{\beta_1 \alpha_2 \alpha_1 \beta_2} \left( \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, t \left| \frac{\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i}{2}, \frac{\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s}{2} \right. \right) - \right. \\ &\left. - k_0^4 \tilde{G}(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i, t) \delta(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1) \delta_{\alpha_1 \beta_1} \delta_{\alpha_2 \beta_2} \right] \times \\ &\times \exp\left(-\frac{z_1 + z_2}{l} + i(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i)_\perp \cdot (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)_\perp\right), \quad (2.10) \end{aligned}$$

где индекс « $\perp$ » обозначает составляющую, перпендикулярную нормали к границе среды. Легко видеть, что при рассеянии назад,  $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$ , поляризованная составляющая интерференционного вклада  $\hat{C}^{(V)}(t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$  в точности совпадает с поляризованной составляющей основного, некогерентного вклада  $\hat{C}^{(L)}(t | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$  до вычитания вклада однократного рассеяния; деполаризованные компоненты не совпадают.

Некогерентная составляющая определяет временную корреляционную функцию поля,

$$g_1(t) = \frac{C^{(L)}(t | -\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_i)}{C^{(L)}(0 | -\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_i)}. \quad (2.11)$$

Корреляционная функция интенсивности в пренебрежении негауссовыми дальнедействующими составляющими представляется как квадрат корреляционной функции поля  $g_2(t) = 1 + g_1^2(t)$ .

Интерференционная составляющая (2.10) при  $t = 0$  описывает пик обратного когерентного рассеяния

$$I^{CBS}(\theta_s) = \frac{C^{(V)}(0 | \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)}{C^{(V)}(0 | -\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_i)} \quad (2.12)$$

и его угловую зависимость.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ РЯДА ПО КРАТНОСТЯМ РАССЕЯНИЯ. СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ

Сопоставим процедуру аналитического суммирования ряда лестничных диаграмм и метод Монте-Карло, сочетающий схему расчета стохастических траекторий и использование статистических весов [26, 27]. Рассмотрим вначале скалярное поле. При переходе к случаю скалярного поля тензор  $\hat{\Lambda}(\mathbf{R})$  заменяется на скалярную функцию  $\Lambda_0(R) = R^{-2} \exp(-R/l)$ , а рэлеевский множитель  $\Gamma_R$  — на единицу. Первое слагаемое итерационного ряда описывает однократное рассеяние, второе — два акта рассеяния и т. д.

Метод Монте-Карло описывает распространение излучения как случайный процесс, состоящий из одного, двух, . . . ,  $n$  актов рассеяния. Добавление в теоретическом описании одного звена лестницы  $\Lambda(R_j) p_0(\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_{j-1})$  в численном эксперименте реализуется посредством моделирования пробега фотона (пакета фотонов) на некоторое расстояние  $R$  до очередного акта рассеяния. Случайная величина свободного пробега фотона  $R$  между двумя последовательными актами рассеяния определяется законом распределения Пуассона [13]:

$$f(R) = l^{-1} \exp(-R/l). \quad (3.1)$$

Из этого распределения следует, что  $R = -l \ln \xi$ , где  $\xi$  — вероятность того, что величина свободного пробега превосходит  $R$ ; значение  $\xi$  выбирается посредством генератора случайных чисел в интервале  $[0, 1]$ . Направление движения пакета фотонов при каждом акте упругого рассеяния определяется также случайным образом с учетом фазовой функции (2.6). В результате возникает стохастическая траектория фотона, испущенного в точке  $\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_S$ , претерпевшего  $n$  столкновений в точках  $\mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_n$  и регистрируемого на поверхности в точке  $\mathbf{R}_{n+1} = \mathbf{R}_D$ ; эта траектория случайным образом моделирует член  $n$ -го порядка указанного итерационного ряда (рис. 1).

Пусть  $W_i$  — статистический вес  $i$ -го фотона, достигшего детектор. Тогда сумма этих весов задает в

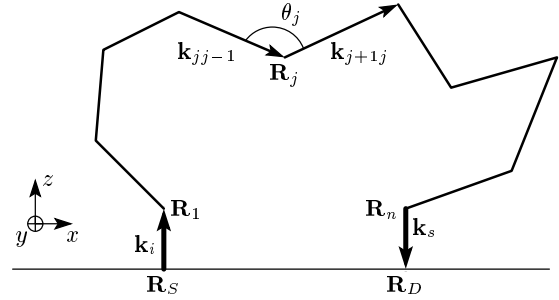


Рис. 1. Траектория случайных блужданий фотона от точки входа  $\mathbf{R}_S$  до точки выхода  $\mathbf{R}_D$ ;  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_n$  — точки первого и последнего,  $n$ -го, актов рассеяния;  $\mathbf{k}_{j-1}$  и  $\mathbf{k}_{j+1}$  — волновые векторы до и после  $j$ -го акта рассеяния,  $\theta_j$  — угол между указанными волновыми векторами

произвольных единицах интенсивность рассеянного излучения в точке регистрации

$$I = \sum_i W_i.$$

В случае изотропного рассеяния  $W_i = 1/N_{ph}$ , где  $N_{ph}$  — объем выборки, в случае анизотропного рассеяния эта величина домножается на произведение фазовых функций.

Сложность аналитического вычисления состоит в том, что интегралы по  $\mathbf{R}_i$  не расцепляются, так как фазовые функции зависят от взаимного расположения рассеивающих частиц. Численное моделирование расцепляет данную цепочку, задавая на каждом шаге случайным образом направление и величину свободного пробега пакета фотонов.

В силу условия нормировки фазовой функции,

$$\int p_0(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s) d\Omega = 1, \quad (3.2)$$

статистический вес пакета фотонов после каждого акта рассеяния не изменяется. В теоретическом описании сохранение веса пакета выполняется согласно оптической теореме. Действительно, поскольку

$$\int \Lambda_0(R) d\mathbf{R} = 4\pi l,$$

параметр разложения итерационного ряда (2.7) равен

$$l_s^{-1} \int d\Omega_n \int d\mathbf{R}_{i+1} \Lambda_0(\mathbf{R}_{i+1} - \mathbf{R}_i) p_0(\mathbf{k}_{i+1} - \mathbf{k}_i) = l_s^{-1} l. \quad (3.3)$$

Укажем, что именно вид пропагатора  $\Lambda_0(R)$  и приводит к заданию распределения (3.1). В отсутствие

поглощения величина  $l_s^{-1}l$  в точности равна единице, что свидетельствует о сохранении веса пакета фотонов. В аналитических расчетах именно условие  $l_s^{-1}l = 1$  делает непригодным метод последовательных приближений для решения уравнения Бете–Солпитера.

Фотон дает вклад в регистрируемый сигнал, если он пересекает границу среды в точке детектирования под заданным углом. Затем моделируется траектория следующего фотона. Объем выборки падающих фотонов варьировался в пределах  $10^5$ – $10^7$ . При числе актов рассеяния более  $10^4$  моделирование траектории фотона прекращалось. Мы также переставали следить за фотоном в случае, когда его статистический вес становился меньше  $10^{-3}$ . По нашим оценкам вероятность детектирования такого фотона на поверхности не превышает величину порядка  $10^{-2}$ , поэтому такое пренебрежение приводит к погрешности не более  $10^{-5}$ . Мы контролировали точность вычисляемых параметров по устойчивости числовых значений с ростом объема выборки. При мощности выборки  $10^5$  величина интенсивности устойчива с точностью не менее четырех знаков.

В качестве фазовой функции мы использовали функцию Хенби–Гринштейна (см. [28]). В работах [2, 29] использовалась функция Рэлея–Ганса.

В случае, когда доля рассеянных фотонов с требуемыми свойствами, например, рассеянных в узком телесном угле при моделировании когерентного обратного рассеяния, мала, время, затрачиваемое на набор надежной статистики, может оказаться весьма большим в описанной стандартной технике моделирования.

Для улучшения статистики мы использовали полуаналитический метод моделирования [30], известный также как метод локальной оценки [31], в котором каждый фотон дает вклад в рассеянное излучение. Пусть траектория содержит  $N$  актов рассеяния. Вес  $i$ -го фотона после  $n$  ( $n < N$ ) актов рассеяния равен  $W_n^{(i)}$ . Вклад всех траекторий с числом рассеяний  $n$  моделирует член итерационного ряда (2.7), описывающий  $n$ -кратное рассеяние в лестничной составляющей (2.9):

$$C^{(L)} \sim \sum_i W_n^{(i)} \exp(-z_n^{(i)}/l),$$

где  $z_n^{(i)}$  — расстояние до границы среды от точки последнего,  $n$ -го акта рассеяния. Таким образом, в такой методике каждый фотон дает вклад в регистрируемое излучение. В этой методике точность моделирования легко контролируется путем сравнения с аналитическими результатами, которые можно по-

лучить для низших кратностей. Так, в случае изотропного рассеяния вклады одно- и двукратного рассеяния в интенсивность равны

$$I_{single} = l^{-1} \int dz_1 d\mathbf{R}_2 \delta(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1) \times \exp\left(-\frac{z_1 + z_2}{l}\right) = \frac{1}{2},$$

$$I_{double} = (4\pi)^{-1} l^{-2} \int dz_1 \int d\mathbf{R}_2 \Lambda_0(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1) \times \exp\left(-\frac{z_1 + z_2}{l}\right) = \ln \sqrt{2} = 0.346 \dots$$

Используя изложенный метод, мы воспроизвели в результате моделирования эти теоретические значения с большой точностью.

Проведенный анализ по сопоставлению теоретического подхода, основанного на уравнении Бете–Солпитера, и метода Монте-Карло позволяет обобщить последний для моделирования когерентных эффектов многократного рассеяния.

Вычисление временной корреляционной функции отличается от вычисления интенсивности тем, что направление пакета фотонов при рассеянии определяется не фазовой функцией, а ее обобщением  $p(\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_{j-1}, t)$ , зависящим от временного сдвига  $t$ . В большей части известных приложений [15, 32] изучается диффузионный механизм временной эволюции неоднородностей, когда временную корреляционную функцию флуктуаций интенсивности можно представить в виде произведения статического коррелятора и экспоненциальной функции:

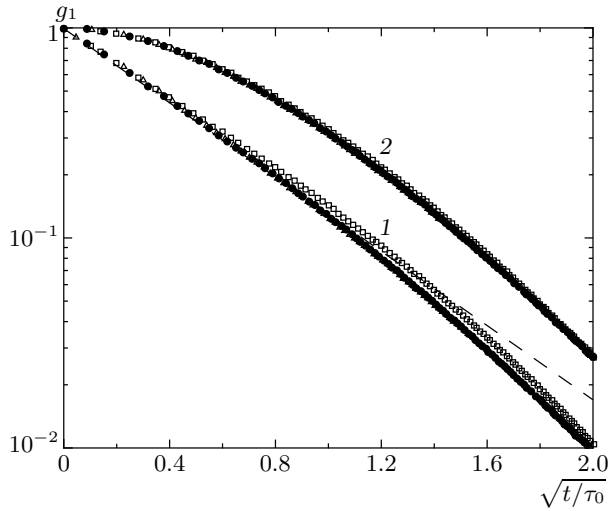
$$p(q, t) \approx p_0(q) \exp(-D_s q^2 t), \quad (3.4)$$

где  $D_s$  — коэффициент самодиффузии. Таким образом, временная корреляционная функция вычисляется в методе Монте-Карло как

$$g_1(t) = \sum_{i=1}^{N_{ph}} W_i \exp\left(-2\frac{t}{\tau} n_i \left(1 - \frac{1}{n_i} \sum_j^{n_i} \cos \theta_j\right)\right), \quad (3.5)$$

где  $\tau = (D_s k^2)^{-1}$  — характерное время броуновской диффузии рассеивателя на расстояние  $\lambda$ ,  $\theta_j$  — угол рассеяния в  $j$ -м акте рассеяния. Результат практически не изменяется при замене среднего по выборке на среднее по фазовой функции

$$\frac{1}{n_i} \sum_j^{n_i} \cos \theta_j \rightarrow \overline{\cos \theta} = \frac{\int d\Omega_s \tilde{G}_0(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cos \theta_s}{\int d\Omega_s \tilde{G}_0(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i)},$$



**Рис. 2.** Временная корреляционная функция поля, рассеянного назад полубесконечной средой (1), слоем толщиной  $L = l^*$  (2), в зависимости от временного аргумента  $\sqrt{t/\tau}$  для трех значений параметра анизотропии:  $\cos\theta = 0$  ( $\square$ ), 0.5 ( $\bullet$ ), 0.9 ( $\triangle$ ); штриховая линия — аппроксимация (3.6),  $\gamma = 2$

в согласии с диффузионным приближением.

Для изотропного рассеяния известно точное решение Милна, что позволяет проконтролировать результаты моделирования. Точное решение дает для отношения полной интенсивности рассеянного назад излучения к интенсивности однократного рассеяния следующий результат  $I/I_{single} = 8.455 \dots$  (см. [12]). Описанная методика моделирования воспроизводит это значение с точностью не менее четырех знаков при объеме выборки порядка  $10^5$ . Для уменьшения времени моделирования вклад фотонов, для которых расстояние от точки входа до точки выхода превосходит в несколько десятков раз среднюю длину свободного пробега  $l$ , рассчитывался теоретически в рамках диффузионного приближения, а вклад фотонов, выходящих на расстоянии, меньшем указанного, находился путем описанной схемы моделирования.

На рис. 2 представлены результаты моделирования временной корреляционной функции поля для трех рассеивающих сред с различными значениями фактора анизотропии  $\cos\theta = 0, 0.5, 0.9$ . Мы выбрали значение  $l = 33$  мкм, что соответствует значениям транспортной длины  $l^* = l(1 - \overline{\cos\theta})^{-1}$  от 33 мкм для изотропного случая до 333 мкм для случая сильной анизотропии ( $\overline{\cos\theta} = 0.9$ ). В терминах  $\sqrt{t/\tau}$  корреляционная функция практически универсальна и не зависит от анизотропии однократно-

го рассеяния. Отметим также хорошее совпадение с экспериментальными данными [15, 16]. Полученная зависимость корреляционной функции поля хорошо описывается формулой вида

$$g_1(t) \propto \exp\left(-\gamma\sqrt{6t/\tau}\right), \quad (3.6)$$

предложенной в работе [15].

Отклонение от линейного закона убывания на очень малых временах объясняется недостаточной статистикой на больших расстояниях. С ростом времени вклад длинных оптических путей убывает, что ослабляет требования к объему статистической выборки.

Строго говоря, линейная зависимость от  $\sqrt{t/\tau}$  реализуется только при рассеянии от полубесконечной среды. В случае рассеяния слоем конечной толщины временная корреляционная функция убывает линейно со временем  $t$ . Однако даже для слоев толщиной порядка транспортной длины временная зависимость в терминах  $\sqrt{t/\tau}$  продолжает слабо зависеть от параметра анизотропии  $\overline{\cos\theta}$ .

Скорость убывания корреляционной функции, в безразмерных единицах  $t/\tau$  слабо зависящая от специфики среды, весьма сильно зависит от геометрии эксперимента. В таблице приведены коэффициенты наклона  $\gamma$  для случая изотропного рассеяния, вычисленные в диффузионном приближении, с использованием решения Милна и найденные в результате моделирования.

Видно, что при переходе от плоских волн к точечному источнику либо приемнику скорость убывания корреляций уменьшается. Как отмечается в работе [15], это связано с тем, что в случае плоских волн относительный вклад более длинных оптических путей возрастает, приводя к более быстрому убыванию корреляционной функции.

При моделировании заметим, что выражение для интенсивности интерференционной составляющей обратного рассеяния (см. (2.10)) содержит дополнительный множитель  $\exp(i\mathbf{q}_\perp \cdot (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)_\perp)$  по сравнению с выражением для интенсивности некогерентной составляющей. С учетом трансляционной инвариантности относительно координат  $\mathbf{R}_\perp$  этот множитель можно заменить на  $\cos(\mathbf{q}_\perp \cdot (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)_\perp)$ . При вычислении интенсивности когерентной составляющей обратного рассеяния надо умножить вес  $i$ -го фотона, пришедшего на границу раздела с вектором  $\mathbf{k}_s$  на расстоянии  $|(\mathbf{R}_S - \mathbf{R}_D^{(i)})_\perp|$  от точки входа  $\mathbf{R}_S$ , на множитель  $\cos(\mathbf{q}_\perp \cdot (\mathbf{R}_S - \mathbf{R}_D^{(i)})_\perp)$  и просум-

Коэффициенты наклона  $\gamma$  временной корреляционной функции поля в среде с изотропным сечением рассеяния: теоретические предсказания и результаты моделирования

| Падающее излучение | Рассеянное излучение     | Диффузионное приближение     | Решение Милна       | Метод Монте-Карло |
|--------------------|--------------------------|------------------------------|---------------------|-------------------|
| Плоская волна      | Плоская волна            | $2 \frac{(1+z^*)^2}{1+2z^*}$ | 2 [12, 22]          | $\approx 2$       |
| Плоская волна      | Точечный приемник        | $1+z^*$                      | $\approx 1.53$ [22] | $\approx 1.53$    |
| Точечный источник  | Все рассеянное излучение | $z^*$                        |                     | $\approx 1.2$     |

Примечание. Параметр Милна  $z^* \approx 0.71$ .

мировать по всем фотонам. В результате для пика когерентного обратного рассеяния получим

$$I^{CBS}(\theta_s) = \sum_i W_i \cos(\mathbf{q}_\perp \cdot (\mathbf{R}_S - \mathbf{R}_D^i)_\perp) - I_{single}.$$

Высота, или усиление, пика обратного рассеяния определяется в виде

$$h^{CBS} = \frac{2I - I_{single}}{I},$$

где  $I$  — интенсивность некогерентной составляющей. Мы получили  $h^{CBS} = 1.87$  для изотропного рассеяния, что находится в хорошем согласии со значением  $h_{theor}^{CBS} = 1.88$  [12], полученным на основе обобщенного решения Милна. Для  $\cos\theta = 0.9$  мы получили  $h^{CBS} = 1.99$  также в согласии с ожидаемым теоретическим значением  $h_{theor}^{CBS} = 2$  при  $\cos\theta \rightarrow 1$ .

Как и в случае временных корреляций, в безразмерных переменных  $\tilde{q} = kl^* \sin\theta_s$ , рассчитанная угловая зависимость интенсивности пика обратного когерентного рассеяния близка к универсальной (рис. 3) и достаточно хорошо описывается формулой

$$I^{CBS}(\theta_s) \propto \exp(-\gamma kl^* \sin\theta_s)$$

при  $\gamma = 2$ . Отметим, что эта зависимость существенно отличается от зависимости, предсказываемой диффузионным приближением [24]:

$$I_{diff}^{CBS} \propto 1 - 2 \frac{(l + z^* l^*)^2}{l + 2z^* l^*} k \sin\theta_s$$

при  $kl^* \sin\theta_s \ll 1$ , где  $z^* = 0.71 \dots$  — экстраполяционный параметр Милна. Эта формула дает наклон, в три раза уменьшающийся при переходе от случая изотропного рассеяния к случаю сильно анизотропного рассеяния:  $\gamma^{(diff)} = 2.3$  при  $\cos\theta = 0$  и  $\gamma^{(diff)} = 0.71$  при  $\cos\theta \rightarrow 1$  (см. [18]). Заметим, что результаты моделирования также указывают на

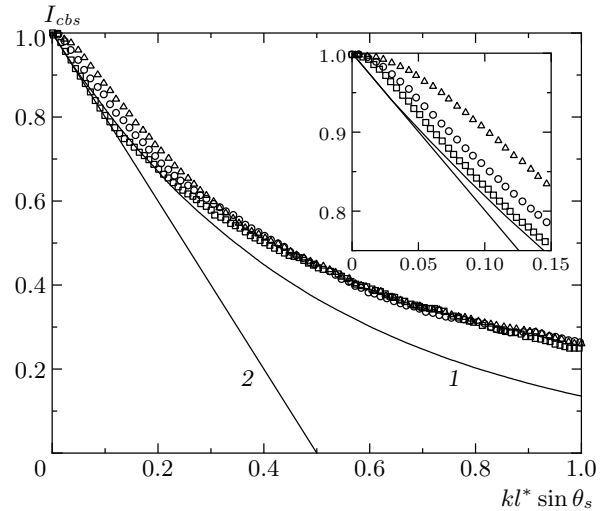


Рис. 3. Интенсивность пика обратного когерентного рассеяния в зависимости от  $kl^* \sin\theta_s$ ;  $\lambda = 0.6$  мкм,  $l = 33$  мкм,  $\cos\theta = 0$  ( $\square$ ),  $0.5$  ( $\circ$ ),  $0.9$  ( $\triangle$ ); 1 — аппроксимация  $\exp(-2kl^* \sin\theta_s)$ , 2 — функция вида  $1 - 2kl^* \sin\theta_s$ . На вставке изображены начальные участки, демонстрирующие отклонение от универсальности

уменьшение скорости убывания пика обратного когерентного рассеяния с ростом параметра анизотропии  $\cos\theta$  в области очень малых углов рассеяния,  $kl^* \sin\theta_s \leq 0.1$ .

#### 4. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

В случае электромагнитной волны надо дополнительно проследить, как изменяется направление поля, характеризуемое вектором поляризации, вдоль случайной траектории фотона. Согласно (2.2), для

этого надо вычислить результат действия цепочки операторов [24]

$$\prod_{j=1}^n \left( \hat{I} - (\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j) \otimes (\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j) \times \right. \\ \left. \times |\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j|^{-2} \right) \quad (4.1)$$

на падающее поле.

Пусть, как и в случае скалярного поля, вес каждого падающего пакета фотонов равен  $1/N_{ph}$ . В электромагнитном поле, кроме веса, задается также начальная поляризация поля фотона; в общем случае она определяется тремя декартовыми составляющими. Пусть поляризация поля каждого падающего фотона задается набором трех чисел:  $\mathbf{P}^{(in)} = (1; 0; 0)$ . Такой вектор начальной поляризации означает, что падающее поле поляризовано в направлении оси  $x$ .

При рассеянии поляризация поля меняется. Кроме обычной процедуры стохастического определения направления фотона после акта столкновения и определения весовой функции согласно фазовой функции, в каждом акте рассеяния надо вычислить новый вектор поляризации  $\mathbf{P}_{j+1}$  по предыдущему вектору  $\mathbf{P}_j$ :

$$\mathbf{P}_{j+1} = \left( \hat{I} - (\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j) \otimes (\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j) \times \right. \\ \left. \times |\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j|^{-2} \right) \mathbf{P}_j.$$

Пусть фотон испытывает всего  $n$  актов рассеяния. Тогда после последнего,  $n$ -го, рассеяния к точке наблюдения  $\mathbf{R}_D$  фотон подходит с вектором поляризации

$$\mathbf{P}^{(out)} = \prod_{j=1}^n \left( \hat{I} - (\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j) \otimes (\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j) \times \right. \\ \left. \times |\mathbf{R}_{j+1} - \mathbf{R}_j|^{-2} \right) \mathbf{P}^{(in)}. \quad (4.2)$$

Пусть  $W_i$  — статистический вес «скалярного»  $i$ -го фотона, пришедшего в точку  $\mathbf{R}_D$ . Тогда в результате суммирования по всем  $N_{ph}$  регистрируемым фотонам получим для поляризованной и деполаризованной компонент (для краткости индекс «out» опускаем) выражения

$$I_{pol} = I_{XX} = \sum_{i=1}^{N_{ph}} W_i P_{ix}^2 \Gamma_R^{ni}, \\ I_{depol} = I_{YX} = \sum_{i=1}^{N_{ph}} W_i P_{iy}^2 \Gamma_R^{ni}. \quad (4.3)$$

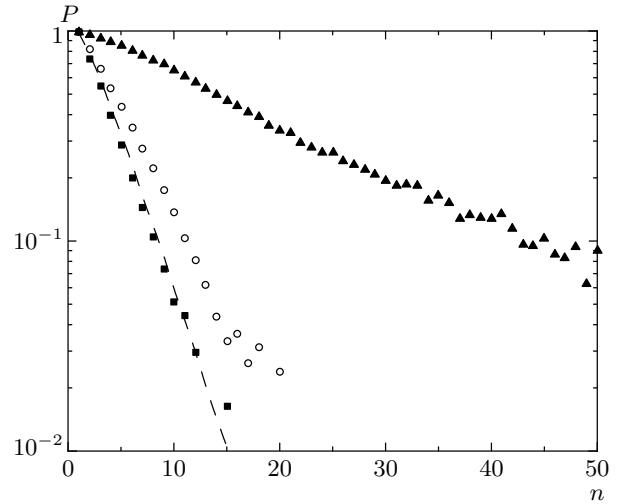


Рис. 4. Степень деполаризации  $P$  как функция числа актов рассеяния  $n$  для  $\cos \theta = 0$  (■),  $0.5$  (○)  $0.9$  (▲). Полубесконечный слой. Прямая линия — диффузионное приближение

В рассматриваемом случае рассеяния назад составляющая по  $z$  отсутствует. Отметим, что эти формулы описывают некогерентный вклад лестничных диаграмм,  $I_{\beta\alpha} = C_{\beta\beta\alpha\alpha}^{(L)}(0|\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ .

В случае электромагнитного поля вектор поляризации продолжает сильно флуктуировать даже при очень больших объемах статистической выборки, порядка  $10^5$  и более. В работе [24] в рамках диффузионного приближения была проанализирована скорость деполаризации в зависимости от числа актов рассеяния  $n$ . Для случая изотропного сечения однократного рассеяния степень деполаризации после  $n$  актов рассеяния, согласно [24], имеет вид

$$P(n) = \frac{I_{pol}(n) - I_{depol}(n)}{I_{pol}(n) + I_{depol}(n)} = \frac{3(0.7)^{n-1}}{2 + (0.7)^{n-1}}.$$

На рис. 4 представлены результаты расчета величины  $P(n)$ . Заметим, что число актов рассеяния фактически пропорционально длине оптического пути; поскольку длина пройденного пути прямо пропорциональна времени пролета, представленные зависимости иллюстрируют также закон расплывания ультракороткого светового импульса в сильно неоднородной среде. Видно, что деполаризация действительно экспоненциально убывает с увеличением оптического пути, однако скорость убывания отличается от предсказанной диффузионным приближением. С увеличением анизотропии характерная длина деполаризации возрастает, поскольку при больших значениях  $\overline{\cos \theta}$  фотон должен претерпеть в



$(1 - \overline{\cos \theta})^{-1}$  раз больше столкновений, нежели в изотропном случае, чтобы заметно изменить направление, а следовательно, и поляризацию. При  $n > 30$  результаты весьма неустойчивы. Это связано с тем, что произведения нечетного числа составляющих вектора поляризации вдоль поверхности теоретически равны нулю, однако стохастический результат сильно флуктуирует.

Мы провели расчеты следующим образом. Для траекторий с числом рассеяний, меньшим некоторого числа  $n_0$ , которое варьировалось в пределах от 20 до 50, расчет проводился по описанной схеме. Мы положили, что при  $n > n_0$  поляризованная и деполаризованная компоненты равны и, следовательно, могут быть вычислены как половина интенсивности, рассчитанной для скалярного поля:

$$I_{pol}(n) = I_{depol}(n) = \frac{1}{2} I_{scalar}(n).$$

Для контроля мы сравнили результаты моделирования в случае точечных рассеивателей с известными точными теоретическими результатами.

В случае рэлеевского рассеяния для нормального падения и рассеяния под углом  $180^\circ$  точное решение [21, 22], полученное в рамках обобщения решения Милна для электромагнитного поля, дает отношение поляризованной к деполаризованной компоненте некогерентной составляющей, равное  $I_{pol}/I_{depol} \approx 1.92$ . В результате численного моделирования мы получили  $I_{pol}/I_{depol} \approx 1.94$ . Известная величина отношения поляризованной компоненты рассеянного излучения к деполаризованной позволяет найти остаточную поляризацию некогерентной составляющей обратного рассеяния. Обобщенное решение Милна дает [19, 21, 22]

$$\frac{I_{pol} - I_{depol}}{I_{pol} + I_{depol}} \approx 0.31.$$

Численное моделирование дает результат 0.326. Близкое значение 0.33 получено численно в работе [23].

Определим высоту пика поляризованной компоненты когерентного обратного рассеяния как

$$h_{pol}^{CBS} = \frac{2I_{pol} - I_{single}}{I_{pol}}.$$

Теоретическое значение [19, 21, 22]  $h_{pol}^{CBS} \approx 1.75$ . Анализ данных моделирования, приведенных в работе [2], дает значение  $h_{pol}^{CBS} \approx 1.4$ , далекое от теоретического предсказания. В работе [29] получено  $h_{pol}^{CBS} \approx 1.69$ . Вычисленное нами значение  $h_{pol}^{CBS} \approx 1.746$  значительно лучше согласуется с теорией.

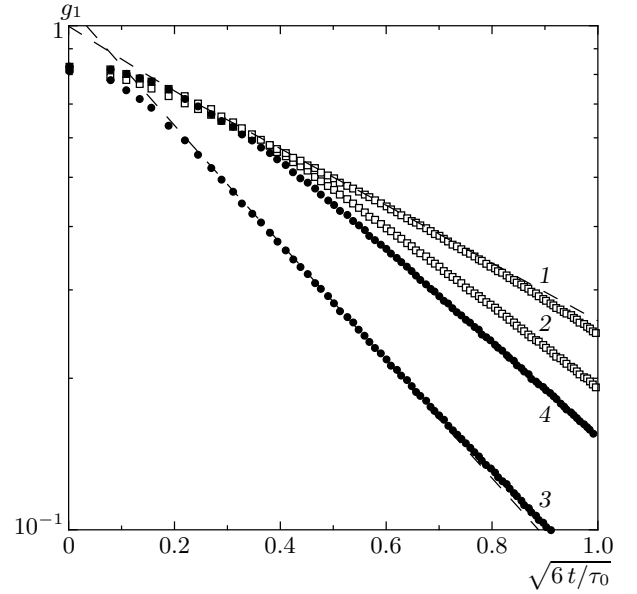


Рис. 5. Временная корреляционная функция рассеяния электромагнитного поля:  $g_{XX}^{(1)}$  ( $\square$ ),  $g_{XY}^{(1)}$  ( $\bullet$ ); 1 и 3 — среда с изотропной фазовой функцией,  $\overline{\cos \theta} = 0$ , 2 и 4 — с анизотропной,  $\overline{\cos \theta} = 0.9$ . Прерывистые линии определяют наклоны  $\gamma_{pol} \approx 1.42$  и  $\gamma_{depol} \approx 2.68$  для среды с изотропной фазовой функцией

Методом численного моделирования мы провели расчеты временной корреляционной функции рассеянных назад поляризованных и деполаризованной компонент обратно рассеянного света.

Для расчета временных корреляционных функций электромагнитного поля использовались следующие формулы:

$$g_{pol}^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^{N_{ph}} W_i P_{i x}^2 \Gamma_R^{n_i} \times \exp \left( -2 \frac{t}{\tau} n_i \left( 1 - \frac{1}{n_i} \sum_j^{n_i} \cos \theta_j \right) \right), \quad (4.4)$$

$$g_{depol}^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^{N_{ph}} W_i P_{i y}^2 \Gamma_R^{n_i} \times \exp \left( -2 \frac{t}{\tau} n_i \left( 1 - \frac{1}{n_i} \sum_j^{n_i} \cos \theta_j \right) \right),$$

где  $P_{i \alpha}$  — вектор поляризации  $i$ -го фотона с поляризацией  $\alpha$ , возникающий в результате действия последовательности  $n_i$  тензорных операторов вида (4.1),  $\theta_j$  — угол рассеяния в  $j$ -м акте рассеяния.

На рис. 5 представлены результаты моделирова-

ния временной корреляционной функции поля поляризованной и деполаризованной компонент для рэлеевского рассеяния,  $\overline{\cos \theta} = 0$ , и для случая системы с сильно анизотропной, вытянутой вперед индикатрисой,  $\overline{\cos \theta} = 0.9$ . Видно, что в случае линейно поляризованного света скорость убывания временной корреляционной функции в единицах  $\tau$  заметно зависит от параметра анизотропии  $\overline{\cos \theta}$ , в отличие от случая неполяризованного света.

Диффузионный характер распространения света в режиме многократного рассеяния обуславливает линейный закон убывания временной корреляционной функции поля вида [15]

$$g^{(1)}(t) \sim 1 - \gamma \sqrt{6t/\tau},$$

где  $\gamma$  — коэффициент наклона, определяющий скорость убывания временной корреляционной функции. Отметим, что исходным параметром малости по времени, согласно (3.5), является величина  $(t/\tau)(1 - \overline{\cos \theta})$ . В случае сильно анизотропного сечения рассеяния эта величина остается малой при достаточно больших значениях параметра  $t/\tau$ , при которых зависимость  $g^{(1)}(t)$  от  $\sqrt{t/\tau}$  уже может сильно отличаться от линейной.

Для случая рэлеевского рассеяния теория предсказывает [19, 22] коэффициенты наклона для поляризованной компоненты  $\gamma_{pol} \approx 1.44$ , для деполаризованной —  $\gamma_{depol} \approx 2.75$ . Анализ в рамках диффузионного приближения дает значения [16]  $\gamma_{pol} \approx 1.6$ ,  $\gamma_{depol} \approx 2.7$ , близкие к экспериментальным данным  $\gamma_{pol} \approx 1.6 \pm 0.1$ ,  $\gamma_{depol} \approx 2.8 \pm 0.2$ , полученным для суспензии частиц латекса диаметром  $D = 0.091$  мкм, значительно меньшим длины волны, т. е. для рассеяния, близкого к рэлеевскому.

Отметим, что, как и в реальном эксперименте [15], не удается устранить нелинейный участок при очень малых временах, обусловленный конечностью апертуры и конечностью числа учитываемых рассеяний; начиная со значений  $\sqrt{t/\tau} = 0.15$  наблюдается предсказываемый теорией линейный участок с коэффициентами наклона  $\gamma_{pol} \approx 1.42$  и  $\gamma_{depol} \approx 2.68$ . С ростом параметра анизотропии скорости распада поляризованных и деполаризованных компонент сближаются. Зависимость суммы поляризованной и деполаризованной компонент, т. е. зависимость временной корреляционной функции неполяризованного света, близка к кривой, полученной при моделировании временной корреляционной функции скалярного поля.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В теории когерентных и корреляционных эффектов многократного рассеяния как циклические диаграммы, описывающие интерференционную компоненту обратного рассеяния [33, 24], так и диаграммы, описывающие корреляции поля [34], удается преобразовать к виду лестничных диаграмм. Это позволяет описывать указанные эффекты в рамках соответствующего уравнения Бете–Солпитера. Формальное отличие от исходных лестничных диаграмм, описывающих перенос основной, некогерентной, составляющей рассеянного излучения, состоит во введении дополнительных множителей в вершины лестничных диаграмм. Эти множители описывают фазовый сдвиг полей, входящих в определение пропагатора уравнения Бете–Солпитера. В настоящей работе на основе прямого сопоставления представления уравнения Бете–Солпитера в виде ряда лестничных диаграмм и моделирования случайных траекторий мы показали, что в стохастическом моделировании учет фазовых соотношений также сводится к добавлению соответствующих множителей в каждом акте рассеяния, претерпеваемом фотоном при движении вдоль случайной траектории.

Развитый полуаналитический метод Монте-Карло дает возможность на каждом шаге моделирования непосредственно сравнивать численные результаты с теоретическими предсказаниями. Возможность такого сравнения позволяет значительно сократить время моделирования путем использования аналитических результатов вместо численных на больших расстояниях между точками входа и выхода излучения, когда теоретические предсказания безусловно верны.

Проведенный анализ показал, что только в случае расчета интенсивности в непоглощающей полубесконечной среде рассеяние носит действительно многократный характер. Во всех остальных случаях после каждого акта рассеяния возникают весовые множители вида  $D_s q^2 t = 2(t/\tau)(l/l^*)$  при моделировании временных функций с диффузионным характером распада флуктуаций или  $kl \sin \theta_s$  для когерентного обратного рассеяния, быстро приводящие к затуханию волнового пакета. Скорость убывания когерентных эффектов при этом определяется параметрами  $(t/\tau)$  и  $kl^* \sin \theta_s$ , которые в случае сильной анизотропии фазовой функции,  $1 - \overline{\cos \theta_s} \ll 1$ , могут значительно превосходить исходные параметры  $(t/\tau)(l/l^*)$  и  $kl \sin \theta_s$ .

Погрешность моделирования определяется, в основном, объемом выборки, т. е. числом испу-

щенных фотонов  $N_{ph}$ , и максимальным числом учитываемых актов рассеяния  $n^{(max)}$ . Мы продолжали следить за траекторией фотона вплоть до  $10^4$  актов рассеяний. В этом случае уже при числе испущенных фотонов порядка тысячи результаты становятся устойчивыми с точностью до процента; при  $N_{ph} \sim 10^5$  относительная погрешность величины интенсивности рассеяния имеет порядок  $10^{-4}$ . Однако в силу диффузионного характера распространения излучения в неограниченной среде вклады рассеяний очень высоких порядков все еще продолжают давать вклад в случае моделирования интенсивности. В связи с этим статистика фотонов с большой кратностью рассеяния на больших расстояниях от точки входа оказывается недостаточной, и результат зависит от выбора величины  $n^{(max)}$ . Сравнивая в изотропном случае численные результаты с теоретическими, следующими из точного решения Милна и его обобщений, мы получили, что указанное ограничение на число актов рассеяния дает заниженный результат для интенсивности рассеянного излучения: порядка 2% для скалярного поля и порядка 5% для электромагнитного поля, даже при увеличении объема выборки вплоть до нескольких миллионов. Именно по этой причине мы дополняем стохастическое моделирование аналитическим расчетом, заменяя моделирование в случае больших расстояний между точками входа и выхода (или при числе рассеяний больше некоторого фиксированного) на расчет в рамках диффузионного приближения, точность которого легко контролируется путем увеличения этого фиксированного параметра.

В случае моделирования временной корреляционной функции или пика когерентного обратного рассеяния при значениях параметров  $(t/\tau)(l/l^*)$  и  $kl^* \sin \theta_s$  порядка 0.01 и больше дополнительный учет (с использованием аналитических расчетов) рассеяний очень высоких порядков практически не влияет на результат. В области больших значений параметров  $(t/\tau)(l/l^*)$  и  $kl^* \sin \theta_s$  — порядка единицы относительная погрешность снова возрастает, но в этой области становится несправедливой сама физическая модель и, в частности, лестничное приближение.

Описание многократного рассеяния, включая когерентные эффекты, на основе представления в виде рядов лестничных диаграмм справедливо с точностью до параметра  $\lambda/l$ . Таким образом, при уменьшении временной корреляционной функции с ростом времени или пика когерентного обратного рассеяния с увеличением угла рассеяния более чем в

$l/\lambda$  раз описываемые эффекты в реальном эксперименте становятся ненаблюдаемыми на фоне вкладов «нелестничных» диаграмм, учитывающих фазовые сдвиги полей в процессе перерассеяния.

Обычно многократное рассеяние, включая когерентные эффекты, описывается в терминах скалярного поля. Как следует из нашей работы, для обратного рассеяния учет электромагнитной природы света приводит к существенно другому количественному описанию по сравнению со скалярным полем, поскольку в случае обратного рассеяния значительная доля рассеянного излучения состоит из вкладов низших кратностей. Так, скорость убывания временной корреляционной функции поляризованной компоненты значительно меньше, а деполаризованной — значительно больше, чем скорость убывания в случае неполяризованного света; при этом последняя практически совпадает со скоростью убывания в скалярном случае. Поляризованная компонента обратного рассеянного света почти в два раза превосходит деполаризованную.

Развитая методика численного моделирования по величине остаточной поляризации позволяет судить о числе актов рассеяния света, прошедшего через слой сильно неоднородной непрозрачной среды. Это является дополнительной информацией по сравнению с получаемой из измерений ослабления неполяризованного света, из которой извлекается величина транспортной длины. Проведенный сравнительный анализ позволяет значительно упростить моделирование переноса излучения и когерентных эффектов в случайно неоднородных сильно рассеивающих средах, таких как жидкие кристаллы, биоткани и пр., а также значительно расширить область применения данных методов.

Полученные результаты позволяют расширить область применимости методов, основанных на когерентных и корреляционных свойствах диффузно рассеянного света.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-16577), Королевского Общества (The Royal Society, грант № 15298) и НАТО (грант PST.CLG.979652).

## ЛИТЕРАТУРА

1. M. Ospeck and S. Fraden, Phys. Rev. E **49**, 4578 (1994).
2. T. Iwai, H. Furukawa, and T. Asakura, Opt. Rev. **2**, 413 (1995).

3. K. Ishii, T. Iwai, and T. Asakura, *Opt. Rev.* **4**, 643 (1997).
4. С. Е. Скипетров, С. С. Чесноков, *КЭ* **25**, 753 (1998).
5. R. Lenke and G. Maret, *Eur. Phys. J. B* **17**, 171 (2000).
6. С. Е. Скипетров, И. В. Меглинский, *ЖЭТФ* **113**, 1213 (1998).
7. R. Lenke, R. Tweer, and G. Maret, *J. Opt. A* **4**, 293 (2002).
8. Д. А. Зимняков, Ю. П. Синичкин, И. В. Киселева, Д. Н. Агафонов, *Опт. и спектр.* **92**, 831 (2002).
9. В. Л. Кузьмин, И. В. Меглинский, *Письма в ЖЭТФ* **79**, 139 (2004).
10. В. Л. Кузьмин, И. В. Меглинский, *Опт. и спектр.* **97**, 108 (2004).
11. В. А. van Tiggelen and S. E. Skipetrov, *Wave Scattering in Complex Media: From Theory to Applications*, Kluwer Academ. Publ., Dordrecht (2003).
12. M. C. W. van Rossum and Th. N. Nieuwenhuizen, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 313 (1999).
13. И. М. Соболев, *Метод Монте-Карло*, Наука, Москва (1985).
14. P. E. Wolf and G. Maret, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2696 (1985).
15. D. J. Pine, D. A. Weitz, P. M. Chaikin, and E. Herbolzheimer, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1134 (1988).
16. F. C. MacKintosh and S. John, *Phys. Rev. B* **40**, 2383 (1989).
17. M. I. Mishchenko, *Phys. Rev. B* **44**, 12597 (1991).
18. M. I. Mishchenko, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **56**, 673 (1996).
19. E. Amic, J. M. Luck, and T. M. Nieuwenhuizen, *J. Phys. I* **7**, 445 (1997).
20. M. I. Mishchenko, J. M. Luck, and T. M. Nieuwenhuizen, *J. Opt. Soc. Amer. A* **17**, 888 (2000).
21. В. Л. Кузьмин, *Опт. и спектр.* **93**, 482 (2002).
22. В. Л. Кузьмин, Е. В. Аксенова, *ЖЭТФ* **123**, 923 (2003).
23. L. F. Rojas-Ochoa, D. Lacoste, R. Lenke, P. Schurtenberger, and F. Scheffold, *J. Opt. Soc. Amer. A* **21**, 1799 (2004).
24. E. Akkermans, P. E. Wolf, R. Maynard et al., *J. de Phys.* **49**, 77 (1988).
25. Ю. Н. Барабаненков, В. Д. Озрин, *ЖЭТФ* **94**, 56 (1988).
26. И. В. Меглинский, С. Д. Матчер, *Опт. и спектр.* **91**, 692 (2001).
27. D. Y. Churmakov, I. V. Meglinski, and D. A. Greenhalgh, *Phys. Med. Biol.* **47**, 4271 (2002).
28. А. Исимару, *Распространение и рассеяние света в случайно-неоднородных средах*, Мир, Москва (1981).
29. R. Lenke and G. Maret, *Eur. Phys. J. B* **17**, 171 (2000).
30. E. Tinet, S. Avriplier, and J. M. Tualle, *J. Opt. Soc. Amer. A* **13**, 1903 (1996).
31. G. I. Marchuk, G. A. Mikhailov, M. A. Nazaraliev, R. A. Darbinjan, B. A. Kargin, and B. S. Elepov, *The Monte-Carlo Methods in Atmospheric Optics*, Berlin, Springer (1980).
32. G. Maret and P. Z. Wolf, *Phys. B* **65**, 409 (1987).
33. А. А. Голубенцев, *ЖЭТФ* **86**, 47 (1984).
34. M. J. Stephen, *Phys. Rev. B* **34**, 7564 (1986).