

ГЕНЕРАЦИЯ КИЛЬВАТЕРНОЙ ВОЛНЫ КАК ПРИЧИНА СПЕКТРАЛЬНОГО СДВИГА КОРОТКОГО ИНТЕНСИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

*Н. Е. Андреев, М. В. Чеготов**

*Институт теплофизики экстремальных состояний (ИТЭС)
Объединенного института высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 28 января 2005 г.

С применением уравнения динамики возбуждения плазменной волны полем короткого интенсивного лазерного импульса найдено соотношение между разностью средних по спектру квадратов частоты импульса до и после взаимодействия с веществом и амплитудой электрического поля кильватерной плазменной волны, возбуждаемой лазерным импульсом. Это соотношение, которое может быть эффективно использовано для диагностики кильватерного поля, обсуждается в условиях облучения импульсом как первоначально нейтрального газа с учетом процессов ионизации, так и заранее приготовленной плазмы в различных пространственных конфигурациях.

PACS: 52.38.-r, 52.38.Nb, 52.38.Kd

1. ВВЕДЕНИЕ

Анализ спектральных характеристик электромагнитного излучения, возникающего после взаимодействия с веществом, как метод изучения процессов, происходящих в этом веществе, обладает рядом важных преимуществ по сравнению с другими методами диагностики. Прежде всего при использовании этого метода, называемого оптическим методом диагностики, степень воздействия диагностирующих приборов на изучаемое вещество, необходимая для получения определенного уровня информации о протекающих процессах, оказывается сравнительно невысокой (см., например, [1]). В настоящее время, с выходом на новые рубежи оптики ультракоротких лазерных импульсов, одной из важнейших с практической точки зрения особенностей возбуждения и развития динамических процессов при взаимодействии импульсов с веществом является малое время их протекания. В свою очередь единственным методом, в рамках которого может быть исследована с высоким уровнем временного разрешения динамика процессов при прохождении интенсивного ультракороткого лазерного импульса через веще-

ство, является как раз оптический метод диагностики (см., например, [2–4]). В этих условиях перспективным представляется такое использование метода оптической диагностики, при котором не требуется дополнительное (зондирующее) электромагнитное излучение, а анализируются спектральные характеристики основного интенсивного лазерного импульса после прохождения его через вещество.

В работе [5] был предложен метод, позволяющий в условиях произвольной геометрии облучения и величины интенсивности лазерного излучения связать средние квадраты частоты падающего и провзаимодействовавшего с веществом импульсов, регистрируемых в волновой зоне по отношению к области взаимодействия, с интегральными характеристиками электрического поля и тока в этой области. В частности, применительно к таким быстрым процессам как ионизация интенсивным лазерным полем, метод позволяет установить связь между разностью средних по спектру квадратов частоты лазерного импульса до и после прохождения ионизируемого вещества и полем лазерного импульса в области ионизации. В работе [6] этот метод был обобщен на случай усредненных по соответствующим спектральным интенсивностям произвольных четных степеней час-

*E-mail: chegotov@ihed.ras.ru

тот. При этом, в частности, поскольку средние по соответствующим спектральным интенсивностям степени частот представляют собой соответствующие моменты спектральных интенсивностей, спектральная интенсивность выходящего из области взаимодействия излучения полностью определяется интегральными характеристиками электрического поля и тока в этой области, а метод работ [5, 6] был назван моментным методом. Заметим, что в рамках этого метода моменты спектральных интенсивностей, будучи интегральными частотными характеристиками, определяют интегральные пространственно-временные характеристики взаимодействия электромагнитного излучения с веществом.

При воздействии короткого интенсивного лазерного импульса на заранее приготовленную плазму возбуждаются сравнительно долго живущие кильватерные плазменные волны, которые могут быть использованы для ускорения электронов до ультрарелятивистских энергий [7]. Генерация плазменных волн приводит к тому, что лазерный импульс распространяется в нестационарной среде и его спектр деформируется. В работе [8] моментный метод [5, 6] был обобщен на случай присутствия в плазме слабозатухающих плазменных волн; при этом найдена закономерность изменения среднего по спектру квадрата частоты лазерного импульса после взаимодействия с возбуждаемой им плазменной волной. А именно: разность средних по спектру квадратов частоты лазерного импульса до и после взаимодействия определяется возмущением плотности электронов и интенсивностью лазерного поля в области генерации плазменной волны, а также амплитудой плазменной волны после прохождения лазерного импульса.

В настоящей работе с использованием уравнения динамики возбуждения плазменной волны полем лазерного импульса найдена связь между разностью средних по спектру квадратов частоты лазерного импульса до и после взаимодействия и амплитудой электрического поля кильватерной плазменной волны за лазерным импульсом. Рассмотрен процесс возбуждения кильватерной плазменной волны в различных пространственных конфигурациях («свободное» и каналированное распространение гауссова лазерного импульса, а также его распространение в капилляре) в условиях, когда длительность импульса близка к резонансной [9]. При такой длительности импульса в его спектре отсутствуют сателлиты на частотах, кратных плазменной (см., например, рис. 6 в настоящей работе), поэтому представление об обратном воздействии генерации плазменной волны на возбуждающую электромагнитную волну

в рамках общепринятой теории параметрических процессов [10, 11] не может быть использовано для диагностики кильватерной плазменной волны. В то же время представленная здесь аналитическая теория, базирующаяся на общих соотношениях теории моментов, позволяет определить частотный сдвиг лазерного импульса умеренной интенсивности, обусловленный возбуждением кильватерной волны в зависимости от различных параметров вещества и импульса. В частности, показано, что величина частотного сдвига в каналах и капиллярах при малом затухании электромагнитного поля оказывается пропорциональной длине пробега импульса. Отметим также, что моментная теория, обладая общностью законов сохранения, может быть использована для контроля точности численных моделей.

Результаты самосогласованных расчетов динамики нелинейного распространения коротких интенсивных лазерных импульсов подтверждают выведенные аналитически закономерности, что позволяет использовать полученные результаты для эффективной оптической диагностики кильватерных плазменных полей, возбуждаемых интенсивными короткими лазерными импульсами с целью ускорения электронов до ультрарелятивистских энергий.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Уравнения, самосогласованно описывающие динамику распространения ультракороткого интенсивного лазерного импульса в газе с учетом процессов ионизации вещества и последующей генерации плазменных волн в режиме слабого релятивизма, были получены в работах [12]. Распространение лазерного импульса в волноводных структурах и генерация им плазменных волн в режиме сильного релятивизма исследовались в работах [13]. Далее будем использовать результаты работ [12, 13].

Представим электрическое поле лазерного импульса в веществе, \mathcal{E}_L , в виде

$$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} \mathbf{E}_L \exp(ik_0 \xi) + \text{с.с.},$$

где $\xi = z - ct$, z — ось, вдоль которой распространяется лазерный импульс, c — скорость света, $k_0 = \omega_0/c$, ω_0 — несущая частота лазерного импульса, \mathbf{E}_L — медленно меняющаяся на масштабах $2\pi/\omega_0$ и $2\pi/k_0$ комплексная амплитуда. Уравнение для безразмерной амплитуды электрического поля лазерного импульса $\mathbf{a} = e\mathbf{E}_L/m\omega_0 c$, где $e(m)$ — заряд (мас-

са) электрона, в сопутствующей системе координат $\xi z \mathbf{r}_\perp$ имеет вид

$$\left\{ 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z} + 2 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \xi} + \Delta_\perp \right\} \mathbf{a} = k_0^2 \left(\frac{n}{n_c \gamma} \mathbf{a} - i \mathbf{G}^{(ion)} \right). \quad (1)$$

Здесь Δ_\perp — лапласиан по поперечному к направлению распространения радиус-вектору $\mathbf{r}_\perp = \mathbf{e}_x x + \mathbf{e}_y y$ ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ — орты вдоль координат x, y , соответственно), $n_c = m\omega_0^2/4\pi e^2$ — критическая плотность электронов,

$$\gamma = \left[1 + \left(\frac{\mathbf{p}}{mc} \right)^2 + \frac{|\mathbf{a}|^2}{2} \right]^{1/2}$$

— релятивистский фактор, в котором \mathbf{p} — медленно меняющийся импульс электронов плазмы;

$$\mathbf{G}^{(ion)} = \frac{2}{n_c \omega_0} \sum_{k=0}^{Z_n-1} \Gamma_0^{(k)} \left(\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|^2} \frac{U_k}{mc^2} - \mu \frac{\mathbf{a}^*}{4} \right) \quad (2)$$

— слагаемое, обусловленное процессами оптической ионизации, в ходе которых электроны преодолевают потенциалы ионизации U_k , так что степень ионизации иона увеличивается с k до $k+1$ и при этом медленно меняющаяся во времени скорость рождения свободных электронов (в единицу времени в единице объема) равна $\Gamma_0^{(k)}$, Z_n — заряд ядра атомов газа, μ — коэффициент, описывающий вклад второй гармоники скорости ионизации (для циркулярно поляризованного лазерного излучения $\mu = 0$, для линейно поляризованного — $\mu = 0.7-1$ в зависимости от вещества газа и параметров лазерного импульса); n — медленно меняющаяся на масштабе $2\pi/\omega_0$ плотность электронов. Процедура вычисления величин $\Gamma_0^{(k)}$ детально описана, в частности, в работах [14]. Заметим, что ионизационный ток $\mathbf{G}^{(ion)}$ вида (2) обеспечивает выполнение закона сохранения как энергии, так и импульса излучения в процессе оптической ионизации [14].

Эволюция плотности свободных электронов n определяется уравнениями ионизационной кинетики, описывающими рождение свободных электронов в результате ионизации, и уравнениями динамики электронной плазмы в поле интенсивного электромагнитного поля. При этом в условиях разреженной плазмы, когда $n \ll n_c$, отношение n/γ , определяющее нелинейный отклик плазмы в уравнении (1), может быть выражено через плотность ионного заряда $|e|n_0$ и функцию Φ :

$$\frac{n}{\gamma} = n_0 \frac{1 + k_p^{-2} \Delta_\perp \Phi}{\Phi + \delta \Phi_S}, \quad (3)$$

где

$$k_p = \frac{\omega_p}{c}, \quad \omega_p = \left(\frac{4\pi e^2 n_0}{m} \right)^{1/2},$$

а функция Φ (потенциал кильватерного поля) связана с проекцией безразмерного импульса электрона на ось z , $q_z = p_z/mc$, и полем лазерного импульса следующим соотношением:

$$\begin{aligned} \Phi &= \gamma - q_z + \int_{-\infty}^{\xi} \frac{d\xi'}{n_0 c} \times \\ &\times \sum_{k=0}^{Z_n-1} \Gamma_0^{(k)} \left(q_z - \frac{|\mathbf{a}|^2}{2} - \frac{\mu}{4} \text{Re}(\mathbf{a}^* \cdot \mathbf{a}^*) \right) \equiv \\ &\equiv \gamma - q_z - \delta \Phi_S. \end{aligned}$$

В предположении цилиндрической симметрии распределения интенсивности лазерного импульса с характерным поперечным масштабом, превышающим k_p^{-1} , уравнение для Φ имеет вид

$$\left\{ (\Delta_\perp - k_p^2) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \ln n_0}{\partial r} \frac{\partial^3}{\partial r \partial \xi^2} + k_p^2 \Delta_\perp \right\} \Phi - \frac{k_p^4}{2} \left[1 - \frac{1 + |\mathbf{a}|^2/2}{(\Phi + \delta \Phi_S)^2} \right] = \frac{k_p^2}{4} \Delta_\perp |\mathbf{a}|^2, \quad (4)$$

причем через функцию Φ выражаются медленно меняющиеся плазменные электрическое \mathbf{E}_p и магнитное \mathbf{B}_p поля:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{e E_{p,z}}{m_e c^2}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{e E_{p,r}}{m_e c^2} - \frac{e B_{p,\varphi}}{m_e c^2}, \quad (5)$$

где $B_{p,\varphi}$ — азимутальная проекция магнитного поля \mathbf{B}_p .

Концентрация n_0 выражается через концентрацию ионов N_k (N_k — концентрация ионов с зарядовым числом k , $k=0$ отвечает нейтральным частицам):

$$n_0 = \sum_{k=1}^{Z_n} k N_k,$$

причем концентрации N_k описываются локальными в пространстве уравнениями ионизационной кинетики в предположении неподвижных нейтралов и ионов (см, например, [15]) или являются заданными распределениями, определяющими невозмущенную плотность электронов n_0 в случае заранее приготовленной плазмы. При учете оптической ионизации производная

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} = \sum_{k=0}^{Z_n-1} \Gamma_0^{(k)}$$

и $|\mathbf{a}|^2$ определяют величину ионизационного частотного сдвига лазерного импульса [5, 6].

Уравнения (1)–(5) должны быть дополнены начальными и граничными условиями. Для заранее приготовленной плазмы полагаем, что в ходе действия импульса на вещество плотность ионного заряда $|e|n_0$ остается неизменной во времени. Если же лазерный импульс действует на ионизируемый им газ, то первоначально (при $\xi = \infty$) газ считаем нейтральным ($N_k(\xi = \infty) = 0$ при $k \neq 0$), а концентрацию $N_0(\xi = \infty)$ — однородной в пространстве. В невозмущенном веществе ($\xi \rightarrow \infty, r \rightarrow \infty$) начальное и граничное условия для потенциала Φ определяются равенством $\Phi = 1$.

Лазерный импульс будем считать гауссовым во времени на входе в среду (при $z = 0$):

$$\mathbf{a}(\xi, r, z = +0) = \mathbf{a}_0 \hat{A}(r) \exp\left[-\frac{(\xi - \xi_0)^2}{c^2 \tau^2}\right], \quad (6)$$

где длительность τ_L лазерного импульса по полувысоте максимальной интенсивности (FWHM), достигаемой в момент ξ_0 , выражается через τ следующим образом: $\tau_L = \tau \sqrt{2 \ln 2}$. Распределение амплитуды \mathbf{a} в плоскости, перпендикулярной направлению распространения z , определяется функцией $\hat{A}(r)$. При распространении лазерного импульса в неограниченной в поперечном направлении плазме

$$\hat{A}(r) = A(r) \equiv \exp(-r^2/r_0^2)$$

и асимптотическое граничное условие при $r \rightarrow \infty$ соответствует $a(\xi, r, z) \rightarrow 0$.

При распространении лазерного импульса в капилляре его радиальный профиль на входе в капилляр, $\hat{A}(r)$, может быть аппроксимирован конечным набором гибридных мод:

$$\begin{aligned} \hat{A}(r) &= \sum_{m=1}^M C_m J_0(k_{\perp m} r), \\ k_{\perp m} &= \frac{b_m}{R_{cap}} - i \frac{b_m}{k_{w\perp} R_{cap}^2}, \\ k_{w\perp} &= \frac{2(\varepsilon_w - 1)^{1/2}}{\varepsilon_w + 1} k_0, \\ C_m &= \frac{2}{[R_{cap} J_1(b_m)]^2} \int_0^{R_{cap}} A(r) J_0\left(\frac{b_m r}{R_{cap}}\right) r dr, \end{aligned} \quad (7)$$

где J_0 (J_1) — функция Бесселя 0-го (1-го) порядка, b_m — m -й корень уравнения $J_0(b_m) = 0$, M — количество собственных мод $J_0(k_{\perp m} r)$, удерживаемых при разложении $A(r)$, R_{cap} — радиус капилляра, ε_w —

диэлектрическая проницаемость вещества стенок капилляра. При этом граничное условие (для линейно поляризованного импульса $\mathbf{a} = \mathbf{e}_0 a(\xi, r, z)$, где \mathbf{e}_0 — единичный вектор поляризации) на стенке капилляра ($r = R_{cap}$) имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial r} = ik_{w\perp} \left(1 - \frac{i}{k_0} \frac{\partial}{\partial \xi}\right) \mathbf{a}. \quad (8)$$

Заметим, что форма граничного условия (6) при действительной функции $A(r)$ предполагает фокусировку импульса на границу вещества, а условие на стенке капилляра (8) приводит к затуханию собственных мод (7) с пространственными коэффициентами экспоненциального затухания $\delta k''_{zm}$:

$$\delta k''_{zm} = \frac{b_m^2}{k_0 R_{cap}^3} \frac{\text{Re } k_{w\perp}}{|k_{w\perp}|^2} = \frac{b_m^2}{2k_0^2 R_{cap}^3} \frac{1 + \varepsilon_w}{\sqrt{\varepsilon_w - 1}}.$$

Такое затухание обусловлено проникновением электромагнитного поля внутрь стенки капилляра и отвечает точному выражению для затухания собственных мод капилляра, полученному с учетом векторной структуры полей [16].

3. ЧАСТОТНЫЙ СДВИГ

Общие соотношения для сдвига среднего по спектру квадрата частоты выходящего из вещества лазерного импульса были получены в работах [5, 6]. Для используемой в настоящей работе огибающей лазерного импульса $\mathbf{a}(\xi, r, z)$ средний квадрат частоты после распространения лазерного импульса в веществе на расстояние z определяется выражением

$$\begin{aligned} \langle \omega^2 \rangle(z) &\equiv \left(\int_0^\infty \int_0^\infty |\mathbf{a}(\omega, r, z)|^2 r dr d\omega \right)^{-1} \times \\ &\times \int_0^\infty (\omega + \omega_0)^2 \int_0^\infty |\mathbf{a}(\omega, r, z)|^2 r dr d\omega, \end{aligned}$$

где $\mathbf{a}(\omega, r, z)$ — фурье-компонента безразмерной амплитуды электрического поля лазерного импульса. При этом в предположении узости спектра падающего на вещество излучения среднеквадратичная частота лазерного импульса до взаимодействия

$$\sqrt{\langle \omega^2 \rangle(z=0)} \approx \omega_0.$$

Заметим, что среднеквадратичная частота, определяемая $\langle \omega^2 \rangle(z)$, является интегральной по спектру характеристикой, тогда как функция

$$I(\omega + \omega_0, z) \equiv \left(\max_{\omega} \int_0^{\infty} |\mathbf{a}(\omega, r, z)|^2 r dr \right)^{-1} \times \int_0^{\infty} |\mathbf{a}(\omega, r, z)|^2 r dr, \quad (9)$$

представляет собой проинтегрированный по поперечному к направлению распространения импульса сечению нормированный спектр распространяющегося по веществу электромагнитного излучения, отсчитываемый от несущей частоты ω_0 .

Интегральный сдвиг спектра импульса после взаимодействия определяется величиной

$$\delta\omega(z) \equiv \frac{\langle \omega^2 \rangle(z) - \langle \omega^2 \rangle(0)}{2\sqrt{\langle \omega^2 \rangle(0)}} \approx \frac{\langle \omega^2 \rangle(z) - \omega_0^2}{2\omega_0}. \quad (10)$$

В предположении малости $\delta\omega(z)$ по сравнению с ω_0 выражение для сдвига частоты, определяемое возмущением плотности электронов и интенсивностью лазерного импульса в области генерации кильватерной плазменной волны, были получены в работе [8] в приближении слабого релятивизма. Далее будем использовать результаты работ [5, 6, 8].

Для лазерных импульсов с достаточно высокой пиковой интенсивностью (существенно превышающей пороговую для оптической ионизации) процессы ионизации и генерации кильватерной волны разделены в пространстве и времени. При этом можно показать, что результирующий частотный сдвиг, обусловленный этими процессами, является суммой частотных сдвигов за счет ионизации, $\delta\omega_{ion}/\omega_p$, и генерации кильватерной волны, $\delta\omega_{wf}/\omega_p$:

$$\frac{\delta\omega}{\omega_p} = \frac{\delta\omega_{ion}}{\omega_p} + \frac{\delta\omega_{wf}}{\omega_p}. \quad (11)$$

Ниже будет показано, что в обсуждаемых условиях ионизационный сдвиг мал по сравнению со сдвигом частоты, обусловленным кильватерной волной, поэтому обратимся прежде всего к соотношениям, определяющим $\delta\omega_{wf}/\omega_p$.

В приближении слабого релятивизма ($|\mathbf{a}| < 1$, $|\delta\Phi| \equiv |\Phi - 1| \ll 1$), пренебрегая вкладом процесса ионизации, из соотношения (3) получаем следующее выражение для возмущений плотности плазмы $\delta n = n - n_0$:

$$\frac{\delta n}{n_0} = (k_{p0}^{-2} \Delta_{\perp} - 1) \delta\Phi + \frac{1}{4} |\mathbf{a}|^2. \quad (12)$$

При этом уравнение для потенциала (4) в предположении, что фоновая плотность заряда ионов $|e|n_0$ однородна в пространстве или слабо неоднородна (на масштабах k_p^{-1}), принимает вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + k_p^2 \right) \delta\Phi = \frac{1}{4} |\mathbf{a}|^2. \quad (13)$$

Это уравнение вместе с соотношениями (5) позволяет найти выражение для амплитуды кильватерного поля \mathbf{E}_p за импульсом:

$$\mathbf{E}_{p,max}^2 = \frac{m^2 c^2}{e^2} \frac{\omega_p^2}{16} \times \left\{ k_p^2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp(-ik_p \xi) |\mathbf{a}|^2 \right|^2 + \left| \frac{\partial}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp(-ik_p \xi) |\mathbf{a}|^2 \right|^2 \right\}, \quad (14)$$

и выразить через нее (с использованием уравнений (12), (13) и (3) из [8]) сдвиг частоты лазерного импульса:

$$\frac{\delta\omega_{wf}}{\omega_p} = -\frac{\omega_0}{\omega_p} \frac{1}{\mathcal{E}_{out}} \frac{1}{8\pi} \int_V \mathbf{E}_{p,max}^2 d\mathbf{r}, \quad (15)$$

где \mathcal{E}_{out} — полная энергия лазерного импульса после взаимодействия. Заметим, что соотношение, подобное (14), было получено в работе [17] для возмущения электронной плотности $n - n_0$ (см. также [9]).

В условиях взаимодействия лазерного импульса с веществом область большой интенсивности импульса действует на электроны заранее приготовленной или рождаемой в результате ионизации плазмы пондеромоторной силой, вытесняя электроны и возбуждая кильватерную плазменную волну. В результате импульс распространяется по нестационарной среде, обратное действие которой на импульс проявляется, в частности, как в его самофокусировке (пондеромоторной и релятивистской), так и в изменении его частотного спектра. Как раз на такое изменение спектра импульса в результате его взаимодействия с облучаемым объектом и обращено основное внимание в данной работе.

Ниже обсуждаются численные решения нелинейной задачи (1)–(8) и сопоставляются полученные спектральные характеристики лазерного импульса с аналитическим выражением (15), выведенным с помощью линейризованной модели (12)–(14) при облучении различных объектов (полуограниченная заранее приготовленная плазма; канал в полуограниченной, заранее приготовленной плазме; капиляр,

заполненный однородным нейтральным газом) для различных значений параметров лазерного импульса и вещества. При этом для получения замкнутых аналитических выражений для сдвига частоты (15) амплитуда лазерного импульса в формуле (14) задается упрощенными аналитическими выражениями без учета обратного влияния кильватерной волны на распространение лазерного импульса.

3.1. Гауссов импульс в полуограниченной заранее приготовленной плазме

Рассмотрим гауссов во времени и пространстве (при $\hat{A}(r) = A(r) \equiv \exp(-r^2/r_0^2)$ в соотношении (6)) импульс, сфокусированный на полуограниченную (с границей $z = 0$), заранее приготовленную плазму с начальной электронной концентрацией n_0 . В пренебрежении n_0 по сравнению с n_c эволюция гауссова лазерного импульса описывается соотношением

$$\mathbf{a}(\xi, r, z) = \frac{\mathbf{a}_0}{1 + iz/z_R} \times \exp \left[-\frac{r^2/r_0^2}{1 + iz/z_R} - \frac{(\xi - \xi_0)^2}{c^2\tau^2} \right]. \quad (16)$$

В предположении распространения гауссова импульса в соответствии с этой формулой может быть оценен квадрат амплитуды генерируемого плазменного электрического поля (14). В свою очередь, в соответствии с (15), величина частотного сдвига является функцией глубины проникновения импульса в плазму z :

$$\frac{\delta\omega_{wf}}{\omega_p} = -\frac{1}{64} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \times a_0^2 k_p^2 r_0^2 \left(1 + \frac{2}{k_p^2 r_0^2}\right) D(\Omega) \operatorname{arctg} \frac{z}{z_R}, \quad (17)$$

где $z_R = \omega_0 r_0^2 / 2c$ — рэлеевская длина, $D(\Omega) = \Omega \exp(-\Omega^2/4)$ — функция параметра $\Omega = \omega_p \tau$, имеющая максимум при $\Omega_{max} = \sqrt{2}$. Заметим, что резонансная зависимость частотного сдвига (17) от длительности лазерного импульса отражает резонансный характер возбуждения кильватерной плазменной волны, максимальное значение амплитуды которой достигается при $\Omega = 2$ [9].

На рис. 1 приведена спектральная интенсивность $I(\omega + \omega_0)$, определяемая выражением (9) как функция нормированной частоты ω/ω_p , полученная в самосогласованном расчете (1)–(6), при различных значениях глубины проникновения импульса в вещество: $z = 0$ и $z = 6z_R$. Параметры импульса и вещества: $n_0 = 0.98 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $a_0 = 0.14$,

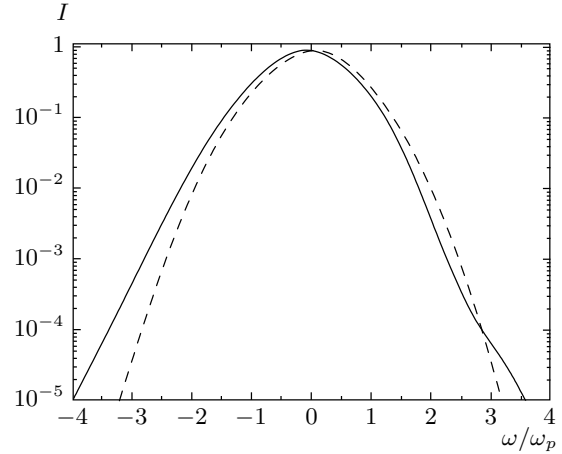


Рис. 1. Зависимости интегрального частотного спектра $I(\omega + \omega_0, z)$ (9) от нормированной частоты ω/ω_p на различных глубинах проникновения лазерного импульса в плазму: $z = 0$ (штриховая кривая), $6z_R$ (сплошная кривая). Параметры импульса и плазмы: $n_0 = 0.98 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $a_0 = 0.14$, $k_p r_0 = 16$, $\tau_L = 100 \text{ фс}$, $P_L/P_{cr} = 0.17$, $\Omega = 1.5$

$k_p r_0 = 16$, $P_L/P_{cr} = 0.17$, где P_L — мощность лазерного импульса, P_{cr} — критическая для релятивистской самофокусировки мощность, $\Omega = 1.5$, что отвечает $\tau_L = 100 \text{ фс}$. Нетрудно видеть, что частотный спектр лазерного импульса по мере его проникновения в плазму деформируется: низкие частоты ($\omega < 0$) оказываются доминирующими. Количественно этот факт выражается величиной частотного сдвига $\delta\omega(z)/\omega_p$ (10), который оказывается отрицательным (см. рис. 2).

На рис. 2 представлены зависимости интегрального сдвига частоты $\delta\omega(z)/\omega_p$, полученного в самосогласованном расчете, и $\delta\omega_{wf}/\omega_p$, определенного по формулам (14)–(16), от z при различных значениях Ω (пиковая интенсивность и радиус входящего в плазму импульса, а также концентрация электронов плазмы те же, что и для рис. 1). Нетрудно видеть, что численные результаты и аналитические предсказания находятся в хорошем согласии. Причиной сравнительно небольшого расхождения является то, что при вычислении $\delta\omega_{wf}/\omega_p$ гауссов лазерный импульс предполагался свободно дифрагирующим, без обратного воздействия нелинейных эффектов на амплитуду электромагнитного поля импульса. Действительно, из рис. 3а можно увидеть, что амплитуда лазерного поля на оси $r = 0$ подвергается действию самофокусировки, которое является накапливающимся по мере проникновения импуль-

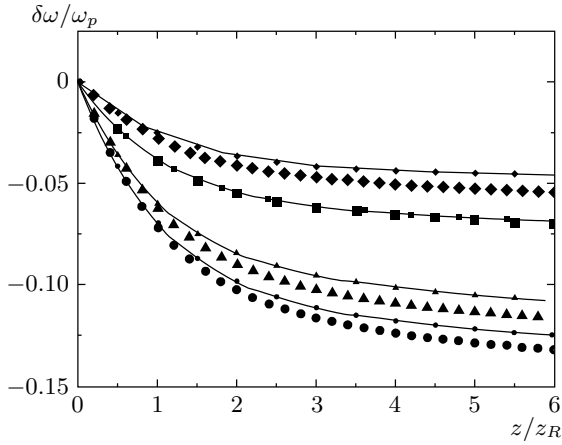


Рис. 2. Величина частотного сдвига (10) в зависимости от глубины проникновения лазерного импульса в плазму при различных значениях параметра Ω (длительности лазерного импульса): $\Omega = 1.5$ (\bullet), 2 (\blacktriangle), 0.5 (\blacksquare), 3 (\blacklozenge); кривые, соответствующие указанным выше значениям Ω , построены по формуле (14). Параметры импульса и плазмы: $n_0 = 0.98 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $a_0 = 0.14$, $k_p r_0 = 16$, $P_L/P_{cr} = 0.17$

са в плазму эффектом. В свою очередь, на рис. 3б видно, что расхождение $\delta\omega(z)/\omega_p$ и $\delta\omega_{wf}/\omega_p$ также возникает по мере увеличения z . Оно практически отсутствует при сравнительно малых Ω (см. рис. 2), что связано со взаимной компенсацией нелинейных пондеромоторных и релятивистских эффектов [13]. Кроме того, как показали расчеты, расхождение $\delta\omega(z)/\omega_p$ и $\delta\omega_{wf}/\omega_p$ оказывается тем меньшим, чем меньше P_L/P_{cr} .

3.2. Импульс в плазменном канале

При распространении импульса в заранее приготовленном плазменном канале с радиусом R_{ch} , удовлетворяющим соотношению $R_{ch} = k_p r_0^2/2$, его форма в пренебрежении нелинейными эффектами остается неизменной на протяжении всей длины распространения z :

$$\mathbf{a}(\xi, r, z) = \mathbf{a}_0 \exp \left[-\frac{(\xi - \xi_0)^2}{c^2 \tau^2} - \frac{r^2}{r_0^2} \right]. \quad (18)$$

При этом поперечный профиль концентрации электронов в канале имеет вид

$$n_0(r) = n_0(0) \left(1 + \frac{r^2}{R_{ch}^2} \right).$$

Подставив выражение (18) в (14) и (15), найдем, что интегральный сдвиг частоты линейно растет с

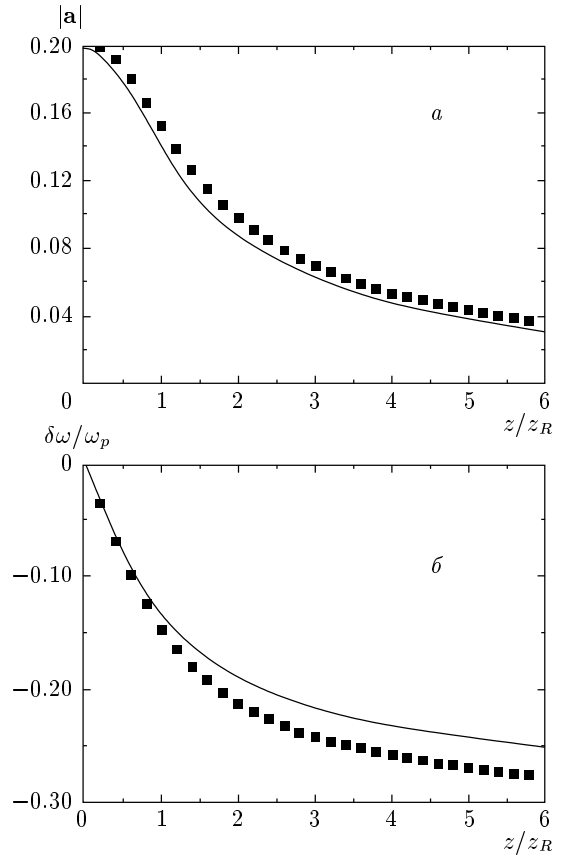


Рис. 3. Максимальная амплитуда электрического поля лазерного импульса $|a|$ на оси $r = 0$ (а) и величина частотного сдвига (10) (б) в зависимости от глубины проникновения z лазерного импульса в плазму. Параметры импульса и плазмы соответствуют рис. 1. Сплошные кривые построены по формуле (14), \blacksquare — численный расчет

увеличением длины распространения лазерного импульса:

$$\frac{\delta\omega_{wf}}{\omega_p} = -\frac{1}{16\pi} \left(\frac{\pi}{2} \right)^{3/2} a_0^2 \frac{\omega_p}{\omega_0} \left(1 + \frac{4}{k_p^2 r_0^2} \right) D(\Omega) k_p z. \quad (19)$$

Рисунок 4 демонстрирует близость сдвига частоты $\delta\omega_{wf}/\omega_p$ (19) и величины $\delta\omega(z)/\omega_p$, полученной в самосогласованном расчете при сравнительно небольших мощностях лазерного импульса P_L : $P_L/P_{cr} = 0.082$. Заметим, что $\delta\omega(z)/\omega_p$ и $\delta\omega_{wf}/\omega_p$ оказываются близкими при распространении в канале длиной вплоть до 10 см и более.

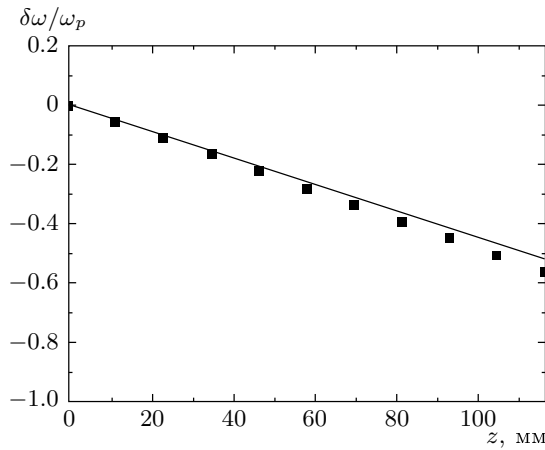


Рис. 4. Зависимости $\delta\omega/\omega_p$ (■) и $\delta\omega_{wf}/\omega_p$, определяемые соотношением (19) (сплошная кривая), от длины канала z . Параметры лазерного импульса и канала: $n_0 = 0.98 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $P_L = 10 \text{ ТВт}$, $k_p r_0 = 4$, $R_{ch} = 136 \text{ мкм}$

3.3. Импульс в капилляре с учетом ионизационных процессов

Обсудим возбуждение кильватерной плазменной волны в диэлектрическом капилляре, заполненном первоначально неионизованным газом. В условиях согласования размера фокального пятна лазерного импульса с внутренним радиусом капилляра около 98 % энергии гауссова импульса, сфокусированного на вход капилляра, трансформируется в основную капиллярную моду ($m = 1$ в разложении (7)) [13, 16]. Поэтому для вычисления сдвига частоты (15) используем в (14) выражение

$$|\mathbf{a}(\xi, z, r)|^2 = |\mathbf{a}_0|^2 \times \exp \left[-2\delta k''_{z1} z - 2 \frac{(\xi - \xi_0)^2}{c^2 \tau^2} \right] J_0^2 \left(b_1 \frac{r}{R_{cap}} \right), \quad (20)$$

где $b_1 \approx 2.405$ — первый корень функции Бесселя J_0 . Выражение для $\delta k''_{z1}$ представлено в конце разд. 2 и описывает указанное выше затухание лазерного импульса внутри капилляра, обусловленное «просачиванием» электромагнитного поля в стенки капилляра. Тогда, согласно формуле (15), получим

$$\frac{\delta\omega_{wf}}{\omega_p} = -\frac{1}{64} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_p}{\omega_0} a_0^2 D(\Omega) \frac{k_p}{\delta k''_{z1}} \times [1 - \exp(-4\delta k''_{z1} z)] \left(C_1 + \frac{C_2}{k_p^2 R_{cap}^2} \right), \quad (21)$$

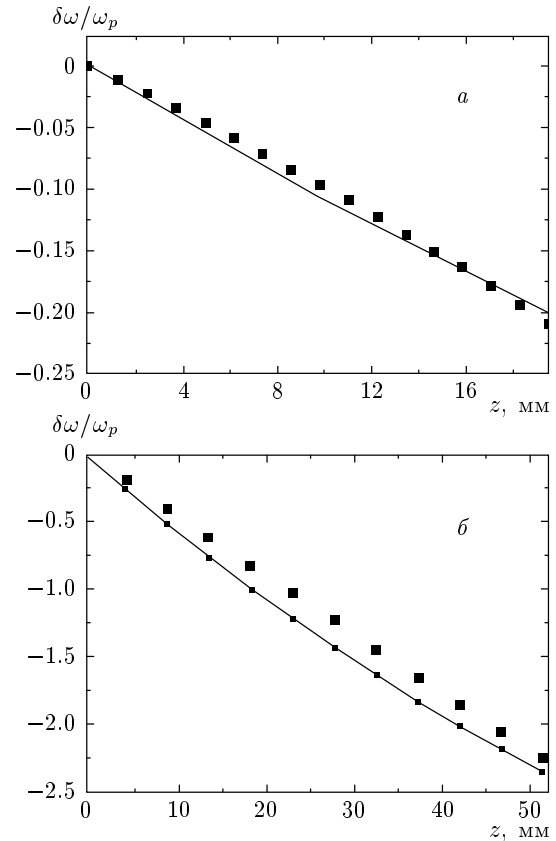


Рис. 5. Зависимости $\delta\omega/\omega_p$ (■) и $\delta\omega_{wf}/\omega_p$, определяемые соотношением (18) (сплошная кривая), от длины z канала, первоначально заполненного водородом: а) диаметр капилляра $D_{cap} = 75 \text{ мкм}$, начальная концентрация водорода $N_0 = 4.1 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, параметры лазерного импульса: $P_L = 0.8 \text{ ТВт}$, $k_p r_0 = 9.5$, $P_L/P_{cr} = 0.12$; б) $D_{cap} = 77 \text{ мкм}$, $N_0 = 6.7 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, параметры лазерного импульса: $\lambda_0 = 0.82 \text{ мкм}$, $\tau_L = 50 \text{ фс}$, $k_p r_0 = 3.8$, $P_L = 9.6 \text{ ТВт}$, $P_L/P_{cr} = 0.23$

где константы C_1 и C_2 определяются следующими соотношениями:

$$C_1 \equiv \int_0^{b_1} x J_0^4(x) dx \left(\int_0^{b_1} x J_0^2(x) dx \right)^{-1} \approx 0.5655,$$

$$C_2 \equiv 4b_1^2 \int_0^{b_1} x J_0^2(x) J_1^2(x) dx \left(\int_0^{b_1} x J_0^2(x) dx \right)^{-1} \approx 4.361.$$

В дополнение к кильватерному частотному сдвигу (21) спектр лазерного импульса претерпевает деформации в процессе ионизации, причем полный сдвиг

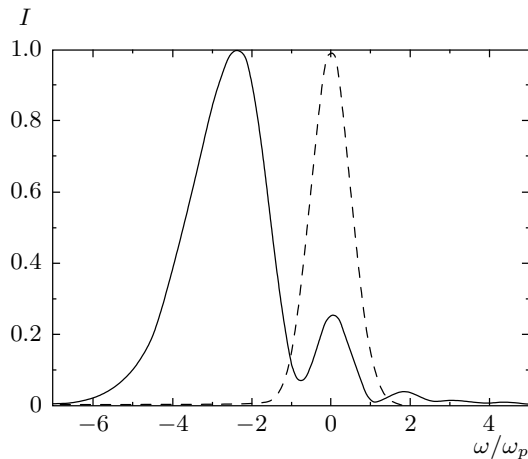


Рис. 6. Зависимость интегрального частотного спектра $I(\omega + \omega_0, z)$ (9) от нормированной частоты ω/ω_p на различных глубинах проникновения лазерного импульса в капилляр, предварительно заполненный водородом: $z = 0$ (штриховая кривая), 5.2 см (сплошная). Параметры импульса и вещества: $n_0 = 6.7 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $\lambda_0 = 0.82 \text{ мкм}$, $\tau_L = 50 \text{ фс}$, $k_p r_0 = 3.8$, $P_L = 9.6 \text{ ТВт}$, $P_L/P_{cr} = 0.23$, $D_{cap} = 77 \text{ мкм}$, $r_0/R_{cap} = 0.645$

среднеквадратичной частоты определяется суммой (11). Величина $\delta\omega_{ion}/\omega_p$ может быть оценена по формулам работ [5, 6] в предположении заданного поля (20). В частности, для параметров лазерного излучения и капилляра, соответствующих рис. 5б, ионизационный сдвиг частоты имеет вид

$$\frac{\delta\omega_{ion}}{\omega_p} = 0.635 \cdot 10^{-2} z,$$

где глубина проникновения в капилляр, z , измеряется в см. Заметим, что в обсуждаемых условиях ионизационный сдвиг существенно меньше сдвига за счет возбуждения кильватерной плазменной волны. Результирующий частотный сдвиг показан на рис. 5 для различных параметров лазерного излучения и капилляра. Нетрудно видеть хорошее согласие результатов численного решения уравнений (1)–(8) и аналитического предсказания величины частотного сдвига (21).

Заметим, что для параметров лазерного импульса и плазмы, соответствующих рис. 5б, общепринятая теория параметрических процессов [10, 11] оказывается неприменимой, поскольку лазерный импульс оказывается слишком коротким в масштабах периода плазменной волны ($\Omega = 2$). В таких условиях, в частности, нельзя ожидать, что спектр прошед-

шего через плазму импульса будет содержать спутники, приходящиеся на гармоники плазменной частоты ω_p . На рис. 6 показана зависимость интегрального частотного спектра $I(\omega + \omega_0, z)$ (9) от нормированной частоты ω/ω_p для параметров лазерного импульса и капилляра, соответствующих рис. 5б, на входе в капилляр и на глубине проникновения лазерного импульса $z = 5.2 \text{ см}$. Видны ярко выраженные пики: на частотах $\omega = 0$ и $\omega = -2.4\omega_p$. Отметим, что частота последнего пика не приходится на какую-либо гармонику ω_p .

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано изменение частотного спектра короткого интенсивного лазерного импульса при его распространении в веществе с учетом генерации кильватерной плазменной волны. Возбуждаемая лазерным импульсом плазменная волна приводит к изменению концентрации электронов, в результате импульс распространяется в нестационарной среде. Обратное действие на импульс возмущений концентрации проявляется в деформации первоначального частотного спектра лазерного импульса по мере его прохождения через вещество.

В линеаризованной модели найдено соотношение между величиной частотного сдвига и амплитудой кильватерной плазменной волны, возбуждаемой лазерным импульсом (15). В условиях, когда длительность импульса близка к резонансной, получены замкнутые аналитические выражения для смещения средней по спектру частоты электромагнитного излучения при распространении лазерного импульса в различных пространственных конфигурациях (см. соотношения (17), (19), (21)). В частности, показано, что величина частотного сдвига в каналах и капиллярах при малом затухании электромагнитного поля оказывается пропорциональной длине распространения лазерного импульса.

Результаты самосогласованных расчетов динамики нелинейного распространения коротких интенсивных лазерных импульсов подтверждают полученные аналитически закономерности частотного сдвига лазерного импульса умеренной мощности, что позволяет использовать полученные результаты для эффективной оптической диагностики кильватерных плазменных полей, возбуждаемых короткими интенсивными лазерными импульсами с целью ускорения электронов до ультрарелятивистских энергий.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президиума РАН в рамках программ фундаментальных исследований № 2, 16 и РФФИ (грант № 04-02-17055).

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Бекефи, *Радиационные процессы в плазме*, Мир, Москва (1971).
2. F. Amiranoff, D. Bernard, B. Cros et al., *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24**(2), 296 (1996); G. W. Siders, S. P. Le Blanc, A. Babine et al., *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24**(2), 301 (1996).
3. P. Gibbon, F. Jakober, P. Monot, and T. Auguste, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24**(2), 343 (1996).
4. A. A. Solodov, P. Mora, and P. Chessa, *Phys. Plasmas* **6**, 503 (1999).
5. М. В. Чеготов, *ЖТФ* **72**, 71 (2002).
6. М. В. Чеготов, *КЭ* **33**, 370 (2003).
7. E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **224**, 252 (1996); Н. Е. Андреев, Л. М. Горбунов, *УФН* **169**, 53 (1999).
8. М. В. Чеготов, *Научная сессия МИФИ-2004. Сб. научн. трудов*, МИФИ, Москва (2004), с. 163.
9. Л. М. Горбунов, В. И. Кирсанов, *ЖЭТФ* **93**, 509 (1987); *Труды ФИАН* **219**, 3 (1992).
10. Н. Бломберген, *Нелинейная оптика*, Мир, Москва (1966).
11. И. Р. Шен, *Принципы нелинейной оптики*, Наука, Москва (1989).
12. N. E. Andreev, M. V. Chegotov, M. C. Downer et al., *IEEE Trans. Plasma Sci.* **PS28**, 1090 (2000); Н. Е. Андреев, М. В. Чеготов, А. А. Погосова, *ЖЭТФ* **123**, 1006 (2003).
13. N. E. Andreev, Y. Nishida, and N. Yugami, *Phys. Rev. E* **65**, 056407 (2002); N. E. Andreev and S. V. Kuznetsov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **45**, A39 (2003); N. E. Andreev, B. Cros, L. M. Gorbunov et al., *Phys. Plasmas* **9**, 3999 (2002).
14. Н. Е. Андреев, М. Е. Вейсман, М. Г. Кейджян, М. В. Чеготов, *Физика плазмы* **26**, 1010 (2000); Н. Е. Андреев, М. В. Чеготов, and М. Е. Veisman, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **PS28**, 1098 (2000).
15. В. П. Кандидов, О. Г. Косарева, С. А. Шленов, *КЭ* **21**, 971 (1994); Н. Е. Андреев, М. В. Чеготов, М. Е. Вейсман и др., *Письма в ЖЭТФ* **68**, 566 (1998).
16. F. Dorchies, J. R. Marque's, B. Cros et al., *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4655 (1999); C. Courtois, A. Couairon, B. Cros, J. R. Marque's, and G. Matthieussent, *Phys. Plasmas* **8**, 3445 (2001); B. Cros, C. Courtois, G. Matthieussent, A. Di Bernardo, D. Batani, N. Andreev, and S. Kuznetsov, *Phys. Rev. E* **65**, 026405-1 (2002).
17. W. P. Leemans, C. W. Siders, E. Esarey, N. E. Andreev, G. Shvets, and W. B. Mori, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24**(2), 331 (1996).