

МЕХАНИЗМ ПРИТЯЖЕНИЯ ОДНОИМЕННО ЗАРЯЖЕННЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

А. В. Гапонов-Грехов, Д. И. Иудин*, В. Ю. Трахтенгерц**

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 9 февраля 2005 г.

Анализируется структура пространственного электрического заряда, возникающего в окрестности заряженной пылевой частицы в движущейся проводящей среде. Показано, что в условиях, когда основную роль играют токи проводимости, экранирующий пространственный заряд сосредоточен в виде тонкого следа в кильватере за пылевой частицей, а суммарное кулоновское поле образует дипольную структуру и служит притягивающим центром для других частиц с тем же знаком заряда. Рассмотрены условия спаривания таких частиц. Учет поляризационного вклада пылевой компоненты в диэлектрическую проницаемость кардинально меняет структуру поля, когда концентрация пылевых частиц приближается к порогу диссипативной неустойчивости. При этом резко расширяется зона притяжения одноименно заряженных пылевых частиц. Согласно оценкам, рассмотренные эффекты могут определять формирование регулярных структур в пылевой движущейся плазме в условиях достаточно высокого давления $P > 0.1$ –1 мбар.

PACS: 52.27.Lw

1. ВВЕДЕНИЕ

Механизмы притяжения одноименно заряженных аэрозольных частиц в газовых частично ионизованных средах широко обсуждаются в настоящее время в связи с проблемой формирования в этих средах регулярных структур, в частности, пылевых плазменных кристаллов [1–6]. В лабораторных экспериментах с пылевой плазмой организованные структуры возникают при самых разнообразных условиях и могут наблюдаться в виде одномерных цепочек и маломерных кластеров, состоящих из нескольких заряженных пылевых частиц, а также в виде достаточно протяженных двумерных и трехмерных решеток с регулярным расположением пылевых частиц в узлах этих решеток. Указанная проблема важна и для естественных сред. Пылевые облака типичны для космических условий [2], аэрозольные потоки в частично ионизованном воздухе

формируются в грозовых облаках, а также на мезосферных высотах в атмосфере [7–9].

Наиболее популярной является теория [1, 2, 10], основанная на совокупном действии отталкивающего потенциала Дебая–Хюккеля и удерживающего пылевые частицы внешнего электрического потенциала, приложенного к стенкам камеры. Кристалл в этих условиях формируется, когда параметр неидеальности плазмы $\Gamma = q^2/\Delta \cdot T$ становится больше критического значения $\Gamma_{cr} \sim 10^2$, где q , T и $\Delta \sim N_a^{-1/3}$ — соответственно, заряд, температура и характерное межчастичное расстояние пылевой компоненты, N_a — ее концентрация. При наличии плазменных потоков существенную роль могут играть и другие механизмы, в частности, кильватерное [11] и теневое [12] притяжение одноименно заряженных частиц.

Принципиально новые явления возникают в пылевой плазме с учетом открытости такой системы. В отличие от обычной плазмы в комплексной плазме происходит поглощение на поверхности пылевых частиц электронно-ионной компоненты, требу-

*E-mail: iudin@nirfi.sci-nnov.ru

**E-mail: vyt@appl.sci-nnov.ru

ющее непрерывной энергетической подпитки системы [2–5]. Этот эффект может существенно изменить процесс формирования пространственного электрического заряда вокруг пылевой частицы. Указанные вопросы в настоящее время активно исследуются [13].

Следует заметить, что в цитированных выше работах основную роль в формировании пространственного электрического заряда вокруг пылевой частицы, а следовательно, и в механизме образования плазменных кристаллов играло тепловое движение и дебаевская экранировка электронным и ионным зарядом. При этом токи проводимости, как правило, не учитывались. В то же время в достаточно плотной среде, где длина свободного пробега ионов много меньше дебаевского радиуса и сравнима с радиусом пылевой частицы, эти токи могут играть определяющую роль. Типичным примером такой среды является грозовое облако [7, 9]. Аналогичные условия реализуются в лабораторных экспериментах при давлениях $P > 1$ мбар (см. ниже).

В данной работе рассматривается предельный случай движущейся относительно пылевых частиц проводящей среды с равным нулю дебаевским радиусом. Без учета гидродинамических эффектов (частица «прозрачна» для движущейся среды) физическая картина взаимодействия в этом случае чрезвычайно проста: за заряженной пылевой частицей вниз по потоку формируется след пространственного заряда противоположного знака, диаметр которого примерно равен диаметру частицы, а длина определяется характерным масштабом

$$l_0 \approx \frac{v_0}{4\pi\sigma}, \quad (1)$$

где v_0 и σ — соответственно, скорость и проводимость среды. По существу, это аналог кулоновской экранировки в случае токового механизма формирования пространственного заряда. Вместе частица и след формируют дипольное электрическое поле, приводящее при определенных условиях к «спариванию» одноименно заряженных частиц. Впервые такая структура экранирующего поля в проводящей среде была получена в работе [14]. Эта структура детально анализируется в разд. 2 данной работы. Раздел 3 посвящен анализу взаимодействия «хвостатых» частиц и выводу критерия их спаривания. В разд. 4 рассматривается коллективный кильватерный след с учетом вклада в поляризацию среды пылевой компоненты. Эта проблема интересна в связи с возможностью достижения по мере роста концентрации пылевых частиц порога диссипативной неустойчивости [7, 15]. Неустойчивость со-

провождается возбуждением коллективных электростатических мод, при этом кардинально меняется и ближнее поле частиц. В разд. 5 суммируются полученные результаты и обсуждаются рамки их применимости к условиям имеющихся экспериментов.

2. КИЛЬВАТЕРНЫЙ СЛЕД В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

Начнем рассмотрение с простейшей модели взаимодействия сферической заряженной частицы с движущейся со скоростью \mathbf{v}_0 проводящей средой, электрические свойства которой характеризуются проводимостью σ и диэлектрической проницаемостью ϵ . Устойчивость такой частицы в потоке обусловлена внешними силами, в том числе неэлектрического происхождения (силой тяжести и силой сопротивления со стороны нейтральной среды), а постоянство электрического заряда задается действующим механизмом зарядки. При заданном (невозмущенном) движении проводящей среды структура электрического поля \mathbf{E} и тока \mathbf{j} определяется уравнением непрерывности для \mathbf{j} и законом Ома, которые в интересующем нас случае имеют вид

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \eta \mathbf{v}, \quad (2)$$

где η — наведенный в среде пространственный заряд. Учитывая одномерный характер течения (при этом $\mathbf{v} = -v_0 \mathbf{z}_0$, $v_0 > 0$) и уравнение Пуассона, из (2) найдем:

$$\frac{d\eta}{dz} - k_0 \eta = k_0 \eta_0(z, \rho), \quad k_0 = \frac{4\pi\sigma}{v_0}, \quad (3)$$

где η_0 — заданное распределение заряда на частице, \mathbf{z}_0 — единичный вектор, ρ — поперечная координата.

Нас будет интересовать случай, в котором

$$k_0 a \ll 1, \quad (4)$$

т. е. когда длина следа пространственного заряда k_0^{-1} много больше радиуса частицы a . При этом характер поперечной зависимости $\eta_0(z, \rho)$ для общей структуры электрического поля несуществен, и его можно взять однородным. В случае $\eta_0 \equiv q/s$ при $-a \leq z \leq 0$ ($s = \pi a^2$ — площадь сечения следа, q — заряд пылевой частицы) результирующее распределение пространственного заряда будет следующим:

$$\begin{aligned} \eta &= -\eta_0(e^{k_0 z} - 1), & -a \leq z \leq 0, \\ \eta &= -\eta_0(1 - e^{k_0 a})e^{k_0 z}, & z \leq -a. \end{aligned} \quad (5)$$

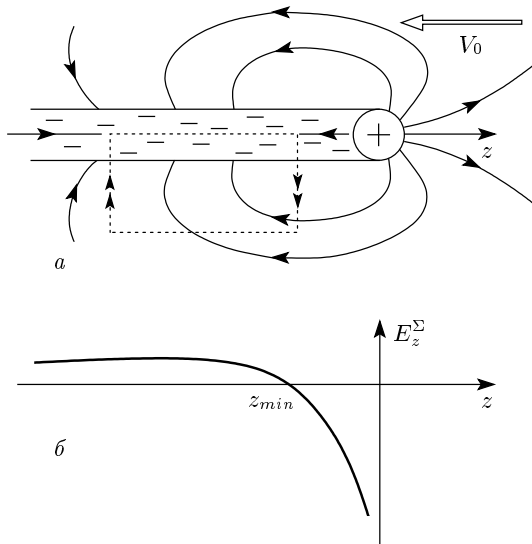


Рис. 1. а) Изображение частицы и следа пространственного заряда; стрелками показан контур интегрирования в (7). б) Зависимость суммарного электрического поля E_z^Σ от координаты z

Как легко проверить,

$$s \int_{-\infty}^0 \eta dz = -q.$$

Очевидно, что суммарное электрическое поле \mathbf{E} обладает осевой симметрией (относительно оси z). Центральное сечение этого поля, содержащее ось z , качественно показано на рис. 1. Величина поля и координата дна потенциальной ямы, которая по существу служит притягивающим центром для другой пылевой частицы с тем же знаком заряда, находятся по заданному заряду (5) в квадратурах. Оценить их можно из следующих соображений. В случае длинного заряженного цилиндрического стержня радиальная компонента поля E_ρ ведет себя на расстояниях $k_0 \rho < 1$ следующим образом (в системе CGS):

$$E_\rho = \frac{2\kappa}{\rho}, \tag{6}$$

где $\kappa = \eta s$ — погонная плотность заряда, s — сечение следа. Тогда создаваемую пространственным зарядом компоненту поля E_z на оси можно найти, интегрируя \mathbf{E} по замкнутому контуру (рис. 1а). Будем иметь:

$$-2 \int_{\delta/k_0}^a \frac{\kappa(z) d\rho}{\rho} + E_z \Delta z + 2 \int_a^{\delta/k_0} \frac{\kappa(z+\Delta z)}{\rho} d\rho \approx 0. \tag{7}$$

Учитывая, что

$$\kappa(z + \Delta z) = \kappa(z) + \Delta z s \frac{\partial \eta}{\partial z},$$

и соответствующую зависимость $\eta(z)$ (5), найдем:

$$E_z = 2M s \eta(z) = 2qM k_0^2 \exp(k_0 z), \tag{8}$$

где q — заряд частицы, $M = |\ln(\delta k_0 a)|$, δ — числовой коэффициент, характеризующий логарифмическую точность проделанных вычислений. Забегая вперед, отметим, что строгий расчет в разд. 4 дает $\delta = 0.3$. Полная структура поля на оси следа в области $z < 0$ дается суммой

$$E_z^\Sigma \approx -\frac{q}{z^2} + 2qM k_0^2 e^{k_0 z}. \tag{9}$$

Зависимость (9) показана на рис. 1б. Ноль поля достигается при $k_0 z_{min} \approx -0.6$, глубина минимума потенциальной ямы составляет

$$U_m \approx \frac{q}{z_{min}} \left(1 + \frac{1}{k_0 z_{min}} \right) \approx qk_0.$$

Легко убедиться [14], что на расстояниях $k_0 r \gg 1$ суммарное электрическое поле частицы и следа имеет дипольную структуру с дипольным моментом $\mathbf{p} = -qk_0^{-1} \mathbf{z}_0$, ориентированным вдоль вектора скорости среды \mathbf{v}_0 .

Таким образом, кильватерный след за пылевой частицей в движущейся проводящей среде по масштабам и по форме существенно отличается от следа пространственного заряда, организованного дебаевской экранировкой, и имеет форму тонкого вытянутого в сторону движения среды стержня, похожего на валентную связь ионов в веществе. Потенциальная яма, соответствующая структуре электрического поля (9), может служить притягивающим центром для других пылевых частиц, приводя к образованию димерных и, возможно (поскольку в общем следе — «хвосте» — двух частиц тоже есть потенциальная яма), полимерных структур. Для количественного ответа на этот вопрос необходимо рассмотреть взаимодействие таких частиц. Это взаимодействие анализируется в следующем разделе.

3. ПАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

Особенностью парного взаимодействия частиц в рассматриваемом случае является то обстоятельство, что это взаимодействие не сводится к притяжению (либо отталкиванию) двух электрических диполей, поскольку сила, действующая на пространственный заряд, прикладывается к среде, а не к частице. В результате задача сводится к анализу относительного движения двух заряженных пылевых

частиц, на каждую из которых действует дипольное поле «хвостатой» частицы. По существу, именно это обстоятельство и позволяет отождествлять действующее на заряженную частицу в плазме электрическое поле со средним макроскопическим полем. В реальных условиях кроме взаимодействия через электрическое поле пылевые частицы подвержены действию различных неэлектрических сил, таких как сила тяжести, сила сопротивления среды, флуктуационные силы, которые в конечном счете определяют эффективную температуру пылевой компоненты. Наряду с этим дисперсия размеров частиц в поле тяжести также приводит к дисперсии скоростей пылевых частиц. Учет всех этих сил представляет довольно сложную задачу, в то же время принципиальная возможность эффекта спаривания частиц целиком определяется электрической силой. Для выяснения такой возможности мы рассмотрим взаимодействие двух одинаковых «хвостатых» частиц, имеющих в начальный момент некоторую относительную скорость $\mathbf{v}^{(0)}$ и отстоящих друг от друга на расстоянии $|\mathbf{r}_0|$, т. е.

$$t = 0 : (\dot{\mathbf{r}}_2 - \dot{\mathbf{r}}_1)_0 = \mathbf{v}^{(0)}, \quad (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)_0 = \mathbf{r}_0, \quad (10)$$

где $\mathbf{r}_{1(2)}$ — координата частицы 1 (2). На расстоянии, много большем размера следа, когда выполняется неравенство

$$k_0 |\mathbf{r}| \equiv k_0 |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1| \gg 1, \quad (11)$$

электрическое поле \mathbf{E} «хвостатой» частицы можно представить в виде поля диполя

$$\mathbf{E} = \frac{3\mathbf{n}(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) - \mathbf{p}}{|\mathbf{r}|^3}. \quad (12)$$

Здесь $\mathbf{n} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$, \mathbf{r} — радиус-вектор из точки расположения диполя в точку наблюдения, дипольный момент \mathbf{p} имеет следующий вид:

$$\mathbf{p}_{1,2} = p_0 \left(\mathbf{z}_0 + \frac{\dot{\mathbf{r}}_{1,2}}{v_0} \right), \quad p_0 \approx \frac{q}{k_0}. \quad (13)$$

Формула (13) учитывает то обстоятельство, что длина следа пространственного заряда пропорциональна скорости среды, а ориентация следа при медленной перестройке движения частицы ($|\dot{\mathbf{r}}_{1,2}| \ll v_0$) строго следует полному вектору скорости относительно проводящей среды.

Если теперь учесть, что $\mathbf{n}_1 \downarrow \uparrow \mathbf{n}_2$, то для разностного вектора $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ получим следующее уравнение движения:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \Delta \frac{3\mathbf{n}(\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{n}) - \dot{\mathbf{r}}}{r^3}, \quad (14)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$, $|\mathbf{r}| \equiv r$,

$$\Delta = \frac{q^2}{4\pi\sigma m_a}$$

— параметр взаимодействия, m_a — масса пылевой частицы. Уравнение (14) имеет векторный интеграл движения, который можно представить в виде

$$\dot{\mathbf{r}} + \Delta \frac{\mathbf{r}}{r^3} = \mathbf{v}^{(0)} + \Delta \frac{\mathbf{r}_0}{r_0^3}, \quad (15)$$

где $\mathbf{v}^{(0)}$ и \mathbf{r}_0 — начальные относительная скорость и радиус-вектор соответственно. Рассмотрим далее для простоты двумерный случай движения частиц в среде, обладающей скоростью $\mathbf{v}^{(0)}$. В полярной системе координат на плоскости xz с началом координат в точке, в которой располагается одна из частиц, уравнение (15) преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned} r \frac{d\varphi}{dt} &= \beta \cos \varphi - \alpha \sin \varphi \equiv \gamma \sin(\psi - \varphi), \\ \frac{dr}{dt} + \frac{\Delta}{r^2} &= \alpha \cos \varphi + \beta \sin \varphi \equiv \gamma \cos(\psi - \varphi), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\alpha = v_x^{(0)} + \Delta \frac{x_0}{r_0^3}, \quad \beta = v_z^{(0)} + \Delta \frac{z_0}{r_0^3}, \quad r_0 = \sqrt{x_0^2 + z_0^2},$$

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \quad \psi = \arctg \frac{\beta}{\alpha}.$$

Разделив второе из уравнений (16) на первое, найдем:

$$\frac{dr}{rd\theta} = \frac{\Delta/\gamma r^2 - \cos \theta}{\sin \theta}, \quad \theta = \psi - \varphi. \quad (17)$$

Решение (17), описывающее траекторию частицы $r(\theta)$, имеет следующий вид:

$$r \sin \theta = \pm \left[d^2 + \frac{2\Delta}{\gamma} (\cos \theta_0 - \cos \theta) \right]^{1/2}, \quad (18)$$

где $d = r_0 \sin \theta_0$ — прицельный параметр, равный минимальному расстоянию между частицами при их движении по прямой линии (когда $\Delta = 0$ и $r_0 \rightarrow \infty$). Спариванию соответствует падение частицы на центр, т. е. решение (18) $r = 0$. Примеры траекторий, соответствующих решению (18), показаны на рис. 2 сплошными линиями.

Реализация спаривания зависит, вообще говоря, от стартовых условий. Для достаточно больших расстояний $(d/r_0)^2 \ll 1$ имеем $\cos \theta_0 \approx -1$ для встречных частиц, и условие спаривания с учетом характера траекторий, показанных на рис. 2, можно записать в виде

$$\frac{2\Delta}{\gamma d^2} \equiv \frac{q^2}{2\pi\sigma v^{(0)} m_a d^2} > 1, \quad (19)$$

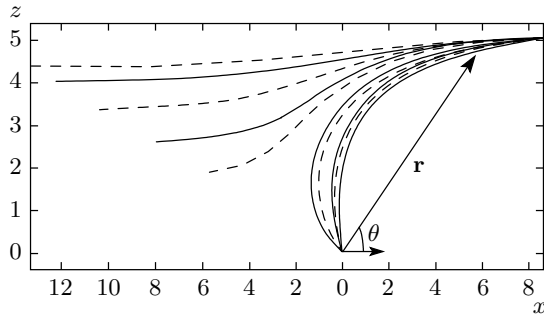


Рис. 2. Примеры траекторий относительного движения взаимодействующих частиц при эквидистантном увеличении параметра $\Delta/\gamma d^2$ от 0.2 до 0.8 и при $r_0 = 10$, $\theta_0 = 5\pi/6$, $d = 5$ с учетом (пунктирная линия, $(dk_0)^{-2} = 1$) и без учета (сплошная линия, $(dk_0)^{-2} = 0$) конечной глубины потенциальной ямы

где $v^{(0)}$ — модуль стартовой скорости частицы, предполагается, что $v^{(0)} \gg \Delta/r_0^2$.

Напомним, что решение (18) применимо, если выполняется неравенство (11). При нарушении (11) необходимо учитывать ближнее поле «хвостатых» частиц и глубина потенциальной ямы становится конечной. При этом уравнение (17) принимает вид

$$\frac{dr}{r d\theta} = \frac{\frac{\Delta}{\gamma(r^2 + k_0^{-2})} - \cos \theta}{\sin \theta}, \quad (20)$$

где глубина потенциальной ямы взята в соответствии с соотношением (9). Численное решение последнего уравнения показано на рис. 2 пунктирными линиями. Из рисунка видно, что условие спаривания становится несколько более жестким по прицельному параметру. При прочих равных условиях величина параметра взаимодействия Δ , необходимая для спаривания, возрастает примерно в полтора раза.

Как мы видим, взаимодействие двух хвостатых частиц с одинаковым знаком заряда кардинально отличается от взаимодействия тех же частиц в отсутствие кильватерного следа. Однако это касается лишь расстояний $k_0 r > 1$. Принимая во внимание структуру электрического поля (9), можно заключить, что на расстояниях $k_0 r \ll 1$ действует обычное кулоновское поле отталкивания. В то же время не очевидно, что с учетом вклада пылевой компоненты в поляризацию среды поле вокруг частицы не изменится и на близких расстояниях, тем более что, начиная с некоторой критической концентрации пылевой компоненты, среда становится неустойчивой по отношению к электромагнитным возмущениям. Ука-

занные вопросы анализируются в следующем разделе.

4. КОЛЛЕКТИВНЫЙ КИЛЬВАТЕРНЫЙ СЛЕД

Как уже отмечалось во Введении, рост концентрации пылевых частиц может принципиально повлиять на электрические свойства рассматриваемой среды. В частности, при превышении определенного порога, равного согласно [7]

$$(\Omega_p^2/\nu_a^2)_{thr} = 1, \quad (21)$$

где

$$\Omega_p = \left(\frac{4\pi q^2 N_a}{m_a} \right)^{1/2}$$

— плазменная частота аэрозольных частиц, ν_a — эффективная частота соударений, определяющая силу трения, действующую на пылевую частицу со стороны нейтральной компоненты, возможно возбуждение коллективных электростатических мод, приводящих к группировке пылевых частиц в сгустки. Интересно проследить, как перераспределяется пространственный электрический заряд вокруг пылевой частицы и меняется структура найденного выше электрического поля с ростом концентрации пылевой компоненты. Мы ограничимся рассмотрением данной задачи в приближении точечной пылевой частицы. В этом приближении можно воспользоваться общим методом расчета электрического поля, создаваемого равномерно движущейся частицей, согласно которому потенциал $\varphi(\mathbf{r}, t)$ равен [16]

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \int d^3k \int d\omega \frac{q\delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})}{2\pi^2 k^2 \varepsilon(\omega, \mathbf{k})} \times \exp\{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t\}, \quad (22)$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция, $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ — диэлектрическая проницаемость.

В системе координат с осью z , направленной вдоль скорости частицы, и с учетом осевой симметрии формула (22) после интегрирования по ω и азимутальному углу преобразуется к виду

$$\varphi(z, \rho) = \frac{q}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \times \int_0^{\infty} \frac{k_{\perp} dk_{\perp} J_0(k_{\perp} \rho) \exp[ik_z(z - vt)]}{(k_{\perp}^2 + k_z^2) \varepsilon(k_z, k_{\perp}, \omega = k_z v)}. \quad (23)$$

Здесь $J_0(k_\perp \rho)$ — функция Бесселя нулевого порядка, ρ — расстояние от оси z (в цилиндрической системе координат). Рассмотрим сначала случай одиночной пылевой частицы. В системе координат $(\xi = z - v_0 t, \rho)$, в которой частица неподвижна, поток проводящего газа обдувает частицу со скоростью v_0 в направлении $-\xi$. При этом

$$\varepsilon = 1 - i \frac{k_0}{k_z}, \quad (24)$$

где, как и раньше, $k_0 = 4\pi\sigma/v_0$. След формируется при $\xi < 0$, а потенциал после интегрирования (23) по k_z и k_\perp с учетом (24) равен ($\xi \leq 0$)

$$\varphi(\xi, \rho) = \frac{q}{\sqrt{\rho^2 + \xi^2}} + \pi k_0 q N_0(k_0 \rho) \exp(-k_0 |\xi|), \quad (25)$$

где $N_0(k_0 \rho)$ — функция Неймана нулевого порядка. При $k_0 \rho < 1$

$$N_0(k_0 \rho) \approx \frac{2}{\pi} J_0(k_0 \rho) \left[\ln \frac{k_0 \rho}{2} + C \right],$$

$C = 0.57$ — постоянная Эйлера. В итоге при $k_0 \rho = k_0 a \ll 1$ выражение для электрического поля $E_z = -\partial\varphi/\partial\xi$ совпадает с (9), если положить $z \equiv |\xi| \gg a$ и $\delta = 0.3$ под логарифмом.

В общем случае выражение для $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega = k_z v)$ с учетом неподвижной пылевой компоненты имеет следующий вид:

$$\varepsilon = \left[1 + \frac{ik_0 v_0}{\omega - k_z v_0} - \frac{\Omega_p^2}{(\omega + i\nu_a)(\omega + ik_z^2 D_a)} \right]_{\omega = k_z v}, \quad (26)$$

где величины k_0 , Ω_p и ν_a определены раньше (см. (1) и (21)), $D_a = (\Delta v)^2/\nu_a$, $(\Delta v)^2$ — разброс скоростей, обусловленный дисперсией размеров пылевых частиц, падающих в поле тяжести $\mathbf{g} \parallel \mathbf{z}$; предполагается, что он преобладает над тепловым разбросом; считается также, что $\nu_a \gg k_z^2 D_a$. Интеграл (23) с ε в виде (26) описывает электрический потенциал выделенной (пробной) частицы, движущейся со скоростью v вдоль оси z . Учитывая зависимость ε (26), выражение (23) можно проинтегрировать по k_\perp . В результате будем иметь:

$$\varphi(\tilde{\xi}, \tilde{\rho}) = \frac{2q\tilde{k}_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{dy K_0(\tilde{\rho}y)}{\varepsilon_1^2(y) + \varepsilon_2^2(y)} \times \{ \varepsilon_1 \cos(\tilde{\xi}y) + \varepsilon_2 \sin(\tilde{\xi}y) \}, \quad (27)$$

где $K_0(\tilde{\rho}y)$ — функция Макдональда нулевого порядка, $\tilde{k}_0 = 4\pi\sigma/(v_0 - v)$, $\tilde{\rho} = \tilde{k}_0 \rho$, $\tilde{\xi} = \tilde{k}_0 \xi$, функции $\varepsilon_1 = \text{Re} \varepsilon$ и $\varepsilon_2 = \text{Im} \varepsilon$ даются соотношениями

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{p^2(c^2 - c_T^2)}{(1 + c^2 y^2)(c^2 + c_T^4 y^2)}, \quad (28)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{y} \left\{ \frac{p^2 c (1 + c_T^2 y^2)}{(1 + c^2 y^2)(c^2 + c_T^4 y^2)} - 1 \right\}. \quad (29)$$

Определяющие структуру поля φ безразмерные коэффициенты p , c и c_T равны

$$p = \frac{\Omega_p}{\nu_a}, \quad c = \frac{\tilde{k}_0 v}{\nu_a}, \quad c_T = \frac{\tilde{k}_0 \sqrt{\Delta v^2}}{\nu_a}. \quad (30)$$

При $p = 0$ из (27) получается выражение (25). Нетрудно видеть, что дисперсионное уравнение $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0$ при $p > 1$ содержит растущие во времени решения ($\text{Im} \omega > 0$). По существу это означает, что решение (27), описывающее стационарную структуру поля φ , справедливо только при $p \lesssim 1$ и неприменимо при $p > 1$. Для случая $p > 1$ необходимо решать задачу с начальными условиями. Учитывая сказанное выше, рассмотрим изменения структуры поля $\varphi(\tilde{\xi}, \tilde{\rho})$, когда p растет от нуля до единицы, оставаясь в области устойчивых решений.

С учетом поляризационного вклада пылевых частиц в $\varepsilon(\omega = k_z v, \mathbf{k}) = 0$ в задаче появляются три дополнительных параметра (30). Рассмотрим сначала, как меняется структура потенциала $\varphi(\tilde{\xi}, \tilde{\rho})$ в отсутствие разброса по скоростям, $c_T = 0$. Здесь существенную роль играет скорость пробной частицы c . Изменение пространственной структуры $\varphi(\tilde{\xi}, \tilde{\rho})$ с ростом p показано на рис. 3.

Интересная особенность возникает при $p^2 \approx c$, когда дипольная структура исчезает ($p^2 = c = 0.01$) и затем появляется ($p > 0.1$), но с противоположной ориентацией диполя — экранирующим пространственным зарядом перед пылевой частицей. Равенство $p^2 = c$ здесь не случайно, а соответствует определенному резонансу, при котором ε_2 , проходя через нуль, меняет знак. Более детально этот резонанс обсуждается ниже. Физическая интерпретация такой перестройки потенциала достаточно простая: при малой относительной скорости частицы пылевой компоненты начинают отклоняться от оси z под действием электрического поля пробной частицы, не долетая до нее, при этом «хвосты» пространственного заряда этих частиц разворачиваются внутрь, создавая его избыток перед частицей. При $c < 0$ пылевая компонента набегает на пробную частицу со стороны хвоста, поэтому смены ориентации диполя не происходит, а глубина потенциальной ямы растет за счет хвостов догоняющих пылевых частиц.

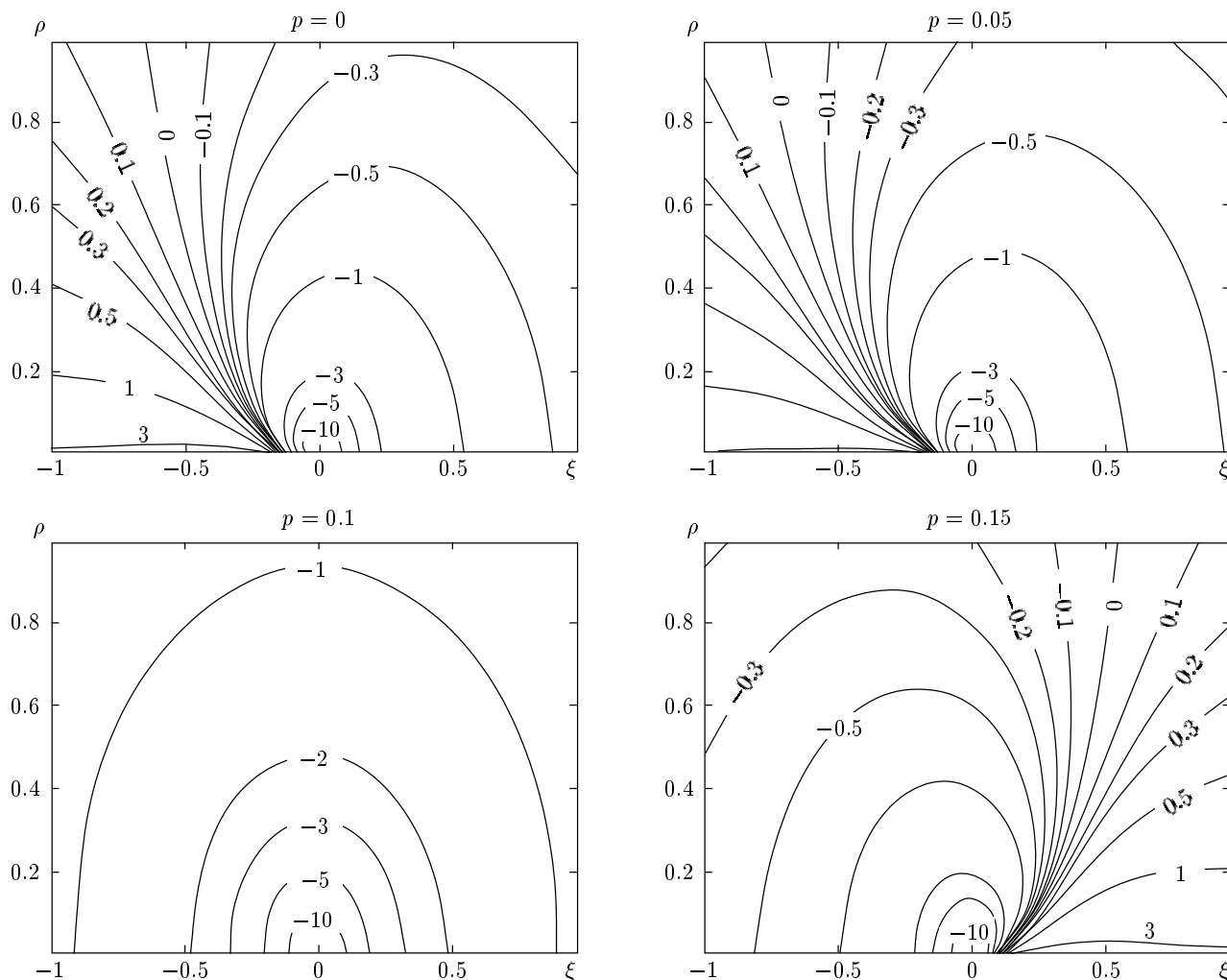


Рис. 3. Изменение структуры потенциала по мере роста концентрации пылевой компоненты при фиксированной скорости пробной частицы ($c = 0.01$)

В целом, за исключением указанного выше эффекта, дипольная структура хвостатой частицы при изменении p качественно меняется незначительно, что иллюстрирует рис. 4.

С ростом p несколько растет глубина потенциальной ямы, что обусловлено уменьшением $|\varepsilon|$, причем при фиксированном c наиболее глубокий минимум потенциальной ямы достигается при определенном значении $p^2 = c$. Координата ξ_{min} минимума потенциала несколько приближается к координате пробной частицы с ростом p . Дисперсия скоростей пылевых частиц $c_T \neq 0$ уменьшает глубину потенциальной ямы и может привести к ее ликвидации при достаточно больших значениях c_T и p (рис. 5).

Наиболее существенные изменения структуры кулоновского потенциала возникают по мере при-

ближения к порогу диссипативной неустойчивости, которая при $c_T = 0$ описывается дисперсионным уравнением¹⁾:

$$\epsilon(\omega, \mathbf{k}) \equiv 1 - \frac{\Omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu_a)} + \frac{4\pi i\sigma}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0} = 0. \quad (31)$$

В соответствии с (31) порог неустойчивости $\text{Im} \omega = 0$ достигается при $\omega \rightarrow 0$ и равен $p_{thr} = 1$ (21); вблизи

¹⁾ Следует заметить, что дисперсионное уравнение (31) справедливо, строго говоря, в области масштабов, значительно превышающих межчастичное расстояние. С другой стороны, если в среде возникло достаточно много димерных (полимерных) образований, неустойчивость может существенно видоизмениться.

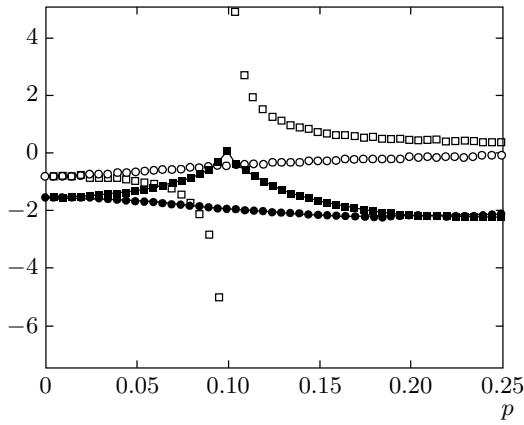


Рис. 4. Эволюция положения (белые точки) и величины (сплошная линия и черные точки) минимума потенциала по мере роста концентрации пылевой компоненты p при фиксированной скорости пробной частицы: $c = 0.01$ (квадраты), -0.01 (кружки)

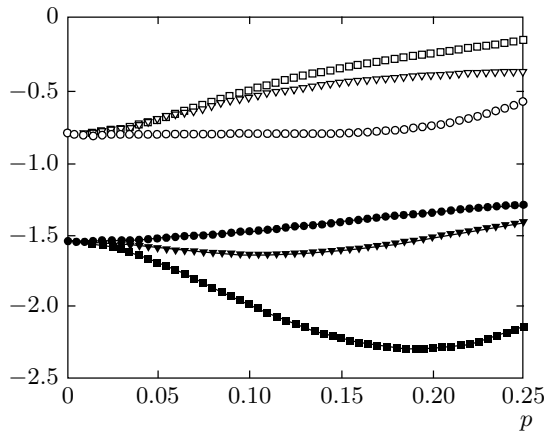


Рис. 5. Эволюция положения (белые точки) и величины (сплошная линия и черные точки) минимума потенциала по мере роста концентрации пылевой компоненты p при $c = -0.01$ и при различных значениях дисперсии скоростей пылевых частиц: $c_T = 0$ (квадраты), 0.05 (треугольники), 0.5 (кружки)

порога дисперсионное уравнение $\omega(\mathbf{k})$ имеет вид

$$\omega = k_z v_0 \frac{1}{1 + 4\pi\sigma\nu_a/\Omega_p^2}. \quad (32)$$

Интересующее нас вынужденное решение, описываемое соотношением (27) при $\omega = k_z v$, применимо в устойчивой области $p < 1$. При этом ясно, что наиболее существенное изменение потенциала φ при приближении к порогу неустойчивости следует ожидать

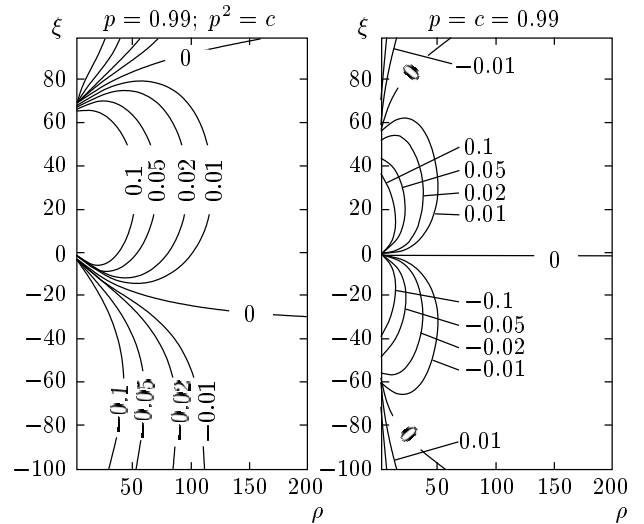


Рис. 6. Изменение структуры потенциала вблизи порога диссипативной неустойчивости

при $|\varepsilon| \rightarrow 0$, т. е. для частицы, синфазной с волной (32), когда

$$p \rightarrow 1, \quad c \approx p^2, \quad y \rightarrow 0. \quad (33)$$

Расчеты φ (27) подтверждают высказанные выше соображения. На рис. 6 приведена структура потенциала $\varphi(\xi, \tilde{\rho})$ вблизи порога $p \lesssim 1$ для резонансного ($p^2 = c$) и нерезонансного ($p = c$) случаев. Видна кардинальная разница в поведении потенциала как вблизи, так и вдали от частицы. При $p^2 = c \rightarrow 1$ удастся получить из (27) аналитическое выражение для φ и электрического поля \mathbf{E} :

$$\varphi(\xi, \rho) = \frac{q}{r} \mp qk_0 \ln \frac{r + |\xi|}{\rho}, \quad (34)$$

где $r = (\rho^2 + \xi^2)^{1/2}$; при этом электрическое поле имеет следующие компоненты:

$$E_\xi = \frac{q}{r} \left(k_0 + \frac{\xi}{r^2} \right), \quad E_\rho = \frac{q}{r} \left(\frac{\rho}{r^2} - \frac{k_0 \xi}{\rho} \right). \quad (35)$$

Структура потенциала (34) определяется не только наличием заряженной частицы в начале координат и кильватерного следа противоположного знака, но и сосредоточенным на оси ($\rho = 0$) зарядом, который при приближении к порогу $p = 1$ и в условиях резонанса $p^2 = c = 1$ тянется от $-\infty$ до ∞ , будучи положительным при $\xi < 0$ и отрицательным при $\xi > 0$. При этом амплитуда электрического поля по сравнению со случаем одиночной частицы резко растет, обращаясь в бесконечность на оси, что соответствует, по существу, резонансу $\varepsilon \rightarrow 0$.

Качественные изменения в структуре потенциала следует ожидать при переходе через порог неустойчивости, когда $p > 1$. При этом ε_1 в (27) меняет знак (при малых y) и кулоновское поле отталкивания одноименно заряженных частиц может смениться полем притяжения даже на близких расстояниях между ними (аналогично случаю $\varepsilon < 0$ в среде без дисперсии). Следует, однако, иметь в виду, что при $p > 1$ проведенное рассмотрение, вообще говоря, неправомерно, и наряду с вынужденным решением (27) необходимо учитывать возбуждение собственных электрических мод среды. Данная задача выходит за рамки настоящей работы.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Рассмотренные выше эффекты относятся к предельному случаю частично ионизованной плазмы, когда основную роль в формировании пространственного заряда играют токи проводимости, а эффектами теплового движения можно пренебречь. Если формирование пространственного заряда определяется ионами, то, как следует из общего выражения для ε с учетом теплового движения, такое пренебрежение возможно, если длина свободного пробега ионов

$$\frac{v_{Ti}}{\nu_{in}} = l_{in} \ll r_{Di} = \frac{v_{Ti}}{\omega_{pi}},$$

и, кроме того, длина следа k_0^{-1} пространственного заряда больше диффузионной длины, т. е.

$$\nu_{in} \gg \omega_{pi}, \quad \frac{k_0 v_{Ti}^2}{\nu_{in} v_0} \ll 1, \quad (36)$$

где ν_{in} — частота соударений ионов с нейтралами, ω_{pi} — плазменная частота ионов, v_{Ti} — тепловая скорость ионов, $k_0 = 4\pi\sigma_i/v_0$, v_0 — направленная скорость относительного движения ионов и пылевых частиц, проводимость

$$\sigma = \frac{\omega_{pi}^2}{4\pi\nu_{in}}.$$

Если электроны дают сравнимый с ионной компонентой вклад, то в соотношении (34) v_{Ti} нужно заменить на скорость звука $v_s \approx T_e/m_i$.

Неравенства (36) в условиях грозового облака выполняются с большим запасом. В лабораторных экспериментах встречаются разные ситуации. При типичной степени ионизации порядка 10^{-6} – 10^{-5} первое неравенство (36) выполняется при достаточно высоких давлениях $P \gtrsim 0.1$ – 1 мбар. Второе неравенство в (36) реализуется при достаточно большом

значении дрейфовой скорости v_0 . Если эта скорость обусловлена электрическим полем, то с учетом соотношения $j = eN_i v_0 = \sigma E$ второе неравенство в (36) преобразуется к виду

$$\frac{4\pi N_i T_i}{E^2} \ll 1, \quad T_i = m_i v_{Ti}^2. \quad (37)$$

При типичных значениях $N_i \sim 10^9$ см $^{-3}$ и $T_i \sim 300$ К неравенство (37) имеет место при $E > 7$ В/см. Такие поля заведомо имеют место в экспериментах с разреженной плазмой, где наблюдаются пылевые кристаллические структуры [5, 6]. Рассмотрим, как в этих экспериментах реализуются механизм токовой экранировки и условия спаривания пылевых частиц. Выбирая в качестве типичных значений $P \approx 1$ мбар, $N_i \sim 10^9$ см $^{-3}$ и $E \sim 10$ В/см, для аргоновой плазмы найдем: $v_0/v_{Ti} \sim 1.5$, $v_{Ti} \sim 3 \cdot 10^4$ см/с, $\nu_{in} \sim 3 \cdot 10^7$ с $^{-1}$, $\omega_{pi} \approx 10^7$ с $^{-1}$. Неравенства (36) при указанных значениях параметров выполняются. Характерная длина следа при этом $k_0^{-1} \sim 10^2 \mu$. Критерий спаривания (19) на границе применимости $k_0 d \sim 1$ запишется как

$$\frac{8\pi q^2 \sigma}{v_0^2 m_a v^{(0)}} > 1.$$

Полагая $a \approx 10 \mu$, $v_0 \approx 3 \cdot 10^4$ см/с, $q \approx 3 \cdot 10^4 e$ и $4\pi\sigma \approx 3 \cdot 10^6$ с $^{-1}$, найдем, что критерий захвата выполняется для относительной скорости пылевых частиц $v_{\tau 0}^{(0)} \lesssim 10^{-3}$ см/с. Заметим, что тепловая скорость пылевых частиц с $a \sim 10 \mu$ ($m_a \sim 10^{-9}$ г) при $T \approx 300$ К равна $v_{Ta} \approx 6 \cdot 10^{-3}$ см/с. Увеличение концентрации пылевых частиц приводит к росту глубины потенциальной ямы в следе частицы и, тем самым, к росту вероятности спаривания. Качественных изменений структуры кулоновского потенциала следует ожидать при приближении к порогу диссипативной неустойчивости, зависящему от концентрации пылевых частиц (см. (27)), когда зона захвата может резко возрасти. Однако определенные выводы здесь можно сделать, рассматривая нестационарную и, вообще говоря, нелинейную задачу формирования электрического поля в комплексной плазме²⁾.

Резюмируя полученные результаты, можно предположить следующий сценарий формирования структур в движущейся проводящей среде в

²⁾ Обратим внимание, что кардинальной перестройки кулоновского потенциала, сопровождаемой эффектами притяжения одноименно заряженных частиц при достижении порога неустойчивости, следует ожидать и в случае бесстолкновительной плазмы. Это обстоятельство может оказаться принципиальным на нелинейной стадии развития неустойчивостей, приводя к кластеризации фазового пространства и слипанию в сгустки взаимодействующих частиц.

присутствии пылевых заряженных частиц. При выполнении неравенств (36) экранирующий пылевую частицу пространственный заряд локализуется в тонкий цилиндрический след с поперечным размером, равным диаметру частицы и длиной

$$l \sim k_0^{-1} = \frac{v_0}{4\pi\sigma},$$

определяемой скоростью v_0 обдувающего потока и проводимостью среды σ . Дипольная структура потенциала такой «хвостатой» частицы является притягивающим центром для других пылевых частиц. Процесс такого спаривания является беспороговым, однако его вероятность зависит от прицельного параметра взаимодействующих пылевых частиц и от их электрического заряда и увеличивается с ростом концентрации пылевых частиц. Структура электрического поля допускает принципиальную возможность формирования наряду с димерами полимерных цепочек, однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки данной работы. Открытым остается вопрос о формировании трехмерных кристаллических структур, особенно в условиях отсутствия плазменной ловушки в поперечном относительно дрейфа направлении. Здесь, возможно, важную роль играет достижение порога диссипативной неустойчивости, приводящей к формированию периодического электрического потенциала в поперечном направлении [15]. Разброс по скоростям пылевых частиц может оказаться довольно критичным для процесса формирования полимерных образований. В этом случае структурный переход в рассмотренной среде возможен лишь по достижении порога диссипативной неустойчивости.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-02-17405).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Нефедов, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, УФН **167**, 1215 (1997).
2. В. Н. Цытович, УФН **167**, 57 (1997).
3. В. Н. Цытович, Г. Морфилл, Х. Томас, Физика плазмы **28**, 675 (2002).
4. Г. Морфилл, В. Н. Цытович, Х. Томас, Физика плазмы **29**, 3 (2003).
5. Х. Томас, Г. Морфилл, В. Н. Цытович, Физика плазмы **29**, 963 (2003).
6. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, И. Т. Якубов, *Физика неидеальной плазмы*, Физматлит, Москва (2004).
7. В. Ю. Трахтенгерц, ДАН СССР **308**, 584 (1989).
8. V. Y. Trakhtengerts, J. Atmosph. Terrestr. Phys. **56**, 373 (1994).
9. Е. А. Мареев, А. Е. Сорокин, В. Ю. Трахтенгерц, Физика плазмы **25**, 289 (1999).
10. H. Ikezi, Phys. Fluids **29**, 1764 (1986).
11. S. V. Vladimirov and M. Nambu, Phys. Rev. E **52**, 2172 (1995).
12. А. М. Игнатов, Физика плазмы **22**, 648 (1996).
13. В. Н. Цытович, Письма в ЖЭТФ **78**, 1283 (2003).
14. А. В. Гапонов-Грехов, И. С. Долина, Б. Е. Немцов, Л. А. Островский, ЖЭТФ **102**, 243 (1992).
15. А. В. Гапонов-Грехов, В. Ю. Трахтенгерц, Письма в ЖЭТФ **80**, 814 (2004).
16. В. Д. Шафранов, в сб. *Вопросы теории плазмы*, под ред. М. А. Леонтовича, Госатомиздат, Москва (1963), вып. 3, с. 3.