

ГЕОМЕТРИЯ ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

*Ю. А. Хлестков**

*Московский инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 4 августа 2003 г.,
после переработки 10 марта 2005 г.

На основе точного решения уравнений Эйнштейна–Максвелла дано гравитационное описание электрического заряда, устраняющее кулоновскую расходимость. Внутренний пульсирующий полузакрытый мир из нейтральной пыли через две статические горловины гладко шит с параллельными вакуумными мирами Рейсснера–Нордстрема. Заряд, масса покоя и электрическое поле выражаются через кривизны пространства. Внутренние и внешние параметры фридмона, электрона, вселенной образуют степенной ряд.

PACS: 04.20.-q, 04.20.Jь

1. ВВЕДЕНИЕ

В плоском пространстве-времени «элементарные» частицы — точечные объекты. Об их внутренней структуре можно говорить в пространстве общей теории относительности (ОТО), кривизна которого эквивалентна гравитационному полю [1].

В программу Эйнштейна изначально входила задача, во-первых, геометризовать физические поля, их источники, во-вторых, представить дискретность пространства-времени и параметров элементарных частиц, их нелокализуемость и стохастичность поведения (квантовые явления) как проявление свойств «непрерывного» гравитационного поля.

Данная работа поставляет простейший пример, иллюстрирующий возможность реализации первой части этой программы. На базе точного решения уравнений Эйнштейна–Максвелла для нестационарного центрально-симметричного незаряженного пылевидного вещества (пыли) и электромагнитного поля [2] описана внутренняя структура электрического заряда.

Следует отметить, что пока не реализована вторая часть программы, т. е. не описана в нелинейной геометризованной теории и не понята природа квантового поведения элементарных частиц, не

учтен спин, нельзя распространять полученное решение для электрического заряда на реальные элементарные заряженные частицы — электрон, протон и т. д. Речь пойдет только об описании геометрии абстрактного электрического заряда, имеющего заряд и массу покоя, совпадающие с соответствующими квантовыми числами реального электрона, фридмона, вселенной и т. д.

Данное решение проясняет смысл фундаментальных констант — электрического заряда e и массы покоя m_0 : они оказываются первыми интегралами уравнений Эйнштейна–Максвелла (интегралами движения), и их можно найти по кривизнам пространства-времени в любой его точке.

Обычно, со времен Эйнштейна, считается неудовлетворительной такая процедура, когда источник гравитационного поля — тензор энергии-импульса материи, стоящий в правой части уравнений, приходится задавать «руками». На этом основании возможность полной геометризации физических полей подвергается сомнению.

Полученное решение показывает, что это не совсем так. Задается лишь «начинка» той системы, которую собираются изучать (какое вещество, какие физические поля и взаимодействия, есть ли заряды, давление, вращение, кручение и т. п.). Затем, ввиду нелинейности и самосогласованности системы уравнений Эйнштейна и уравнений для потенциалов фи-

*E-mail: khlestkov@yandex.ru

зических полей, в результате ее решения все физические характеристики (плотности, скорости, напряженности) выражаются через геометрию.

В отличие от линейной ситуации, породившей, скорее всего, такой взгляд на уравнения Эйнштейна с правой частью, до решения нелинейных уравнений почти ничего нельзя сказать в общем случае о свойствах функций, им удовлетворяющих, ввиду отсутствия принципа суперпозиции. У нелинейного уравнения нет «источника», «правой», «левой» части в линейном понимании.

Не менее существенно, что кривизна пространства-времени устраняет главный недостаток теорий в пространстве-времени Минковского — кулоновскую расходимость поля точечного заряда, которая порождает расходимости в существующих квантовых теориях.

Строго говоря, плоское пространство обязано быть пустым: если тензор кривизны Римана–Кристоффеля равен нулю, то равен нулю консервативный тензор Эйнштейна и, следовательно, тензор энергии-импульса материи, а поэтому плотности и потенциалы физических полей.

Кроме того, данное решение позволяет понять, наконец, причину существующего в физике представления о пренебрежимой малости гравитационных эффектов на классической длине (из-за чрезвычайной малости гравитационного радиуса по сравнению с классическим) и о том, что гравитационные взаимодействия (кривизна пространства-времени) начинают играть существенную роль либо на предельных длинах типа планковской в микромире, либо на масштабах вселенной в макромире и мегамире.

Причина оказывается парадоксальной: такая ситуация в вакууме (исчезающая малость «потенциального гравитационного поля» по сравнению с потенциальным электрическим полем одиночного покоящегося заряда: $\sqrt{k} m_0/r^2 \ll e/r^2$, k — гравитационная постоянная) объясняется как раз большим «гравитационным дефектом массы» из-за сильного гравитационного поля (из-за большой кривизны пространства-времени) внутри заряда, уменьшающего наблюдаемую извне энергию заряда в вакууме (с «ньютоновой» точки зрения гравитационное поле обладает как бы «отрицательной энергией»).

Гравитационное взаимодействие, как ему и положено по определению, универсально, проявляется на любых длинах, отображая физические поля на геометрию [1].

Краткий обзор литературы по данной проблеме ОТО и выяснение причины, почему раньше не удавалось получить строгого решения задачи об источ-

нике электрического заряда и массы покоя частицы, отнесены в Приложение.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть гравитационное поле в центрально-симметричной ортогональной нестационарной метрике [1] (в координатах τ, r, θ, φ)

$$\begin{aligned} ds^2 &= e^\nu d\tau^2 - e^\lambda dr^2 - R^2(\tau, r) d\sigma^2, \\ d\sigma^2 &= d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2 \end{aligned} \quad (1)$$

в синхронной сопутствующей системе отсчета задается тензором энергии-импульса, смешанные компоненты которого равны

$$\text{diag}(\varepsilon_s + \varepsilon_f, \varepsilon_f, -\varepsilon_f, -\varepsilon_f),$$

отвечающим идеальному пылевидному в общем случае заряженному веществу с плотностью заряда ρ_f , с плотностью энергии $\varepsilon_s(\tau, r)$ и электромагнитному полю с плотностью энергии $\varepsilon_f(\tau, r)$.

Система уравнений Эйнштейна–Максвелла в данном случае может быть записана в следующем компактном виде (космологический член положим равным нулю):

$$\Phi = \frac{4\pi}{\kappa} R(1 - e^{-\lambda} R'^2 + e^{-\nu} \dot{R}^2),$$

$$\dot{\Phi} = 4\pi R^2 \dot{R} \varepsilon_f,$$

$$\Phi' = 4\pi R^2 R' (\varepsilon_f + \varepsilon_s),$$

$$\dot{\varepsilon}_f + 4\dot{R} \varepsilon_f / R = 0,$$

$$\varepsilon_f' + 4R' \varepsilon_f / R = \sqrt{8\pi \varepsilon_f} \rho_f e^{\lambda/2},$$

$$\dot{\varepsilon}_s + (\dot{\lambda} + 4\dot{R}/R) \varepsilon_s / 2 = 0,$$

$$\dot{\rho}_f + (\dot{\lambda} + 4\dot{R}/R) \rho_f / 2 = 0.$$

Здесь $\dot{R} = \partial R / \partial \tau$, $R' = \partial R / \partial r$, $\kappa = 8\pi k / c^4$ — постоянная Эйнштейна.

Общее решение задачи Коши зависит от трех произвольных функций от r — интегралов движения, соответствующих заданию при $\tau = 0$ начального распределения плотности энергии вещества $\varepsilon_s(0, r)$, плотности заряда $\rho_f(0, r)$ и радиальной скорости $\beta_r(0, r)$.

В качестве этих функций можно выбрать [2] электрический заряд

$$Q(r) = 4\pi \int \rho_f e^{\lambda/2} R^2 dr + Q_0,$$

полную энергию материи

$$E(r) = 4\pi \int (\varepsilon_s + \varepsilon_f) R^2 R' dr + Q^2/2R + E_0$$

и функцию

$$f(r) = e^{-\lambda/2} R' + qQ/R,$$

где Q_0, E_0 — константы, $q = \rho_f/\varepsilon_s$.

Через них выражаются плотности энергии вещества и поля [2]:

$$\varepsilon_s = \frac{E'}{4\pi R^2 R' (1 - qQe^{\lambda/2}/RR')}, \quad \varepsilon_f = \frac{Q^2}{8\pi R^4}.$$

Решение уравнений Эйнштейна – Максвелла найдено в случаях, когда одна из произвольных функций от r обращается в константу [2]. Есть три типа решений:

$$Q = Q_0, \quad R_g = R_{g0}, \quad R_f = R_{f0},$$

где

$$R_g = \kappa E/4\pi$$

— гравитационный радиус,

$$R_f = Q^2/2E = R_c^2/R_g$$

— классический (электромагнитный) радиус,

$$R_c = \sqrt{k} Q/c^2$$

— так называемый критический радиус.

В данной задаче интерес представляет первый тип решений с постоянным электрическим зарядом Q_0 . В этом случае $\rho_f = 0$, т. е. пыль нейтральна. Возникает любопытная ситуация: заряд Q_0 является интегралом движения незаряженной гравитирующей материи и, со своей стороны, порождает электромагнитное поле с плотностью энергии ε_f и напряженностью $E_r = \pm \sqrt{8\pi\varepsilon_f}$ радиального электрического поля в сопутствующей системе отсчета (либо порождается им и нейтральным веществом).

Интересно выяснить, что собой представляет внутренний и внешний (вакуумный) мир объекта, называемого электрическим зарядом, выразить его физические параметры (заряд, массу, радиус) через кривизну псевдориманова пространства внутреннего мира. Покажем, что даже в простейшем случае центральной симметрии, в отсутствие неустранимого вращения, заряд оказывается неевклидовой топологической конструкцией — полужакрытым пульсирующим миром с двумя статическими экстремальными поверхностями — горловинами в пространстве-времени.

3. ВНУТРЕННИЙ МИР

Выберем привлекательное с физической точки зрения решение при $Q = Q_0$, соответствующее полужакрытому периодическому во времени миру [2]:

$$e^\nu = 1, \quad e^\lambda = R'^2/f^2,$$

$$f^2 < 1, \quad 4R_f(1 - f^2)/R_g < 1,$$

$$R = \frac{R_g}{2(1 - f^2)} (1 - \delta \cos \eta),$$

$$\tau - \tau_r = \frac{R_g}{2(1 - f^2)^{3/2}} (\eta - \delta \sin \eta),$$

где

$$\delta = \sqrt{1 - 4R_f(1 - f^2)/R_g},$$

$\tau_r(r)$ — произвольная функция от r , определяемая способом измерения времени в конгруенции наблюдателей.

Это решение при $Q_0 = 0$ переходит в известные нестационарные метрики закрытого мира Толмана – Фридмана из нейтральной пыли [1], а в отсутствие вещества — в статический мир одиночного точечного заряда Рейсснера – Нордстрема, который, в свою очередь, при $Q_0 = 0$ переходит в мир Шварцшильда точечной массы.

Замечательным свойством метрики (2) является отсутствие точечной сингулярности типа бесконечной гауссовой кривизны радиальных сфер: поскольку $\delta < 1$, при определенном задании интеграла движения $R_g(r)$ радиус $R(\tau, r)$ внутренней скалярной кривизны 2-поверхности ($\tau = \text{const}, r = \text{const}$) нигде и никогда не обращается в нуль: $R(\tau, r) \neq 0$.

Поскольку $E_r = Q_0/R^2$, гравитация, т. е. кривизна пространства-времени, устраняет кулоновскую расходимость поля классического точечного заряда в пространстве-времени Минковского.

Поставим начальные условия при $\tau = 0$. Пусть в состоянии максимального расширения внутреннего мира плотность вещества постоянна:

$$\eta = \pi, \quad \dot{R}(0) = 0, \quad \varepsilon_s(0) = \varepsilon_0.$$

Здесь нуль в скобках — зависимость величин от r при $\tau = 0$. Проинтегрировав при $\tau = 0$ соотношение

$$R'_g = \kappa R^2 R' \varepsilon_s,$$

получим связь между полной энергией и плотностью вещества в начальном состоянии:

$$R_g = \frac{\kappa\varepsilon_0}{3} R^3(0) + C_g, \quad (3)$$

где C_g — постоянная интегрирования. Теперь все величины выражаются через $R(0)$ и R (положим $C_g = 0$):

$$R_g = \frac{\kappa \varepsilon_0}{3} R^3(0), \quad R_f = \frac{3R_c^2}{\kappa \varepsilon_0} \frac{1}{R^3(0)},$$

$$f^2 = 1 - \frac{R_g}{R(0)} + \frac{R_c^2}{R^2(0)},$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_0 \frac{R^2(0)R'(0)}{R^2 R'}, \quad \varepsilon_f = \frac{R_c^2}{\kappa R^4}.$$

4. СТАТИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

Определим объект — статическую 2-поверхность (h):

$$r = r_h, \quad R = R_h, \quad \dot{R}_h = 0.$$

Из условия статичности ($\dot{R}_h = 0$) следуют условия

$$\delta_h = 0, \quad 1 - f_h^2 = \frac{R_{gh}^2}{4R_c^2},$$

после подстановки которых в решение (2) следует, что радиус скалярной кривизны статической 2-поверхности всегда равен удвоенному классическому радиусу:

$$R_h = 2R_{fh},$$

т. е. отношению $R_h = Q_0^2/E_h$ квадрата заряда к полной энергии внутреннего мира при $r = r_h$. При $Q_0 \neq 0$ он всегда отличен от нуля.

Все параметры на данной поверхности можно выразить через критический радиус R_c и безразмерный параметр ξ :

$$R_h = \xi R_c = \frac{R_{gh}}{2} \xi^2, \quad R_{gh} = \frac{2R_c}{\xi},$$

$$1 - f_h^2 = \frac{1}{\xi^2}. \tag{4}$$

Так как $f_h^2 < 1$, параметр $\xi > 1$, поэтому для любого заряда радиус кривизны статической сферы больше критического: $R_h > R_c$.

Экстремальный объект, для которого $\xi = 1$, называется фридмоном (максимом). Он является единственным статическим 3-объектом с постоянной кривизной и постоянной плотностью, с невырожденной на его поверхности сферической системой координат, с минимальным радиусом, с максимальным гравитационным радиусом.

При решении задачи Коши выберем начальные условия так, чтобы $R(0) \geq R_h$, т. е. радиус кривизны

статической сферы был минимален в начальном состоянии максимального расширения. Тогда для интегралов движения имеем

$$R_g = R_{gh} \frac{R^3(0)}{R_h^3} \geq R_{gh}, \quad R_f = R_{fh} \frac{R_h^3}{R^3(0)} \leq R_{fh},$$

т. е. полная энергия внутреннего мира на статической сфере минимальна, а энергия электромагнитного поля максимальна.

Определим «массу покоя» m_0 как полную массу (энергию) внутреннего мира на статической сфере:

$$R_{gh} = \frac{2kE_h}{c^4} = \frac{2km_0}{c^2}, \quad m_0 = \frac{m_c}{\xi},$$

где $m_c = Q_0/\sqrt{k}$ — масса фридмона.

Применяя соотношение (3) к статической сфере и учитывая на ней связь между ее радиусом и гравитационным радиусом (4), получаем, что плотность энергии пыли в начальном состоянии, а следовательно, и на данной сфере, конечна и однозначно определяется ее параметрами:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_c/\xi^4,$$

где $\varepsilon_c = 6/\kappa R_c^2$ — критическая плотность энергии.

5. СОСТОЯНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО РАСШИРЕНИЯ

Внутренний мир заряда в начальном состоянии $\eta = \pi$ описывается дифференциальным уравнением

$$e^{-\lambda(0)} (R^2(0)')^2 = 4 \left[R^2(0) - \frac{2}{\xi^2 R_h^2} R^4(0) + R_c^2 \right], \tag{5}$$

решение которого можно представить в виде

$$R^2(0) = 2a_0^2(1 - \delta_0 \cos 2\chi),$$

$$\int e^{\lambda(0)/2} dr = 2a_0\chi, \tag{6}$$

где безразмерная координата $\chi \in [0, \pi]$ [1],

$$\delta_0 = \sqrt{1 + 8/\xi^4}, \quad 2a_0 = \frac{\xi R_h}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{\kappa \varepsilon_0}},$$

а $e^{\lambda(0)}$ — функция от r , зависящая от способа измерения радиальных длин.

Из решения (6) следует, что у полузакрытого мира две статические сферы (геометрические образы зарядов противоположных знаков, т. е. заряженных частиц–античастиц), на которых радиальное электрическое поле имеет противоположные направления. Они расположены в точках χ_h и $\pi - \chi_h$, где

$$\chi_h = \frac{1}{2} \arccos \frac{1 - 4/\xi^2}{\delta_0}.$$

Данное решение при $R_c = 0$ переходит в известное решение для мира Толмана [1]. При этом максимальная «радиальная длина» внутреннего мира в закрытой модели составляет

$$l_r(\pi) = \int e^{\lambda(0)/2} dr = 2\pi a_0.$$

Таким образом, радиальная протяженность внутреннего мира в состоянии максимального расширения, согласно соотношению (6), определяется плотностью энергии вещества в начальном состоянии.

При $\eta = \pi$, $\chi = \pi/2$ величины $R(0)$ и R_g достигают максимальных значений, причем $R_{max} \approx R_{g\ max}$:

$$R_{max} = \frac{\xi R_h}{2} \sqrt{1 + \delta_0} = \sqrt{2} a_0 \sqrt{1 + \delta_0},$$

$$R_{g\ max} = \frac{\xi R_h}{4} (1 + \delta_0)^{3/2} = \frac{a_0}{\sqrt{2}} (1 + \delta_0)^{3/2}.$$

Максимальному значению гравитационного радиуса (полной энергии) можно сопоставить полную массу M внутреннего мира в состоянии максимального расширения:

$$R_{g\ max} = 2kM/c^2.$$

6. ГЕОМЕТРИЗАЦИЯ ЗАРЯДА

Кривизна ${}_a K_\beta^{(a)}$ 2-поверхности $S^{(2)}$, образованной координатными линиями $\{x^\mu, x^\nu\}$, перпендикулярной координатам x^α, x^β , $\alpha \neq \beta \neq \mu \neq \nu$ и рассматриваемой из пространства a измерений ($a = 2, 3, 4, \dots$), выражается через тензор Римана–Кристоффеля соответствующего пространства и модуль метрики на поверхности [1]:

$${}_a K_\beta^{(a)} = R_{\mu\nu\mu\nu}^{(a)} / (g_{\mu\mu}g_{\nu\nu} - g_{\mu\nu}^2) \quad (7)$$

(нет суммирования по индексам). В метрике (1) из выражения (7) имеем

$$\begin{aligned} {}_0 K_r^{(2)} &= \frac{1}{R^2}, \quad {}_0 K_r^{(3)} = \frac{1}{R^2} (1 - e^{-\lambda} R'^2), \\ {}_0 K_r^{(4)} &= \frac{1}{R^2} (1 - e^{-\lambda} R'^2 + e^{-\nu} \dot{R}^2), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} {}_0 K_\varphi^{(2)} &= {}_0 K_\varphi^{(3)}, \quad {}_0 K_\varphi^{(3)} = \frac{1}{R^{2r}} (1 - e^{-\lambda} R'^2)', \\ {}_0 K_\varphi^{(4)} &= \frac{1}{R^{2r}} (1 - e^{-\lambda} R'^2 + e^{-\nu} \dot{R}^2)', \end{aligned} \quad (9)$$

$${}_0 K_\theta^{(a)} = {}_0 K_\varphi^{(a)}.$$

Кривизна 3-гиперповерхности $S^{(3)}$, ортогональной координате x^α , равна сумме кривизн (7) по индексу β :

$$\begin{aligned} \alpha K^{(a)} &= {}_\alpha K_\beta^{(a)} + {}_\alpha K_\gamma^{(a)} + {}_\alpha K_\delta^{(a)}, \\ \alpha &\neq \beta \neq \gamma \neq \delta. \end{aligned} \quad (10)$$

Сумма 4-кривизн всех площадок, ортогональных оси x^0 , равна G_0^0 -компоненте тензора Эйнштейна:

$${}_0 K^{(4)} = {}_0 K_r^{(4)} + 2{}_0 K_\varphi^{(4)} = G_0^0 = \kappa(\varepsilon_f + \varepsilon_s). \quad (11)$$

Сумма 4-кривизн всех площадок, ортогональных оси x^1 , равна G_1^1 -компоненте тензора Эйнштейна:

$${}_r K^{(4)} = {}_r K_0^{(4)} + 2{}_r K_\varphi^{(4)} = G_1^1 = \kappa(\varepsilon_f - p_s),$$

где p_s — давление вещества (в общем случае не равное нулю).

Скалярная кривизна 4-пространства (гауссова, или внутренняя, кривизна [1]) равна сумме всех кривизн (10), ортогональных осям x^0, x^1, x^2, x^3 и в данном случае равна

$$\begin{aligned} K^{(4)} &= {}_0 K^{(4)} + {}_r K^{(4)} + 2{}_0 K^{(4)} = \\ &= G = G_0^0 + G_1^1 + 2G_2^2 = \kappa\varepsilon_s = R'_g/R^2 R'. \end{aligned} \quad (12)$$

Из уравнений Эйнштейна–Максвелла следует связь между кривизнами (7)–(12) и физическими характеристиками:

$$\begin{aligned} \kappa\varepsilon_s &= K^{(4)}, \\ \kappa\varepsilon_f &= {}_0 K^{(4)} - K^{(4)}, \\ 1 - f^2 &= {}_0 K_r^{(2)-1} {}_0 K_r^{(3)}, \\ R_c &= {}_0 K_r^{(2)-1} ({}_0 K^{(4)} - K^{(4)})^{1/2}, \\ R_g &= {}_0 K_r^{(2)-3/2} ({}_0 K^{(4)} - K^{(4)} + {}_0 K_r^{(4)}). \end{aligned} \quad (13)$$

Как уже отмечалось, ${}_0 K_r^{(a)} \neq \infty$, т. е. нет сингулярности радиальных сфер: $\varepsilon_f \neq \infty$.

Соотношения (13) дают возможность выразить две фундаментальные константы: заряд e и массу покоя m_0 , являющиеся первыми интегралами данной гравитирующей системы (m_0 равна полной массе $M(r)$ внутреннего мира на статической сфере $r = r_h$), через кривизны и две другие константы: c (отвечающую наличию светового конуса при выбранной сигнатуре) и k (связывающую «геометрию» с «физикой»):

$$\begin{aligned} e &= \frac{c^2}{\sqrt{k}} \left[{}_0 K_r^{(2)-1} ({}_0 K^{(4)} - K^{(4)})^{1/2} \right], \\ m_0 &= \frac{c^2}{2k} \left[{}_0 K_r^{(2)-3/2} ({}_0 K^{(4)} - K^{(4)} + {}_0 K_r^{(4)}) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Чтобы найти константу e , можно определять кривизны в любой точке внутреннего и внешнего вакуумного мира электрического заряда (в вакууме $K^{(4)} = 0$). Константу m_0 можно искать по кривизнам в любой точке вакуумного мира и на статической сфере. Внутри заряда масса будет зависеть от r .

Электромагнитное поле покоящегося в вакууме заряда, представленное снаружи и внутри в сопутствующей пылевидному веществу системе отсчета напряженностью радиального электрического поля, также выражается во всем пространстве через его кривизны:

$$E_r = \frac{c^2}{\sqrt{k}} \left({}_0K^{(4)} - K^{(4)} \right)^{1/2}.$$

Таким образом, возникает интересная возможность экспериментального определения физических характеристик объектов по измерению геометрических величин, причем для фундаментальных констант в любой точке пространства-времени будут получаться одни и те же значения.

7. ГОРЛОВИНА

Определим горловину в пространстве-времени как 2-поверхность экстремальной кривизны. В простейшей центральной симметрии имеет смысл говорить о горловине как об экстремальной поверхности радиальных сфер, ортогональной временной и радиальной координатам. Если горловина в сопутствующей системе отсчета статическая (т.е. ее кривизна не меняется во времени и она не перемещается по радиальной координате), то она совпадает со статической сферой и условия ее существования выглядят так:

$${}_0K_{rh}^{(4)} > 0, \quad {}_0K_{rh}^{(4)'} = 0, \quad {}_0\dot{K}_{rh}^{(4)} = 0. \quad (15)$$

При этом при ${}_0K_{rh}^{(4)''} \leq 0$ на горловине будет максимум кривизны радиальных сфер ($\eta = \pi$) или перегиб, при ${}_0K_{rh}^{(4)''} > 0$ — минимум кривизны ($\eta = 0$). Подставив в условия (15) выражения для кривизн (8), получим

$$\begin{aligned} {}_0K_r^{(4)'} &= R^{2'} \frac{{}_0K_\varphi^{(4)} - {}_0K_r^{(4)}}{R^2} = \\ &= \frac{R'}{R^4} \left(\frac{4R_c^2}{R} - 3R_g + \kappa \varepsilon_s R^3 \right) = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$${}_0\dot{K}_r^{(4)} = \frac{\dot{R}}{R^4} \left(\frac{4R_c^2}{R} - 3R_g \right) = 0, \quad (17)$$

откуда следует, что статическая горловина существует при $\dot{R}_h = 0$ и либо при

$$\kappa \varepsilon_0 R_h^3 = 3R_{gh} - 4R_c^2/R_h,$$

либо при $R_h' = 0$. В первом случае в выражении (3) для гравитационного радиуса величину C_g положить нулю уже нельзя; $R(0)$ как решение уравнения (5) будет выражаться в эллиптических функциях. Останемся на втором условии $R_h' = 0$.

Так как $e^{\lambda_h} = R'^2/f^2 = 0$ при $\xi \neq 1$, на горловине детерминант метрического тензора обращается в нуль. Следовательно, на ней сферическая система координат вырождается. Но все ее геометрические характеристики (кривизны) и соответствующие им физические величины (масса, плотность пыли, плотность энергии электромагнитного поля, напряженность поля) конечны, т.е. данная особенность является чисто координатной. Она никак не отражается на физике и геометрии.

Отметим также, что в этом случае функция $e^{\lambda(0)}$ в решении (6) должна обращаться в нуль на горловине.

8. СШИВКА С ВАКУУМОМ

Решение (2) покрывает все пространство-время и не требует никаких дополнений. Тем не менее через статические горловины внутренний полузакрытый мир (2) можно гладко продолжить в два вакуумных мира Рейсснера–Нордстрема. В координатах кривизн имеем

$$\begin{aligned} R'_g &= 0, \quad \dot{R} = 0, \quad R' = 1, \quad R = r, \\ \varepsilon_s &= 0, \quad e^\nu = e^{-\lambda} = A(r), \\ ds^2 &= A(r) d\tau^2 - \frac{dr^2}{A(r)} - r^2 d\sigma^2, \quad (18) \\ A(r) &= 1 - \frac{r_g}{r} + \frac{r_c^2}{r^2}, \end{aligned}$$

где

$$r_g = R_{gh} = \frac{2km_0}{c^2}, \quad r_c = R_c = \frac{Q_0\sqrt{k}}{c^2}.$$

Так как сшивка проводится по горловине, кривизна которой изнутри экстремальна и метрика на которой имеет координатную особенность $g_{11} = 0$, метрику (18) надо преобразовать к другой радиальной координате \tilde{r} [1], чтобы метрический коэффициент $g_{\tilde{r}\tilde{r}}$, как и во внутреннем решении, обратился на 2-поверхности сшивки $r = 2r_f$ в нуль. При этом, естественно, на этой поверхности якобиан преобразования $J = r, \tilde{r}$ тоже обратится в нуль (например,

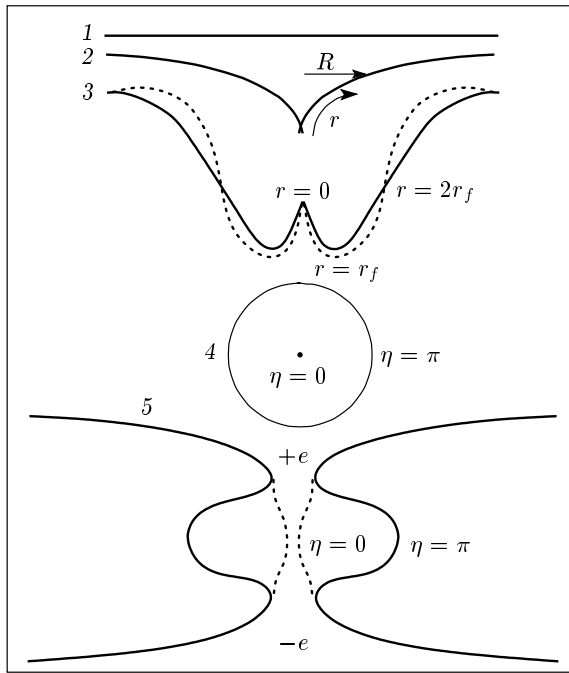


Рис. 1. Геометрия центрально-симметричных метрик: 1 — плоское пустое пространство-время Минковского; 2 — решение Шварцшильда для вакуумного поля точечной массы m_0 ; 3 — решение Рейсснера–Нордстрема для вакуумного поля точечного заряда e с массой покоя m_0 . Пунктиром показана геометрия преобразованной метрики, имеющей экстремум гауссовой кривизны при $r = 2r_f$; 4 — решение Толмана–Фридмана для закрытого мира из пылевидного вещества в состоянии максимального расширения, $\eta = \pi$, имеющего сингулярность в состоянии максимального сжатия, $\eta = 0$; 5 — решение для внутреннего мира электрического заряда, состоящего из нейтральной пыли и радиального электрического поля, пульсирующего от состояния максимального расширения, $\eta = \pi$, сшитого с двумя параллельными вакуумными мирами Рейсснера–Нордстрема через две статические горловины (заряды $+e, -e$)

$r = \tilde{r} + 4r_f^2 / (2r_f + \tilde{r})$, где $r_f = R_{fh} = Q_0^2 / 2E_h^2$. Непосредственной подстановкой в уравнения Эйнштейна [1] произвольного преобразования $r = r(\tilde{r})$ с условием $J_h = 0$ убеждаемся, что на горловине преобразованная, не зависящая от мирового времени метрика (18) им удовлетворяет.

На горловине $R'_h = r_{,\tilde{r}} = 0$ и непрерывной оказывается величина G^1_1 — смешанная компонента консервативного тензора Эйнштейна, что физически эквивалентно непрерывности электрического поля при переходе в вакуум. Компонента G^0_0 данного тензора

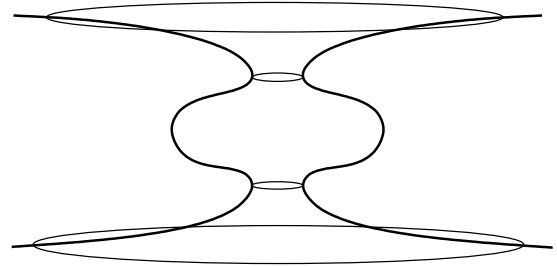


Рис. 2. Геометрия внутреннего и внешнего мира электрического заряда: физическая 3-гиперповерхность упрощена до 2-поверхности вращения, образованной радиальной и одной из циклических координат. Через две горловины (эквивалентные частице и античастице с зарядами противоположных знаков) она связана с параллельными вакуумными миром и антимиром

терпит разрыв первого рода, физически соответствующий резкой границе пыль–вакуум.

В процедуре сшивки выполняются условия Лихнеровича: если $f(x^\mu) = 0$ — уравнение поверхности сшивки, в данном случае это уравнение $r - r_h = 0$, то непрерывным оказывается произведение $G^\nu_\mu f_{,\nu}$. Фактически, отрезав от метрики Рейсснера–Нордстрема часть $r < 2r_f$, мы выбросили присущую вакуумному решению сингулярность $r = 0$ и получили неточечный (объемный) материальный источник поля Рейсснера–Нордстрема.

Качественно иерархия геометрии пространств для разных простейших источников поля показана на рис. 1, где трехмерная гиперповерхность (наблюдаемое физическое пространство) для наглядности представлена кривой линией, вдоль которой меняется координата r , т. е. сечением двумерной поверхности вращения, по второму направлению которой меняется одна из циклических координат, θ или φ . Расстояние до оси вращения пропорционально радиусу $R(r)$ двумерной гауссовой кривизны, а выпуклость или вогнутость поверхностей зависит от знаков кривизн ${}_0K_r^{(3)}$ и ${}_0K_\varphi^{(3)}$. На рис. 1 видно, что для перехода в метрике Рейсснера–Нордстрема от точечного источника к объемному и для ее гладкой сшивки с внутренним решением данное поле пришлось слегка деформировать преобразованием (пунктирная кривая).

Итак, электрический заряд геометрически выглядит как два параллельных вакуумных пространства, натяжения которых эквивалентны электрическому полю и которые соединены через две статические горловины радиуса, равного удвоенному клас-

сическому. Между ними находится нестационарный конечный мир, натяжения которого эквивалентны нейтральному пылевидному веществу и электрическому полю, пульсирующий от состояния максимального расширения до состояния максимального сжатия. Данная картина качественно изображена на рис. 2 в виде 2-поверхности вращения по тем же правилам, что и кривые на рис. 1. При этом величина $R(\eta, \chi)$ нигде не обращается в нуль. Напряженность радиального электрического поля достигает максимума на горловинах и уменьшается обратно пропорционально квадрату радиуса гауссовой кривизны при удалении от горловин как во внутреннее, так и во внешнее пространство заряда.

Единственная расхожимость, которая сохраняется вследствие центральной симметрии и нестационарности метрики, это излом 2-поверхности, образованной координатами $\{r, \theta\}$ или $\{r, \varphi\}$, при смене расширения сжатием. Излом перемещается по определенному закону $\chi(\eta)$ (сингулярность типа $R' = 0$, $R'_g \neq 0$, ${}_0K_\varphi^{(a)} \rightarrow \infty$) и соответствует обращению на нем в бесконечность плотности энергии вещества ($\varepsilon_s \rightarrow \infty$). Но эта сингулярность не принципиальна, обязана простоте модели и отсутствует на горловине.

9. ВНЕШНИЕ И ВНУТРЕННИЕ ПАРАМЕТРЫ ЗАРЯДА

Пусть электрический заряд мира равен фундаментальному, $Q_0 = e$, а константы c, k, e имеют экспериментальные значения. Тогда параметры мира на горловине и внутри заряда определяются величиной ξ . Фридмон ($\xi = 1$) — объект с критическими параметрами

$$\begin{aligned} f_h &= 0, \quad \delta = 0, \quad \delta_0 = 3, \quad \dot{R} = R' = 0, \\ R_h &= 2R_{fh} = R_{gh}/2 = R_c = R_{max} = \\ &= R_{min} = 2\sqrt{2}a_0, \\ m_0 &= M = m_c = \frac{e}{\sqrt{k}}, \quad \varepsilon_0 = \frac{6}{\kappa R_c^2} = \varepsilon_c, \\ R_c &= \frac{km_c}{c^2}. \end{aligned} \tag{19}$$

Здесь R_{min} — величина радиуса кривизны при $\eta = 0, \chi = \pi/2$, т.е. в состоянии максимального сжатия. Параметры остальных объектов можно выразить через критические (19):

внешние,

$$R_h = \xi R_c, \quad m_0 = m_c/\xi, \tag{20a}$$

и внутренние,

$$\begin{aligned} R_{max} &= \frac{\xi^2}{2} \sqrt{1 + \delta_0} R_c, \\ M &= \frac{\xi^2}{8} (1 + \delta_0)^{3/2} m_c, \\ \varepsilon_0 &= \rho_0 c^2 = \varepsilon_c/\xi^4. \end{aligned} \tag{20б}$$

В данной модели нет ограничений сверху на величину ξ . Существенным фактом является то, что экспериментальное значение ξ для электрона известно точно по его внешним параметрам (20а):

$$\xi_e = e/\sqrt{k} m_0 = 2.04 \cdot 10^{21}$$

(напомним, что здесь имеется в виду абстрактный объект с зарядом и массой покоя реальной элементарной частицы — электрона, в пренебрежении, естественно, вращением в простейшем случае центральной симметрии). Также известна экспериментальная оценка величины ξ для нашей вселенной, но уже по ее внутренним параметрам (20б) — полной массе и радиусу, в предположении, что применима закрытая космологическая модель [1]:

$$\xi_u \approx \left(2\sqrt{2} M/m_c\right)^{1/2} \approx \left(\sqrt{2} R_{max}/R_c\right)^{1/2}$$

(для вселенной $\delta_0 \approx 1$).

При этом предполагается, что электрический заряд вселенной тоже равен фундаментальному.

Следовательно, точно известны внутренние параметры электрона и, соответственно, внешние параметры нашей вселенной. Результат получается довольно любопытным: внутри электрона находится вселенная, имеющая в состоянии максимального расширения массу $M = 2.73 \cdot 10^{36}$ г, т.е. порядка тысячи масс Солнца, и радиус $R_{max} = 4.06 \cdot 10^8$ см, т.е. порядка радиуса Земли, а наша вселенная извне выглядит как частица (горловина, см. рис. 2), имеющая очень маленькую массу покоя $m_0 \approx 2 \cdot 10^{-37}$ г и радиус кривизны $R_h \approx 10^{-3}$ см.

Интересно отметить, что если допустить, что внутренний радиус и полная масса наблюдаемой вселенной на два порядка больше значений, оцениваемых по постоянной Хаббла, и применить соотношения (20) к зарядам с параметрами известных объектов (фридмона, электрона, вселенной), то нетрудно обнаружить, что они образуют степенной ряд:

$$\xi = q^n,$$

где $q = 4.52 \cdot 10^{10}$. Тогда между фридмоном ($n = 0$) и электроном ($n = 2$) может быть еще одна «частица» ($n = 1$), условно названная «мифионом». За электроном следует вселенная ($n = 3$) (см. таблицу).

Спектр параметров электрического заряда

| Параметры | | | Внешние | | Внутренние | | |
|-----------|-----------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|------------------------------|
| n | Объект | $\xi = q^n$ | R_h , см | m_0 , г | R_{max} , см | M , г | ρ_0 , г/см ³ |
| 0 | Фридмон | 1 | $1.38 \cdot 10^{-34}$ | $1.86 \cdot 10^{-6}$ | $1.38 \cdot 10^{-34}$ | $1.86 \cdot 10^{-6}$ | $1.69 \cdot 10^{95}$ |
| 1 | Мифион | $4.52 \cdot 10^{10}$ | $0.62 \cdot 10^{-23}$ | $4.11 \cdot 10^{-17}$ | $1.99 \cdot 10^{-13}$ | $1.34 \cdot 10^{15}$ | $4.06 \cdot 10^{52}$ |
| 2 | Электрон | $2.04 \cdot 10^{21}$ | $2.82 \cdot 10^{-13}$ | $0.91 \cdot 10^{-27}$ | $4.06 \cdot 10^8$ | $2.73 \cdot 10^{36}$ | $0.98 \cdot 10^{10}$ |
| 3 | Вселенная | $0.92 \cdot 10^{32}$ | $1.27 \cdot 10^{-2}$ | $2.02 \cdot 10^{-38}$ | $0.83 \cdot 10^{30}$ | $0.56 \cdot 10^{58}$ | $2.35 \cdot 10^{-33}$ |

10. КОСМОЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДСТВИЕ

То, что внутренний радиус и масса вселенной могут быть больше оцениваемых в астрофизике в приближении постоянства «постоянной Хаббла» h и по линейному эффекту Доплера, не противоречит эйнштейновско-фридмановской космологии [1]: на больших расстояниях и на больших временах надо учитывать, что при распространении света в расширяющейся гипертсфере «радиус» $a(\eta)$ не остается постоянным, а растет и что связь наблюдаемой частоты света с частотой излучения и скоростью источника определяется не линейными преобразованиями Лоренца (в них скорость ограничена скоростью света), а общеквариантными преобразованиями.

Связь «скорости разбегания» $\beta = \chi d \ln a / d \eta$ с «красным смещением» в однородной модели без учета заряда (в метрике Фридмана–Толмана) выглядит так [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{\omega_0} &= \left(\sin \frac{\eta - \chi}{2} / \sin \frac{\eta}{2} \right)^2, \\ \beta &= \frac{hl}{c} = \chi \operatorname{ctg} \frac{\eta}{2}, \\ h &= \frac{c}{a^2} \frac{da}{d\eta} = \frac{c}{2a_0} \frac{\cos(\eta/2)}{\sin^3(\eta/2)}. \end{aligned} \quad (21)$$

Из соотношений (21) видно, что в сингулярности ($\eta = 0$) постоянная Хаббла h и скорость разбегания β обращаются в бесконечность, а в состоянии максимального расширения ($\eta = \pi$) они равны нулю. Это ничему не противоречит, так как в данном случае β не физическая скорость: все точки гипертсферы неподвижны относительно нее, а расширяется само пространство.

11. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЯ

Предположение о том, что заряд вселенной равен e , не противоречит астрофизическим данным, свидетельствующим о наличии в ней неисчезающего среднего электромагнитного поля. Именно это поле, достаточно сильное в состоянии, близком к максимальному сжатию, обеспечивает ускорение рождающихся («закаляющихся») на этом этапе эволюции вселенной реликтовых частиц до сверхвысоких энергий 10^{21} – 10^{22} эВ [2], которые затем, в нынешнем состоянии, близком к максимальному расширению, становятся первичными источниками экспериментально наблюдаемых широких атмосферных ливней (ШАЛ).

Наличие в космическом фоне таких частиц трудно объяснить другими механизмами (звездными, галактическими). Ультррелятивистскую энергию 10^{22} эВ частица может набрать на масштабе вселенной. Из-за радиационных потерь при ускоренном движении по криволинейной траектории она меньше критической энергии ec^2/\sqrt{k} (энергии покоя фридмона), имеющей порядок 10^{28} эВ [2].

Далее. Строгим результатом теории является то, что внутри заряда с параметрами электрона (при однородной плотности внутреннего мира в начальном состоянии) находится вселенная с массой порядка тысячи масс Солнца. Это также может найти экспериментальное подтверждение, если допустить, что наблюдаемые в астрофизике взрывы Сверхновых можно интерпретировать не как результат катастрофического коллапса выгоревших остывших звезд, а как высвобождение части внутренней энергии элементарной частицей при потере ею устойчивости по какой-либо причине (скажем, в результате непродуманных экспериментов на ускорителях цивилизаций, существующих на планетах данных галактик).

12. ВЫВОДЫ

Первые интегралы уравнений Эйнштейна–Максвелла для исследованной системы получены Марковым и Фроловым в 1972 г. [3]. В работе [2] эти уравнения проинтегрированы до конца. Из точного решения уравнений Эйнштейна–Максвелла для внутреннего пространства сферически-симметричного электрического заряда [2, 4] следует, что

электрический заряд является гравитационным объектом ОТО. Радиус гауссовой кривизны горловины, связывающей внутренний нестационарный пульсирующий полукрытый мир из пыли и внешний вакуумный мир Рейсснера–Нордстрема, равен удвоенному классическому радиусу;

кривизна пространства (гравитационное поле) устраняет кулоновскую расходимость поля точечного заряда в плоском пространстве-времени Минковского. Радиальное электрическое поле в сопутствующей системе отсчета достигает максимума на двух параллельных горловинах и убывает обратно пропорционально квадрату радиуса гауссовой кривизны при удалении от них внутрь заряда и в вакуум;

физические константы e , m_0 — первые интегралы уравнений Эйнштейна–Максвелла. Все физические параметры (электрический заряд, масса покоя, радиальное электрическое поле, плотность пыли) выражаются через кривизны 4-пространства. Их можно определить по измерению кривизн в любой его точке;

масса покоя — полная (гравитационная, наблюдаемая) масса внутреннего мира на горловине. Малость гравитационного радиуса по сравнению с классическим у многих «элементарных» частиц говорит не о пренебрежимо малой роли гравитационных эффектов на классической длине, а о сильном «гравитационном дефекте массы» внутреннего мира на горловине за счет фокусирующего (притягивающего) действия гравитационного поля, когда большая кривизна пространства уменьшает видимую массу объекта. У заряда с параметрами электрона величина $\xi \gg 1$: $e \gg \sqrt{k} m_0$, т. е. электрический заряд намного больше «гравитационного»;

элементарная частица (электрон, протон, фридмон и т. д. в «неквантовом» представлении ОТО) и вселенная — формально один объект, рассматриваемый снаружи и изнутри, т. е. микро- и макромир тождественны. При однородных начальных условиях внутри «электрона» находится вселенная с массой порядка тысячи масс Солнца и максимальным радиусом порядка радиуса Земли, а наша вселенная

извне (если ее заряд равен e) выглядит как частица с массой порядка 10^{-37} – 10^{-38} г и радиусом горловины порядка 10^{-3} – 10^{-2} см;

в данной задаче глобальное пространство-время оказывается топологически нетривиальным, «слоистым» (не следует смешивать с расслоенным в теории калибровочных полей), различные объекты (электрон, вселенная и др.) являются норами, связывающими эти параллельные слои. Это решение теоретически подтверждает верность идей, высказанных в окрестности становления ОТО (например, кротовые норы Уилера [5]), причем если в мир выходит «электрон» (горловина, соответствующая отрицательному знаку заряда), то в параллельное пространство выходит «позитрон» (горловина с положительным зарядом), т. е. оно является антимиром. Таким образом, мир из частиц и антимир из заряженных античастиц расположены на двух параллельных ориентируемых 3-гиперповерхностях;

так как заряженная частица состоит из пыли, которая сама состоит из заряженных частиц (нор между слоями вакуумных пространств), пространство в целом, как следствие данного решения, может быть снабжено нетривиальной топологической структурой нигде не плотного замкнутого множества (всюду «дырявого», типа множества Кантора). Следовательно, общая проблема существования может иметь парадоксальное решение: существует то, что равно нулю (имеет меру нуль).

Рассмотренная задача показывает, что ОТО Эйнштейна геометризуется, электромагнитное поле и вещество имеют гравитационное (геометрическое) отображение. Это имеет методическое значение: архаичным является распространенный взгляд на гравитацию как на поле, равноправное с другими физическими полями, как на одно из полей, имеющее лишь геометрическую интерпретацию. Наоборот, гравитационное поле имеет синтезирующий смысл: любое физическое поле, обладающее тензором энергии-импульса, отображается на геометрию пространства, кривизна которого и есть гравитационное поле. Материя эквивалентна гравитационному полю, которое эквивалентно кривому пространству. В этом, собственно, смысл самих уравнений Эйнштейна, в этом же строгий общерелятивистский принцип эквивалентности. Все остальные его формулировки (равенство инертной и тяжелой масс, локальная «уничтожимость» поля тяготения, локальная «спрямляемость» пространства и пр.) носят ограниченный, нерелятивистский характер.

Обычное представление о том, что гравитационное поле существенно либо на предельных длинах

типа планковской (примерно на порядок большей критического радиуса) в микромире, либо на масштабах вселенной в мегамире, уточняется в ОТО: оно проявляется на любых длинах, являясь отображением физических полей на геометрию пространства-времени. Таким образом, гравитационное поле не может быть «меньше», скажем, электромагнитного поля — оно и есть это поле как определенные натяжения кривого пространства.

Следует заметить, что традиционный взгляд на гравитационное поле как на «классическое» в недалеком будущем может быть также подвергнут сомнению. Никаких внутренних ограничений на величины каких бы то ни было параметров в ОТО не существует. Все может быть наоборот: не нужно подвергать квантованию гравитационное поле, а следует с помощью «непрерывного» гравитационного поля объяснить природу дискретных квантовых явлений, что, как было отмечено, входило в начальную программу Эйнштейна.

Хотелось бы вспомнить Я. Б. Зельдовича, в свое время проявлявшего интерес к задаче, поблагодарить Н. В. Мицкевича, И. Д. Новикова, В. П. Фролова за замечания, высказанные в 70–80-е годы. Благодарю Ю. С. Владимирову, В. Н. Мельникову, участников руководимых ими семинаров, особенно К. А. Бронникова, участников научного семинара МИФИ, особенно Н. С. Трушкина, а также Е. Д. Жижина и А. В. Беркова за дискуссию и ценные замечания. Благодарю Б. Ю. Богдановича, Б. Н. Онькия, Э. Я. Школьникова за поддержку работы, а также М. Ю. Лукашина, Л. А. Суханову и А. Ю. Хлесткова за помощь в работе.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Краткий обзор состояния работ по нетривиальным геометрическим конструкциям в теории гравитации

Попытки найти регулярные решения уравнений Эйнштейна с нетривиальной топологией (черные дыры, горловины, норы, трубы, пузыри и пр.) предпринимаются давно и работы в этом направлении сейчас продвигаются, см., например, [6–15]. Однако пока сделан неутешительный общий вывод [6, 9]: построить пространство с горловиной (horn, wormhole) с двумя асимптотически-плоскими мирами можно только в «патологических», с точки зрения общепринятого понимания причинности, случаях (отрицательная плотность энергии порождающей гравитационное поле материи, нарушение слабого энергетического условия [16] и т. п.).

Тем не менее в данной работе получено решение, описывающее внутреннюю структуру электрического заряда без каких-либо особенностей на горловине (геометрических, физических). Эта ситуация объясняется разной постановкой задачи. В предыдущих работах в рамках сферической симметрии рассматривались статические ($\dot{R} = 0$) вакуумные ($\varepsilon_s = 0$, $\rho_f = 0$) миры со скалярным полем, миры с электрическим и скалярным полем с различными лагранжианами [6–15]. Метрика (1) этих миров в большинстве случаев может быть приведена к виду [6]

$\nu(r) + \lambda(r) = 0$. В таких мирах из правой части уравнений Эйнштейна следует, что разность двух смешанных компонент консервативного тензора Эйнштейна должна быть равна

$$G_0^0 - G_1^1 = \kappa(\varepsilon_s + p_s),$$

а с другой стороны, из левой части уравнений Эйнштейна она же равна

$$-e^{-\lambda(r)} R''/R.$$

В работах [6–15] горловина определялась как бесконечно длинная трехмерная труба конечного радиуса кривизны $R(r)$, минимального на 2-поверхности $r = r_h$, т. е.

$$R'_h = 0, \quad R''_h > 0.$$

Считалось также, что на этой поверхности метрический коэффициент e^{ν_h} имеет конечную величину. Получалось, что удовлетворить этим условиям можно только при отрицательной сумме плотности энергии и давления какой-либо материи.

Как один из вариантов рассматривались миры, к источнику которых добавлялся так называемый космологический Λ -член. Последний, если его отождествить с тензором энергии-импульса первого типа по Петрову [1], можно рассматривать как «экзотическую» материю с плотностью энергии Λ/κ и изотропным давлением $-\Lambda/\kappa$, т. е. как материю с ультрарелятивистским уравнением состояния, у которой знак плотности энергии противоположен знаку давления. Это обычно считается патологией как при $\Lambda > 0$, так и при $\Lambda < 0$.

В данной работе удалось избежать этого из-за другой постановки задачи: рассмотрен класс нестационарных метрик (1), $\dot{R} \neq 0$, генерируемых пылевидным незаряженным веществом и электромагнитным полем, представленным в сопутствующей пыли системе отсчета радиальным электрическим полем.

Теперь левая часть разности двух уравнений Эйнштейна выглядит совершенно по-другому. Она не содержит второй производной радиуса R гауссовой кривизны по координате r и, в силу решения уравнений Эйнштейна – Максвелла, тождественно равна положительной правой части:

$$G_0^0 - G_1^1 = 2 \left(1 - f(r)^2 + \dot{R}^2 \right)' / R^2 - 2\ddot{R}/R = \kappa \varepsilon_s > 0.$$

При этом на горловине данное выражение остается конечным, как и другие физические и геометрические величины. Если горловину определить как 2-поверхность, на которой $R'_h = 0$, $\dot{R}_h = 0$ (это не исчерпывает всех возможных определений горловины), то $e^{\lambda_h} = 0$ при $\xi > 1$, т. е. на ней существует только чисто координатная особенность — вырождается сферическая система координат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1967), гл. 10–12.
2. Ю. А. Хлестков, ЖЭТФ **68**, 387 (1975).
3. М. А. Марков, В. П. Фролов, ТМФ **13**, 41 (1972).
4. Ю. А. Хлестков, в сб. научных трудов МИФИ, т. 5, Москва (2003), с. 177.
5. J. A. Wheeler, Ann. Phys. **2**, 604 (1957).
6. K. A. Bronnikov, E-print archives, gr-qc/0104092.
7. I. Dimnikova, E-print archives, gr-qc/0010016.
8. K. A. Bronnikov, Phys. Rev. D **63**, 044005 (2001).
9. D. V. Gal'tsov and J. P. S. Lemos, E-print archives, gr-qc/0008076.
10. J. D. Bekenstein, E-print archives, gr-qc/9808028.
11. S. V. Krasnikov, Phys. Rev. D **62**, 084028 (2000); E-print archives, gr-qc/9909016.
12. K. A. Bronnikov and S. Grinyok, Gravit. Cosmol. **7**, 297 (2001); E-print archives, gr-qc/0201083.
13. S. V. Sushkov and S.-W. Kim, Class. Quant. Grav. **19**, 4909 (2002); E-print archives, gr-qc/0208069.
14. S. A. Hayward, E-print archives, gr-qc/0306051.
15. S. Kim and H. Lee, Phys. Rev. D **63**, 064014 (2001); E-print archives, gr-qc/0102077.
16. С. Хокинг, Дж. Эллис, *Крупномасштабная структура пространства-времени*, Мир, Москва (1977).