

РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТЫХ СТРУКТУР, ОСНОВАННЫЙ НА ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ ГИНЗБУРГА – ЛАНДАУ ДЛЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛАСТИН

*А. Н. Лыков**, *А. Ю. Цветков*, *Г. Ф. Жарков*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 февраля 2005 г.

С использованием численных методов изучены решения уравнений Гинзбурга – Ландау для сверхпроводящих пластин с транспортным током в магнитном поле. Получены зависимости критического тока сверхпроводящих пластин различной толщины от величины внешнего магнитного поля. Исследована связь полевой зависимости критического тока с распределениями параметра порядка, магнитного поля и сверхпроводящего тока в пластине. На основе полученных зависимостей критического тока пластин от магнитного поля найдена зависимость критического тока от внешнего магнитного поля многослойных структур, а также распределения локального магнитного поля и тока в таких структурах в параллельном магнитном поле. Предполагается, что взаимное влияние сверхпроводящих слоев осуществляется только через магнитное поле. Найден простой метод анализа критического состояния многослойных структур в произвольном магнитном поле, основанный на элементарных преобразованиях распределения плотности критического тока по слоям в отсутствие внешнего магнитного поля. Метод дает возможность анализировать различные экспериментальные результаты.

PACS: 74.25.Sv, 74.78.-w, 74.78.Fk

1. ВВЕДЕНИЕ

Поведение массивных сверхпроводников в магнитном поле изучалось на основе системы нелинейных уравнений теории Гинзбурга – Ландау [1] во многих работах [2, 3]. В последнее время большое внимание уделялось исследованию сверхпроводников конечных размеров различной геометрии [4–6]. В данной работе на основе безвихревого подхода, в рамках которого критический ток эквивалентен току распаривания, изучалось критическое состояние сверхпроводящих пластин и слоистых структур, помещенных во внешнее магнитное поле, параллельное их поверхности, и несущих транспортный ток, направление которого перпендикулярно направлению внешнего магнитного поля. Обычно используемый метод для анализа критического состояния сверхпроводников основан на изучении взаимодей-

ствия вихревой системы с дефектами кристаллической решетки [7]. Многообразие свойств вихревой системы в сверхпроводниках, которая является квантовой упругой средой с нелинейной электродинамикой, обуславливает сложность данной проблемы. Для ее решения обычно используются упрощающие предположения, например, применяются лондоновское приближение для описания вихревой системы, модельное распределение магнитного поля в сверхпроводниках и т. д. [7]. При этом часто наблюдается плохое согласие теоретических расчетов с экспериментальными результатами [8]. Даже в простейшем случае упорядоченной структуры дефектов, например в многослойных сверхпроводящих структурах в параллельном магнитном поле, нахождение критического тока является сложной проблемой. Наиболее интересные результаты в этом направлении получены в работах [9, 10]. В работе [9] на основе решения уравнений Гинзбурга – Ландау найдена зависимость критического тока слоистой структуры от

*E-mail: lykov@mail1.lebedev.ru

магнитного поля, близкого к верхнему критическому. В работе [10] для нахождения критического тока используется лондоновское приближение, при этом вихревая решетка разбивается на цепочки и рассматривается их взаимодействие со слоями структуры. В обеих работах накладывается важное ограничение, существенно уменьшающее область их применимости, а именно, рассматривается только случай согласования вихревой решетки со слоистой структурой в пределе малой модуляции параметра порядка. Последнее условие неизбежно приводит к малым критическим токам в таких сверхпроводниках. С практической же точки зрения более интересны сверхпроводники с сильными центрами пиннинга, т. е. сверхпроводниковые слоистые структуры с большой амплитудой модуляции параметра порядка.

В данной работе предлагается новый метод изучения критического состояния слоистых сверхпроводников, основанный на точном решении уравнений Гинзбурга–Ландау для тонких пленок [11]. Предполагается, что все сверхпроводящие слои, формирующие многослойную структуру, находятся в безвихревом мейснеровском состоянии, а их взаимное влияние осуществляется через магнитное поле. Этот подход позволяет строго описать свойства данных сверхпроводниковых структур. Имеется граница применимости безвихревого описания сверхпроводящих пластин в параллельном магнитном поле. В работе [12] Абрикосовым было показано, что проникновение вихрей в пленку становится выгодным не при нижнем критическом магнитном поле H_{c1} (как в обычных массивных сверхпроводниках второго рода), а при существенно большем поле $H_s(D) \propto \phi_0/D^2$, где ϕ_0 — квант магнитного потока, а D — толщина пленки. Кроме того, в пределе $D < \lambda$, где λ — глубина проникновения магнитного поля, максимальное поле перегрева мейснеровского состояния определяется еще большим полем [13]:

$$H_s \approx \phi_0/2\pi\xi D,$$

где ξ — длина когерентности. Это поле, строго говоря, определяет границы нашего подхода в случае большого параметра Гинзбурга–Ландау $\kappa \gg 1$. Таким образом, применяемый подход справедлив в достаточно широком диапазоне магнитных полей и толщин пленок. В последнее время появились работы [14, 15], посвященные исследованию свойств сверхпроводников с $\kappa \sim 1$. В этих работах показано, что такие сверхпроводники должны проявлять особенности, не укладывающиеся в рамки представлений о сверхпроводниках как первого, так и второго рода. В данной работе главное внимание уделялось

сверхпроводникам второго рода с $\kappa > 1$, представляющим наибольший интерес с прикладной точки зрения.

Данное направление исследований имеет важное значение, так как уравнения Гинзбурга–Ландау имеют фундаментальный характер и нахождение их точного решения полезно для многих задач сверхпроводимости, в частности для проверки применимости самих уравнений для описания свойств высокотемпературных сверхпроводников. Кроме того, результаты настоящей работы позволяют лучше понять процессы, происходящие в реальных сверхпроводящих структурах.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается набор длинных и широких сверхпроводящих пластин толщиной D в магнитном поле H , параллельном поверхности пластин, в которых течет транспортный ток перпендикулярно внешнему полю. В качестве транспортного тока I_t используется произведение его плотности на толщину пластины, т. е. ток, приходящийся на единицу ширины пластины. Задача нахождения критического тока такой структуры разбивается на две части. В первой части на основе самосогласованного решения системы уравнений Гинзбурга–Ландау находится зависимость критического тока I_c от величины внешнего магнитного поля H для отдельной пластины. При этом полагается, что сверхпроводящие пластины находятся в безвихревом состоянии. Затем определяется критический ток слоистой структуры путем подбора оптимального распределения транспортного тока по составляющим ее пластинам.

Исходная система уравнений Гинзбурга–Ландау [1] совместно с уравнением Максвелла имеет вид

$$\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}_s = \frac{\psi^2}{\lambda^2} \left(\frac{\phi_0}{2\pi} \nabla\Theta - \mathbf{A} \right), \quad (1)$$

$$\nabla^2\psi \left(\nabla\Theta - \frac{2\pi}{\phi_0} \mathbf{A} \right)^2 \psi + \frac{1}{\xi^2}(\psi - \psi^3) = 0, \quad (2)$$

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_s, \quad (3)$$

где \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля ($\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$), \mathbf{j}_s — плотность тока в сверхпроводнике, c — скорость света в вакууме. Параметр порядка в общем случае записывается в виде $\Psi = \psi e^{i\Theta}$, где ψ — модуль параметра порядка и Θ — его фаза.

Для записи уравнений Гинзбурга–Ландау в данном случае удобно использовать декартову систему

координат (x, y, z) с осями y и z , направленными параллельно плоскости поверхности пластин, причем ось z направлена параллельно внешнему магнитному полю, а транспортный ток течет вдоль оси y . Используя обычный метод выбора калибровки вектора-потенциала \mathbf{A} , можно записать уравнения Гинзбурга–Ландау в следующем виде

$$\frac{d^2 U}{dx_\lambda^2} - \psi^2 U = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx_\lambda^2} + \kappa^2(\psi - \psi^3) - U^2 \psi = 0. \quad (5)$$

При этом векторный потенциал имеет лишь y -компоненту, $\mathbf{A} = \mathbf{e}_y A(x)$. Вместо размерных значений потенциала A , индукции поля B и плотности тока j_s в сверхпроводнике здесь введены безразмерные величины $U(x_\lambda)$, $b(x_\lambda)$ и $j(x_\lambda)$:

$$A = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda} U, \quad B = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda^2} b, \quad b = \frac{dU}{dx_\lambda}, \quad (6)$$

$$j(x_\lambda) = j_s \left(\frac{c\phi_0}{8\pi^2\lambda^3} \right)^{-1} = -\psi^2 U, \quad x_\lambda = \frac{x}{\lambda}.$$

Поскольку транспортный ток I_t в пластине создает магнитное поле

$$H_I = \frac{2\pi}{c} I_t, \quad (7)$$

полное поле вблизи поверхностей пластины равно $H \pm H_I$, и граничные условия к уравнению (4) имеют следующий вид:

$$b|_{x_\lambda=0} = h - h_I, \quad b|_{x_\lambda=d} = h + h_I, \quad (8)$$

где

$$h = \frac{H}{H_\lambda}, \quad h_I = \frac{H_I}{H_\lambda}, \quad d = \frac{D}{\lambda}, \quad H_\lambda = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda^2}.$$

Что касается уравнения (5), то на поверхностях пластины мы примем обычные граничные условия [1]

$$\left. \frac{d\psi}{dx_\lambda} \right|_{x_\lambda=0} = 0, \quad \left. \frac{d\psi}{dx_\lambda} \right|_{x_\lambda=d} = 0. \quad (9)$$

Напомним, что лондоновская длина λ и длина когерентности ξ зависят от температуры. Поэтому приведенные выражения являются неявными функциями температуры и формально справедливы при любой температуре T . Однако сами уравнения Гинзбурга–Ландау применимы лишь в пределе $T \rightarrow T_c$.

Применяется следующая итерационная процедура нахождения самосогласованных решений системы уравнений (4), (5). Первоначально мы задаем

некоторую пробную функцию $\psi(x_\lambda)$ и находим решение уравнения (4) для функции $U(x_\lambda)$. Найденная $U(x_\lambda)$ подставляется затем в уравнение (5), и с учетом граничных условий (9) находится новая функция $\psi(x_\lambda)$. Далее вновь решается уравнение (4), и вся процедура повторяется, пока функции $\psi(x_\lambda)$ и $U(x_\lambda)$ не перестают меняться и, таким образом, представляют собой самосогласованное решение системы. Очевидно, что найденное таким методом решение устойчиво, поскольку оно не зависит от наложения малых возмущений (см. подробнее [16]). Значение критического тока I_{ci} i -й сверхпроводящей пластины принималось равным значению транспортного тока I_t , при котором значение параметра порядка становится равным нулю, $\psi(x_\lambda) \equiv 0$. Таким методом находилась зависимость критического тока на единицу ширины сверхпроводящей пластины от величины внешнего магнитного поля h , в котором она находится. Более подробно указанный метод описан в работе [11], в которой были получены температурные зависимости критического тока распаривания при различных значениях внешнего магнитного поля и толщины пластины. В работе [11] также показано, что выражение для критического тока Гинзбурга–Ландау в отсутствие внешнего магнитного поля справедливо для пленок толщиной, сравнимой с длиной когерентности и глубиной проникновения магнитного поля. Его значение оценивается из теории Гинзбурга–Ландау в приближении постоянного параметра порядка [17]:

$$I_c = \frac{1}{3\sqrt{6}} \frac{c}{\pi} H_{cm} \frac{D}{\lambda(T)}, \quad (10)$$

где H_{cm} — термодинамическое критическое поле. Это соотношение получено для предельного случая $D \ll \lambda, \xi$.

Во второй части задачи определяется критический ток слоистой структуры. При этом предполагается, что соседние сверхпроводящие слои структуры разделены достаточно толстым слоем изолятора, т. е. джозефсоновским взаимодействием между слоями можно пренебречь. Чтобы учесть электрическое взаимодействие между сверхпроводящими слоями, мы полагаем, что все они соединены сверхпроводящими перемычками при $y = \pm\infty$. При этом мы ищем такое распределение транспортного тока по слоям, при котором все слои переходят в нормальное состояние одновременно. Если h_i — магнитное поле, в котором находится i -й слой, то в критическом состоянии через него пропускается ток на единицу ширины пленки, равный критическому току $I_c(h_i)$ пластины, который определяется на основе численного реше-

ния уравнений Гинзбурга–Ландау в первой части нашей задачи. Тогда во всех слоях структуры устанавливается критическая плотность тока. Ток, проходящий через i -ю пластину, создает магнитное поле, определяемое соотношением (7), причем это поле не зависит от расстояния до пластины и имеет противоположную направленность по разным сторонам пластины. Согласно принципу суперпозиции полей, мы должны просуммировать вклады каждого слоя для нахождения магнитного поля, в котором находится произвольный i -й сверхпроводящий слой. Таким образом, это магнитное поле определяется соотношением

$$h_i = h + \sum_{j=1}^{i-1} h_{ij} - \sum_{j=i+1}^N h_{ij}, \quad (11)$$

где h_{ij} — безразмерное магнитное поле, создаваемое транспортным током, протекающим через j -й слой. Распределение магнитного поля по слоям, при котором все слои переходят в нормальное состояние одновременно, находилось методом последовательных приближений. На первом этапе задаются некие начальные условия. Например, предполагается, что все слои находятся в магнитном поле, равном внешнему магнитному полю, и их критический ток на единицу ширины пленки равен $I_c(h)$. Затем с помощью соотношений (7), (11) находится магнитное поле h_i i -го слоя. Используя рассчитанную на первом этапе зависимость $I_c(h)$, находим распределение критических токов слоев в соответствующих магнитных полях h_i . Полученное распределение критических токов по слоям дает с помощью соотношений (7), (11) новые значения h_i . Процесс заканчивается тогда, когда изменение критических токов при каждом цикле становится пренебрежимо малым. Отметим, что подобным методом можно также исследовать критическое состояние многослойных структур, состоящих из неодинаковых слоев.

Распределение магнитного поля слоистых структур, состоящих из одинаковых слоев, в нулевом внешнем магнитном поле можно найти более простым методом. Предположим, что количество слоев нечетно. Вначале рассмотрим трехслойную структуру. Очевидно, что в силу симметрии задачи центральный слой находится в нулевом магнитном поле и его критический ток $I_c(0)$ определяется численным решением уравнений Гинзбурга–Ландау в первой части задачи. Крайние слои будут находиться в магнитном поле H_{I3} , создаваемом двумя другими слоями, и должны иметь одинаковые критические токи I_{c3} , определяемые соотношением

$$I_{c3} = I_c(H_{I3}) = I_c \left(\frac{2\pi}{c} (I_c(0) + I_{c3}) \right). \quad (12)$$

Эту величину можно найти путем подбора. Очевидно, что в случае монотонно убывающей исходной зависимости $I_c(h)$ существует только одно значение $I_{c3}(h=0)$, которое удовлетворяет соотношению (12). В случае пятислойной структуры поведение трех центральных слоев в критическом состоянии не изменится, так как магнитные поля двух крайних слоев компенсируют друг друга. При этом критический ток I_{c5} оставшихся крайних слоев определяется соотношением

$$I_{c5} = I_c \left(\frac{2\pi}{c} (I_c(0) + 2I_{c3} + I_{c5}) \right), \quad (13)$$

и величину I_{c5} также можно найти путем подбора. Добавляя каждый раз по два крайних слоя и рассчитывая таким методом их критический ток, можно найти критический ток слоистой структуры, состоящей из произвольного количества слоев. В общем виде выражения для нахождения критического тока добавленных крайних слоев можно записать в виде

$$I_{cN} = I_c \left(\frac{2\pi}{c} \left[I_c(0) + I_{cN} + 2 \sum_{n=1}^{L-1} I_{c2n+1} \right] \right) \quad (14a)$$

для нечетного числа слоев с $N > 3$ и

$$I_{cN} = I_c \left(\frac{2\pi}{c} \left[I_{cN} + 2 \sum_{n=1}^{L-1} I_{c2n} \right] \right) \quad (14б)$$

для четного числа слоев с $N > 2$, где $L = (N-1)/2$ для первого случая и $L = N/2$ для второго. Такое рассмотрение доказывает, что в нашем случае монотонно убывающей исходной зависимости $I_c(h)$ существует только одно самосогласованное распределение I_{ci} по слоям в нулевом внешнем магнитном поле. Таким образом, в отсутствие внешнего магнитного поля и при известной зависимости критического тока от магнитного поля для одного сверхпроводящего слоя, $I_c(h)$, можно легко получить распределение транспортного тока по слоям в многослойной структуре, состоящей из произвольного количества слоев, в критическом состоянии. Для нахождения данного распределения можно даже использовать экспериментально измеренную зависимость $I_c(h)$.

3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ ДЛЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛАСТИН В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Примеры полученных на первом этапе зависимостей $I_c(h)$ приведены на рис. 1а для параметра $\kappa = 2$

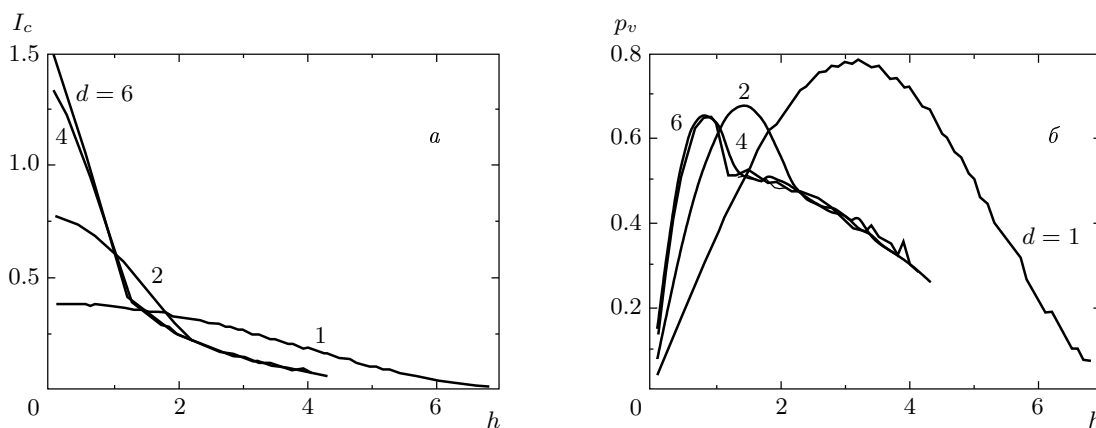


Рис. 1. Теоретические зависимости критического тока I_c (а) и величины $p_v = I_c h$ (б) от внешнего магнитного поля h . Кривые приведены для $\kappa = 2$ и разных значений безразмерной толщины d пластины (значения указаны около кривых). Нарушения гладкости зависимостей (особенно на рис. 1б) связаны с ограниченной точностью вычислений

и для нескольких значений толщины d сверхпроводящей пластины. Видно, что при малых значениях внешнего магнитного поля h с уменьшением толщины образца критический ток уменьшается, однако в области средних полей величина $I_c(h)$ для тонких образцов становится больше, чем для массивных. Также видно, что тонкие сверхпроводящие пластины способны пропускать без диссипации некоторые небольшие транспортные токи в гораздо более сильных полях, чем толстые. Следует обратить внимание, что для толстых пластин, начиная с некоторой толщины d (в данном случае с $d = 6$), зависимости $I_c(h)$ становятся неразличимыми, т. е. толщина пластины никак не влияет на значение критического тока.

Введем функцию $p_v(h) = I_c(h)h$, которая в случае вихревого подхода определяет силу пиннинга. В рассматриваемом нами безвихревом состоянии, когда единственной неоднородностью является граница сверхпроводящей пластины, функция $p_v(h)$ определяет влияние поверхности тонкой сверхпроводящей пластины на величину транспортного тока, который она способна выдержать. Примеры таких зависимостей приведены на рис. 1б. Обратим внимание на то, что в случае $d \leq 1$

$$p_v(h) \propto h(h_{c2} - h), \tag{15}$$

где h_{c2} — верхнее критическое магнитное поле пластины. В случае $d > 1$ при некотором значении внешнего магнитного поля происходит резкое изменение производной $\partial p_v(h)/\partial h$ и зависимость $p_v(h)$ переходит на другую, медленно убывающую ветвь. Таким

образом, на зависимости $p_v(h)$ в случае сверхпроводника второго рода можно выделить три характерные области: I — область роста функции $p_v(h)$ и две области спада (II и III), отличающиеся друг от друга скоростью убывания $p_v(h)$. Отметим, что в случае сверхпроводника первого рода имеются только две области изменения $p_v(h)$ и сама зависимость близка к виду (15) для любых d .

Используемый нами подход позволяет получить детальную информацию о распределениях параметра порядка $\psi(x_\lambda)$, магнитного поля $b(x_\lambda)$ и плотности тока $j(x_\lambda)$ при различных значениях транспортного тока, пропускаемого через сверхпроводящую пластину, и внешнего магнитного поля h , в котором она находится. Чтобы понять природу обнаруженного нами поведения функции $p_v(h)$ в случае больших толщин сверхпроводящих пластин, проанализируем распределение этих величин для $d = 6$. Для таких больших толщин безвихревой предел трудно реализуем, но мы его рассматриваем для большей наглядности обнаруженных явлений. Зависимости параметров $\psi(x_\lambda)$, $b(x_\lambda)$ и $j(x_\lambda)$ при некоторых значениях h из каждой области изменения функции $p_v(h)$ приведены на рис. 2. При этом значения транспортного тока выбирались близкими к соответствующим критическим токам. Кривые 1 демонстрируют распределение указанных параметров в области роста $p_v(h)$ ($h = 0.5$). Зависимости 2 и 3 получены для величин h , близких к значению поля, при котором наблюдается скачкообразное изменение производных функций $I_c(h)$ и $p_v(h)$ (соответственно $h = 1.09$ и $h = 1.1$). В данном случае резкое уменьшение ско-

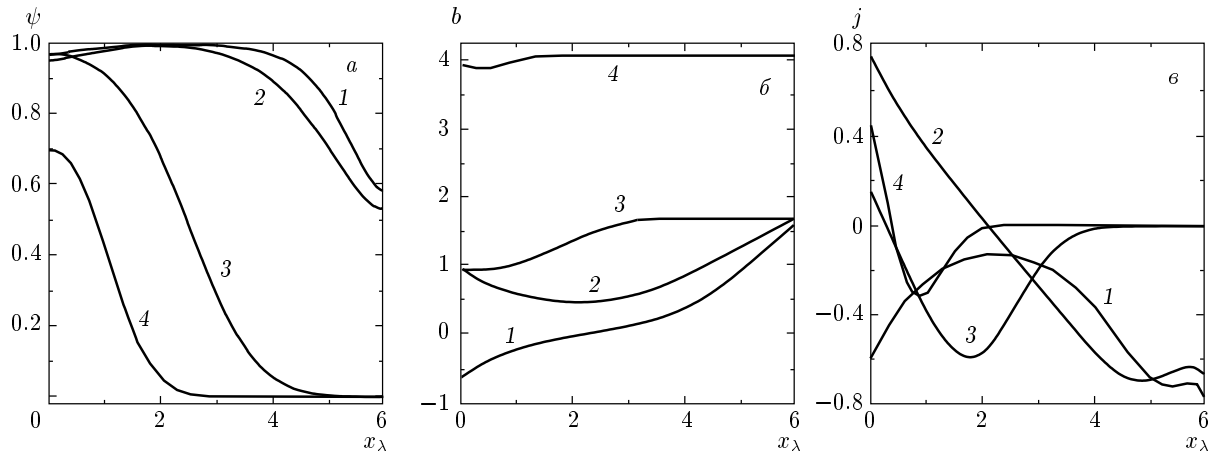


Рис. 2. Распределения макроскопических параметров по толщине сверхпроводящей пластины: *a* — параметра порядка $\psi(x_\lambda)$; *b* — магнитного поля $b(x_\lambda)$; *v* — сверхпроводящего тока j . Все кривые построены для $d = 6$, $\kappa = 2$ и $I_t/I_c = 0.9$ при $h = 0.5$ (1), 1.09 (2), 1.1 (3), 4 (4)

рости убывания величин $I_c(h)$ и $p_v(h)$ наблюдается при $h \approx 1.095$. Кривые 4 отвечают $h = 4.0$, т.е. последней точке на зависимости $I_c(h)$. Характер зависимостей в областях I и II (кривые 1 и 2 на рис. 2) полностью соответствует мейсснеровскому поведению. В этих областях параметр порядка подавляется на краях сверхпроводящей структуры и слабо меняется в ее глубине, а магнитное поле проникает в структуру на конечное расстояние порядка λ . Иным образом обстоит дело в случае области III, в которой величина $p_v(h)$ медленно меняется с увеличением магнитного поля (рис. 1б). Распределения, соответствующие этой области, приведены на рис. 2 (кривые 3 и 4). Видно, что параметр порядка $\psi(x_\lambda)$ для этой области сильно отличается от нулевого значения только вблизи левой границы пластины. При приближении к правой границе его величина убывает экспоненциально (рис. 2а, кривые 3, 4), соответственно, значительная часть сверхпроводящей пластины практически находится в состоянии, близком к нормальному. Отметим, что при переходе из одной области убывания функции $p_v(h)$ в другую при $h \approx 1.095$ наблюдается резкое перестроение всех макроскопических параметров сверхпроводящей пластины, что иллюстрируют кривые 2 и 3 на рис. 2. Рассмотрим теперь, как происходит переход в нормальное состояние под действием транспортного тока вблизи $h \approx 4.0$ (рис. 2, кривая 4). Видно, что характерный размер области с отличным от нуля параметром порядка в данном случае равен $x_\lambda \approx 1$, а дальнейшее увеличение внешнего магнитного поля приводит к полному подавлению сверхпроводя-

щего состояния даже при нулевом транспортном токе. Следует отметить, что исчезновение сверхпроводящего параметра порядка при $I_t = I_c$ происходит скачком, т.е. наблюдается фазовый переход первого рода. Таким образом, транспортные свойства пластин большой толщины в области сильных магнитных полей (см. рис. 1) обусловлены поверхностной сверхпроводимостью.

Рассмотрим теперь, как пропускаемый через пластину транспортный ток I_t влияет на значение параметра порядка ψ_0 на границе пластины. Для примера проанализируем серию зависимостей $\psi_0(I_t)$ для двух значений, $\kappa = 0.5$ и $\kappa = 1.5$ (рис. 3), которые демонстрируют особенности поведения сверхпроводников первого и второго рода. Данные зависимости демонстрируют характер изменения зависимости $\psi_0(I_t)$ в нарастающем внешнем магнитном поле h . Отметим, что параметр порядка $\psi_0 \equiv \psi(x_\lambda = 0)$ на одной границе пластины и параметр порядка $\psi_1 \equiv \psi(x_\lambda = d)$ на другой границе связаны соотношением $\psi_1(I_t) = \psi_0(-I_t)$. Таким образом, кривая $\psi_1(I_t)$ является зеркальным отражением кривой $\psi_0(I_t)$ относительно прямой $I_t = 0$ на рис. 3. Видно, что при $h = 0$ (рис. 3а) зависимость $\psi_0(I_t)$ является симметричной относительно $I_t = 0$. Это объясняется тем, что разрушение сверхпроводимости транспортным током на границах пластины в отсутствие внешнего магнитного поля происходит одинаково вне зависимости от направления транспортного тока. На рис. 3б видно, что в магнитном поле зависимости $\psi_0(I_t)$ перестают быть симметричными и критический ток I_c уменьшается с увеличением h . На рис. 3в

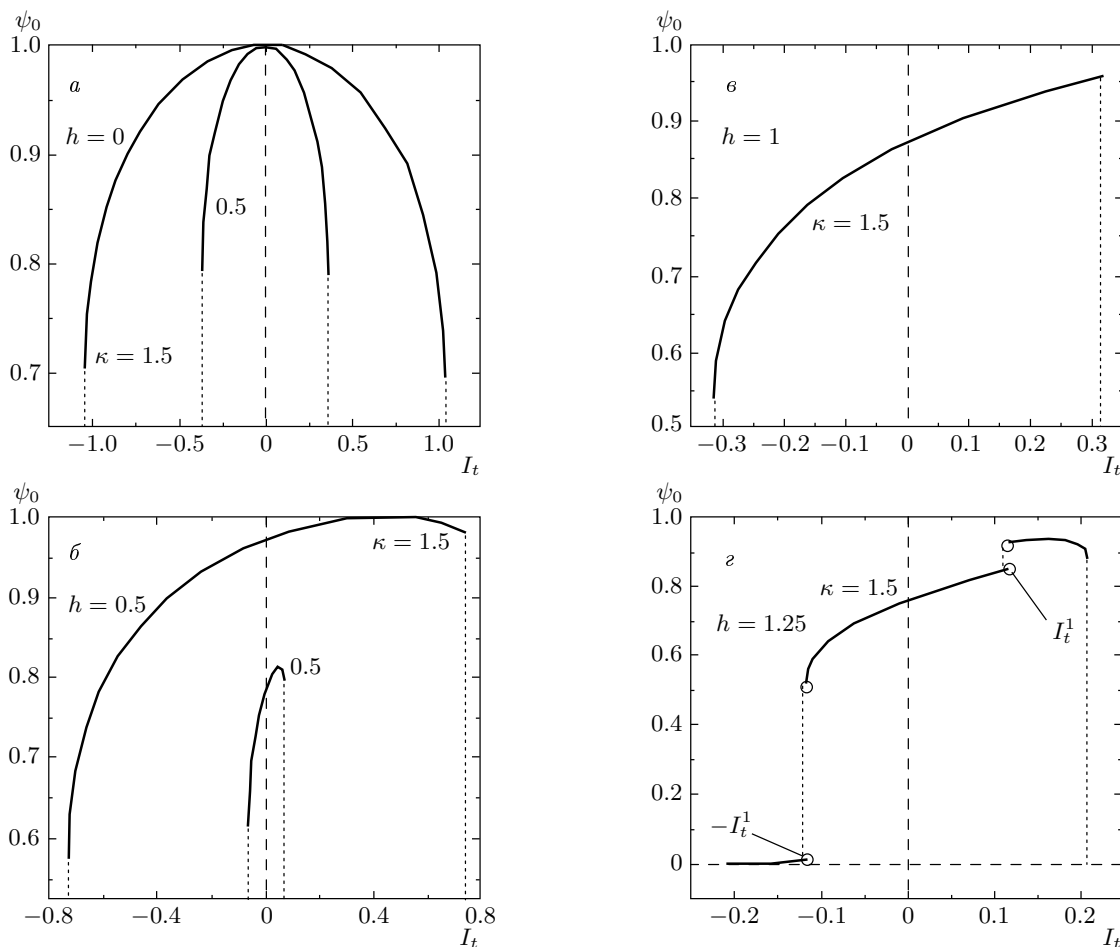


Рис. 3. Зависимости значения параметра порядка ψ_0 на границе пластины толщиной $D = 4\lambda$ от величины и направления транспортного тока I_t для разных значений параметра κ и внешнего магнитного поля h

отсутствуют кривые $\psi_0(I_t)$ для $\kappa = 0.5$. Это связано с тем, что верхнее критическое магнитное поле растет с увеличением κ . В данном случае сверхпроводящее состояние задавлено внешним полем в пластине с $\kappa = 0.5$, но существует в пластине с $\kappa = 1.5$. Обратим внимание, что исчезновение сверхпроводящего состояния с увеличением магнитного поля сопровождается скачком параметра порядка ψ_0 на границе от конечного значения до нуля.

Теперь рассмотрим особенности зависимости $\psi_0(I_t)$ в сильных магнитных полях для сверхпроводников второго рода; в данном случае $h = 1.25$ и $\kappa = 1.5$ (рис. 3г). Ее вид сильно отличается от рассмотренных ранее тем, что на этой зависимости появились две характерные области. В первой области (при малых транспортных токах) $\psi_0(I_t) \neq 0$, а во второй (при больших токах, когда величина $|I_t|$ близка к I_c) $\psi_0(I_t) \approx 0$ и $\psi_1(I_t) \approx 1$

(см. рис. 3г). Таким образом, при малых транспортных токах реализуется токовое состояние, которое рассматривалось ранее и характерно для сверхпроводников первого рода. Область больших токов, в которой сверхпроводящие свойства вызваны поверхностной сверхпроводимостью, отвечает состоянию с подавленным параметром порядка на одной границе и увеличенным на другой. Такое состояние возникает скачком. Отметим, что токовое состояние, которому соответствует распределение макроскопических параметров, показанное на рис. 2 (кривые 3, 4), возникает из-за сильной асимметрии граничных условий (8). Данное состояние существует только в сверхпроводниках второго рода при больших магнитных полях (область III, см. рис. 1б) и транспортных токах, близких к критическому (рис. 3г). Следовательно, область медленного уменьшения величины $p_v(h)$ на рис. 1б отвечает

этому состоянию.

Полученные зависимости $I_c(h)$ можно считать верхними границами критического тока тонкой сверхпроводящей пластины при различных значениях величины внешнего магнитного поля h и толщины пластины D . При этом численное решение уравнений Гинзбурга–Ландау позволяет получить детальную информацию о макроскопических параметрах в сверхпроводнике.

4. РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СЛОИСТЫХ СТРУКТУР

На рис. 4а показан пример полученной описанным выше методом зависимости усредненного критического тока от магнитного поля:

$$\langle I_c \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{ci},$$

где N — количество слоев в слоистой структуре. Значения $\langle I_c \rangle$ приведены в безразмерных единицах. В данном случае параметр Гинзбурга–Ландау $\kappa = 10$ и толщина отдельных сверхпроводящих слоев $d = 0.3$, т. е. $D = 3\xi$. В случае малого количества слоев (нескольких десятков слоев для изучаемых слоистых структур) величина критического тока близка к току распаривания Гинзбурга–Ландау в отсутствие внешнего магнитного поля, описываемому выражением (10). Цифрами около кривых указано количество слоев в слоистой структуре. С увеличением количества слоев увеличивается магнитное поле, которое они создают, и их роль, естественно, увеличивается. Это проявляется в уменьшении критического тока, причем с увеличением магнитного поля это влияние уменьшается и усредненный критический ток приближается к величине $I_c(h)$ для одного слоя. Отметим, что в нашем случае ток $\langle I_c \rangle$ монотонно убывает с увеличением магнитного поля для слоистых структур с произвольным количеством слоев.

Введем в наш случай аналог объемной силы пиннинга $P_v(h) = \langle I_c \rangle h$. Следует напомнить, что мы изначально рассматриваем безвихревое состояние отдельных слоев и единственной неоднородностью является их граница. Для слоистых сверхпроводников типа SIS такое приближение близко к реальной ситуации, так как взаимодействие вихрей с границей формирует наиболее сильные центры пиннинга. На рис. 4б показан пример зависимости объемной силы пиннинга, полученной таким методом, от магнитного поля. Главный результат, который

здесь наблюдается, — это отклонение от закона подобия. С увеличением количества слоев, когда их роль возрастает, производная $\partial P_v(h)/\partial h$ в области малых магнитных полей уменьшается и максимум на зависимости $P_v(h)$ смещается в область более сильных полей, а сама эта зависимость приближается к виду (15). Напомним, что область малых полей для отдельных слоев соответствует мейсснеровскому поведению (см. рис. 2, кривые 1 и 2), а в области сильных магнитных полей их транспортные свойства обусловлены поверхностной сверхпроводимостью (см. рис. 2, кривые 3 и 4).

Данный метод исследования критического состояния многослойных сверхпроводящих структур позволяет получить распределения по слоям транспортного тока и магнитного поля (рис. 5). Величина $\langle b \rangle$ является в данном случае усредненной по толщине соответствующего слоя индукцией магнитного поля или полем, в котором находится этот слой. При этом наши расчеты позволяют получить детальную информацию о распределениях магнитного поля, тока и параметра порядка внутри каждого слоя, аналогичную показанной на рис. 2. Вычисления показывают, что плотность критического тока различна для разных слоев. В отсутствие внешнего магнитного поля она максимальна в центральных слоях, а при включении поля максимум смещается к одному из краев структуры. Интересно отметить, что распределение транспортного тока в критическом состоянии в магнитном поле получается путем сдвига этого распределения в нулевом поле на некую величину. Это можно объяснить с помощью простых соображений. Очевидно, что внешнее магнитное поле h можно заменить магнитным полем h_j транспортного тока неких виртуальных слоев. При этом должны быть выполнены два условия: 1) в области реальных слоев они должны создавать магнитное поле, равное внешнему, $\sum_{j=1}^l h_j = h$, где j — номер некоторого виртуального слоя, а l — их количество; 2) в полученной слоистой структуре, состоящей из реальных и виртуальных слоев, в критическом состоянии должно быть реализовано симметричное распределение транспортных токов, характерное для слоистой структуры, состоящей из $N + l$ слоев, в нулевом магнитном поле. При этом сдвиг максимума критического тока получается путем подбора количества виртуальных слоев l . В этом случае может возникнуть ошибка, связанная с тем, что для заданного магнитного поля сдвиг максимума критического тока не кратен половине периода слоистой структуры. Для того чтобы уменьшить эту ошибку определения зависимости $\langle I_c \rangle(h)$, можно использо-

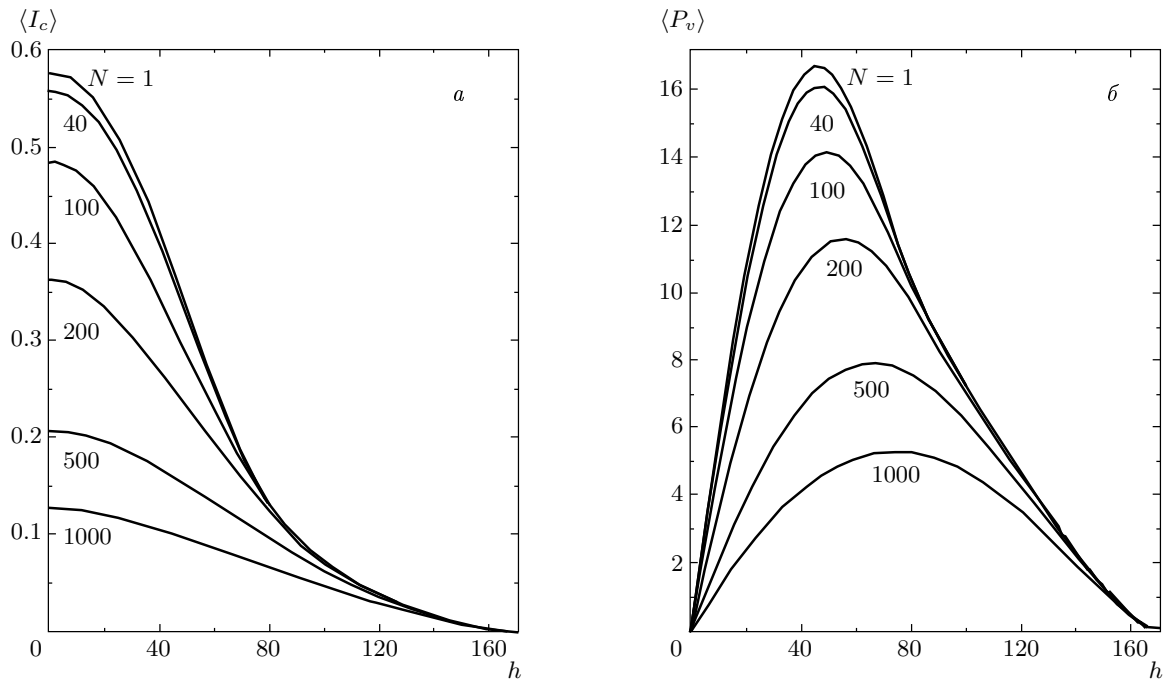


Рис. 4. Зависимости плотности критического тока (а) и объемной силы пиннинга (б) от внешнего магнитного поля для слоистых структур с разным количеством слоев, указанным около соответствующих кривых. Предполагалось, что все слои одинаковые, имеют толщину $D = 3\xi$ и $\kappa = 10$

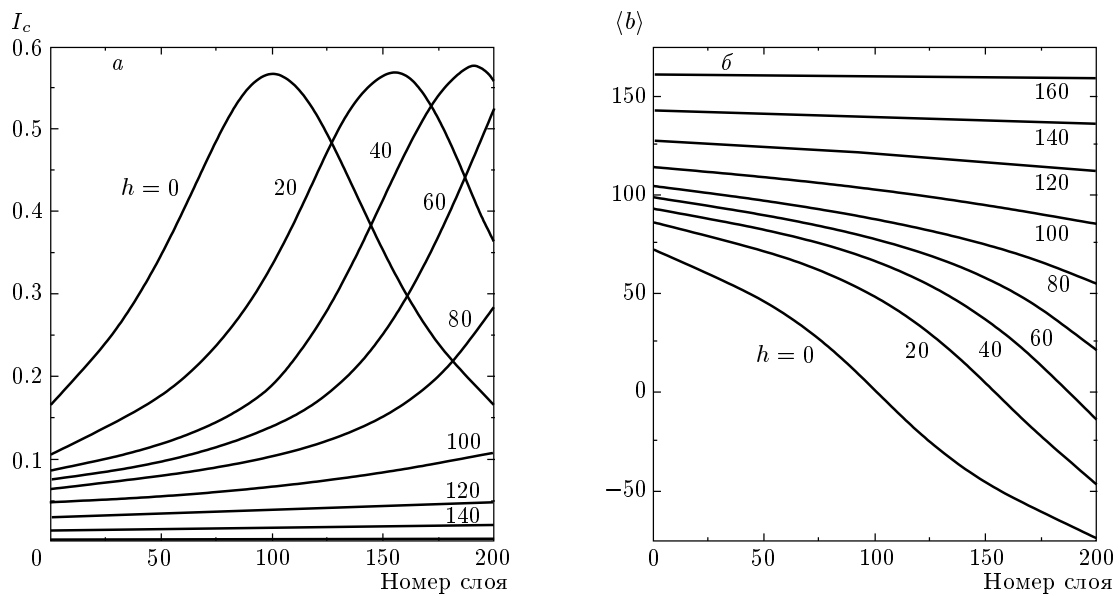


Рис. 5. Зависимости критического тока (а) и локального магнитного поля (б) от номера слоя для слоистой структуры, состоящей из $N = 200$ слоев, в предположении $D = 3\xi$ и $\kappa = 10$. Цифры около кривых — величина внешнего магнитного поля

вать другую процедуру: сдвигать максимум распределения критического тока по слоям с шагом, равным половине периода слоистой структуры, и далее рассчитывать среднюю плотность критического тока и величину внешнего магнитного поля, которые соответствуют данному распределению. Основываясь на этом методе нахождения распределения I_{ci} по слоям, можно сделать следующий важный вывод. Поскольку существует только одно самосогласованное распределение I_{ci} по слоям в нулевом внешнем магнитном поле, существует только одно распределение I_{ci} по слоям и в ненулевом магнитном поле. Таким образом, зная зависимость критического тока от магнитного поля для одного сверхпроводящего слоя, $I_c(h)$, можно легко получить зависимость усредненного критического тока от магнитного поля и распределение транспортного тока по слоям в многослойной структуре в критическом состоянии.

Интересно отметить, что получаемые распределения транспортного тока и магнитного поля по слоям отличаются от распределений, следующих из моделей Бина [18] и Кима–Андерсона [19]. Как известно, в модели Бина плотность критического тока постоянна в образце, а распределение магнитного поля меняется по линейному закону. В модели Кима–Андерсона распределение магнитного поля имеет параболический профиль. Как видно на рис. 5б, в области средних полей ($1 \ll h \ll h_{c2}$) полученные нами распределения магнитного поля близки к распределению, следующему из модели Кима–Андерсона. В области сильных полей ($h \leq h_{c2}$) это распределение приближается к линейному, следующему из модели Бина. В сильном магнитном поле критический ток слоев мал, мало в сравнении с h и магнитное поле, которое они создают, что приводит к равномерному распределению транспортного тока по слоям в критическом состоянии.

Следует отметить, что учет джозефсоновской связи между слоями, разделенными диэлектриком, мало повлияет на полученные зависимости. Это обусловлено тем, что плотность джозефсоновского тока на несколько порядков меньше плотности тока распаривания, поэтому она мало влияет на амплитуду параметра в слоях и на распределение транспортного тока по ним. Иная ситуация возникает, если сверхпроводящие слои разделены прослойками из нормального металла: из-за эффекта близости в нормальных прослойках наводится сверхпроводимость, а в сверхпроводящих слоях, наоборот, параметр порядка подавляется. В пределе малой толщины прослоек в многослойных структурах возникает слабая модуляция параметра порядка. В этом

случае можно найти решение уравнений Гинзбурга–Ландау для структур в параллельном магнитном поле, близком к верхнему критическому [9]. Отметим, что слабая модуляция параметра порядка приводит к слабым энергиям взаимодействия вихрей Абрикосова с решеткой неоднородностей, а следовательно, и к малым критическим токам.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты данной работы можно сформулировать следующим образом.

В рамках безвихревого подхода разработан метод решения уравнений Гинзбурга–Ландау, позволяющий получать распределения параметра порядка $\psi(x_\lambda)$, магнитного поля $b(x_\lambda)$ и плотности тока $j(x_\lambda)$ при различных значениях транспортного тока, пропускаемого через сверхпроводящую пластину, и параллельного магнитного поля h , в котором она находится.

Получены зависимости критического тока сверхпроводящих пластин от величины внешнего магнитного поля h . Исследовано влияние поверхностных явлений на протекание транспортного тока в пластине и рассмотрен характер процессов, происходящих в сверхпроводящей пластине в зависимости от ее толщины D и параметра теории Гинзбурга–Ландау κ . Обнаружено существование поверхностной сверхпроводимости в области полей $h_{c1} < h < h_{c2}$ при больших транспортных токах.

На основе численного решения системы нелинейных уравнений Гинзбурга–Ландау рассчитано критическое состояние многослойных сверхпроводящих структур, помещенных в параллельное магнитное поле. При этом получена зависимость критического тока от магнитного поля, а также распределение тока и магнитного поля по слоям. Задача решалась в предположении об отсутствии вихрей в слоях, взаимное влияние которых осуществляется через магнитное поле. Найден простой метод расчета и анализа критического состояния слоистых структур в произвольном магнитном поле, основанный на элементарных преобразованиях распределения плотности критического тока по слоям в нулевом магнитном поле.

Существование безвихревого мейсснеровского состояния в слоях, которое предполагалось в данной работе, конечно является важным ограничением, поскольку в обычных экспериментах вихри в слоях присутствуют и именно их взаимодействие с центрами пиннинга определяет величину критического

тока. Полученную нами зависимость $\langle I_c \rangle(h)$ можно рассматривать как верхнюю границу критического тока слоистых структур в параллельном магнитном поле. Отметим, что в наклонном магнитном поле реализовать безвихревое мейсснеровское состояние невозможно, так как существует составляющая магнитного поля, перпендикулярная слоям и образующая в них вихри. Поэтому в наклонном поле критический ток определяется пиннингом этих вихрей.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Министерства промышленности, науки и технологий РФ в рамках госконтракта № 40.012.1.1.1357.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **10**, 1064 (1950).
2. Н. J. Fink and A. G. Presson, Phys. Rev. **151**, 219 (1966).
3. V. V. Moshchalkov, X. G. Qiu, and V. Bruyndoncx, Phys. Rev. B **55**, 11793 (1997).
4. P. S. Deo, V. A. Schweigert, F. M. Peeters, and A. K. Geim, Phys. Rev. Lett. **79**, 4653 (1997).
5. V. A. Schweigert and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **57**, 13817 (1998).
6. G. F. Zharkov, V. G. Zharkov, and A. Yu. Tsvetkov, Phys. Rev. B **61**, 12293 (2000).
7. G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and V. M. Vinokur, Rev. Mod. Phys. **66**, 1125 (1994).
8. S. Takacs, Phys. Stat. Sol. (a) **74**, 437 (1982).
9. S. Ami and K. Maki, Progr. Theor. Phys. **53**, 1 (1975).
10. M. Kubic and L. Dobrosavljevic, Phys. Stat. Sol. (b) **75**, 677 (1976).
11. А. Ю. Цветков, Г. Ф. Жарков, А. Н. Лыков, Кратк. сообщ. по физике ФИАН, вып. 6, 25 (2004).
12. А. А. Абрикосов, ЖЭТФ **46**, 1464 (1964).
13. В. В. Шмидт, Г. С. Мкртчян, УФН **112**, 459 (1974).
14. В. И. Марченко, Е. Р. Подоляк, ЖЭТФ **121**, 235 (2002).
15. В. И. Марченко, Е. Р. Подоляк, ЖЭТФ **124**, 172 (2003).
16. G. F. Zharkov and V. G. Zharkov, Phys. Scripta **57**, 664 (1998).
17. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР **118**, 464 (1958).
18. C. P. Bean, Rev. Mod. Phys. **36**, 31 (1964).
19. P. W. Anderson and Y. B. Kim, Rev. Mod. Phys. **36**, 39 (1964).