

ВЛИЯНИЕ СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ НА ПРОЦЕСС РАСЩЕПЛЕНИЯ ФОТОНА

*Д. А. Румянцев**, *М. В. Чистяков***

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000, Ярославль, Россия*

Поступила в редакцию 3 февраля 2005 г.

Рассмотрен процесс расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в сильно замагниченной среде произвольной температуры и химического потенциала. Показано, что по сравнению со случаем чистого магнитного поля ниже порога рождения электрон-позитронной пары становится возможным новый канал расщепления фотона. Парциальные амплитуды и вероятности расщепления вычислены с учетом дисперсии фотона в сильном магнитном поле и зарядово-симметричной плазме. Найдено, что при определенных условиях возможно усиление вероятности расщепления фотона по сравнению со случаем магнитного поля без плазмы.

PACS: 95.30.Cq, 14.70.Bh

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из ярких примеров влияния внешней активной среды на реакции с участием элементарных частиц является процесс расщепления фотона на два фотона, запрещенный в вакууме теоремой Фарри, но возможный в присутствии электромагнитного поля и/или плазмы. Примечательно, что этот экзотический на первый взгляд процесс может играть существенную роль в астрофизических явлениях. В частности, предполагается, что данный процесс мог бы объяснить особенности спектров некоторых радиопульсаров [1], а также отсутствие излучения в радиодиапазоне у недавно обнаруженных источников рентгеновского и гамма-излучения, так называемых аномальных X-пульсаров (АХР) и мягких гамма-повторителей (SGR) [2]. В таких астрофизических объектах возможно наличие сильного магнитного поля, значительно превышающего критическое значение $B_e = m^2/e \approx 4.41 \cdot 10^{13} \text{ Гс}^{(1)}$ и достигающего величин порядка 10^{14} – 10^{16} Гс [3]. Кроме того, анализ спектра излучения некоторых из этих объектов указывает на присутствие в их окрестности относительно горячей и плотной электрон-позитронной плазмы [3].

Теоретическое исследование процесса расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ во внешней активной среде имеет довольно длинную историю. В магнитном поле этот процесс рассматривался целым рядом авторов (см., например, обзор [4], где можно найти подробный список ранних статей), среди относительно недавних работ укажем [5–12]. В частности, в работах [6–9] был рассмотрен случай сильного магнитного поля. В электрон-позитронной плазме без учета влияния внешнего поля распространение фотонов изучалось как в случае покоящейся среды [13], так и в случае, когда плазма движется с произвольной скоростью [14]. В работе [14] методом температурных функций Грина было получено наиболее общее выражение для амплитуды расщепления фотона в релятивистской плазме. Совместный учет влияния обеих компонент активной среды на дисперсионные свойства фотонов и их кинематику в слабо замагниченной, холодной плазме был сделан Адлером [15]. В работе [16] было получено выражение для вероятности расщепления фотона в замагниченной плазме с использованием лагранжиана Гейзенберга–Эйлера для эффективного шестифотонного взаимодействия с учетом дисперсии фотона в плазме. Влияние слабого магнитного поля и среды произвольной температуры на модификацию амплитуды расщепления фотона было рассмотрено в работах [17–19]. Было показано, что влияние плазмы оказывается в этом

*E-mail: rda@uniyar.ac.ru

**E-mail: mch@uniyar.ac.ru

¹⁾ Используется естественная система единиц, в которой $c = \hbar = k = 1$, m — масса электрона. Везде в работе $e > 0$ — элементарный заряд.

случае пренебрежимо малым. Однако ситуация может существенно измениться в пределе сильного поля, который ранее не рассматривался. Следует отметить также, что в указанных работах совместный анализ влияния замагниченной плазмы как на дисперсионные свойства фотонов, так и на изменение амплитуды расщепления фотона не проводился.

В настоящей работе рассматривается процесс расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в случае сильно замагниченной плазмы, когда величина \sqrt{eB} считается много большей характерных параметров среды: температуры T , химического потенциала μ и энергий фотонов. В разделе 2 приводится расчет амплитуды процесса в сильном магнитном поле с учетом рассеяния фотона на реальных электронах и позитронах среды. Показано, что полученный результат может быть применен для расчета амплитуд процессов с участием нейтрино ($\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$) и аксиона ($a \rightarrow \gamma\gamma$). В разд. 3 анализируется кинематика процесса расщепления фотона в сильно замагниченной зарядово-симметричной ($\mu = 0$) плазме с учетом дисперсии фотона. Отмечается необходимость учета перенормировки волновых функций фотонов в окрестности циклотронного резонанса. Раздел 4 посвящен вычислению вероятностей расщепления реальных фотонов с учетом законов дисперсии и перенормировки волновых функций. Обсуждение результатов и выводы представлены в разд. 5.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ АМПЛИТУДЫ

В этом разделе мы вычисляем амплитуду процесса $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в сильно замагниченной среде. Ее можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_B + \mathcal{M}_{pl}, \tag{1}$$

где \mathcal{M}_B — амплитуда процесса $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, соответствующая чисто полевому вкладу ($\mu = T = 0$). Она описывается двумя диаграммами Фейнмана (рис. 1) и может быть получена из работ [8, 9, 20].

Второе слагаемое в правой части формулы (1) соответствует когерентному рассеянию фотона на реальных электронах и позитронах среды без изменения их состояния (рассеяние «вперед») с излучением двух фотонов. Графически такие рассеяния, например, на электронах плазмы могут быть представлены шестью диаграммами на рис. 2. Крестик на конце электронной линии означает, что частица принадлежит среде. Такое когерентное рассеяние будет давать дополнительный вклад в амплитуду процесса $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$. Определим \mathcal{S} -матричный элемент плаз-

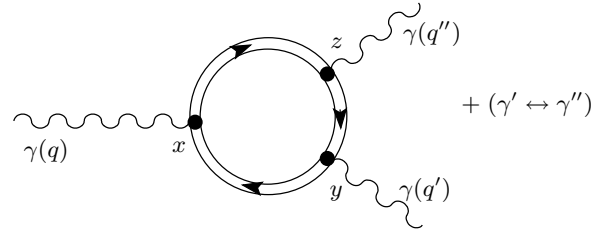


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана для процесса расщепления фотона в магнитном поле

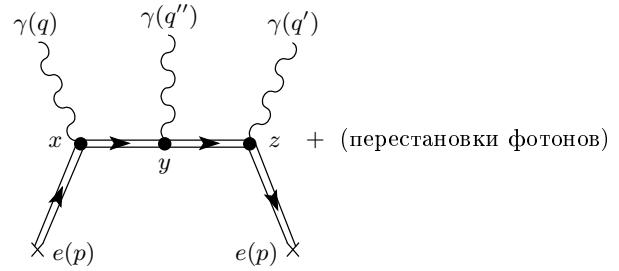


Рис. 2. Дополнительное рассеяние фотона на электронах среды с излучением двух фотонов в магнитном поле в присутствии плазмы. Рассеянию на позитронах будут соответствовать диаграммы с заменой $p \rightarrow -p$

менного вклада как сумму по всем состояниям с учетом соответствующих функций распределения следующим образом:

$$\mathcal{S}_{pl} = \sum_{n,s} \int dn_p [\mathcal{S}_- f_-(p) + \mathcal{S}_+ f_+(p)]. \tag{2}$$

Здесь dn_p — элемент фазового объема,

$$dn_p = \frac{dp_3 dp_2 L_3 L_2}{(2\pi)^2},$$

где L_3, L_2 — параметры, определяющие объем квантования, $V = L_1 L_2 L_3$. \mathcal{S} -матричные элементы \mathcal{S}_{\mp} описывают рассеяние фотона «вперед» с излучением двух фотонов, соответственно, на электронах и позитронах, функции $f_{\mp}(p)$ являются соответствующими функциями распределения. В случае термодинамического равновесия и в системе покоя плазмы они имеют следующий вид:

$$f_{\mp}(p) = \frac{1}{1 + \exp \frac{p_0 \mp \mu}{T}}.$$

Суммирование в формуле (2) ведется по спином и уровням Ландау плазменных электронов и позитронов.

В пределе сильного поля электроны и позитроны в плазме находятся на основном уровне Ландау, $n = 0$. Для нахождения матричных элементов S_{\mp} в этом пределе нужно воспользоваться известными решениями уравнения Дирака в магнитном поле. Как известно (см., например, [21]), для основного уровня Ландау такие решения можно представить в форме (векторный потенциал выбран в виде $\mathbf{A} = (0, Bx_1, 0)$),

$$\psi_{p\epsilon} = \frac{\beta^{1/4}}{(2\sqrt{\pi}E_p L_2 L_3)^{1/2}} \times \exp[-i\epsilon(E_p x_0 - p_2 x_2 - p_3 x_3)] \times \exp\left(-\frac{\xi_\epsilon^2}{2}\right) u_\epsilon(p_{\parallel}), \quad (3)$$

где

$$E_p = \sqrt{p_3^2 + m^2}, \quad \xi_\epsilon = \sqrt{\beta} \left(x_1 + \epsilon \frac{p_2}{\beta}\right), \quad \beta = eB,$$

а $\epsilon = \pm 1$ обозначают решения для электрона, соответственно, с положительной и отрицательной энергией. Биспинорные амплитуды имеют вид

$$u_\epsilon(p_{\parallel}) = \frac{1}{\sqrt{E_p + \epsilon m}} \begin{pmatrix} (E_p + \epsilon m)\Psi \\ -p_3\Psi \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где

$$\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

описывает состояние со спином, направленным против поля.

Используя эти решения, получаем для S -матричного элемента, соответствующего диаграммам на рис. 2, следующее выражение:

$$S_{pl} = \int \frac{dp_3 dp_2}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^6 [S_-^{(i)} f_-(p) + S_+^{(i)} f_+(p)], \quad (5)$$

где $S_{\mp}^{(i)}$ обозначает матричный элемент рассеяния на электронах (позитронах) для i -й диаграммы. Например,

$$S_-^{(1)} = -\frac{ie^3 \sqrt{\beta/\pi}}{2E\sqrt{2\omega V 2\omega' V 2\omega'' V}} \int d^4x d^4y d^4z \times \text{Sp} \left\{ [(p\gamma)_{\parallel} + m]\Pi_- (\epsilon'\gamma) S(z, y) (\epsilon''\gamma) S(y, x) (\epsilon\gamma) \right\} \times \exp[-i(qx - q'z - q''y)] \times \exp\left[i(p(z-x))_{\parallel}\right] \exp[-i(p(z-x))_2] \times \exp\left\{-\frac{\beta}{2} \left[\left(z_1 + \frac{p_2}{\beta}\right)^2 + \left(x_1 + \frac{p_2}{\beta}\right)^2\right]\right\}. \quad (6)$$

Здесь $S(x, y)$ — пропагатор фермиона в магнитном поле, который может быть представлен в виде [22]

$$S(x, y) = \exp(i\Phi(x, y)) \hat{S}(x - y), \quad (7)$$

$$\Phi(x, y) = -e \int_x^y d\xi_\mu \left[A_\mu(\xi) + \frac{1}{2} F_{\mu\nu}(\xi - y)_\nu \right], \quad (8)$$

где A_μ — 4-потенциал, $F_{\mu\nu}$ — тензор внешнего постоянного однородного магнитного поля. Трансляционно-инвариантная часть пропагатора $\hat{S}(x - y)$ имеет несколько представлений. Для наших целей удобно записать ее в виде частичного разложения в интеграл Фурье:

$$\hat{S}(X) = -\frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\text{th}\tau} \times \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \left\{ [(p\gamma)_{\parallel} + m]\Pi_-(1 + \text{th}\tau) + +[(p\gamma)_{\parallel} + m]\Pi_+(1 - \text{th}\tau) - (X\gamma)_{\perp} \frac{i\beta}{2\text{th}\tau} (1 - \text{th}^2\tau) \right\} \times \exp\left(-\frac{\beta X_{\perp}^2}{4\text{th}\tau} - \frac{\tau(m^2 - p_{\parallel}^2)}{\beta} - i(pX)_{\parallel}\right), \quad (9)$$

$$d^2p = dp_0 dp_3, \quad \Pi_{\pm} = \frac{1}{2}(1 \pm i\gamma_1 \gamma_2),$$

$$\Pi_{\pm}^2 = \Pi_{\pm}, \quad [\Pi_{\pm}, (a\gamma)_{\parallel}] = 0.$$

Здесь γ_α — матрицы Дирака в стандартном представлении, 4-векторы с индексами « \perp » и « \parallel » относятся, соответственно, к подпространствам Евклида {1, 2} и Минковского {0, 3}, когда поле \mathbf{B} направлено вдоль третьей оси. Для произвольных векторов a_α, b_α имеем

$$a_{\perp\alpha} = (0, a_1, a_2, 0), \quad a_{\parallel\alpha} = (a_0, 0, 0, a_3), \quad (ab)_{\perp} = (a\Lambda b) = a_1 b_1 + a_2 b_2, \quad (ab)_{\parallel} = (a\tilde{\Lambda}b) = a_0 b_0 - a_3 b_3, \quad (10)$$

где введены матрицы $\Lambda_{\alpha\beta} = (\varphi\varphi)_{\alpha\beta}$, $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\alpha\beta}$, связанные соотношением $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} - \Lambda_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$, $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$ — приведенный к безразмерному виду тензор внешнего магнитного поля, $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \varphi_{\mu\nu}/2$ — дуальный тензор, у 4-векторов и тензоров, стоящих внутри круглых скобок, тензорные индексы полагаются свернутыми последовательно, например: $(a\Lambda b) = a_\alpha \Lambda_{\alpha\beta} b_\beta$.

Проводя в формуле (6) замену переменных $Y = z - y, Z = y - x$ и интегрируя по x , получим для $S_-^{(1)}$ следующее выражение:

$$S_-^{(1)} = -\frac{ie^3(2\pi)^3}{2E\sqrt{2\omega V 2\omega' V 2\omega'' V}}\delta(\omega - \omega' - \omega'') \times \\ \times \delta(q_2 - q'_2 - q''_2)\delta(q_3 - q'_3 - q''_3) \int d^4Y d^4Z \times \\ \times \text{Sp}\{[(p\gamma)_{\parallel} + m]\Pi_-(\varepsilon'\gamma)S(Y)(\varepsilon''\gamma)S(Z)(\varepsilon\gamma)\} \times \\ \times \exp[i((q' + q'')Z + q'Y)] \times \\ \times \exp\left[\frac{ip_2(q_1 - q'_1 - q''_1)}{\beta} \exp[i(p(Y + Z))_{\parallel}]\right] \times \\ \times \exp\left\{-\frac{\beta}{4}[Y_{\perp}^2 + Z_{\perp}^2 + 2(YZ)_{\perp} + 2i(Y\varphi Z)]\right\}. \quad (11)$$

Остальные элементы $S_-^{(i)}$, соответствующие диаграммам с перестановками фотонов, могут быть теперь легко получены из формулы (11). Замена $p \rightarrow -p$ позволяет найти матричные элементы $S_+^{(i)}$ рассеяния на позитронах. В общем случае вычисление S -матричного элемента при произвольных величинах импульсов частиц и магнитного поля является довольно сложной задачей. Подстановка пропагатора $S(X)$ в формулу (11) приводит к чрезвычайно громоздкому выражению в виде двукратного интеграла по собственному времени. Нахождение предела сильного поля из этого выражения представляется достаточно трудоемким. Более удобным при вычислениях оказывается использование разложения пропагатора электрона по обратной величине магнитного поля. Для этого представим трансляционно-инвариантную часть пропагатора электрона $\hat{S}(X)$ следующим образом [23]:

$$\hat{S}(X) = \hat{S}_-(X) + \hat{S}_+(X) + \hat{S}_{\perp}(X), \quad (12)$$

$$\hat{S}_-(X) \approx \frac{i\beta}{2\pi} \exp\left(-\frac{\beta X_{\perp}^2}{4}\right) \times \\ \times \int \frac{d^2p_{\parallel}}{(2\pi)^2} \frac{(p\gamma)_{\parallel} + m}{p_{\parallel}^2 - m^2} \Pi_- \exp[-i(pX)_{\parallel}], \quad (13)$$

$$\hat{S}_+(X) \approx -\frac{i}{4\pi} \left[-i\left(\gamma\frac{\partial}{\partial X}\right)_{\parallel} + m\right] \delta_{\parallel}^2(X) \Pi_+ \times \\ \times \exp\frac{\beta X_{\perp}^2}{4} \Gamma\left(0, \frac{\beta X_{\perp}^2}{2}\right), \quad (14)$$

$$\hat{S}_{\perp}(X) \approx -\frac{1}{2\pi} \delta_{\parallel}^2(X) \frac{(X\gamma)_{\perp}}{X_{\perp}^2} \exp\left(-\frac{\beta X_{\perp}^2}{4}\right), \quad (15)$$

где $\delta_{\parallel}^2(X) = \delta(X_0)\delta(X_3)$, $\Gamma(a, z)$ — неполная гамма функция,

$$\Gamma(a, z) = \int_z^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt.$$

При этом вклады в первые два члена разложения S -матричного элемента по обратной величине магнитного поля будут давать только комбинации: $\hat{S}_- \hat{S}_-, \hat{S}_- \hat{S}_+, \hat{S}_- \hat{S}_{\perp}, \hat{S}_{\perp} \hat{S}_{\perp}$.

Как показывает анализ (детали вычислений содержатся в Приложении), в пределе сильного поля ($\beta \gg q_{\perp}^2, q_{\parallel}^2$) матричные элементы $S_-^{(i)}$ могут быть преобразованы к $S_+^{(i)}$ таким образом, что все четные по внешнему полю (т. е. четные по φ и $\tilde{\varphi}$) слагаемые будут входить в S -матричный элемент (5) в виде нечетных по μ функций, а нечетные — в виде четных по μ функций. Это утверждение согласуется с обобщением теоремы Фарри на случай замагниченной среды, рассмотренным в работе [24].

Поскольку рассеяние $\gamma e^{\pm} \rightarrow \gamma \gamma e^{\pm}$ происходит без передачи 4-импульса плазме, этот процесс физически проявляет себя как расщепление фотона с соответствующим законом сохранения всех четырех компонент энергии-импульса. Выражение (6), описывающее рассеяние на одном электро-не, содержит только три δ -функции. Однако в S -матричном элементе (5), учитывающем рассеяние на всех электронах и позитронах плазмы, содержится интеграл по обобщенному импульсу p_2 , который дает недостающую δ -функцию. Тогда амплитуда, соответствующая плазменному вкладу, может быть определена обычным образом,

$$S_{pl} = \frac{i(2\pi)^4 \delta^4(q - q' - q'')}{\sqrt{2\omega V 2\omega' V 2\omega'' V}} \mathcal{M}_{pl}. \quad (16)$$

С учетом выражения (16) амплитуду (1) можно представить в виде

$$\mathcal{M} = \varepsilon_{\mu}(q)\varepsilon_{\nu}^*(q'')\varepsilon_{\rho}^*(q')(\beta\Pi_{\mu\nu\rho}^{(0)} + \Pi_{\mu\nu\rho}^{(1)}), \quad (17)$$

где

$$\Pi_{\mu\nu\rho}^{(0)} = 2\pi\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \frac{(\tilde{\varphi}q)_{\mu}(\tilde{\varphi}q'')_{\nu}(\tilde{\varphi}q')_{\rho}}{(q'\tilde{\varphi}q'')} \times \\ \times \left[\mathcal{J}_{\perp}^{(-)}(q_{\parallel}, q'_{\parallel}) - \mathcal{J}_{\perp}^{(-)}(-q'_{\parallel}, -q_{\parallel}) - \right. \\ \left. - \mathcal{J}_{\perp}^{(-)}(-q'_{\parallel}, q'_{\parallel}) - (q' \leftrightarrow q'')\right], \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu\rho}^{(1)} = & -i4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \times \\ & \times \left\{ (q'\varphi q'')(\pi_{\mu\nu\rho} + v_{\mu\nu\rho}) + (q'\mathcal{G}(q''))_{\nu} \varphi_{\rho\mu} + \right. \\ & + \frac{1}{2}((q'' - q')\mathcal{G}(q))_{\mu} \varphi_{\nu\rho} + (q''\mathcal{G}(q'))_{\rho} \varphi_{\nu\mu} - \\ & - \mathcal{G}_{\nu\rho}(q'') (q'\varphi)_{\mu} + \mathcal{G}_{\mu\nu}(q'') (q\varphi)_{\rho} + \\ & + \mathcal{G}_{\mu\rho}(q') (q\varphi)_{\nu} - \mathcal{G}_{\nu\rho}(q') (q''\varphi)_{\mu} - \\ & - \mathcal{G}_{\mu\nu}(q) (q''\varphi)_{\rho} - \mathcal{G}_{\mu\rho}(q) (q'\varphi)_{\nu} - \\ & - \frac{i(\tilde{\varphi}q)_{\mu}(\tilde{\varphi}q'')_{\nu}(\tilde{\varphi}q')_{\rho}}{4(q'\tilde{\varphi}q'')} \times \\ & \times [q'_{\perp}{}^2 + q''_{\perp}{}^2 + (q'q'')_{\perp}] [\mathcal{J}_{\perp}^{(-)}(q_{\parallel}, q'_{\parallel}) - \mathcal{J}_{\perp}^{(-)}(-q'_{\parallel}, -q_{\parallel}) - \\ & - \mathcal{J}_{\perp}^{(-)}(-q''_{\parallel}, q'_{\parallel}) - (q' \leftrightarrow q'')] \}. \quad (19) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\mu\nu}(q) = & \left(\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} - \frac{q_{\parallel\mu} q_{\parallel\nu}}{q_{\parallel}^2} \right) \left[H \left(\frac{4m^2}{q_{\parallel}^2} \right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) \right], \\ \mathcal{J}^{(\pm)}(q_{\parallel}) = & 2q_{\parallel}^2 m^2 \int \frac{dp_3}{E_p} \frac{f_{-}(E_p) \pm f_{+}(E_p)}{q_{\parallel}^4 - 4(pq)_{\parallel}^2}, \quad (20) \\ \mathcal{J}_{\perp}^{(\pm)}(q_{\parallel}, q'_{\parallel}) = & 2m^2 \int \frac{dp_3}{E_p} \frac{f_{-}(E_p) \pm f_{+}(E_p)}{[q_{\parallel}^2 + 2(pq)_{\parallel}][q'^2_{\parallel} + 2(pq')_{\parallel}]}. \quad (21) \end{aligned}$$

Функция $H(z)$ определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} H(z) = & \frac{z}{\sqrt{z-1}} \arctg \frac{1}{\sqrt{z-1}} - 1, \quad z \geq 1, \\ H(z) = & \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\sqrt{1-z}} \ln \left| \frac{\sqrt{1-z}-1}{\sqrt{1-z}+1} \right| - \right. \\ & \left. - 2 + i\pi \frac{z}{\sqrt{1-z}} \right), \quad z < 1. \quad (22) \end{aligned}$$

Выражение для $\pi_{\mu\nu\rho}$ может быть представлено в следующей форме:

$$\begin{aligned} \pi_{\mu\nu\rho} = & \frac{1}{q_{\parallel}^2 q'^2_{\parallel} q''^2_{\parallel}} \left[(q'\tilde{\varphi}q'') \{ (\tilde{\varphi}q)_{\mu} (\tilde{\varphi}q'')_{\nu} (\tilde{\varphi}q')_{\rho} \pi_{\perp} + \right. \\ & + (\tilde{\varphi}q)_{\mu} (\tilde{\Lambda}q'')_{\nu} (\tilde{\Lambda}q')_{\rho} H - \\ & - (\tilde{\Lambda}q)_{\mu} (\tilde{\varphi}q'')_{\nu} (\tilde{\Lambda}q')_{\rho} H'' - (\tilde{\Lambda}q)_{\mu} (\tilde{\Lambda}q'')_{\nu} (\tilde{\varphi}q')_{\rho} H' \} + \\ & + (q'q'')_{\parallel} (\tilde{\Lambda}q)_{\mu} (\tilde{\varphi}q'')_{\nu} (\tilde{\varphi}q')_{\rho} (H' - H'') + \\ & + (q'q'')_{\parallel} (\tilde{\varphi}q)_{\mu} (\tilde{\varphi}q'')_{\nu} (\tilde{\Lambda}q')_{\rho} (H - H'') + \\ & \left. + (q'q')_{\parallel} (\tilde{\varphi}q)_{\mu} (\tilde{\Lambda}q'')_{\nu} (\tilde{\varphi}q')_{\rho} (H' - H) \right], \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_{\perp} = & H + H' + H'' + 2 \left\{ q_{\parallel}^2 q'^2_{\parallel} q''^2_{\parallel} - \right. \\ & - 2m^2 [q_{\parallel}^2 (q'q'')_{\parallel} H - q'^2_{\parallel} (qq'')_{\parallel} H' - q''^2_{\parallel} (q'q')_{\parallel} H''] \} \times \\ & \times \left\{ q_{\parallel}^2 q'^2_{\parallel} q''^2_{\parallel} - 4m^2 [q'^2_{\parallel} q''^2_{\parallel} - (q'q'')_{\parallel}^2] \right\}^{-1}, \quad (24) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} H & \equiv H \left(\frac{4m^2}{q_{\parallel}^2} \right), \quad H' \equiv \left(H \frac{4m^2}{q'^2_{\parallel}} \right), \\ H'' & \equiv H \left(\frac{4m^2}{q''^2_{\parallel}} \right). \end{aligned}$$

Выражение для $v_{\mu\nu\rho}$ имеет вид

$$\begin{aligned} v_{\mu\nu\rho} = & \pi_{\mu\nu\rho} \left[\pi_{\perp} \rightarrow v_{\perp}, \quad H \rightarrow \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}), \right. \\ & \left. H' \rightarrow \mathcal{J}^{(+)}(q'_{\parallel}), \quad H'' \rightarrow \mathcal{J}^{(+)}(q''_{\parallel}) \right], \\ v_{\perp} = & \frac{1}{(q'\tilde{\varphi}q'')^2} \left\{ (qq')_{\parallel} (qq'')_{\parallel} \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) - \right. \\ & - (qq')_{\parallel} (q'q'')_{\parallel} \mathcal{J}^{(+)}(q'_{\parallel}) - \\ & - (qq'')_{\parallel} (q'q'')_{\parallel} \mathcal{J}^{(+)}(q''_{\parallel}) + \\ & + \frac{q_{\parallel}^2 q'^2_{\parallel} q''^2_{\parallel}}{4} \left[\mathcal{J}_{\perp}^{(+)}(q_{\parallel}, q'_{\parallel}) + \right. \\ & \left. + \mathcal{J}_{\perp}^{(+)}(-q'_{\parallel}, -q_{\parallel}) + \mathcal{J}_{\perp}^{(+)}(-q''_{\parallel}, q'_{\parallel}) + (q' \leftrightarrow q'') \right] \}. \quad (25) \end{aligned}$$

Полученное выражение для амплитуды явно калибровочно-инвариантно, так как

$$q_{\mu} \Pi_{\mu\nu\rho}^{(0,1)} = q'_{\nu} \Pi_{\mu\nu\rho}^{(0,1)} = q'_{\rho} \Pi_{\mu\nu\rho}^{(0,1)} = 0, \quad (26)$$

обладает в кинематической области $q_{\parallel}^2 \leq 4m^2$ свойством вещественности:

$$\mathcal{M}(q, q', q'') = [\mathcal{M}(-q, -q', -q'')]^*, \quad (27)$$

и в случае, когда $T = \mu = 0$, согласуется с ранее полученным выражением для векторной части амплитуды процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в чистом магнитном поле [23].

Отметим, что выражение для амплитуды (17) получено в системе покоя плазмы. Однако оно может быть обобщено также и на случай, когда плазма движется как целое вдоль магнитного поля. Для этого достаточно в функциях распределения электронов и позитронов, входящих в интегралы (20) и (21), сделать следующую замену: $f_{\pm}(E_p) \rightarrow f_{\pm}(u_p)$, где u_{μ} — вектор 4-скорости среды ($u^2 = 1$). При этом условие отсутствия в такой системе электрического поля может быть записано в релятивистски-ковариантном виде: $u_{\mu} \varphi_{\mu\nu} = 0$. Заметим также, что в отличие от случая электрон-позитронной

плазмы без магнитного поля, где введение вектора 4-скорости среды необходимо для ковариантной записи двух- или трехфотонной вершины [24], в присутствии магнитного поля, как это видно из полученного нами результата, возможно представление трехфотонной вершины в ковариантной форме без использования вектора u_μ . Это связано с тем, что из тензора поля и 4-вектора импульса можно построить ортогональный базис:

$$b_\mu^{(1)} = \frac{(\varphi q)_\mu}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad b_\mu^{(2)} = \frac{(\tilde{\varphi} q)_\mu}{\sqrt{q_\perp^2}},$$

$$b_\mu^{(3)} = \frac{q_\parallel^2 (\Lambda q)_\mu - q_\perp^2 (\tilde{\Lambda} q)_\mu}{\sqrt{q_\parallel^2 q_\perp^2}}, \quad b_\mu^{(4)} = \frac{q_\mu}{\sqrt{q^2}},$$

с помощью которого можно представить любой тензор в ковариантной форме.

В заключение этого раздела заметим, что, используя результат (17), с помощью замены

$$\varepsilon_\mu \rightarrow j_\mu \frac{G_F}{\sqrt{2}e}, \quad (28)$$

$$\Pi_{\mu\nu\rho}^{(0,1)} \rightarrow C_V \Pi_{\mu\nu\rho}^{(0,1)} + C_A \tilde{\varphi}_{\mu\sigma} \Pi_{\sigma\nu\rho}^{(0,1)}$$

легко получить амплитуду процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в сильно замагниченной среде, а также путем замены

$$\varepsilon_\mu \rightarrow q_\mu \frac{ig_{ae}}{2me}, \quad \Pi_{\mu\nu\rho}^{(0,1)} \rightarrow \tilde{\varphi}_{\mu\sigma} \Pi_{\sigma\nu\rho}^{(0,1)} \quad (29)$$

— индуцированный плазмой в магнитном поле вклад в амплитуду аксион-фотонного взаимодействия $a \rightarrow \gamma\gamma$. Здесь C_V , C_A — векторная и аксиальная константы эффективного $\nu\nu ee$ -лагранжиана стандартной модели,

$$C_V = \pm 1/2 + 2 \sin^2 \theta_W, \quad C_A = \pm \frac{1}{2},$$

θ_W — угол Вайнберга, верхний знак относится к электронному нейтрино, нижний знак соответствует мюонному и тау-нейтрино, j_μ — фурье-образ нейтринного тока, g_{ae} — безразмерная константа аксион-электронного взаимодействия.

Интересно отметить следующее обстоятельство. Известно, что в сильном магнитном поле амплитуды процессов $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ и $a \rightarrow \gamma\gamma$ не зависят от величины поля [23, 25]. Присутствие же зарядово-несимметричной ($\mu \neq 0$) плазмы, как это видно из (17) и (18), приводит к линейному росту амплитуд указанных процессов с ростом напряженности магнитного поля. Этот факт может оказаться важным при рассмотрении различных приложений этих процессов в астрофизике.

3. КИНЕМАТИКА РАСЩЕПЛЕНИЯ ФОТОНА

Кинематика рассматриваемого процесса определяется как поляризацией вакуума, так и рассеянием фотонов на электронах и позитронах плазмы. Собственные значения поляризационного оператора в случае зарядово-симметричной плазмы ($\mu = 0$) могут быть получены из работы [26] и представлены в следующем виде:

$$\mathcal{P}^{(1)}(q) \approx -\frac{\alpha}{3\pi} q_\perp^2 - q^2 \Lambda(B), \quad (30)$$

$$\mathcal{P}^{(2)}(q) \approx -\frac{2\beta\alpha}{\pi} \left[H \left(\frac{4m^2}{q_\parallel^2} \right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_\parallel) \right] - q^2 \Lambda(B), \quad (31)$$

$$\mathcal{P}^{(3)}(q) \approx -q^2 \Lambda(B), \quad (32)$$

где

$$\Lambda(B) = \frac{\alpha}{3\pi} \left(1.792 - \ln \frac{B}{B_e} \right).$$

Из анализа решений уравнений дисперсии,

$$q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0, \quad \lambda = 1, 2, 3, \quad (33)$$

следует, что в зарядово-симметричном случае, так же как и в случае чистого магнитного поля, физическими являются моды с $\lambda = 1, 2$ и векторами поляризации

$$\varepsilon_\alpha^{(1)}(q) = \frac{(q\varphi)_\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad \varepsilon_\alpha^{(2)}(q) = \frac{(q\tilde{\varphi})_\alpha}{\sqrt{q_\parallel^2}}. \quad (34)$$

Следует подчеркнуть, однако, что совпадение векторов поляризации в плазме и чистом магнитном поле является приближенным, с точностью до $O(1/\beta)$. Вместе с тем между плазмой и магнитным полем имеется ряд различий. Первым существенным отличием от случая чистого магнитного поля является тот факт, что для фотона моды 2 (рис. 3) возможна ситуация, когда в кинематической области $q_\parallel^2 \leq 4m^2$ этот фотон может иметь положительное значение q^2 . Это связано с появлением в плазме собственных колебаний с частотой ω_p , которая определяется из уравнения

$$\omega_p^2 - \mathcal{P}^{(2)}(\omega_p, \mathbf{k} = 0) = 0. \quad (35)$$

В этой области становится возможным новый канал $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1\gamma_1$, запрещенный в магнитном поле в отсутствие плазмы. В то же время каналы расщепления

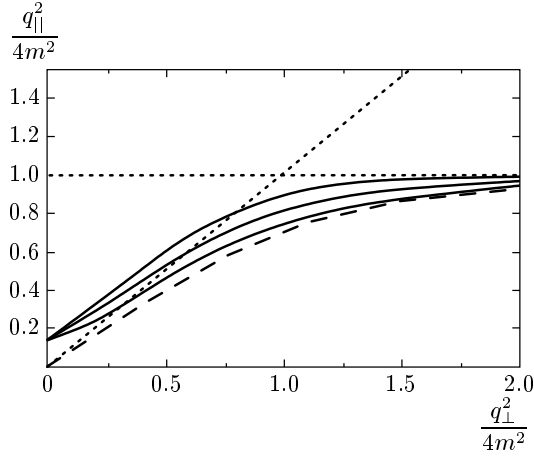


Рис. 3. Дисперсия фотона в сильном магнитном поле $B/B_e = 200$ и зарядово-симметричной плазме ($T = 1$ МэВ, $\mu = 0$) при различных углах между направлением импульса фотона и магнитного поля: $\theta = \pi/2$ (верхняя сплошная кривая), $\pi/6$ (средняя), $\pi/12$ (нижняя). Штриховая кривая — дисперсия в отсутствие плазмы

$\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$ и $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$, разрешенные в магнитном поле [15], в этой области кинематически закрыты. Другим важным отличием является существенно иная зависимость закона дисперсии в переменных $q_{\parallel}^2, q_{\perp}^2$ от угла между импульсом фотона и направлением магнитного поля (см. рис. 3).

Из формулы (31) следует, что собственное значение поляризационного оператора $\mathcal{P}^{(2)}(q)$ становится большим вблизи порога рождения электрон-позитронной пары, что указывает на необходимость учета перенормировки волновой функции фотона этой поляризации:

$$\varepsilon_{\alpha}^{(2)} \rightarrow \varepsilon_{\alpha}^{(2)} \sqrt{Z_2}, \quad Z_2^{-1} = 1 - \frac{\partial \mathcal{P}^{(2)}(q)}{\partial \omega^2}. \quad (36)$$

Амплитуды для разрешенных каналов $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2, \gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ и $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1 \gamma_1$ могут быть получены из (17) и представлены в следующем виде:

$$\mathcal{M}_{112} = i4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \frac{(q' \varphi q'')(q' \tilde{\varphi} q'')}{[q_{\perp}^2 q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2]^{1/2}} \times \left[H\left(\frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}\right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}^2) \right], \quad (37)$$

$$\mathcal{M}_{122} = i4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \frac{(q' \tilde{\Lambda} q'')}{[q_{\perp}^2 q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2]^{1/2}} \times \left\{ (q \Lambda q'') \left[H\left(\frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}\right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}^2) \right] + (q \Lambda q') \times \left[H\left(\frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}\right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}^2) \right] \right\}, \quad (38)$$

$$\mathcal{M}_{211} = \mathcal{M}_{112}(q \leftrightarrow q''). \quad (39)$$

Анализ показывает, что функция $\mathcal{J}^{(+)} < 0$ практически во всей области изменения параметров T, ω, q_z , тогда как функция $H > 0$ в этой области. Таким образом, в полученные выражения (37) и (38) функции H и $\mathcal{J}^{(+)}$, определяющие соответственно зависимость амплитуды от магнитного поля и плазмы, входят с противоположным знаком. Следовательно, наличие плазмы будет подавлять амплитуды каналов $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$ и $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ в отличие от случая магнитного поля. Вместе с тем, как будет показано ниже, вероятности этих процессов могут быть усилены за счет эффекта индуцированного излучения фотонов в случае холодной зарядово-симметричной плазмы.

4. ВЕРОЯТНОСТЬ РАСЩЕПЛЕНИЯ ФОТОНА В СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННОЙ СРЕДЕ

Общее выражение для вероятности расщепления фотона можно записать в следующем виде:

$$W_{\lambda \rightarrow \lambda' \lambda''} = \frac{g_{\lambda' \lambda''}}{32\pi^2 \omega} \int | \mathcal{M}_{\lambda \lambda' \lambda''} |^2 Z_{\lambda} Z_{\lambda'} Z_{\lambda''} \times (1 + f_{\omega'}) (1 + f_{\omega''}) \delta(\omega_{\lambda}(\mathbf{k}) - \omega_{\lambda'}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'') - \omega_{\lambda''}(\mathbf{k}'')) \times \frac{d^3 k''}{\omega_{\lambda'} \omega_{\lambda''}}, \quad (40)$$

где

$$f_{\omega} = \left(\exp \frac{\omega}{T} - 1 \right)^{-1}$$

— функция распределения фотонов, множитель $g_{\lambda' \lambda''} = 1 - \delta_{\lambda' \lambda''} / 2$ введен для учета возможной тождественности фотонов в конечном состоянии.

В общем случае, как это видно из выражения (40), вычисление вероятности является достаточно сложной математической задачей. Анализ показывает, что фотон расщепляется по всем разрешенным каналам с максимальной вероятностью тогда, когда он распространяется перпендикулярно направлению магнитного поля. Для параметров плазмы, характерных для астрофизических объектов

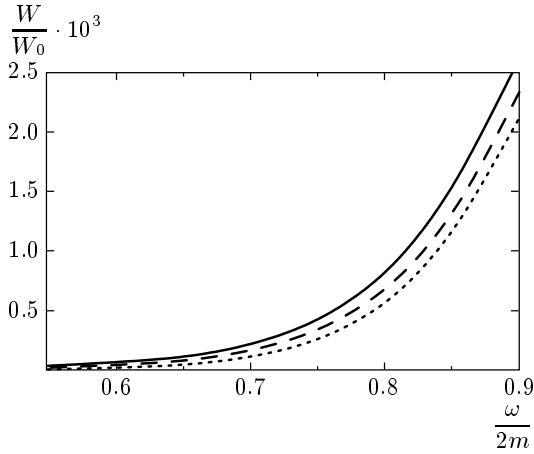


Рис. 4. Относительная вероятность канала $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ в сильном магнитном поле $B/B_e = 100$ и зарядово-симметричной ($\mu = 0$) плазме при температурах 50 кэВ (сплошная линия) и 250 кэВ (пунктирная), $W_0 = (\alpha/\pi)^3 m$. Штриховая линия — вероятность в чистом магнитном поле ($T = \mu = 0$) [8]

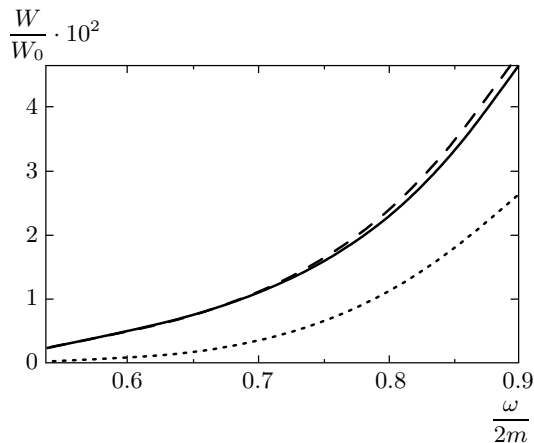


Рис. 5. Относительная вероятность канала $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$ при тех же параметрах и обозначениях, что и на рис. 4

($T = 50$ кэВ, 250 кэВ, 1 МэВ, $\mu = 0$), и величин магнитного поля $B = 100 B_e$, $B = 200 B_e$ мы провели численный расчет вероятностей расщепления фотона для каналов $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$, $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$ и $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1 \gamma_1$. Результаты вычислений приведены на рис. 4–8. На рис. 4, 5 видно, что вероятность расщепления фотона может быть больше, чем в чистом магнитном поле. Это связано с тем, что в пределе низких температур $T \ll m$ учет влияния плазмы на процесс расщепления фотона сводится только к учету функций распределения фотонов и, как следствие, приводит к

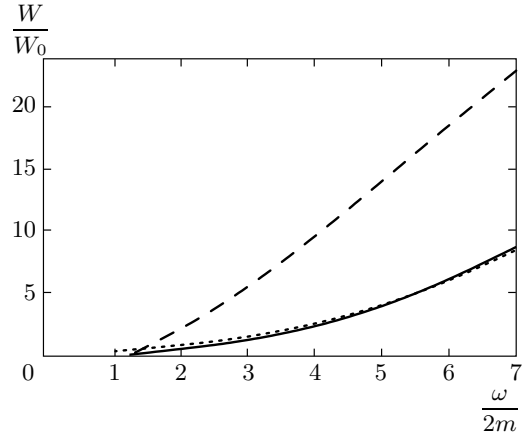


Рис. 6. Относительная вероятность канала $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ в сильном магнитном поле $B/B_e = 200$ и горячей плазме ($T = 1$ МэВ, $\mu = 0$) — сплошная линия. Штриховая линия — вероятность в чистом магнитном поле ($T = \mu = 0$) [8]; пунктирная — асимптотика (43)

увеличению фазового объема реакции. Действительно, при температурах $T \lesssim 0.1m$ и полях $B \approx 100 B_e$ имеет место следующая оценка для плазменной частоты: $\omega_p^2 \lesssim 10^{-5} m^2$. Из этой оценки следует, что плазменная частота мала по сравнению с характерными ($\sim T$) импульсами, на которых интеграл (40) набирает свою величину. Это позволяет представить $\mathcal{P}^{(2)}(q)$ в следующем виде:

$$\mathcal{P}^{(2)}(q) \approx -\xi q_{\parallel}^2, \tag{41}$$

где для удобства введен параметр

$$\xi = \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_e},$$

характеризующий степень влияния магнитного поля. Отсюда следует, что для фотона второй моды закон дисперсии и перенормировка волновой функции могут быть записаны в виде

$$\omega^2 = \frac{q_1^2}{1 + \xi} + q_3^2, \quad Z_2 \approx \frac{1}{1 + \xi}. \tag{42}$$

Кроме того, для типичных полей, существующих в астрофизических объектах, параметр $\xi \leq 0.1$. В этом случае можно использовать предел коллинеарной кинематики. Как видно из выражений (37) и (38), в этом пределе канал $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ будет подавлен по сравнению с каналом $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$, что следует из рис. 4, 5. С другой стороны, как это видно на рис. 6, 7, влияние горячей плазмы приводит к подавлению вероятностей каналов $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ и $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$ по сравнению со случаем чистого магнитного поля.

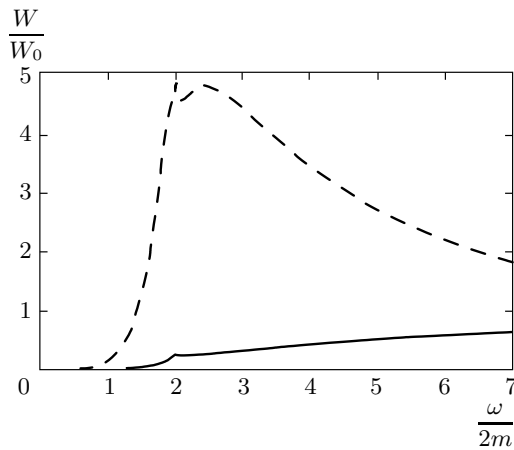


Рис. 7. Относительная вероятность канала $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$ при тех же параметрах, что и на рис. 6 (сплошная линия). Пунктирная линия — вероятность в чистом магнитном поле ($T = \mu = 0$) [8]

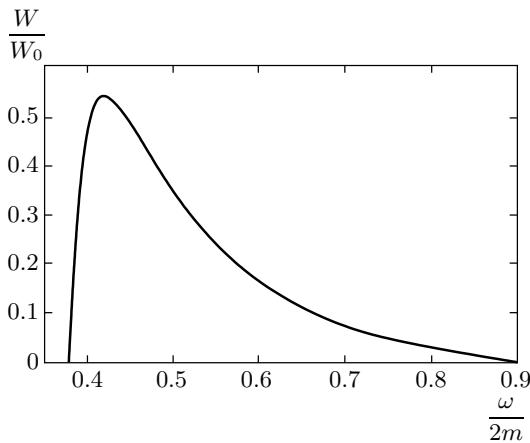


Рис. 8. Относительная вероятность канала $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1 \gamma_1$ в сильном магнитном поле $B/B_e = 200$ и горячей плазме ($T = 1$ МэВ, $\mu = 0$)

В асимптотическом пределе $m^2 \leq \omega^2 \sin^2 \theta \leq eB$ удалось получить простые выражения для вероятностей каналов $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ и $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$, которые имеют вид:

$$W_{1 \rightarrow 12} \approx \frac{\alpha^3 T^2}{4\omega \sin^2 \theta} \times \left[(1-u)^2 F\left(\frac{\omega(1+u)}{2T}\right) + (u \rightarrow -u) \right], \quad (43)$$

$$W_{1 \rightarrow 22} \approx \frac{\alpha^3 m^2}{4\omega} \times \frac{1}{1 - \exp\left[-\frac{\omega}{T}(1-u)\right]} \frac{1}{1 - \exp\left[-\frac{\omega}{T}(1+u)\right]} \times \left\{ \text{th}^2\left[\frac{\omega}{8T}(1-u)\right] + (u \rightarrow -u) \right\}, \quad (44)$$

где $u = \cos \theta$, θ — угол между векторами импульса распадающегося фотона \mathbf{k} и напряженности магнитного поля \mathbf{B} ,

$$F(z) = \int_0^z \frac{x \text{th}^2(x/4) dx}{[1 - \exp(-x)] \left[1 - \exp\left(x - \frac{\omega}{T}\right)\right]}.$$

Аналитическое выражение для вероятности канала $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1 \gamma_1$ может быть получено в случае редкого фотонного газа ($f_{\omega'} = f_{\omega''} = 0$) и представлено в следующем виде:

$$W_{2 \rightarrow 11} \approx \frac{\alpha^3}{8\pi^2} Z_2 \left[H\left(\frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}\right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) \right]^2 \frac{q_{\perp}^2}{\omega} \times \left(\ln \frac{q_{\parallel}^2}{q_{\perp}^2} - 1 + \frac{q_{\perp}^2}{q_{\parallel}^2} \right) \theta(q^2). \quad (45)$$

В пределе $T = 0$ асимптотическая формула (43) переходит в известное выражение в сильном магнитном поле [8, 9, 20].

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе вычислена амплитуда процесса расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma \gamma$, проанализирована кинематика и найдены правила отбора по поляризациям. Для разрешенных каналов расщепления вычислены соответствующие вероятности с учетом дисперсии и перенормировки волновых функций фотонов. Полученные результаты показывают, что присутствие плазмы, с одной стороны, существенным образом изменяет правила отбора по поляризациям по сравнению со случаем чистого магнитного поля. В частности, становится возможным новый канал расщепления $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1 \gamma_1$, запрещенный в отсутствие плазмы. С другой стороны, из численных расчетов (рис. 7, 8) и асимптотических формул (43) и (44) видно, что горячая плазма оказывает подавляющее влияние на каналы $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ и $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$. Тем не менее, как это видно из рис. 4, 5, холодная зарядово-симметричная плазма в сочетании с сильным магнитным полем способна усилить вероятность расщепления по этим каналам по сравнению со случаем чистого магнитного поля.

Естественным продолжением настоящей работы является исследование случая зарядово-несимметричной плазмы ($\mu \neq 0$). Для астрофизических приложений имеет смысл в дальнейшем сравнить полученные вероятности расщепления по каждому каналу с вероятностью процесса комптоновского рассеяния фотона. Известно, что в случае слабо замагниченной плазмы процесс $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ может доминировать над комптоновским рассеянием при некоторых значениях параметров среды [17]. Поэтому представляет интерес изучить возможность подобного эффекта в случае сильно замагниченной плазмы.

Полученные результаты могут играть важную роль в механизме формирования спектров астрофизических объектов, таких как, например, мягкие рентгеновские повторители (SGR).

Авторы выражают благодарность Н. В. Михееву, В. Б. Семикозу, А. В. Кузнецову, А. А. Гвоздеву и А. Я. Пархоменко за полезные обсуждения и ценные замечания.

Работа выполнена в рамках тематического плана научных исследований Ярославского университета по заданию Рособразования, при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ РФ (грант № НШ-1916.2003.2) и РФФИ (грант № 04-02-16253). М. В. Чистяков благодарит фонд некоммерческих программ «Династия» при содействии Международного центра фундаментальной физики за финансовую поддержку.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ \mathcal{S} -МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Вычисление амплитуды можно значительно упростить, если преобразовать \mathcal{S} -матричные элементы, соответствующие электронным вкладам, к \mathcal{S} -матричным элементам, соответствующим вкладам позитронов. Преобразуем, например, $\mathcal{S}_{-}^{(1)}$ -матричный элемент, соответствующий первой диаграмме на рис. 2, к $\mathcal{S}_{+}^{(6)}$ -матричному элементу рассеяния на позитронах, соответствующему той же диаграмме, но с перестановкой фотонов $\varepsilon_{\alpha}(q) \leftrightarrow \varepsilon_{\alpha}^{*}(q')$ и заменой $p \rightarrow -p$. Для этого проинтегрируем (11) по d^4Y и d^4Z с учетом асимптотической формы пропагатора (12). Получим в пределе $\beta \gg q_{\perp}^2, q_{\parallel}^2$ для $\mathcal{S}_{-}^{(1)}$ следующее выражение:

$$\mathcal{S}_{-}^{(1)} = -\frac{ie^3\beta(2\pi)^3}{4E\sqrt{2\omega V 2\omega'V 2\omega''V}} \times \delta(\omega - \omega' - \omega'')\delta(q_2 - q_2' - q_2'')\delta(q_3 - q_3' - q_3'') \times \exp\left[\frac{ip_2}{\beta}(q_1 - q_1' - q_1'')\right] \text{Sp } \hat{\mathcal{A}}^{(1)}. \quad (\text{П.1})$$

Здесь

$$\hat{\mathcal{A}}^{(1)} = \hat{\mathcal{A}}_{--}^{(1)} + \hat{\mathcal{A}}_{-+}^{(1)} + \hat{\mathcal{A}}_{+-}^{(1)} + \hat{\mathcal{A}}_{- \perp}^{(1)} + \hat{\mathcal{A}}_{\perp -}^{(1)} + \hat{\mathcal{A}}_{\perp \perp}^{(1)}, \quad (\text{П.2})$$

$$\hat{\mathcal{A}}_{--}^{(1)} = [2\beta - (q_{\perp})^2 - (q'_{\perp})^2 + (q'_{\perp} \Lambda q) + i(q'_{\perp} \varphi q)] \times [(p\gamma)_{\parallel} + m](\varepsilon'\gamma)_{\parallel} \frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q'\gamma)_{\parallel} + m}{(q')_{\parallel}^2 + 2(pq'_{\parallel})} \times (\varepsilon''\gamma)_{\parallel} \frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q\gamma)_{\parallel} + m}{q_{\parallel}^2 + 2(pq)_{\parallel}} (\varepsilon\gamma)_{\parallel} \Pi_{-}, \quad (\text{П.3})$$

$$\hat{\mathcal{A}}_{-+}^{(1)} = -[(p\gamma)_{\parallel} + m](\varepsilon'\gamma)_{\parallel} \frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q'\gamma)_{\parallel} + m}{(q')_{\parallel}^2 + 2(pq'_{\parallel})} \times (\varepsilon''\gamma)_{\perp} [(p\gamma)_{\parallel} + (q\gamma)_{\parallel} + m](\varepsilon\gamma)_{\perp} \Pi_{-}, \quad (\text{П.4})$$

$$\hat{\mathcal{A}}_{+-}^{(1)} = -[(p\gamma)_{\parallel} + m](\varepsilon'\gamma)_{\perp} [(p\gamma)_{\parallel} + (q'\gamma)_{\parallel} + m] \times (\varepsilon''\gamma)_{\perp} \frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q\gamma)_{\parallel} + m}{q_{\parallel}^2 + 2(pq)_{\parallel}} (\varepsilon\gamma)_{\parallel} \Pi_{-}, \quad (\text{П.5})$$

$$\hat{\mathcal{A}}_{- \perp}^{(1)} = -[(p\gamma)_{\parallel} + m](\varepsilon'\gamma)_{\parallel} \frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q'\gamma)_{\parallel} + m}{(q')_{\parallel}^2 + 2(pq'_{\parallel})} \times \left\{ (\varepsilon''\gamma)_{\perp} \left[(q\gamma)_{\perp} - \frac{(q'\gamma)_{\perp} + i(q'\varphi\gamma)}{2} \right] (\varepsilon\gamma)_{\parallel} + (\varepsilon''\gamma)_{\parallel} \left[(q\gamma)_{\perp} - \frac{(q'\gamma)_{\perp} + i(q'\varphi\gamma)}{2} \right] (\varepsilon\gamma)_{\perp} \right\} \Pi_{-}, \quad (\text{П.6})$$

$$\hat{\mathcal{A}}_{\perp -}^{(1)} = -[(p\gamma)_{\parallel} + m] \times \left\{ (\varepsilon'\gamma)_{\perp} \left[(q'\gamma)_{\perp} - \frac{(q\gamma)_{\perp} - i(q\varphi\gamma)}{2} \right] (\varepsilon''\gamma)_{\parallel} + (\varepsilon'\gamma)_{\parallel} \left[(q'\gamma)_{\perp} - \frac{(q\gamma)_{\perp} - i(q\varphi\gamma)}{2} \right] (\varepsilon''\gamma)_{\perp} \right\} \times \frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q\gamma)_{\parallel} + m}{q_{\parallel}^2 + 2(pq)_{\parallel}} (\varepsilon\gamma)_{\parallel} \Pi_{-}, \quad (\text{П.7})$$

$$\hat{\mathcal{A}}_{\perp \perp}^{(1)} = \frac{1}{4} [(p\gamma)_{\parallel} + m](\varepsilon'\gamma)_{\parallel} [(\Lambda\gamma)_{\beta} + i(\gamma\varphi)_{\beta}] (\varepsilon''\gamma)_{\parallel} \gamma_{\beta} (\varepsilon\gamma)_{\parallel} \Pi_{-}. \quad (\text{П.8})$$

Здесь индексы «-», «+» или « \perp » показывают, какая из комбинаций пропагаторов $\hat{S}_-, \hat{S}_+, \hat{S}_\perp$ или \hat{S}_\perp дает вклад в соответствующую часть шпура.

Аналогичным образом вычисляется $S_+^{(6)}$ -матричный элемент рассеяния на позитронах. Для него имеем

$$S_+^{(6)} = -\frac{i e^3 \beta (2\pi)^3}{4E \sqrt{2\omega V 2\omega' V 2\omega'' V}} \delta(\omega - \omega' - \omega'') \times \\ \times \delta(q_2 - q'_2 - q''_2) \delta(q_3 - q'_3 - q''_3) \times \\ \times \exp \left[\frac{i p_2}{\beta} (q_1 - q'_1 - q''_1) \right] \text{Sp } \hat{B}^{(6)}, \quad (\text{П.9})$$

где $\hat{B}^{(6)}$ определяется аналогично (П.2), при этом

$$\hat{B}_{--}^{(6)} = -[2\beta - (q_\perp)^2 - (q'_\perp)^2 + (q' \Lambda q) - i(q' \varphi q)] \times \\ \times [(p\gamma)_\parallel - m](\varepsilon\gamma)_\parallel \frac{(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m}{q_\parallel^2 + 2(pq)_\parallel} \times \\ \times (\varepsilon''\gamma)_\parallel \frac{(p\gamma)_\parallel + (q'\gamma)_\parallel - m}{(q')_\parallel^2 + 2(pq')_\parallel} (\varepsilon'\gamma)_\parallel \Pi_-, \quad (\text{П.10})$$

$$\hat{B}_{+-}^{(6)} = [(p\gamma)_\parallel - m](\varepsilon\gamma)_\parallel [(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m] \times \\ \times (\varepsilon''\gamma)_\perp \frac{(p\gamma)_\parallel + (q'\gamma)_\parallel - m}{(q')_\parallel^2 + 2(pq')_\parallel} (\varepsilon'\gamma)_\perp \Pi_-, \quad (\text{П.11})$$

$$\hat{B}_{+ -}^{(6)} = [(p\gamma)_\parallel - m](\varepsilon\gamma)_\perp \frac{(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m}{q_\parallel^2 + 2(pq)_\parallel} \times \\ \times (\varepsilon''\gamma)_\perp [(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m] (\varepsilon'\gamma)_\parallel \Pi_-, \quad (\text{П.12})$$

$$\hat{B}_{-\perp}^{(6)} = [(p\gamma)_\parallel - m] \times \\ \times \left\{ (\varepsilon\gamma)_\perp \left[(q'\gamma)_\perp - \frac{(q\gamma)_\perp + i(q'\varphi\gamma)}{2} \right] (\varepsilon''\gamma)_\parallel + \right. \\ \left. + (\varepsilon\gamma)_\parallel \left[(q'\gamma)_\perp - \frac{(q\gamma)_\perp + i(q'\varphi\gamma)}{2} \right] (\varepsilon''\gamma)_\perp \right\} \times \\ \times \frac{(p\gamma)_\parallel + (q'\gamma)_\parallel - m}{(q')_\parallel^2 + 2(pq')_\parallel} (\varepsilon'\gamma)_\parallel \Pi_-, \quad (\text{П.13})$$

$$\hat{B}_{\perp -}^{(6)} = [(p\gamma)_\parallel - m](\varepsilon\gamma)_\parallel \frac{(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m}{q_\parallel^2 + 2(pq)_\parallel} \times \\ \times \left\{ (\varepsilon''\gamma)_\perp \left[(q'\gamma)_\perp - \frac{(q\gamma)_\perp - i(q\varphi\gamma)}{2} \right] (\varepsilon'\gamma)_\parallel + \right. \\ \left. + (\varepsilon''\gamma)_\parallel \left[(q'\gamma)_\perp - \frac{(q\gamma)_\perp - i(q\varphi\gamma)}{2} \right] (\varepsilon'\gamma)_\perp \right\} \times \\ \times \Pi_-, \quad (\text{П.14})$$

$$\hat{B}_{\perp\perp}^{(6)} = -\frac{1}{4} [(p\gamma)_\parallel - m](\varepsilon\gamma)_\beta (\varepsilon''\gamma) \times \\ \times [(\Lambda\gamma)_\beta + i(\varphi\gamma)_\beta] (\varepsilon'\gamma) \Pi_-. \quad (\text{П.15})$$

Проведя в (П.9) над всеми γ -матрицами под знаком шпура операцию зарядового сопряжения и используя свойства операторов Π_\pm :

$$\text{Sp}[\gamma_\mu \gamma_\nu \dots \Pi_+] = \text{Sp}[\gamma_\mu \gamma_\nu \dots \Pi_-],$$

$$\Pi_\pm \gamma_\perp \mu \gamma_\perp \nu \Pi_\pm = (-\Lambda_{\mu\nu} \pm i\varphi_{\mu\nu}) \Pi_\pm,$$

находим, что шпур от матриц $\hat{A}^{(1)}$ может быть преобразован к шпуру от матриц $\hat{B}^{(6)}$ так, что

$$\text{Sp } \hat{A}^{(1)} = -\text{Sp } \hat{B}^{(6)*}. \quad (\text{П.16})$$

Путем перестановки фотонов могут быть вычислены остальные \mathcal{S} -матричные элементы, определяющие вклад плазмы в процесс расщепления фотона. Используя теперь соотношение (П.16) и формулу (5), легко показать, что все четные по внешнему полю слагаемые будут содержать разность функций распределения электронов и позитронов, а нечетные — их сумму.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. C. Harding, M. G. Baring, and P. L. Gonthier, *Astrophys. J.* **476**, 246 (1997).
2. M. G. Baring and A. C. Harding, *Astrophys. J. Lett.* **507**, L55 (1998).
3. R. C. Duncan and C. Thompson, *Astrophys. J.* **392**, L9 (1992).
4. В. О. Папанян, В. И. Ритус, *Труды ФИАН* **168**, 120 (1986).
5. S. L. Adler and C. Schubert, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1695 (1996).
6. V. N. Baier, A. I. Milstein, and R. Zh. Shaisultanov, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1691 (1996).
7. В. Н. Байер, А. И. Мильштейн, Р. Ж. Шайсултанов, *ЖЭТФ* **111**, 52 (1997).
8. M. V. Chistyakov, A. V. Kuznetsov, and N. V. Mikheev, *Phys. Lett. B* **434**, 67 (1998).
9. А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев, М. В. Чистяков, *ЯФ* **62**, 1638 (1999).
10. M. G. Baring, *Phys. Rev. D* **62**, 016003 (2000).
11. J. I. Weise, M. G. Baring, and D. B. Melrose, *Phys. Rev. D* **57**, 5526 (1998).

12. C. Wilke and G. Wunner, Phys. Rev. D **55**, 997 (1997).
13. D. V. Melrose, Plasma Phys. **16**, 845 (1974).
14. В. де ля Инсера, Э. Феррер, А. Е. Шабад, Труды ФИАН **169**, 183 (1986).
15. S. L. Adler, Ann. Phys. (N.Y.) **67**, 599 (1971).
16. T. Bulik, Acta Astronomica **48**, 695 (1998).
17. P. Elmfors and B. Skagerstam, Phys. Lett. B **427**, 197 (1998).
18. H. Gies, Phys. Rev. D **61**, 085021 (2000).
19. J. M. Martinez Resco and M. A. Valle Basagoiti, Phys. Rev. D **64**, 016006 (2001).
20. A. V. Kuznetsov and N. V. Mikheev, *Electroweak Processes in External Electromagnetic Fields*, Springer-Verlag, New York (2003).
21. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1981).
22. J. Schwinger, Phys. Rev. **82**, 664 (1951).
23. M. V. Chistyakov and N. V. Mikheev, Mod. Phys. Lett. A **17**, 2553 (2002).
24. Е. С. Фрадкин, Труды ФИАН **29**, 7 (1965).
25. Н. В. Михеев, А. Я. Пархоменко, Л. А. Василевская, ЯФ **63**, 1122 (2000).
26. А. Е. Шабад, Труды ФИАН **192**, 5 (1988).