

ДИСПЕРСИОННЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ НА МЕТАЛЛИЗИРОВАННЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ОПТИЧЕСКИ ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛОВ

В. И. Альшиц, В. Н. Любимов*

*Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова Российской академии наук
119333, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 21 июня 2005 г.

Построена теория дисперсионных поверхностных поляритонов — локализованных электромагнитных волн — на произвольно ориентированных металлизированных границах оптически одноосных кристаллов. Область существования поляритонов задана следующими неравенствами, которым должны удовлетворять диэлектрические проницаемости кристалла ε_o , ε_e и угол наклона θ оптической оси к поверхности: $-\varepsilon_e \operatorname{tg}^2 \theta < \varepsilon_o < 0$. Таким образом, поляритоны существуют только в области волновых частот ω , обеспечивающих отрицательные значения $\varepsilon_o(\omega)$ при $\varepsilon_e > 0$. Частотные границы этой области конкретизированы для случая, когда зависимость $\varepsilon_o(\omega)$ соответствует модели изолированного полярного возбуждения. Азимутальная ориентация φ проекции оптической оси на поверхность не входит в критерий существования поляритона, но влияет (вместе с углом θ) на его основные дисперсионные характеристики: параметр рефракции и параметры локализации парциальных волн. Это влияние детально аналитически описано в работе. Изучены особенности поведения параметров поляритона вблизи границ зоны его существования, где волновые поля особенно чувствительны к изменениям углов θ и φ . Показано, что для плоскости распространения (сагиттальной плоскости), проходящей через оптическую ось, поляритон превращается в однопарциальную объемную волну, удовлетворяющую граничным условиям. Соответственно, для близких ориентаций, когда оптическая ось составляет малый угол с сагиттальной плоскостью, рассматриваемая волновая ветвь описывает глубоко проникающие (квазиобъемные) поляритоны.

PACS: 71.36.+c

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1–6], на поверхности кристалла, граничащего с изотропным диэлектриком, при определенных условиях существуют направления, вдоль которых могут распространяться локализованные электромагнитные волны — поляритоны. Обычно такие моды возникают благодаря сильной частотной дисперсии тензора диэлектрической проницаемости кристалла $\hat{\varepsilon}$ вблизи определенных резонансных состояний [1–3], когда компоненты $\hat{\varepsilon}(\omega)$ могут быть отрицательными. Впрочем, как было показано в работах [4–6], в кристаллах, благодаря диэлектрической анизотропии, поверхностные поляритоны могут существовать и в обычном «бездисперсионном» вари-

анте, когда тензор $\hat{\varepsilon}$ положительно определен и слабо зависит от частоты волны ω .

Металлическое покрытие, нанесенное на поверхность кристалла, является зеркальным экраном, запирающим электромагнитное поле в кристалле. В этом случае, согласно общей теории [7], возникает принципиальный запрет на существование бездисперсионных поляритонов. Как показано в настоящей работе, отказ от условия положительной определенности $\hat{\varepsilon}$, т. е. рассмотрение ситуации в условиях частотной дисперсии, когда компоненты $\hat{\varepsilon}(\omega)$ могут принимать отрицательные значения, отменяет указанный запрет на существование поляритонов у металлизированной границы.

Теория локализованных электромагнитных волн на «открытой» поверхности кристалла, граничащей с диэлектриком, обычно оказывается весьма громоздкой даже для одноосных кристаллов и допуска-

*E-mail: alshits@ns.crys.ras.ru

ет аналитические решения только для выделенных симметричных ориентаций поверхности и направления распространения (см., например, [3, 5, 6]). Как оказалось, теория поверхностных поляритонов на металлизированной границе одноосного кристалла математически более проста и может быть построена в общей аналитической форме для произвольной геометрии задачи.

В настоящей работе выявлены условия распространения таких поляритонов в оптически одноосных кристаллах и установлена область их существования, которая задается определенными соотношениями между компонентами $\hat{\epsilon}$ и наклоном θ оптической оси к поверхности. Существенно, что азимутальная ориентация φ проекции оптической оси на плоскость поверхности не входит в критерий возникновения рассматриваемых поляритонов. Тем не менее основные параметры поляритона, конечно, зависят от этого азимута. Ориентационные зависимости поляритонных характеристик, а также свойства поляритонов вблизи границ их существования будут детально аналитически исследованы. Границы области существования будут конкретизированы для случая, когда дисперсионная ветвь $\epsilon_o(\omega)$ обыкновенной волны соответствует модели изолированного полярного возбуждения.

Как мы увидим, рассматриваемый поляритон превращается в особую объемную волну в частном случае, когда оптическая ось кристалла оказывается параллельной сагиттальной плоскости, задаваемой совокупностью направления распространения \mathbf{m} и нормали \mathbf{n} к поверхности. В окрестности этой ориентации, когда оптическая ось составляет малый угол с сагиттальной плоскостью, возникает слабая локализация волны, т. е. поляритон становится квазиобъемным. Аналогичные превращения особых объемных волн в квазиобъемные хорошо известны в акустике кристаллов [8, 9].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим полубесконечную оптически одноосную среду с произвольно ориентированной металлизированной границей. Выберем декартову систему координат с осью y вдоль внутренней нормали \mathbf{n} к поверхности и осью x вдоль направления распространения \mathbf{m} . При этом плоскость xy совпадает с сагиттальной плоскостью волны, а xz — с поверхностью кристалла (см. рис. 1). Ориентация оптической оси, определяемая единичным вектором \mathbf{c} , в выбранной системе координат задается двумя углами θ и φ .

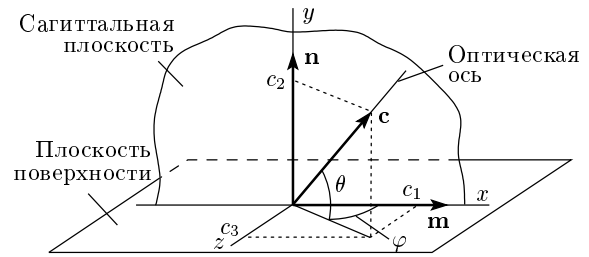


Рис. 1. Система координат xyz и ориентация оптической оси с кристалла относительно этой системы

Исследуемые волновые поля, как обычно, выражаются в виде суперпозиции двух парциальных компонент — обыкновенной и необыкновенной. Соответствующие им волновые параметры принято отмечать английскими индексами: o (ordinary) и e (extraordinary). Структура таких полей в общем случае имеет вид

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}(x, y, t) \\ \mathbf{H}(x, y, t) \end{pmatrix} = \left\{ C_o \begin{pmatrix} \mathbf{E}_o(y) \\ \mathbf{H}_o(y) \end{pmatrix} + C_e \begin{pmatrix} \mathbf{E}_e(y) \\ \mathbf{H}_e(y) \end{pmatrix} \right\} \times \exp [ik(x - vt)], \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_o(y) \\ \mathbf{H}_o(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^{(0)} \\ \mathbf{H}_o^{(0)} \end{pmatrix} \exp(-q_o ky), \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_e(y) \\ \mathbf{H}_e(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^{(0)} \\ \mathbf{H}_e^{(0)} \end{pmatrix} \exp[(ip - q_e)ky].$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряженности, соответственно, электрического и магнитного полей, k — общая x -компонента волновых векторов обыкновенной и необыкновенной парциальных волн: $k = \mathbf{k}_o \cdot \mathbf{m} = \mathbf{k}_e \cdot \mathbf{m}$, $v = \omega/k$ — приведенная фазовая скорость волны, C_o и C_e — амплитудные множители, определяемые из граничных условий. Фигурирующие в формулах (1), (2) комплексные волновые векторы \mathbf{k}_o и \mathbf{k}_e различаются только нормальными к поверхности компонентами:

$$\mathbf{k}_o = k(1, iq_o, 0), \quad \mathbf{k}_e = k(1, p + iq_e, 0). \quad (3)$$

Для наших целей удобнее будет пользоваться соответствующими безразмерными векторами рефракции:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{n}_o \\ \mathbf{n}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{k}_o/k_0 \\ \mathbf{k}_e/k_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n(1, iq_o, 0) \\ n(1, p + iq_e, 0) \end{pmatrix} \quad (4)$$

Здесь $k_0 = \omega/c$, c — скорость света в вакууме и $n = k/k_0 = c/v$ — безразмерная медленность волны, называемая также параметром рефракции.

Параметры q_o , q_e и p в (2)–(4) зависят как от материальных характеристик кристалла (ε_o и ε_e), так и от ориентации единичного вектора оптической оси $\mathbf{c} = (c_1, c_2, c_3)$ относительно границы. Используя общие соотношения оптики одноосных кристаллов [10–12], нетрудно получить явный вид этих зависимостей:

$$q_o^2 = 1 - \frac{\varepsilon_o}{n^2}, \quad q_e^2 = \left(\frac{B}{\varepsilon_o A} - \frac{1}{n^2} \right) \frac{\varepsilon_e}{A}, \quad (5)$$

$$p = \frac{(\varepsilon_o - \varepsilon_e)c_1 c_2}{\varepsilon_o A},$$

где введены обозначения:

$$A = 1 - c_2^2 \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right), \quad (6)$$

$$B = 1 - c_3^2 (1 + \kappa), \quad \kappa = -\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e}.$$

Величина параметра рефракции n в выражениях (5) подлежит определению из граничных условий. Для кристалла с металлизированной поверхностью специфика граничных условий, согласно [10], сводится к обращению в нуль тангенциальных компонент электрического поля \mathbf{E}_t :

$$\mathbf{E}_t|_{surf} = 0. \quad (7)$$

Из этого соотношения автоматически следует, что на границе обращаются в нуль также нормальные компоненты магнитного поля \mathbf{H} и вектора Пойнтинга $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$:

$$\mathbf{H}_n|_{surf} = 0, \quad \mathbf{P}_n|_{surf} = 0. \quad (8)$$

3. ЗАКОН ДИСПЕРСИИ И ОБЛАСТЬ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПОЛЯРИТОНА

При произвольной ориентации оптической оси относительно поверхности кристалла векторные амплитуды электрических и магнитных полей можно записать в следующей конкретной форме [10–12]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^{(0)} \\ \mathbf{H}_o^{(0)} \end{pmatrix} = -\frac{1}{n} \begin{pmatrix} \mathbf{n}_o \times \mathbf{c} \\ \mathbf{n}_o \times (\mathbf{n}_o \times \mathbf{c}) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^{(0)} \\ \mathbf{H}_e^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{c} - \mathbf{n}_e (\mathbf{n}_e \cdot \mathbf{c}) / \varepsilon_o \\ \mathbf{n}_e \times \mathbf{c} \end{pmatrix}.$$

С учетом (9) граничные условия (7), (8) для рассматриваемой суперпозиции (1), (2) обыкновенной и необыкновенной волн сводятся к уравнению

$$\begin{pmatrix} iq_o c_1 - c_2 & c_3 \\ iq_o c_3 / n^2 & g c_1 + iq_e c_2 / \varepsilon_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_o \\ C_e \end{pmatrix} = 0, \quad (10)$$

где введена функция

$$g(n) = \frac{1}{\varepsilon_o A} - \frac{1}{n^2}.$$

Условием существования ненулевых амплитуд $C_{o,e}$,

$$C_e = \frac{-iq_o c_1 + c_2}{c_3} C_o, \quad (12)$$

является обращение в нуль детерминанта стоящей в (10) матрицы:

$$f(n) = \left(g(n)c_1 + \frac{iq_e(n)c_2}{\varepsilon_o} \right) \times$$

$$\times (c_2 - iq_o(n)c_1)n^2 + iq_o(n)c_3^2 = 0. \quad (13)$$

В комплексном дисперсионном уравнении (13) вещественная и мнимая части одновременно должны обращаться в нуль:

$$s - 1/A - q_o(s)q_e(s) = 0, \quad (14)$$

$$[s(1 - c_2^2) - c_1^2/A] q_o(s) + c_2^2 = 0.$$

Здесь для краткости мы обозначили $s = \varepsilon_o/n^2$. После достаточно громоздких выкладок можно убедиться, что задача не переопределена и каждое из уравнений (14) сводится к одному и тому же вещественному квадратному уравнению относительно неизвестного s . Этот результат перекликается с аналогичным утверждением общей теории поверхностных поляритонов [7, 13, 14], относящейся к кристаллам с положительно определенным тензором $\hat{\varepsilon}$. Корни полученного уравнения имеют вид

$$s_{\pm} = \frac{A + c_1^2 \pm r}{2A(1 - c_2^2)}. \quad (15)$$

В этом выражении радикал $r > 0$ определен соотношением

$$r^2 = (A + c_1^2)^2 - 4A(1 - c_2^2)(1 - c_3^2) =$$

$$= (A - c_1^2)^2 - 4Ac_2^2 c_3^2. \quad (16)$$

Искомым локализованным волновым полям могут отвечать только такие корни s_{\pm} в (15), которые обеспечивают положительность параметров n^2 , q_o и q_e . Для таких корней исходная система уравнений

(14) является разрешимой, если выполнены неравенства

$$\frac{1}{A} < s < \frac{1}{A} \frac{c_1^2}{c_1^2 + c_3^2}, \quad (17)$$

совместные лишь при $A < 0$. Как видно из формулы (16), при этом также $|A + c_1^2| < r$, так что из двух корней (15) только s_+ отрицателен и может удовлетворять системе неравенств (17). Поэтому в области существования поляритона его дисперсия определяется уравнением

$$n^2 = \frac{\varepsilon_o}{s_+} = \frac{\varepsilon_o(A + c_1^2 - r)}{2(1 - c_3^2)}. \quad (18)$$

Чтобы найти эту область, заметим, что из отрицательности корня $s_+ \equiv \varepsilon_o/n^2 < 0$ вытекает необходимое условие существования поляритона:

$$\varepsilon_o < 0. \quad (19)$$

С другой стороны, с учетом (6) неравенство $A < 0$ эквивалентно требованию

$$0 < \kappa \equiv -\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} < \frac{c_2^2}{c_1^2 + c_3^2} \equiv \text{tg}^2 \theta, \quad (20)$$

где θ — угол наклона оптической оси к поверхности (рис. 1). Из (20) вытекает, что при обязательной отрицательности компоненты ε_o (19) для существования поляритона должна быть также обеспечена положительность ε_e :

$$\varepsilon_e > 0. \quad (21)$$

Система неравенств (19)–(21), задающая область существования поляритонов, может быть представлена в более компактном виде:

$$-\varepsilon_e \text{tg}^2 \theta < \varepsilon_o < 0. \quad (22)$$

4. ЗАВИСИМОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЯРИТОНА ОТ ОРИЕНТАЦИИ ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ

Интересно, что область (22) допустимых изменений параметров среды зависит только от угла наклона θ оптической оси к поверхности, но не от ее азимута φ (рис. 1). Это, конечно, не исключает азимутальной зависимости основных характеристик поляритона, таких как параметр рефракции n (18) и параметры локализации q_o и q_e (5):

$$\begin{aligned} q_o^2 &= 1 - \frac{2(1 - c_3^2)}{A + c_1^2 - r} = 1 - \frac{A + c_1^2 + r}{2A(1 - c_3^2)}, \\ q_e^2 &= \frac{1}{\kappa A^2} \left(\frac{A + c_1^2 + r}{2(1 - c_3^2)} - B \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Имея в виду соотношения (6) и явную связь компонент вектора \mathbf{s} со сферическими углами θ и φ (рис. 1),

$$\mathbf{s} = (c_1, c_2, c_3) = (\cos \theta \cos \varphi, \sin \theta, \cos \theta \sin \varphi), \quad (24)$$

нетрудно проверить, что все функции $n(\varphi, \theta)$, $q_o(\varphi, \theta)$ и $q_e(\varphi, \theta)$, построенные как полярные диаграммы в зависимости от φ при фиксированном θ , симметричны относительно линий $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$, так что полную картину поведения этих функций в любых сечениях $\theta = \text{const}$ полностью характеризует интервал $0 \leq \varphi \leq \pi/2$. Если вместо полярных диаграмм для изображения упомянутых азимутальных зависимостей использовать обычные графики рассматриваемых функций от аргумента φ на данном интервале, то все они должны иметь горизонтальные касательные на его концах, поскольку их первые производные по φ пропорциональны $\sin 2\varphi$. Причем на интервале $0 < \varphi < \pi/2$ для любых фиксированных углов θ функция $n(\varphi, \theta)$ монотонно возрастает, а функция $q_o(\varphi, \theta)$ монотонно убывает (рис. 2), оставаясь однако больше единицы (см. (5)):

$$q_o \geq 1. \quad (25)$$

Функция $q_e(\varphi, \theta)$ имеет свои особенности. Так, при $\varphi = 0$ независимо от величины θ , имеем

$$q_e(0, \theta) = 0. \quad (26)$$

На том же интервале $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ функция $q_e(\varphi, \theta)$ при $\theta = \text{const}$ может вести себя по-разному, в зависимости от диапазона, в который попадает угол θ . В области существования поляритона (22) следует различать четыре таких диапазона (рис. 2):

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \theta_0 < \theta < \theta_1, \quad \text{(II)} \quad \theta_1 < \theta < \theta_2, \\ \text{(III)} \quad \theta_2 < \theta < \theta_3, \quad \text{(IV)} \quad \theta_3 < \theta < \pi/2, \end{aligned} \quad (27)$$

границы которых определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \arctg \sqrt{\kappa}, \quad \theta_1 = \arctg \sqrt{\kappa_1}, \\ \theta_2 &= \arctg \sqrt{\kappa_2}, \quad \theta_3 = \arctg \sqrt{2\kappa + 1}, \end{aligned} \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{1}{4} \left(3\kappa - 1 + \sqrt{9\kappa^2 + 10\kappa + 1} \right), \\ \kappa_2 &= \frac{1}{4} \left(3\kappa + 2 + \sqrt{9\kappa^2 + 4\kappa + 4} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

При углах наклона θ , принадлежащих областям I, II и IV, с ростом угла φ функция $q_e(\varphi, \theta)$ монотонно возрастает, а для θ , фиксированных в области

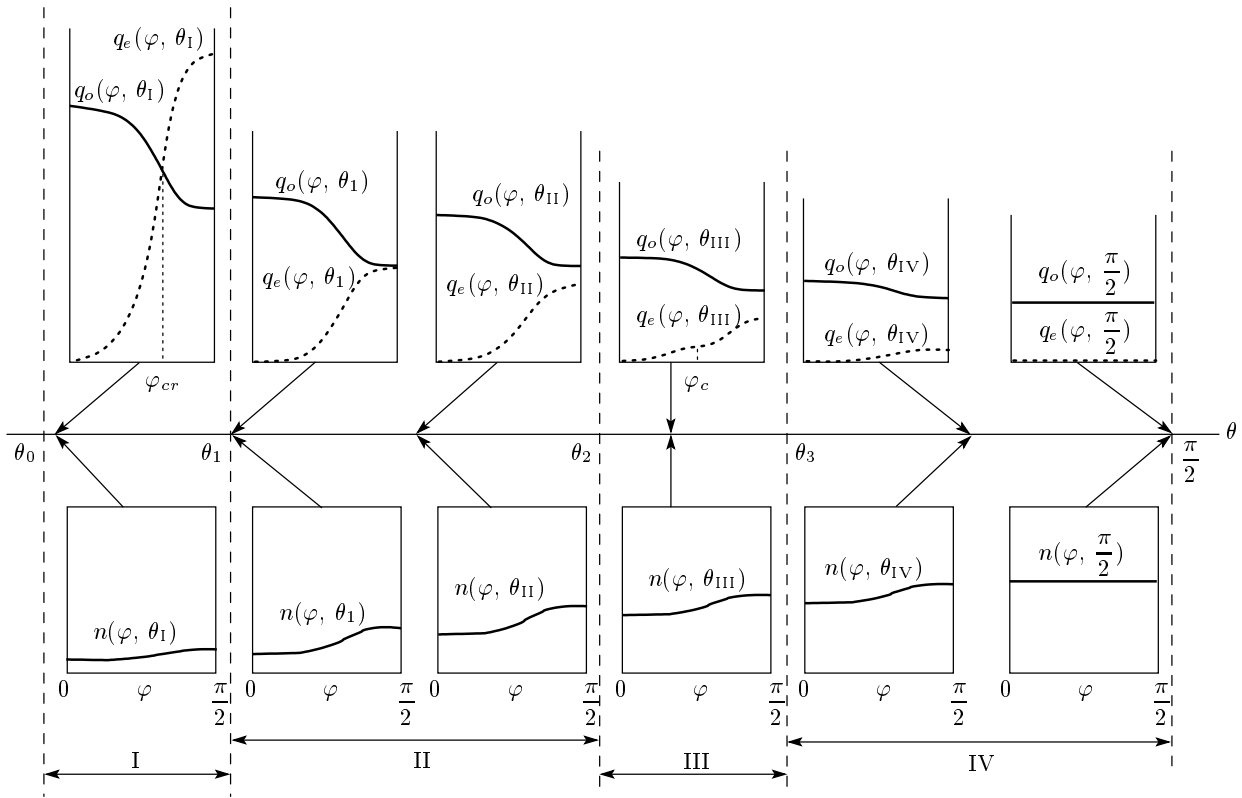


Рис. 2. Схематическая картина дисперсионных кривых $q_o(\varphi, \theta)$, $q_e(\varphi, \theta)$ и $n(\varphi, \theta)$ для фиксированных значений θ (отмеченных стрелками) в четырех диапазонах области существования $\theta_0 < \theta \leq \pi/2$

III, она лишь монотонно не убывает, имея «кубическую» точку с горизонтальной касательной при азимуте $\varphi_c(\theta)$, заданном уравнением

$$\sin \varphi_c = 2 \sin \theta [1 + (2\kappa)^{-1}(1 - \text{tg}^2 \theta)]^{1/2}. \quad (30)$$

Иными словами, в точке φ_c должны обращаться в нуль сразу две производные по φ функции $q_e(\varphi, \theta)$: $q_e'(\varphi_c, \theta) = q_e''(\varphi_c, \theta) = 0$, и в окрестности угла φ_c функция должна быть весьма малочувствительной к изменениям φ (рис. 2):

$$q_e(\varphi, \theta) \approx q_e(\varphi_c, \theta) + \lambda(\varphi - \varphi_c)^3, \quad \lambda > 0. \quad (31)$$

С увеличением угла θ в области III положение точки перегиба φ_c (30) перемещается от правого к левому краю интервала $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

Следует отметить, что пересечение кривых $q_o(\varphi)$ и $q_e(\varphi)$ имеет место только для углов θ , фиксированных в области (I) — при $\varphi = \varphi_{cr}(\theta)$ (рис. 2)

$$\cos 2\varphi_{cr} = (1 + \sin^2 \theta)(1 - \kappa^{-1} \text{tg}^2 \theta). \quad (32)$$

При этом по мере увеличения угла θ на интервале (I) положение азимута пересечения φ_{cr} (32) перемещается от $\varphi_{cr} = \pi/4$ до $\varphi_{cr} = \pi/2$.

Введем для параметров локализации поляритона, $q_o(\varphi, \theta)$ и $q_e(\varphi, \theta)$, их полные азимутальные дисперсии при фиксированном θ :

$$\Delta q_o(\theta) = q_o(0, \theta) - q_o\left(\frac{\pi}{2}, \theta\right),$$

$$\Delta q_e(\theta) = q_e\left(\frac{\pi}{2}, \theta\right) - q_e(0, \theta) = q_e\left(\frac{\pi}{2}, \theta\right).$$

Основываясь на выражениях (23), нетрудно убедиться, что с ростом θ в области существования поляритона $\theta_0 < \theta < \pi/2$ все функции $q_o(0, \theta)$, $q_o(\pi/2, \theta)$ и $\Delta q_o(\theta)$, а также $\Delta q_e(\theta) = q_e(\pi/2, \theta)$ с ростом угла θ монотонно убывают. На том же интервале функции $n(0, \theta)$, $n(\pi/2, \theta)$ в соответствии с (5) монотонно возрастают, а вот разность $\Delta n(\theta) = n(\pi/2, \theta) - n(0, \theta)$ монотонностью не обладает, поскольку и на левом, и на правом краях интервала $\theta_0 \leq \theta \leq \pi/2$ она обращается в нуль (см. рис. 2).

5. РЕШЕНИЯ ВБЛИЗИ ГРАНИЦ ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ

Границам области существования поляритона (22) отвечают соотношения

$$\varepsilon_o = -\varepsilon_e \operatorname{tg}^2 \theta, \quad \varepsilon_o = 0. \quad (33)$$

Рассмотрим более подробно поведение основных параметров поляритона вблизи указанных границ.

5.1. Окрестность нижней границы

Нижняя граница для ε_o в (22) соответствует предельному значению $A = 0$, которое согласно (6), (20) фиксирует наклон $\theta = \theta_0$,

$$\operatorname{tg}^2 \theta_0 = \kappa \equiv -\varepsilon_o/\varepsilon_e, \quad (34)$$

сохраняя произвол в азимуте φ . На самой этой границе поляритон, очевидно, отсутствует, поскольку при $A = 0$ в соответствии с (16), (18) параметр рефракции обращается в нуль, $n = 0$, т.е. $k = 0$, что «убивает» стационарное волновое поле (1), распространяющееся параллельно поверхности. Однако в соответствии с развитой теорией в любой малой окрестности границы (34) поляритон должен существовать, хотя и имеет весьма специфические свойства.

При A малом, $|A| \ll 1$, но отличном от нуля, дисперсионное уравнение (18) упрощается, принимая вид

$$n^2 \approx -\varepsilon_o/q_o^2. \quad (35)$$

Однако параметры локализации q_o и q_e имеют различный вид в зависимости от дополнительного соотношения между $|A|$ и c_1^2 , т.е. в двух предельных случаях:

$$1) 0 < -A \ll c_1^2, \quad 2) 0 < -A \ll 1, \quad c_1^2 \ll 1. \quad (36)$$

1) Этот предельный случай эквивалентен условию

$$0 < \operatorname{tg}^2 \theta - \kappa \ll \kappa \cos^2 \varphi. \quad (37)$$

На таких срезах кристалла поверхностный поляритон характеризуется параметрами:

$$q_o^2 \approx \frac{c_1^2}{-A(1-c_2^2)} = \frac{\cos^2 \varphi}{-A} \approx \frac{\kappa(1+\kappa)}{\operatorname{tg}^2 \theta - \kappa} \cos^2 \varphi \gg 1 + \kappa, \quad (38)$$

$$q_e^2 \approx \frac{c_3^4}{-Ac_1^2(1-c_2^2)} = \frac{1}{-A} \frac{\sin^4 \varphi}{\cos^2 \varphi} \approx \frac{\kappa(1+\kappa)}{\operatorname{tg}^2 \theta - \kappa} \frac{\sin^4 \varphi}{\cos^2 \varphi}. \quad (39)$$

Как видно из (38), в рассматриваемом предельном случае (37) параметр локализации обыкновенной компоненты оказывается автоматически большим. При этом, согласно (38), (39), имеем

$$q_e/q_o \approx \operatorname{tg}^2 \varphi, \quad (40)$$

так что в зависимости от азимута φ локализация необыкновенной парциальной волны может быть как больше, так и меньше обыкновенной.

Когда угол φ в формуле (40) приближается к $\pi/2$, не нарушая условия (37), так что $1 \ll q_o \ll q_e$, поляритон оказывается сильно локализованным и почти везде практически однопарциальным, характеризуясь параметрами обыкновенной компоненты. Впрочем, учитывая, что при этом произведение $q_o c_1$ в (12) может быть как малым, так и большим, можно констатировать, что приповерхностная структура поляритона становится аномально чувствительной к малым изменениям ориентации вектора \mathbf{s} в окрестности $\theta \approx \theta_0, \varphi \approx \pi/2$.

Если же азимут φ в (40) близок к нулю (т.е. оптическая ось составляет малый угол с сагиттальной плоскостью), возникает противоположная ситуация: $q_o \gg q_e$, при которой поляритон в основном определяется необыкновенной парциальной волной, а ее локализация может произвольно регулироваться выбором угла φ . В частности, параметр q_e можно выбрать сколь угодно малым и даже равным нулю, что соответствует объемному (нелокализованному) поляритону. Последний случай ниже будет рассмотрен нами отдельно.

2) Второй предельный случай в (36) определяется системой неравенств:

$$0 < \frac{\operatorname{tg}^2 \theta - \kappa}{\kappa(1+\kappa)} \ll 1, \quad (41)$$

$$\frac{\cos^2 \varphi}{1+\kappa} \ll 1.$$

Соответствующие выражения для параметров локализации имеют вид

$$q_o^2 \approx \frac{c_2^2}{-Ac_3^2} \approx \frac{\kappa}{\sin^2 \varphi} \frac{\kappa(1+\kappa)}{\operatorname{tg}^2 \theta - \kappa}, \quad (42)$$

$$q_e^2 \approx \frac{c_3/c_2}{\sqrt{-A^3}} \approx \frac{\sin \varphi}{\sqrt{\kappa}} \left(\frac{\kappa(1+\kappa)}{\operatorname{tg}^2 \theta - \kappa} \right)^{3/2}.$$

Их отношение теперь значительно сложнее простой формулы (40):

$$\frac{q_e}{q_o} \approx \left(\frac{\sin^2 \varphi}{\kappa} \right)^{3/4} \left(\frac{\kappa(1+\kappa)}{\operatorname{tg}^2 \theta - \kappa} \right)^{1/4}. \quad (43)$$

Как видно из (41)–(43), дальнейший анализ существенно зависит от величины параметра κ . Если пока исключить из анализа область малых κ , отвечающую окрестности верхней границы области существования поляритона (22) ($\varepsilon_o \rightarrow 0$), которая будет рассматриваться отдельно (см. п. 5.2), остаются две возможности: $\kappa \sim 1$ и $\kappa \gg 1$.

При $\kappa \sim 1$ второе из неравенств системы (41) может быть обеспечено лишь при малых значениях $\cos^2 \varphi$, т. е. при $\sin^2 \varphi \sim 1$. Тогда, очевидно, оба параметра локализации должны быть велики, а совсем близко от границы, $\theta \rightarrow \theta_0$, еще и $q_e \gg q_o$, т. е. качественно картина вполне аналогична той, что мы имели в первом случае при $\varphi \approx \pi/2$.

В предельном случае $\kappa \gg 1$ второе неравенство в (41) выполнено при любых углах φ , параметр q_o универсально велик, а величина q_e может быть как мала, так и велика. При $q_e \ll q_o$ поляритон в основном определяется необыкновенной парциальной волной, причем глубина его проникновения может произвольно регулироваться выбором среза поверхности, задающего азимут φ . При $q_e \gg q_o \gg 1$ основную роль играет обыкновенная компонента, которая, однако, при любых углах φ является сильно локализованной.

5.2. Окрестность верхней границы

Верхняя граница области существования поляритона $\varepsilon_o = 0$ отвечает предельным значениям

$$\kappa \rightarrow 0, \quad -A \rightarrow \infty, \quad \kappa A \rightarrow -c_2^2. \quad (44)$$

Подставляя (44) в (18), (23), нетрудно получить основные параметры соответствующего предельного поляритона:

$$n^2 = \frac{\varepsilon_e}{1 + \text{ctg}^2 \theta \cos^2 \varphi}, \quad q_o = 1, \quad q_e = 0. \quad (45)$$

Таким образом, рассматриваемый предельный поляритон по одной из компонент (необыкновенной) является полностью делокализованным при любых ориентациях оптической оси. Очевидно, что вблизи этой границы соответствующая волновая ветвь приобретает слабую локализацию, становясь квазиобъемной.

6. ОСОБАЯ ОБЪЕМНАЯ ВОЛНА И КВАЗИОБЪЕМНЫЙ ПОЛЯРИТОН

Таким образом, выписанная выше система дисперсионных соотношений допускает делокализованные решения: вдоль определенных поверхностей и направлений, в принципе, могут распространяться

объемные волны, одна из компонент которых характеризуется нулевым параметром локализации.

В соответствии с (26) условие делокализации необыкновенной компоненты $q_e = 0$ во всей области (22) автоматически выполняется при $\varphi = 0$, что соответствует выбору сагиттальной плоскости, параллельной оптической оси. В отличие от двупарциального предельного решения (45), такая объемная волна принципиально является однопарциальной, поскольку при $c_3 = \cos \theta \sin \varphi = 0$ согласно (12) $C_e \neq 0, C_o = 0$. При этом для рассматриваемой волны имеем

$$\mathbf{c} = (\cos \theta, \sin \theta, 0), \quad \mathbf{n}_e = (1, p, 0)n, \quad (46)$$

$$n^2 = \varepsilon_o \cos^2 \theta + \varepsilon_e \sin^2 \theta, \quad p = \frac{(\varepsilon_o - \varepsilon_e) \sin 2\theta}{2n^2}. \quad (47)$$

Векторная амплитуда данной волны в терминах (1), (2) имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_e^{(0)} \\ \mathbf{H}_e^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0, 1, 0)/n \\ (0, 0, 1) \end{pmatrix}. \quad (48)$$

Рассматриваемое объемное решение принадлежит непрерывной ветви поляритонов, оно возникает в пределе при $\varphi = 0$. Поэтому вполне очевидно, что при малом возмущении φ оно должно трансформироваться в слабо локализованный квазиобъемный поляритон. Действительно, введем малый параметр c_3 ($c_3^2 \ll 1$), выводящий оптическую ось из сагиттальной плоскости. В этом случае компоненты волновых полей (48) объемной волны изменятся пропорционально c_3 , а исходные параметры n и p (47) изменятся пропорционально c_3^2 . Изначально нулевая компонента q_e , определяющая локализацию волнового поля, теперь становится отличной от нуля:

$$q_e = \frac{c_3^2}{c_2} \frac{\kappa}{n} \sqrt{\varepsilon_e - \varepsilon_o}. \quad (49)$$

Кроме того, при указанном возмущении к необыкновенной волне с небольшой амплитудой ($C_o \sim c_3 C_e$) добавляется обыкновенная парциальная волна с параметрами:

$$\mathbf{n}_o = (1, iq_o, 0)n, \quad q_o = \frac{c_2}{n} \sqrt{\varepsilon_e - \varepsilon_o}, \quad (50)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_o^{(0)} \\ \mathbf{H}_o^{(0)} \end{pmatrix} = \frac{n(iq_o c_1 - c_2)}{\varepsilon_e c_2} \begin{pmatrix} (0, 0, 1) \\ (iq_o, -1, 0)n \end{pmatrix}. \quad (51)$$

В области существования поверхностных поляритонов, определенной условием (22), когда $\varepsilon_o < 0$, необыкновенная волна (46)–(48) является единственной объемной волной. В этой области объемная обыкновенная волна принципиально невозможна, поскольку всегда $q_o \geq 1$ (25).

В то же время вне области (22), когда $\varepsilon_o > 0$, объемная необыкновенная волна (46)–(48) продолжает существовать. Кроме того, вне области (22) существует еще и другая объемная волна — обыкновенная. Это однопарциальная волна, удовлетворяющая граничным условиям на металлизированной поверхности, когда оптическая ось кристалла параллельна этой поверхности: $\theta = 0$. Оптическая ось при этом может составлять произвольный угол φ с направлением распространения. Для данной волны имеем

$$\mathbf{c} = (\cos \varphi, 0, \sin \varphi), \quad \mathbf{n}_o = (1, 0, 0)n, \quad n^2 = \varepsilon_o, \quad (52)$$

а поляризация определяется соотношением (48), в котором следует изменить лишь индексы: $e \rightarrow o$. Существенно, что эта объемная мода при малом отклонении оптической оси от плоскости поверхности не превращается в квазиобъемный поляритон, а (в зависимости от соотношения между параметрами ε_o и ε_e) либо исчезает, либо становится одной из компонент волнового поля задачи отражения. В пределе изотропной среды ($\varepsilon_e = \varepsilon_o > 0, p = 0$) выражения для \mathbf{n}_e (46) и n^2 (47) совпадают с соответствующими соотношениями (52). Это отражает тот факт, что в изотропной среде объемная волна, описываемая формулами (48), (52), может распространяться в произвольном направлении на любой металлизированной поверхности.

7. ЧАСТОТНАЯ ДИСПЕРСИЯ В МОДЕЛЬНОМ ОПИСАНИИ

Для дальнейшего анализа используем простую модель изолированного полярного возбуждения [2, 15], считая, что функция $\varepsilon_o(\omega)$ описывается формулой

$$\varepsilon_o = \varepsilon_\infty + \frac{a\omega_{TO}^2}{\omega_{TO}^2 - \omega^2}. \quad (53)$$

Здесь a — сила осциллятора, ω_{TO} — частота поперечных оптических фононов, для которой

$$\varepsilon_o(\omega_{TO} \pm 0) = \mp \infty.$$

При этом для простоты будет предполагаться, что $\varepsilon_e = \text{const} > 0$. В рассматриваемой модели нетрудно найти частотный диапазон существования поляритонов. Подставляя (53) в (22) имеем

$$\begin{aligned} \bar{\omega}(\theta) \equiv \omega_{TO} \left(1 + \frac{a}{\varepsilon_\infty + \varepsilon_e \text{tg}^2 \theta} \right)^{1/2} < \omega < \\ < \omega_{TO} \left(1 + \frac{a}{\varepsilon_\infty} \right)^{1/2} \equiv \omega_{LO}. \end{aligned} \quad (54)$$

Здесь ω_{LO} — частота продольных оптических фононов, для которой $\varepsilon_o(\omega_{LO}) = 0$. Эта частота соответ-

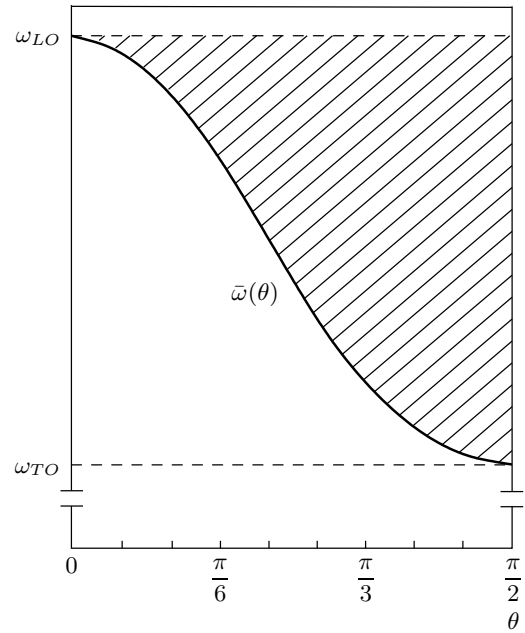


Рис. 3. Область существования поверхностных поляритонов в координатах ω – θ (заштрихована) в модели изолированного полярного возбуждения. При построении принято: $\varepsilon_\infty/a = 1.2, \varepsilon_o/a = 1.8$

ствует верхней границе области отрицательных значений ε_o . Существенно, что нижняя частотная граница $\bar{\omega}$ области существования поляритона (54) зависит от наклона θ оптической оси к поверхности (рис. 3).

При $\theta \rightarrow 0$ выражение $\bar{\omega}(0)$ совпадает с частотой продольных оптических фононов $\bar{\omega} = \omega_{LO}$, так что при уменьшении наклона оптической оси к поверхности нижняя частотная граница существования поляритона приближается к верхней и интервал частот, в котором он может распространяться, исчезает. При оптической оси, ориентированной ортогонально поверхности, $\theta = \pi/2$, частотный диапазон существования поляритона, напротив, самый широкий: $\omega_{TO} < \omega < \omega_{LO}$. Иными словами, чем больше угол наклона θ , тем шире частотный диапазон существования поляритона (см. рис. 3). С другой стороны, как видно из того же рисунка, чем выше частота ω в интервале (54), тем больше допустимый интервал изменения угла θ .

Приведем типичные значения характеристических частот, определяющих область существования поляритонов (54) в оптически одноосных средах. Так, согласно работе [2], для кристаллов α -LiIO₃: $\omega_{TO} = 769 \text{ см}^{-1}, \omega_{LO} = 832 \text{ см}^{-1}$, для кристаллов LiNbO₃: $\omega_{TO} = 431 \text{ см}^{-1}, \omega_{LO} = 450 \text{ см}^{-1}$.

8. ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенный анализ базировался на предположении о том, что металлизация поверхности обеспечивает полное «запирание» электромагнитных полей в кристалле. Это справедливо лишь до тех пор, пока толщина h металлического покрытия существенно превышает характерную глубину d проникновения волнового поля в металл ($h \gg d$). Как известно, глубина d оказывается тем меньше, чем больше мнимая часть показателя преломления металла — соответствующие оценки для многих металлов приведены в работе [16]. Так, для меди при длине волны $\lambda = 10^{-5}$ см (ультрафиолетовая область) глубина проникновения $d = 6.2 \cdot 10^{-8}$ см, а при $\lambda = 10^{-3}$ см (инфракрасная область) $d = 6.2 \cdot 10^{-7}$ см, т. е. $d \ll \lambda$. Таким образом, условие $h \gg d$ является легко реализуемым. В то же время, если толщина покрытия оказывается сопоставимой с глубиной проникновения ($h \sim d$), то такое покрытие становится проницаемым для волновых полей — специфика данной ситуации рассмотрена в работе [17].

При отсутствии металлизации поверхности геометрия и условия распространения локализованных волновых полей радикально отличаются от рассмотренной выше ситуации. В этом случае поверхностному поляритону в кристалле сопутствует локализованная волна в прилегающей среде по другую сторону границы. Как уже отмечено во Введении, теория таких поляритонов становится значительно более громоздкой и, в отличие от рассмотренного нами случая, не допускает простых аналитических решений для ориентаций общего положения. Но это, конечно, не означает, что соответствующие условия существования локализованных собственных волн в подобных средах оказываются более жесткими, чем в кристаллах с металлизированной поверхностью. Напротив, в этом случае в одноосных (и даже двуосных) кристаллах, наряду с дисперсионными поляритонами [3], могут существовать бездисперсионные локализованные решения [5, 6] при положительных компонентах диэлектрической проницаемости кристалла, слабо зависящих от частоты. Например, согласно [5], на поверхности одноосного кристалла, параллельной оптической оси ($\theta = 0$), при условии $\epsilon_e > \epsilon > \epsilon_o > 0$ (ϵ — диэлектрическая проницаемость прилегающей среды) существует целый сектор разрешенных направлений распространения бездисперсионных поверхностных волн. Как мы видели, на металлизированной поверхности такие решения запрещены.

Авторы признательны Л. М. Барковскому и

А. Н. Фурсу за информацию о результатах их исследований смежных проблем. Работа выполнена в рамках договора о сотрудничестве между Институтом кристаллографии РАН и Технологическим университетом Кельце (Польша).

В. Н. Л. благодарен за финансовую поддержку РФФИ (грант № 03-02-16871), В. И. А. — Польско-Японскому институту информационных технологий, Варшава (грант № PJ/МКТ/ 02/2005).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела*, сб. статей под ред. В. М. Аграновича, Д. Л. Миллса, Наука, Москва (1985).
2. Н. Л. Дмитрук, В. Г. Литовченко, В. Л. Стрижевский, *Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках*, Наукова думка, Киев (1989).
3. В. И. Альшиц, В. Н. Любимов, Л. А. Шувалов, ФТТ **43**, 1322 (2001).
4. Ф. Н. Марчевский, В. Л. Стрижевский, С. В. Стрижевский, ФТТ **26**, 501 (1984).
5. М. И. Дьяконов, ЖЭТФ **94**(4), 119 (1988).
6. В. И. Альшиц, В. Н. Любимов, ФТТ **44**, 371 (2002); **44**, 1895 (2002).
7. A. N. Furs and L. M. Barkovsky, J. Opt. A: Pure Appl. Opt. **1**, 109 (1999).
8. В. Н. Любимов, Д. Г. Санников, ФТТ **15**, 1851 (1973); **17**, 478 (1975).
9. Е. Лоте, В. И. Альшиц, Кристаллография **22**, 906 (1977).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
11. Ф. И. Федоров, В. В. Филиппов, *Отражение и преломление света прозрачными кристаллами*, Наука и техника, Минск (1976).
12. Ф. И. Федоров, *Теория гиротропии*, Наука и техника, Минск (1976).
13. V. M. Galynsky, A. N. Furs, and L. M. Barkovsky, J. Phys. A: Math. Gen. **37**, 5083 (2004).
14. A. N. Furs and L. M. Barkovsky, Microwave Opt. Technol. Lett. **14**, 301 (1997).
15. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов*, Наука, Москва (1979).
16. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1970).
17. К. П. Лышенко, Ф. Н. Марчевский, ФТТ **37**, 211 (1995).